

柱状節理面数分布の統計的解析

宮 嶋 聖 隆*

Statistical analysis of columnar
joints in volcanic rocks

Masataka MIYAJIMA

I. はじめに

従来から、火山岩（主として玄武岩溶岩）柱状節理研究の一環として、節理面数の調査が行われている。この研究は、BEARD, C. D. (1959) にとりあげられている BEARD, C. N., CAMBELL, C. D., ならびに JAMES, ALBERT, V. G. による野外調査結果と、SMALLEY, I. J. (1966) の思考実験結果に対して、統計学的な検討を加えることを主な内容としている。

本稿では、これらの解析結果をやや詳細に示し、さらに理想的柱状節理がもつ諸特性全般について考察を進め、今後の柱状節理研究の方向について述べる。なおデータ解析に用いた統計学的方法の概略を付章として加えておく。

II. 柱状節理研究の現況

1. 現在までの柱状節理研究のあらまし

溶岩流の柱状節理の形態および形成機構に関しては、すでにいくつかの研究報告がなされている。そのうちで重要と思われるものを挙げてみれば次のごとくである。

まず第一のものは BILLINGS, M. P. (1954) および HOLMES, A. (1965) の成書にみられるものである。いずれも構造地質学のテキストブックであるが、この問題に関する言及がなされている。これらにおいては、「理想条件下では、断面が正六角形の割れ目網が形成される。一方、現実の溶岩流はこの条件にないため、不規則な節理網が生ずる。」と述べられている。

次に BEARD, C. N. (1959) がある。これは BEARD らによる実際の野外調査にもとづくものであり、主として節理柱の節理面数について調査を行った結果を報告

している。そこで彼は、「実際の火山岩体においては、節理柱の多くは五角形であり、六角形が最も高い比率を占めるのは、例外的に理想条件に近いところで形成された場合に限られる。」としている。論文中では明言されていないが、最も出現率の高い節理面数によって、その柱状節理が形成された条件を推定できる、という態度を彼はとっている。

第三に、理論的取り扱いを試みたものとして、SMALLEY, I. J. (1966) がある。彼は思考実験によって多辺形網を作成するというシミュレーションを行い、辺数分布の検討を行なった。そして修正を施した辺数平均値の一つが、BEARD による野外調査結果のうちの一つの値とほぼ完全に一致したことから、「全体として、このモデルは実際の柱状節理の構造を説明しうる。」と結論している。この場合、彼は従来の方法にならない面数によって論じているが、BEARD とは異り最頻値ではなく平均値を用いている。

2. 柱状節理研究の現状

いままでの研究者達にとって、特別な関心の的は柱状節理あるいは節理形成条件の「理想度」であるらしい。しかし、それらの研究においては、「理想的柱状節理」についての考察がほとんどなされておらず、その概念内容は明確でない。ただ、割れ目網の形態に関して、それが正六角形網を示すということが理論的帰結として受け入れられていることは共通である。もっとも、実際にはこの命題が「個々の節理柱の横断面は六角形を示す。」という意味内容に解釈されていると言える。

従って野外調査にあたっては、個々の節理柱の角（稜）あるいは辺（面）の数を求めるのが、現在までの研究の一般的パターンである。そして、各多角形の出現率や面数平均値を理想度の指標とみなし、六角形の出現率あるいは面数平均値がどの程度 6.0（ときには 6.00）に近いかによって問題を論じている。

* 吉川建設株式会社飯田舗装工事事務所（長野県飯田市鼎切石）
（昭和45年3月、島根大学文理学部理学科、地学専攻卒業）

しかし、野外における節理面数調査法ならびにそのデータの解析法を含めて、火山岩の柱状節理の研究法は定式化されていないというのが実状である。

III BEARD らによる調査結果の統計的解析

1. BEARD の研究概要

柱状節理は玄武岩溶岩に典型的な発達をみせるが、そこでは断面が六角形のものが優勢であると一般的に言われている。しかし、BEARD は実際の節理形成が理想条件から隔たったところで行なわれる以上、節理柱の多くのものは六角形を示さないと予想し、その仮説のもとに野外調査を行なった。

