誘電率及び誘磁率の測定について

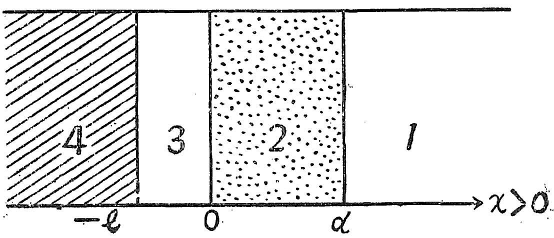
森　　　　　弘

(1) 緒　　　言

矩形導波管に於ける糎波に対する誘電率及び誘磁率の同時測定法について通研の小口氏が発表していることは論集第一号で述べた。

こゝでは小口氏の方法をも含めてそれと少し異つた方法を導いてみたいと思う。

(2) 測定の基礎式



図の如く矩形導波管の軸方向を x 軸それに直角な方向を u, v軸とする。領域 1, 3 空気層領域 2, 4 を夫々試料導体層とする。

この導波管内を伝送する H_{01} 姿態についての基礎式は

$$\begin{aligned} E_i(x)_u &= A_i\,(\exp k_i x + r_i \exp(-k_i x)) \\ H_i(x)_v &= \frac{A_i}{Z_i}\,(\exp k_i x - r_i \exp(-k_i x)) \end{aligned} \tag{1}$$

こゝに $i=1,\ 2,\ 3$ は夫々領域 1, 2, 3 に応ずる値を与えるものとする。$Z_i = \dfrac{j\omega\mu_i}{k_i}$

Z_i は x 方向の ***field impedance.*** である。

$x=d$, $x=o$ で電界，磁界の x 軸方向成分が連続であることを考慮して次の関係式を得る。

$$\frac{Z_1\,[\exp\ k_1 d + r_1\ \exp(-k_1 d)]}{\exp k_1 d - r_1 \exp(-k_1 d)} = \frac{Z_2\,[\exp k_2 d + r_2 \exp(-k_2 d)]}{\exp k_2 d - r_2 \exp(-k_2 d)} \tag{2}$$

$$Z_2\,\frac{1+r_2}{1-r_2} = Z_1\,\tanh\ k_1 l \tag{3}$$

$$\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{\mu_2 k_1}{\mu_1 k_2} \tag{4}$$

これらより

$$\frac{\exp(2k_1 d) + r_1}{\exp 2k_1 d - r_1} = \frac{\mu_2 k_1}{\mu_1 k_2}\,\frac{\exp 2k_2 d + r_2}{\exp 2k_2 d - r_2} = T \tag{5}$$

$$\frac{1+r_2}{1-r_2} = \frac{k_2\mu_1}{k_1\mu_2}\,\tanh\ k_1 l \tag{6}$$

(5), (6)より r_2 を消去

$$e^{2k_2 d\left[\frac{\frac{\mu_1 k_2}{\mu_2 k_1}T-1}{\frac{\mu_1 k_2}{\mu_2 k_1}T+1}\right]} = \frac{\frac{\mu_1 k_2}{\mu_2 k_1}\tanh k_1 l-1}{\frac{\mu_1 k_2}{\mu_2 k_1}\tanh k_1 l+1} \tag{7}$$

VSWR $\rho = \dfrac{E_{1max}}{E_{1min}}$　E_1 が極小である位置より試料面迄の距離を x_o とするとき (5) 式の左辺は

$$T = \frac{\rho + j\cot\frac{2\pi}{\lambda_1}x_o}{1 + j\rho\cot\frac{2\pi}{\lambda_1}x_o} = \frac{1 + j\rho\tan\frac{2\pi}{\lambda_1}\bar{x}_o}{\rho + j\tan\frac{2\pi}{\lambda_1}\bar{x}_o}\ ,\quad x_o = n\frac{\lambda_1}{2} - \bar{x}_o \quad (n = 1.2\cdots\cdots) \tag{8}$$

となることはよく知られている。

又誘電率，誘磁率の式

$$k_2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda_c}\right)^2 - \omega^2(\mu' - j\mu'')(\varepsilon' - j\varepsilon'')$$

$$= \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2\left[\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)_2 - (\mu' - j\mu'')(\varepsilon' - j\varepsilon'')\right] \tag{9}$$

$$\left(\frac{\mu_2 k_1}{\mu_1 k_2}\right)^2 = \frac{1 - \frac{\lambda}{\lambda_c}}{(\mu' - j\mu'')(\varepsilon' - j\varepsilon'') - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}(\mu' - j\mu'')^2 \tag{10}$$

もよく知られている関係である。

(3) 測　定　式

(a)　$l_1 = o,\qquad l_2 = \dfrac{\lambda_1}{4}$

これを (7) 式に代入，$l = o$，$l_2 = \dfrac{\lambda_1}{4}$ に対応する T を夫々 T_1，T_2 とすれば $\tanh k_1 l \fallingdotseq j\tan\dfrac{2\pi}{\lambda_1}l$

として

$$e^{2k_2 d_1\left[\frac{\frac{\mu_2 k_1}{\mu_1 k_2}T_1-1}{\frac{\mu_2 k_1}{\mu_1 k_2}T_1+1}\right]} = -1 \tag{11}$$

$$e^{2k_2 d_1\left[\frac{\frac{\mu_2 k_1}{\mu_1 k_2}T_2-1}{\frac{\mu_2 k_1}{\mu_1 k_2}T_2+1}\right]} = 1 \tag{12}$$

