島根大学教育学部紀要（人文・社会科学）第7巻　17〜26頁　昭和48年12月

古典命題論理の公理に関する前公理的な問題

松　井　　　保*

Tamotsu MATSUI : Some Preaxiomatic Problems on the Axioms of Classical Propositional Logic

0.　いわゆる古典命題論理学はフレーゲ(Frege, G)に始まり，ラッセル(Russell, B)のプリンキピア・マテマティカによって大成されたと歴史的には見ることができる。この分野に関し，その後の論理学者の仕事は2方向の単純化の流れを生む。すなわち，命題論理の公理系と階層理論(Type Theory)との単純化である。

本小論で考察する問題は前者にかかわるものであり，それをピアジェ(Piaget, J)がどのように受容したかである。ただし，今回は彼の論理学批判と言うよりは，批判のためのエチュードにすぎない。

さて，ラッセルはプリンキピアにおいて，周知のように命題論理に関する8つの公理を挙げたが，しかし，最初の3個は推理規則であるから，実質的な公理は5個である。そして，この公理系はヒルベルト(Hilbert, D)とアッケルマン(Ackermann, W)によって更に4公理で充分であることが確められたが，これも歴史的な話である。で，これら4個から成る公理系をラッセル流の記法で書いておくと，次の(イ)〜(ニ)となる。

(イ)　$(p \vee p) \supset p$

(ロ)　$p \supset (p \vee q)$(1)

(ハ)　$(p \vee q) \supset (q \vee p)$

(ニ)　$(p \supset q) \supset [(r \vee p) \supset (r \vee q)]$

ところで，上述の公理系単純化の流れは，たとえばルカシキッチ(Lukasiewicz, J)のような否定と含意とを基本演算とする3個の公理による命題論理体系の構成と言う具合に，色々の試みが為されたわけである。しかし，公理の個数に限って言えば，ニコド(Nicod, J. G. D.)の《唯一の公理》が最終決定版だとも言えよう。

では，このような単純化は何に依るのだろうか。末木剛博は《体系をできるだけ少数の概念

---

* 島根大学教育学部心理学研究室

で統一しようとする努力の現われ》だとする。[2] 彼は思考もしくは分別の三契機として統一性・多様性・限定性が思考の全体性のうちに働いており，公理系の単純化はその統一性を《全たからしめようとする願いにもとづく》[2] とも言っている。われわれは彼の哲学的な考察に特に反論するものではなく，それどころか無分別の全体性から出発した思考が，分別を媒介として，局限されて出現するものが論理であると言う彼の考想[3] に対して共感を持つものである。

だが，単純化が統一性へ希求の現われであるにしても，その統一性とは何ものであるのか。無分別なる思考の全体性とは何かという疑問が直ちに発生する。更に，思考や知能の心理学と論理学とを関連づけて考察する立場に立とうとするならば，思考の全体性，その統一性が発生する事実的な機序と機制を踏まえた論理学体系が求められねばならない。公理系単純化に端を発して，われわれがピアジェ論理学に注目する所以の１つは以上の次第。

したがって，われわれは彼の論理学（以下，L. P. と略記する）の志向と形態を次に略述することにしよう。[4]

1. L. P. にあっては形式論理学の通常の構成法とは異なって，《類：*classse*》[5] と《関係》との論理が《群束，または，群性体：*groupement*》としてまず提出され，この下部構造である群束に対する上部構造としての命題論理の群束が提出されている。これはピアジェの言う《自然な》順序であって，[6] 類と関係の群束を１次的操作の論理とするならば，それに対して命題（相互間の）論理はより上位な，より形式的な２次的操作の体系である。群束は類と関係とにそれぞれ４個ずつのサブ・システムを作っているが，いずれにおいても《部体と全体》にかかわる量，すなわち，端的に言って《内包量》の論理思考の形式化であり，この群束に関する構想は一貫して命題論理の領域にまで貫かれている。

したがって，命題論理の場合でも，L. P. にあっては絶えず下部構造である類や関係の事例に立ち戻って問題が考えられている。これがおもしろいが，同時に L. P. のしんどさである。だいたい，ピアジェの意図の１つは，すっきりした体系づくりではなく，原初論理の探究なのだから，多少の煩雑さもまたやむを得ないであろう。