彼はアメリカ合衆国とヨーロッパにおいて、節理柱の面数と直径の測定を行ない、前者に関しては頻度を、後者については平均値を求めている。また CAMPBELL, D. C., JAMES, ALBERT, V. G. らによる調査結果をも含めて考察を加え、「多くの露頭においては五角形のものが優勢である。」という結論を得た。そして、「特別に有利な条件下で形成された二・三の例でのみ六角形のものが多い。」と論じている。

論文中に掲げられている節理面数の野外調査結果とその代表的統計値は、第1表に示す通りである。

2. 節理面数分布は擬似正規分布である

BEARD の数学的形式を正規型であると仮定したうえで、この分布に対する理論正規分布の適合度の検定 (χ^2 検定) を $\alpha=0.05$ で行なった結果を第2表と第3表に示す。

χ^2 検定では、自由度 ϕ が0となって検定ができない No.1 をのぞく No.2 ~ No.8 の面数分布のうち4例 (Nos. 2, 3, 5, 6) が、 $\alpha=0.05$ において正規分布からの隔りが有意でないという結果が得られた。このことは、この有意水準ではこれらの分布が、平均 \bar{x} と不偏分散 V によって一義的に決定される正規分布であるとみなしてよいことを意味する。しかし、面数分布は離散型であって、連続型の正規分布とは異なるため、「擬似正規分布」と仮称しておく。

3. 節理面数分布への理論分布のあてはめ

BEARD らによる節理面数分布が擬似正規分布であることが明らかになったので、ここで標本分布に対する理論分布のあてはめ法を示すことにする。

平均 \bar{x} 、不偏分散 V なる面数分布をもつ柱状節理において、面数が X なる節理柱の出現率は、規準率の正規分布 $\phi(z_i)$ を用いて、次のようにして求められる。

第1表 BEARD (1959) における調査結果

| No. | 節理面数分布 | | | | | 代表的統計値 | | | |
|-----|--------|----|-----|-----|-----|--------|-----------|--------|--------|
| | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | N | \bar{x} | Vx | |
| 1 | | 14 | 28 | 8 | | 50 | 4.8800 | 0.4343 | |
| 2 | 1 | 29 | 92 | 67 | 9 | 200 | 5.3000 | 0.6834 | |
| 3 | | 5 | 30 | 28 | 4 | 67 | 5.4627 | 0.5251 | |
| 4 | | 18 | 140 | 204 | 37 | 400 | 5.6575 | 0.5165 | |
| 5 | | 30 | 100 | 65 | 5 | 200 | 5.2250 | 0.5270 | |
| 6 | | 17 | 42 | 35 | 6 | 100 | 5.3000 | 0.6768 | |
| 7 | 2 | 38 | 150 | 178 | 32 | 400 | 5.5000 | 0.6316 | |
| 8 | | 15 | 110 | 200 | 110 | 65 | 500 | 6.2000 | 1.0421 |

1. Pleistocene basalt flow, Idaho
2. Pleistocene basalt flow, California
3. Miocene basalt flow, Idaho
4. Giant's Causeway basalt, north Ireland
5. Mount Rodeix basalt, Auvergne region, France
6. Devil's Tower phonolite, eastern Wyoming
7. Devil's Postpile basalt, eastern California
8. Sydenham basalt, Australia