(11)，(12) より

$$\left(\frac{\mu_1 k_2}{\mu_2 k_1}\right)^2 = \frac{1}{T_1 T_2} \tag{13}$$

$$e^{2k_2 d_1} = \frac{\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{2}} + 1}{\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{2}} - 1} \quad 或は \quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{2}} = \tanh k_2 d_1 \tag{14}$$

これが小口氏の結論に一致するものである。これから $\varepsilon'-j\varepsilon''$, $\mu'-j''$ を求める方法は論集第４号で「9700MC に於けるカーボニル鉄粉の誘電率及び誘磁率の測定」として示した。

(b) $l_1=o$, $l_2=\frac{\lambda_1}{8}$

これを (7) 式に代入夫々に応ずる T を T_1, T_2 とすれば

$$e^{2k_2d}=\frac{1+\frac{\mu_1 k_2}{\mu_2 k_1}T_1}{1-\frac{\mu_1 k_2}{\mu_2 k_1}T_1} \tag{15}$$

$$e^{2k_2d}=\frac{\left(\frac{\mu_1 k_2}{\mu_2 k_1}j-1\right)\left(\frac{\mu_1 k_2}{\mu_2 k_1}T_2+1\right)}{\left(\frac{\mu_1 k_2}{\mu_2 k_1}j+1\right)\left(\frac{\mu_1 k_2}{\mu_2 k_1}T_2-1\right)} \tag{16}$$

(15), (16) より

$$\left(\frac{\mu_1 k_2}{\mu_2 k_1}\right)^2=\frac{T_1-T_2+j}{T_1T_2j} \tag{17}$$

$$e^{2k_2d}=\left[1+T_1\left(\frac{T_1-T_2+j}{T_1T_2j}\right)^{\frac{1}{2}}\right]\left[1-T_1\left(\frac{T_1-T_2+j}{T_1T_2j}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{-1} \tag{18}$$

(17) (18) 式を用いて (a) の場合と同様にして $\mu'-j\mu''$ $\varepsilon'-j\varepsilon''$ を求め得,

(c) $l_1=l_2=o$ $d_2=2d_1$

試料の厚さ $d=d_1$ $d=2d_1$ に応ずる T を夫々 T_1, T_2 とすればこの関係を (7) 式に代入

$$T_1=\left(e^{2k_2d_1}-1\right)\left(e^{2k_2d_1}+1\right)^{-1}\left(\frac{\mu_1 k_2}{\mu_2 k_1}\right)^{-1} \tag{19}$$

$$T_2=\left(e^{4k_2d_1}-1\right)\left(e^{4k_2d_1}+1\right)^{-1}\left(\frac{\mu_1 k_2}{\mu_2 k_1}\right)^{-1} \tag{20}$$

これら (19), (20) 式より

$$\left(\frac{\mu_1 k_2}{\mu_2 k_1}\right)^2=\frac{2}{T_1T_2}\,\frac{\left(\frac{2T_1-T_2}{T_2}\right)^2}{\left(\frac{2T_1-T_2}{T_2}\right)^2+1} \tag{21}$$

$$e^{2k_2d_1}=\left[1+T_1\left(\frac{\mu_1 k_2}{\mu_2 k_1}\right)\right]\left[1-T_1\left(\frac{\mu_1 k_2}{\mu_2 k_1}\right)\right]^{-1} \tag{22}$$

(21) 式を (22) 式に代入 $e^{2k_2d_1}$ が決まる。(21) (22) より (a) と同様にして $\varepsilon'-j\varepsilon''$, $\mu'-j\mu''$ を求めることが出来る。

(d) $l_1=\frac{\lambda_1}{4}$ $l_2=\frac{\lambda_1}{8}$

この関係を (7) 式に代入すれば (12) 式及び (16) 式を得るからこれから $e^{2k_2d_2}$ を消去

$$\left(\frac{\mu_1 k_2}{\mu_2 k_1}\right)^2=\frac{1}{T_1T_2+T_2j-T_1j} \tag{23}$$

又(12)式より

$$e^{2k_2d_1}=\frac{\dfrac{\mu_2 k_1}{\mu_1 k_2}+1}{\dfrac{\mu_2 k_1}{\mu_1 k_2}-1} \qquad (24)$$

(23)式を(24)式に代入 $e^{2k_2 d_1}$ が決まる。(a)と同様にして $\varepsilon'-j\varepsilon''$, $\mu'-j\mu''$ が求まる。

(4) 結　び

以上の如く誘電率及び誘磁率の同時測定法について4通りの方法を示したが計算法に於ては(a)の方法が最も容易である。目下これらの方法の比較について実験的に検討している。

以上を纏めるにあたつて本学部の竹本先生の御援助並びに参考文献を御寄贈して下つた通研の石岡篤夫氏，立命館大学の瀬尾英雄氏の御好意を深く感謝致します。

参　考　文　献

(1) 西岡篤夫，岡本宏，関川京三の諸氏による4000MCに於けるカーボニル鉄粉の誘磁率の測定Ⅰ及びⅡ (1952 及び 1953)

(2) On the Dielectric Measurement in the Centimeter Wave Region. ISAO TAKAHASHI, MIKIO TAKEYAMA, HIDEO SENO and MITSUO ŌTA (1953)

(3) New Methods of Dielectric Measurement in the Centimeter Wave Region. ISAO TAKAHASHI, MIKIO TAKEYAMA, HIDEO SENO and MITSUO ŌTA (1954)