たとえば，２命題 p と q について，選言を「$\vee$」，連言を「・」で書くと，恒真式（トートロジー）は「*」を用いて次のように書ける。ただし，「$\bar{p}$」は「p」の否定命題である。

$$(p*q) = (p\cdot q) \vee (p\cdot \bar{q}) \vee (\bar{p}\cdot q) \vee (\bar{p}\cdot \bar{q})$$

上は何の変哲も無い標準形であるが，L. P. にあっては類の論理と平行して対応づけられている。たとえば，命題 p の内部の１つの名辞を変項とすることによって，p は１変項命題関数に対応され，その関数を真とする変項の集りによって，１つの類 P が想定される。これは集合論での真理集合に準ずるものである。

上のトートロジーは次のような類の群束が事例，もしくは対応者として想定される。

$$(\mathrm{P}+\bar{\mathrm{P}})\times(\mathrm{Q}+\bar{\mathrm{Q}})=\mathrm{PQ}+\mathrm{P}\bar{\mathrm{Q}}+\bar{\mathrm{P}}\mathrm{Q}+\bar{\mathrm{P}}\bar{\mathrm{Q}}$$

なお，「類 P が類 Q に含まれる」ことを，L. P. では「P＜Q」と書かれる。

また，対象言語をかこむ引用符などは，わずらわしいから，以下時折省略する。

L. P. については以上を前口上として，われわれは先の公理系の問題に帰ろう。ピアジェにとって問題であるのは，公理系から出発し，推理規則に従って体系内の個々の定理を証明して行くことではない。それこそ論理学者の仕事なのである。彼にとって重要なのは，上とは言わば逆の方向へのアプローチなのであり，公理以前の論理の基礎が問題とされる。思考の公理学がL. P. であるとする彼の見方によれば，命題論理は命題相互の操作体系に外ならず，諸操作はまとまって1つの全体構造を作りあげている。（もしくは，いる筈である。）とするならば，演えき原理である操作の機制も何らかの形で既成の命題論理の公理系のうちにひそんでいるのに相違ない。つまり，公理系から出発して《公理以前の基礎：*fondement préaxiomatique*》を探ることがピアジェの問題となってくる。そして，彼によれば命題論理の操作上の構造に関し，異なる9つの位相を持つ諸原則が存在すると主張されている。以下われわれはそれを見よう。

2.　部分の・全体の中へのはめ込み

まず注目されるのは，先記の公理(ロ)である。それは「$p \supset (p \vee q)$」であったが，これは次のようにL. P. 流に翻訳される。《ある命題 p はそれ自身と他の命題 q から選言によって形成される全体 $(p \vee q)$ の部分を作っている。》

また，この公理を類の言葉で表現するならば，p と q に対応する類を P と Q とするとき，

$$\mathrm{P} < \mathrm{P} + \mathrm{Q}$$

となり，標準形で書けば，

$$\mathrm{P} < \mathrm{P}\overline{\mathrm{Q}} + \mathrm{PQ} + \overline{\mathrm{P}}\mathrm{Q}$$

となる。

更に，(ロ)の「q」を「$\overline{p}$」で置き換え，かつ，対応する類を考えるならば，

$$\mathrm{P} < (\mathrm{P} + \overline{\mathrm{P}})$$

となり，これは排中律の表現と見做すことができる。

この公理のL. P. 的な意味は操作上から基本的だとされる。なぜなら，上に見るように，命題的に解釈しても，類にひき戻しても，(ロ)の意味するところは，ある部分がそれから作りあげられる全体にはめ込ま（*emboîter*）れていることを示しているからである。そして，ピアジェにあってはこの部分と全体とのかかわりを示す(ロ)こそまさに公理の奥にひそむ第1原則なのであった。と言うのも，上のかかわりこそまさに《内包量》の特性だからである。

なお，(ロ)はこの形以外に，否定と選言や否定と合意の記法でも表わすことができる。が，類にひき戻して考えれば，全体へのはめ込みと言う点では同様であると，いささか強引にピアジェは強調している。たとえば，否定と選言による上の公理表現は類的に，

$$\overline{\mathrm{P}} + (\mathrm{P} + \mathrm{Q}) = (\mathrm{P} + \mathrm{Q})$$