第2表 BEARD (1959) における調査結果の χ^2 検定一覧表

| No. | S.V. | \bar{x} | z | $Pr(Z \leq z)$ | $Pr(X \leq \bar{x} + 0.5)$ | f_1^* | f_1 | χ^2 |
|-----|------------------|-----------|-------|------------------|----------------------------|---------|-------|----------|
| 2 | N=200 | 4- | -0.97 | 0.834 | 0.166 | 33.4 | 30 | 1.735 |
| | $\bar{x}=5.3000$ | 5 | 0.24 | 0.595 | 0.595 | 85.8 | 92 | |
| | $Vx=0.6834$ | 6 | 1.45 | 0.926 | 0.926 | 66.2 | 67 | |
| | $a=1.0$ | 7+ | --- | --- | 1.000 | 14.7 | 11 | |
| 3 | N=67 | 4- | -1.33 | 0.908 | 0.092 | 6.1 | 5 | 0.532 |
| | $\bar{x}=5.4627$ | 5 | 0.05 | 0.520 | 0.520 | 28.7 | 30 | |
| | $Vx=0.5251$ | 6 | 1.43 | 0.924 | 0.924 | 27.0 | 28 | |
| | $a=1.0$ | 7+ | --- | --- | 1.000 | 5.1 | 4 | |
| 4 | N=400 | 4- | -1.61 | 0.946 | 0.054 | 21.4 | 18 | 4.446 |
| | $\bar{x}=5.6575$ | 5 | -0.22 | 0.587 | 0.413 | 143.9 | 140 | |
| | $Vx=0.5165$ | 6 | 1.17 | 0.879 | 0.879 | 186.5 | 204 | |
| | $a=1.0$ | 7+ | --- | --- | 1.000 | 48.2 | 38 | |
| 5 | N=200 | 4- | -1.00 | 0.841 | 0.159 | 31.7 | 30 | 1.302 |
| | $\bar{x}=5.2250$ | 5 | 0.38 | 0.648 | 0.648 | 97.7 | 100 | |
| | $Vx=0.5270$ | 6 | 1.76 | 0.961 | 0.961 | 62.6 | 65 | |
| | $a=1.0$ | 7+ | --- | --- | 1.000 | 7.9 | 5 | |
| 6 | N=100 | 4- | -0.97 | 0.834 | 0.166 | 16.5 | 17 | 0.372 |
| | $\bar{x}=5.3000$ | 5 | 0.24 | 0.595 | 0.595 | 43.1 | 42 | |
| | $Vx=0.6768$ | 6 | 1.46 | 0.928 | 0.928 | 33.2 | 35 | |
| | $a=1.0$ | 7+ | --- | --- | 1.000 | 7.3 | 6 | |
| 7 | N=400 | 4- | -1.26 | 0.896 | 0.104 | 41.6 | 40 | 5.164 |
| | $\bar{x}=5.5000$ | 5 | 0.00 | 0.500 | 0.500 | 158.3 | 150 | |
| | $Vx=0.6316$ | 6 | 1.26 | 0.896 | 0.896 | 158.3 | 178 | |
| | $a=1.0$ | 7+ | --- | --- | 1.000 | 41.6 | 32 | |
| 8 | N=500 | 4- | -1.67 | 0.953 | 0.047 | 23.9 | 15 | 16.798 |
| | $\bar{x}=6.2000$ | 5 | -0.69 | 0.755 | 0.245 | 99.3 | 110 | |
| | $Vx=1.0421$ | 6 | 0.29 | 0.614 | 0.614 | 184.6 | 200 | |
| | $a=1.0$ | 7 | 1.27 | 0.898 | 0.898 | 141.5 | 110 | |
| | | 8+ | --- | --- | 1.000 | 50.7 | 65 | |

第3表 BEARD (1959) における調査結果の χ^2 検定結果一覧表

| No. | N | K | ϕ | χ^2 | $\chi^2(\phi, 0.05)$ | H ₀ 棄却の可否 | α MAX. |
|-----|-----|---|--------|----------|----------------------|----------------------|---------------|
| 2 | 200 | 4 | 1 | 1.735 | 3.84 | 否 | 0.185 |
| 3 | 67 | 4 | 1 | 0.532 | 3.84 | 否 | 0.465 |
| 4 | 400 | 4 | 1 | 4.446 | 3.84 | 可 | 0.025 |
| 5 | 200 | 4 | 1 | 1.302 | 3.84 | 否 | 0.250 |
| 6 | 100 | 4 | 1 | 0.372 | 3.84 | 否 | 0.540 |
| 7 | 400 | 4 | 1 | 5.164 | 3.84 | 可 | 0.020 |
| 8 | 500 | 5 | 2 | 16.798 | 5.99 | 可 | 0.005 |