と，彼は書いている。が，「$\overline{p} \vee (p \vee q)$」に対応する類の事例は上式の左辺であり，それが「$P+\overline{P}$」に等しいとするのがL. P. 流の解釈であるのに「$P+Q$」となっている。これはピアジェの誤りだろうが，ここでは重箱のすみをほじくることはやめて，彼の心を汲んでおくことにしておこう。ただし，若干「まいった，まいった。」とのため息も出てくる。

3. 部分の(または，全体の)・それ自身へのはめ込み，及び，部分の結合の交換性

第2の基本原理は公理(イ)に見えている。この公理はラッセルやヒルベルトなどの公理系では，第1番目に挙げられているものである。ピアジェはこの(イ)が「$p \supset (p \vee p)$」でも，「$p=(p \vee p)$」でもないことを強調してから，(イ)の形の持つ意味に言及する。《それ自身と結合された命題はそれ自身に固有な真（理値）を含む。ただし，原命題が既に保有していた真理値以上のものを持つことは無い。》と。

この自己含意（*auto-implication*）の類での対応はもち論「$A=A+A$」と言うトートロジーとなる。したがって，類や関係の群束におけるトートロジーの意義を想起すれば，公理(イ)の持つ重要さがL. P. において強調されてもおかしくはない。

ところが，この(イ)は別表現で「$\overline{\overline{p} \vee \overline{p}} \vee p$」でも，「$(\overline{p} \supset p) \supset p$」でも表わすことができる。このとき対応する類的表現ではどうなるか。

L. P. では無造作にそれぞれ次のように書かれている。

$$(\overline{\overline{P}+\overline{P}})+P=P, \qquad (\overline{P}<P)<P.$$

そして，上が真であるのは「$\overline{P}$」が空である場合のみであり云々と論じられている。が，上の前者には意味があり，何とかこじつけられるにしても，後者の表現は全く乱暴である。なぜなら，「$\overline{P}<P$」は類の包摂関係を表わすが，それをどうして「P」が包むことができるのか。好意的に考えれば，「$(\overline{P}<P) \supset p$」とでも考える外はないが，これにしても相当のムリをしなければ解釈できない。したがって，命題の複合を類や関係の群束に還元して解釈するという構想はL. P. 的な妥当性はあろうが，しかし，還元の手続きについては慎重なルールを確立しておかねばなるまい。

第3の原則として挙げられているのは，諸部分の結合の**交換性**であり，これは公理(ハ)に見えている。例によって，類と関係の群束における対応者は，「$P+Q=Q+P$」と「$\overset{a}{\longleftrightarrow}+\overset{a'}{\longleftrightarrow}=\overset{a'}{\longleftrightarrow}+\overset{a}{\longleftrightarrow}$」である。ここで用いた「$\longleftrightarrow$」の意味は，たとえば，「$x \overset{a}{\longleftrightarrow} y$」は$x$と$y$とがある性質$a$を共有することを示している。

なお，(ロ)を否定と含意で表わすならば，「$(\overline{p} \supset q) \supset (\overline{q} \supset p)$」となるが，これと「$(\overline{q} \supset p) \supset (\overline{p} \supset q)$」から，「$(\overline{p} \supset q) \equiv (\overline{q} \supset p)$」が得られる。

すなわち，後述する相反性をも(ハ)は暗示していると，ピアジェは見ている。

4. はめ込みの順序，部分相互の交り

順序の概念は，3での交換性と対立的なものであるが，L. P. では特に基本的に重要なものである。なぜなら，群束の出発点は順次前者を含みながら拡大する類の列の分析にあったからだ。だが，この順序の概念はわれわれの公理系ではあらわには示されていない。

しかし，この順序性は非交換性として実は含意（操作）そのものの中にひそんでいるのである。実際，「$p \supset q$」は「$q \supset p$」とは等価ではない。たとえば，公理(ロ)は「$p \supset (p \vee q)$」と書かれているのであって，「$(p \vee q) \supset p$」とは異なる。

ところで，命題論理の多くの諸操作は交換的である。たとえば，「$p \cdot q$」，「$p\mathrm{w}q$」，「$p \equiv q$」のように。したがって，項の配置の順序に関するものは，含意と逆含意（$\supset$と$\subset$）との中に押しこめられているとも言うことができる。事実，次のような含意の列を考えるとき，

$$p \supset q,\ q \supset r,\ r \supset s,\ etc.$$

この列に対応する類の列は，

$$\mathrm{P} < \mathrm{Q},\ \mathrm{Q} < \mathrm{R},\ \mathrm{R} < \mathrm{S},\ etc.$$

となり，このような類の階層によって群束の論理が展開されたわけであるから，L. P. にあっては，このはめ込みの順序が第4の原則として特に強調されているわけである。

さて，次に挙げられる原則も公理系の中にはあらわには見えていない。それは，《部分 相互の（または，全体と部分との **交りの原則**》である。これは公理(ロ)と(ニ)に伏在していると考えることができる。

たとえば，操作「$p \vee q$」は次のような標準形に変形することができる。

$$(p \cdot q) \vee (p \cdot \overline{q}) \vee (\overline{p} \cdot q)$$

対応する類は，

$$\mathrm{P} \cdot \mathrm{Q} + \mathrm{P} \cdot \overline{\mathrm{Q}} + \overline{\mathrm{P}} \cdot \mathrm{Q}$$

となり，このとき，PとQとの《交り》は無論「P・Q」となり，命題計算での「$p \cdot q$」も一種の交りと見做せば，ピアジェの言うように，「$p \vee q$」の中にも交りがひそんでいると言うことになってくる。

5. はめ込みの移行性

第6の原則は次の公理(ニ)に見える。

$$(p \supset q) \supset [(p \vee r) \supset (q \vee r)]$$

これは《「$p \supset q$」を媒介として「$p \vee r$」が「$q \vee r$」を導く。》と読まれている。例によって，

(ニ)に対応する類を考えよう。「$p\supset q$」に対応して「P＜Q」がまず立てられる。「r」の対応類を「R」とし，これら3つの類の間の関連をヴェン・オイラー図的に示すと，図1のようになる。この図からも，(ニ)が次の標準形となることは見やすい。

$$(p\cdot q\cdot r)\vee(p\cdot q\cdot \bar{r})\vee(\bar{p}\cdot \bar{q}\cdot r)\vee(\bar{p}\cdot q\cdot r)\vee(\bar{p}\cdot q\cdot \bar{r})$$

図1において，「P＜Q」は固定されているが，R を変動させれば色々の事例が生ずる。それらのうちで代表的なものとしてピアジェは次の3つを挙げている。

① $\bar{P}QR$が空で，かつ，$\bar{P}\bar{Q}R$が存在する場合。（図2）

② RがQに含まれ，かつ，$\bar{P}QR$が存在する場合。（図3）

③ ②において，更に$\bar{P}QR$が空となった場合。（図4）

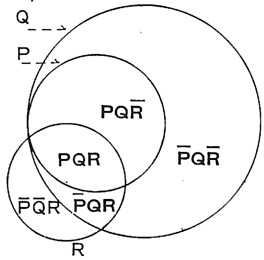

図 1

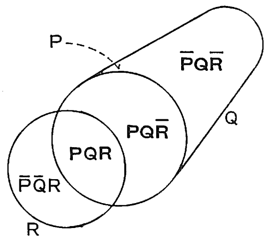

図 2

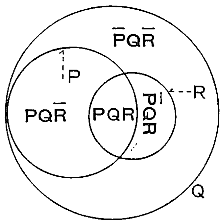

図 3

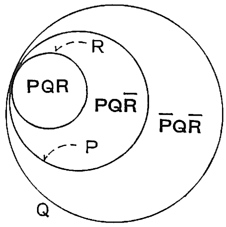

図 4

要するに，上の①，②，③はRが次第に小さくなっていく図例であるが，このような各例を含むからこそ公理(ニ)は，《最も一般的な形で部分の全体へのくみ込みの移行性をよく示しているもの》と評価されている。

6. 相補性，または，単純回帰性

さて，以上に見たように，公理系(イ)～(ニ)は，部分と全体との関連・結合の交換性・はめ込みの移行性などをあらわに示してはいるが，しかし，ある基本的な原理の展開が無視されているとピアジェは公理系を評価する。その無視されているものは，《回帰性：*Révérsibilité*》(7)に関する操作であり，これが第7の原則である。