N ; データ数
 K ; 検定のさいの階級数
 ϕ ; 自由度
 χ^2 ; 理論分布からの隔たりを示す指数
 $\chi^2(\phi, 0.05)$; 第一種の過誤の危険率を5%とした時に、
 H₀の棄却に必要な χ^2 の最小値
 H₀ ; 帰無仮説「正規母集団からの無作為標本である」
 α MAX. ; ϕ と χ^2 が与えられたとき、H₀を採択するか棄却するかの分岐点となる第一種の過誤の危険率 (この値が大きいほど、標本分布が理論分布に近いことを示す.)

$$Pr(x=X) = \Phi(z_2) - \Phi(z_1)$$

ただし、 $\Phi(z) = Pr(Z \leq z)$

$$= \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz$$

$$z_1 = \frac{(X-0.5) - \mu}{\sigma}, \quad z_2 = \frac{(X+0.5) - \mu}{\sigma}$$

実際のあてはめは、この μ , σ^2 のかわりにその最良の推定値である \bar{x} , V を用いる。

例として第1表のNo.1 (Craters of Moon region, Idaho) をあげる。

$N = 50$, $\bar{x} = 4.8800$, $V = 0.4343$, $\sqrt{V} = 0.6590$
 における五角形のもの出現率は

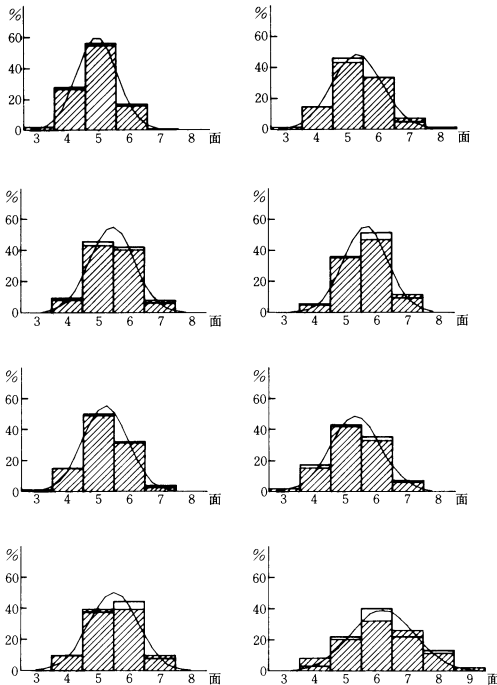
$$z_1 = \frac{(5.0 - 0.5) - 0.4880}{0.6590} = -0.58$$

$$z_2 = \frac{(5.0 + 0.5) - 0.4880}{0.6590} = 0.94$$

$$\Phi(z_1) = \Phi(-0.58) = 1 - \Phi(0.58) = 1 - 0.719 = 0.281$$

$$\Phi(z_2) = \Phi(0.94) = 0.826$$

従って $Pr(X = 5) = 0.826 - 0.281 = 0.545 (54.5\%)$



第1図 BEARD (1959) の標本分布に対する理論分布のあてはめ

太実線：標本分布 細実線：理論正規分布
 斜線部：理論分布

以上により、平均 $\bar{x} = 4.8800$, 不偏分散 $V = 0.4343$ の分布をする柱状節理には、五角形の節理柱が 54.5% 含まれるものと計算される。実際にこの例における五角形の節理柱の出現率は、56.0% と観測されている。