で，まず否定の意義から考えていこう。ピアジェにあっては，否定とはそれ自身で存在する操作ではなくて必ず相補的に現われるものとされる。類においてまずそうである。たとえば，ある類（脊椎動物）が想定されていれば，その相補類（無脊椎動物）が介入せざるを得ない。この間の事情は命題論理の場合にも同様であって，たとえば含意「$p\supset q$」を立てると言うことは，「$p\cdot\bar{q}$」を除外する（否定する）ことに外ならない。事実，「$\overline{p\cdot\bar{q}}$」は「$\bar{p}\vee q$」，すなわち，「$p\supset q$」であるからだ。

上例のように，命題（複合）の否定はすべて相補性がかかわり，それに基づいた操作なのである。「$\bar{p}\cdot\bar{q}$」は「$p\vee q$」の否定であり，この逆も無論成立する。が，この否定関係は相補関係の1種なのだ。なぜなら，先に挙げたトートロジ「$p*q$」(cf. *p.* 18) に立ち戻って考

えてみると，次のようになる。

$$\underbrace{(p\cdot q)\vee(p\cdot\overline{q})\vee(\overline{p}\cdot q)}_{\Sigma}\vee\underbrace{(\overline{p}\cdot\overline{q})}_{\text{相補者}}$$

最初の3項の選言形を「Σ」とすると，その《相補：*Complémentalité*》が「$\overline{p}\cdot\overline{q}$」となっているのは見やすい。

だいたい，ピアジェにおいて相補（性）が重視されるのは，それが《回帰性：*Réversibilité*》(7)の1種だからであり，L. P. での回帰性は彼の知能の構造における重要な概念である（心理学説上での）回帰性と対応づけられているからである。次の節でも見るように，相反性と並んでこの相補性（否定）は回帰性の2つの基本的なものであり，単純回帰性とも呼ばれているものである。

ところで，この相補としての否定によって無矛盾律が保証される。命題論理的に無矛盾律は「$p\cdot\overline{p}=o$」と表わされる。（「o」は矛盾を示す。）L. P. ではこの発想が更に拡張される。上はある原操作（たとえば，p）とその相補的否定（$\overline{p}$）とが連言的に結合されて，《同一操作：*Opération identique*》である矛盾「o」を生ずると解釈できる。この考え方から行くと，たとえば，原操作「$p\vee q$」とその相補「$\overline{p}\cdot\overline{q}$」との連言は次のようになる。

$$(p\vee q)\cdot(\overline{p}\cdot q)=(o)$$

ピアジェの考想している単純回帰性（相補性）の論理とは以上のような含みを持つものであり，それであるからこそ公理系(イ)〜(ニ)ではこのような含みが現われていないと言う慨嘆が発せられ，回帰性の解明こそ L. P. の独自独得なる使命であるとの発言にはなるのであろう。

なお，ここで付言しておくと，ある操作（op）とその逆（op^{-1}）との結合（※）から，

$$(op)\text{※}(op^{-1})=(o)$$

なる定式化が作れるが，ピアジェの言う《前公理的》な操作の基礎は上式に象徴化されていると判断される。が，この問題の考察は他日にゆずる。

7. 相　反　性

《相反性：*Réciprocité*》とは，上述のように回帰性の一種である相補を単純回帰性とするならば，より複雑な回帰性と言えよう。

まず，形式的に定義するならば，操作（論理演算子）を含んだ命題（成分）の結合において，その成分の符号を変更して生ずる命題結合のことである。たとえば，「$p\vee q$」の相反は「$\overline{p}\vee\overline{q}$」である。また，「$\overline{p}\vee\overline{q}$」は「$\overline{p\cdot q}$」と等価であるから，「$p\vee q$」の相反は，「$p\mid q$」とも言いうる。

したがって，上の定義をより正確にすれば，1つの命題結合において，操作演算子を不変に留めておき，成分の命題の符号を（上のような意味で）変化して出来る命題結合，及び，それ

と等価な命題結合を互に相反であると呼ぶ，となろう。

ゆえに，含意「$p \supset q$」の1つの相反命題は「$q \supset p$」である。なぜなら，「$q \supset p$」は「$\overline{p} \supset \overline{q}$」と等価であるから。

さて，相反する2命題の連言的な結合は，ある等価命題を生ずる。ここではその証明を省いて，事例だけを挙げておく。たとえば，

$$(p \supset q) \cdot (p \supset q) \supset (p \equiv q)$$

要するに，雑に語れば，1つの操作と別の操作とを連言的に結合して，等価命題が導かれるならば，両者は互に相反である。このような見方で行くと，公理(ハ)には相反性がひそんでいることになる。すなわち，(ハ)によって，「$(p \vee q) \supset (q \vee p)$」。成分命題の互換から，「$(q \vee p) \supset (p \vee q)$」。両者から，「$p \vee q \equiv q \vee p$」が得られる。つまり，公理(ハ)の中には，上のような意味合いにおいて相反性がひそんでいると考えることができる。

ところで，この公理(ハ)をフレーゲ流に書けば「$(\overline{p} \supset q) \supset (\overline{q} \supset p)$」となり，これについて上と同様な推論で，「$(\overline{p} \supset q) \equiv (\overline{q} \supset p)$」を得る。これを類のモデルに訴えてみると，

$$(\overline{\mathrm{P}} < \mathrm{Q}) = (\overline{\mathrm{Q}} < \mathrm{P})$$

となるが，2類 P, Q に関する上の操作は **L. P.** でのいわゆる《代理性：*Vicarience*》の群束を作るものである。したがって，この群束と相反性と公理(ハ)はピアジェの心眼には同一の展望のもとに眺められているのである。

以上のように8つの原理が挙げられているわけで，要約すれば，全体の中への部分による加法的(選言的)・乗法的(連言的)なはめ込み，はめ込みでの移行性，部分結合の交換性，相補性と相反性に基づく回帰性であった。

これらに加えて最後に今1つ第9の原則として《代入》が挙げられている。実際，ピアジェを待つまでもなく，この操作は論理学及び数学の領域では不可欠なものである。彼にしてもその重要性を強調しているのであるが，しかし，いささか不思議なことには，代入操作そのものを考察対象とした議論は，少なくとも **L. P.** においては行なわれていない。問題とされている事柄は公理系に関連して次のようなたぐいのものだけである。

「$p \supset q$」は「$\overline{p} \vee q$」で無論置き換えることができる。命題複合で前者の個所に後者を代入することができる。この操作が可能であるのは両者が等価であるからだ。だが，それにもかかわらず，等価ではあるが，両者は《同一：*identique*》ではないのである。つまり，ここでピアジェの言いたいことは，「$p \supset q$」と「$\overline{p} \vee q$」とを例によって対応する類のレベルにまでひき戻してみるならば，前者は（p の q への）はめ込み形式に対応するものであるのに対して，後者は「$\mathrm{P}\overline{\mathrm{Q}} + \overline{\mathrm{P}}\mathrm{Q} + \overline{\mathrm{P}}\overline{\mathrm{Q}}$」という交りの存在に対応するものだと言うことになろう。

L. P. 的には当然の発想であろう。だが，上に述べたように，これは代入操作そのものの追求にはなっていないのであろうが，われわれは今暫く彼の公理論，もしくは，前公理論の跡を

追ってみよう。

8. ニコドの唯一の公理

先の9原則での議論は同一の論法をもって，例のニコードの唯一の公理に利用される。L. P. における考察の要点を紹介しておこう。

まず，上の公理の原形は次の通り。

(ホ)　　$\mathrm{P} \mid (\pi \mid \mathrm{Q})$

ただし，$\mathrm{P}=p \mid (q \mid r)$；$\pi=t \mid (t \mid t)$；$\mathrm{Q}=(s \mid q) \mid (\overline{p \mid s})$。また，$p, q, r, s, t$ は要素命題であり，もち論タテ棒はシェフア（Sheffer, H. M.）の不両立記号である。

さて，(ホ)の形ではいささか見づらいから，その変形も色々と試みられている。たとえば，
$[p \supset (q \cdot r)] \supset \{(t \supset t) \cdot [(p \cdot s) \supset (q \cdot s)]\}$
のようにである。L. P. 流に読むと，《「$p \supset (q \cdot r)$」を媒介（前提）とすることによって，{……} の中が成立する云々。》となろう。そして，ここでもまた，上に対応する類が持ち出されて考察が進められる。