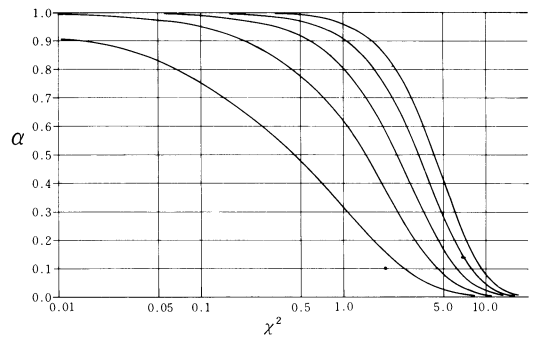
No.1 ~ No.8 に対するあてはめの結果を第1図に示す。

4. 面数分布の正規性は測定個数に左右される

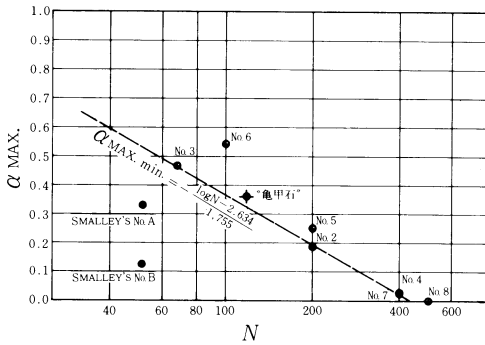
前掲の χ^2 検定結果一覧表(第3表)において、 N と χ^2 との間に比例関係がみられ、測定個数と面数分布の正規性とは逆相関々係にあるものと予想された。つまり、測定個数が小さい場合には正規性が高く、その逆のときにはそれが低くなっているように見うけられるわけである。

そこでまず、分布の正規性を示す数値として α_{MAX} を求めた(第3表)。この α_{MAX} は、帰無仮説 H_0 「標本は正規母集団からの無作為標本である。」を棄却する場合に、おささなければならない第一種の過誤の危険率 α であって、標本の大きさおよび自由度 ϕ に無関係な値である。これは、同時に、面数分布の正規性の度合を示す値でもあり、ここでは分布の正規性を論ずることが目的であるので、「正規度指数」と仮称しておく。実際には、この値は χ^2 表によって直接に知ることはできないので、 χ^2 表の数値を片対数方眼にプロットして滑らかな曲線で結び、その曲線から読みとった(第2図)。

次に測定個数 N と正規度指数 α_{MAX} との関係を見れば、両者間には顕著な逆相関が認められる(第3図)。つまり、野外調査のさいの測定個数が小さい場合には、面数分布は理論分布に近いが、それが大きくなるにしたがって理論分布からの隔りも大きくなっているわけである。しかも、正規度指数 α_{MAX} には、測定個数に対応する下側限界値が存在し、



第2図 χ^2 グラフ



第3図 測定個数 N - 正規度指数 α_{MAX} . 相関図

その限界線以下には標本は分布しない。この限界線は次の式であらわされる。

$$\alpha_{MAX. \min.} = \frac{\log N - 2.634}{1.755}$$

この関係を与える標本分布は、BEARDら4人の研究者が行なった、おのおの独立な調査によって得られたものである。従って、この正規度指数 α_{MAX} . の下側限界は、BEARDの調査から得た節理面数分布だけでなく、火山岩の柱状節理の面数分布全般を規定しているものであると予想される。そして、もし α_{MAX} . がそのようなものであれば、測定個数 N が約350以下では必然的に面数分布は“擬似正規分布”を示すことになる。そしてその場合、第一種の過誤の危険率 α を一律に0.05とおくような適合度の検定は無意味となる。

5. 特性値としての平均 \bar{x} の重要度について

χ^2 検定によって、節理面数分布を正規型とみなすことの合理性が確かめられた。この正規分布は互いに独立な二つの母数である母平均 (μ) および母分散 (σ^2) によって決定され、実際の標本分布に対する理論分布のあてはめは、この μ, σ^2 の替りにそれぞれ平均 (\bar{x}), 不偏分散 (V) を用いて行なわれる。ところが柱状節理に関する従来の研究は、平均 \bar{x} あるいはその代替値のみによって問題を論じている。もし、柱状節理の面数分布において両者間に厳密な相関関係が存在しないならば、特性値として平均あるいは最頻値のみを取りあげて問題を論ずることは正しくない。従って、 \bar{x} と V との関係調べてみる。