① p, q, s の間の関係。つまり，対応する類 P, Q, S の関係。② R の位置。③ T の位置。終りに第4の考察として，①～③の考察から得られた各類相互の構造と，群束のそれとが比較される。そして，結論的には公理(ホ)は2種の全体構造を持つ可能性が示され，その各々が実は群束としての特徴を具えていると主張されると共に，先の9つの原理の反映がこの公理(ホ)の中にも反映しているとされるに至る。[8]

ここではその結論に至るピアジェの議論は省略するけれども，卒直に言うならば，ニコドの唯一の公理に群束の構造の反映を見出す彼の手腕はさすがである。だが，結論に至るまでの議論が充分に説得的な形では展開されておらず，その上，公理の構造から群束を導くことに重点が置かれた為か，この公理の中に果して上の9原則が反映しているか否かの考察も殆んど無い。もっとも，彼はニコドの公理の分析に続いて，その構造と群や束との構造を比較してから，その後で《命題論理の群束》についての考察を行なっている。したがって，それを勘合しなければ，上の議論展開の不備を正しく批判することはできない。

われわれは別の機会に上記の群束についての考察を進めることにして，今回はピアジェ流の公理論，もしくは，前公理論をコメントづきで紹介するのに留めておこう。

＊　＊　＊　＊　＊

なお，L. P. の分脈や構想から離れての私見を加えておく。

まず，公理系が考察されながらも，それに当然附随する推理規則の考察が殆んど行なわれて

いないのはなぜか。ピアジェの言う操作とは，今の場合諸命題の回帰的な変形を指すわけだが，その変形を保証するものが *rule of inference* である。したがって，もし L. P. が操作の論理学を志向し，希求するとするならば，このような規則軽視はやはり彼の体系構成上の弱点の一つと言わねばなるまい。

たとえば《代入》という操作にしても，通常これは公理系における規則の中に何らかの形で言及されている操作である。だからこそ公理の中に出てこない。あるいは，出て来ようがないのだ。

次に，この代入操作の心理学的な対応概念をピアジェの体系に求めるとするならば，やはり《シェーム：*shème*》と言うことになるのではなかろうか。シェームは特定の認識活動における内面的な一般形式であり，(心的活動という意味での) 操作も高次のシェームであった筈である。すなわち，代入の論理的な意味を知能の心理学と関連させて考えるならば，まず《シェームの論理学》こそ L. P. の基礎にひそむ問題と言わねばなるまい。

ゲンツェン (Gentzen, G) に端を発する自然推理方式による公理系の処理は，上記のシェームとは無論異なる分野のものであるが，しかし，このシェマ方式は単なる表面的な言葉の類似性以上のもの，以外のものを思考心理学において持つと，われわれは判断している。[9]

文献及び注

(1) 正しくは，「$q \supset (p \vee q)$」だが，下記の(4)では(ロ)のようになっているので，そのままにして置く。

(2) 末木剛博：記号論理学，東大出版，p. 149, 1962.

(3) 同上書，p. 275.

(4) L. P. とはピアジエの構想する論理学体系と言った程度の意味である。この小論では次の論理学論考に従った。(特に，§34と§35)

Piaget, J. : *Traitè de Logique*, Librairie Armand Colin, 1949.

(5) L. P. での≪*classe*≫は，まさに日本語での≪種類≫の≪類≫に相当する。したがって，それを≪クラス≫とは呼ばず，われわれは≪類≫と呼ぶことにする。

(6) ≪自然論理≫などについてのピアジエの見解は相当読みが深い様子である。手っとり早くは次書を見よ。

Piaget, J : *Le Structuralisme*, P. U. F., §7 (p. 25), 1970.

(7) 邦書では通常≪可逆性≫と訳されている。が，本文でも触れたように，単なる≪inverse≫ではなく，重厚な意味を持つ用語であるから，≪回帰性≫とした。

(8) 上記の論考で§35 がこの問題の解説に当てられている。

(9) この問題への解決は別の場で行なうことにする。