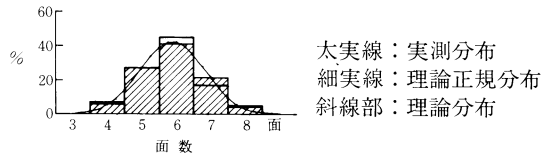
相関図による検討では、両者間に厳密な相関関係は認められない。従って、 \bar{x} と V とは互に独立であるとみなさなければならず、面数分布の数学的形式が正規型である以上、記述および解析においては、両者を同格の特性値として扱う必要があると結論される。

第4表 根羽村“亀甲石”の実測分布および理論分布

| No. | 面数分布 | | | | | 代表的統計値 | | |
|------|------|------|------|------|-----|--------|-----------|--------|
| | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | N | \bar{x} | Vx |
| 実測分布 | 7 | 32 | 53 | 20 | 6 | 118 | 5.8814 | 0.8748 |
| 理論分布 | 8.2 | 32.1 | 47.7 | 25.1 | 4.9 | 118 | | |

第5表 根羽村“亀甲石”の χ^2 検定結果一覧表

| No. | N | k | σ | χ^2 | $\chi^2 (\sigma, 0.05)$ | Ho棄却の可否 | α_{MAX} |
|-----|-----|---|----------|----------|-------------------------|---------|----------------|
| | 118 | 5 | 2 | 2.048 | 5.99 | 否 | 0.360 |



第4図 根羽村“亀甲石”に対する理論分布のあてはめ

IV. 根羽村“亀甲石”の柱状節理について

長野県下伊那郡阿南町を中心とする地域には、富草層群と呼ばれる中新世の地層が分布するが、その中の池ノ平火砕岩類には玄武岩がふくまれている。池ノ平の玄武岩には柱状節理がよく発達し、みごとな亀甲模様を呈している。特に節理面に沿う風化が内部に向けて進行しているものは、節理網を調べるには好都合である。そこで、BEARDらによる野外調査結果を統計的に解析して得られた結論が、一般化に耐え得るかどうかを予備的に検討するために、この池ノ平の“亀甲石”の節理面数分布を調べてみた。この玄武岩は転石であって、天然記念物に指定されているものである。従ってほかのものと誤認することはないので、いつでも追調査が可能である。なお、現地ですべて調査する余裕がなかったので、調査は現地で立体写真を撮影して、室内で実体視しながら節理面数を数えるという方法をとった。その結果を第4・5表、第4図および第3図に示す。

この調査で明らかになったことは、i)面数分布は擬似正規分布であること、ii)測定個数 $N=118$ と正規度指数 $\alpha_{MAX.}=0.360$ を $N-\alpha_{MAX}$. 相関図にプロットすると、 α_{MAX} . 限界線に近い位置におちる(第3図)。これらの事実はこれまでに得られた結論に調和的である。

V. SMALLEY による思考実験結果の統計的解析

1. SMALLEY の研究概要

SMALLEY は、玄武岩溶岩流が冷却するとき、固結しつつある表層部には張力が発生し、網目状の割れ目を生ずるが、「応力円が不規則な配置を行い、しかも割れ目が同時には生じないため、全体として理想的な六角形網は形成されない。」と考え、シミュレーションによる思考実験を行なった。

彼は、縦横を各 100 単位づつとする方形区の中に、直径 20 単位の円を無作為接置 (random packing) するように、中心の座標を乱数によって定め、その接線を辺とする多角形網を描き、各々の多角形を形作る辺の数を求めた。その結果は BEARD らによる野外調査結果と同様に五角形および六角形のものについて高い頻度をあたえている (第 6 表)。しかし七角形のものについては、モデルの方がかなり大きな値を示しており、従って平均辺数も大きくなっている。SMALLEY はこれについて、「短い辺を生じさせないように形成機構が作用するため、野外調査においてその確認がむずかしい。」ことによると考え、彼のシミュレーション・モデルから特に短い辺を削除するという修正を行った。

結局、第 6 表に示した No.1 の修正後の平均 5.67 が、BEARD の調査結果のうち No.4 の平均 5.66 とよく似ていることから、彼は「等円無作為接置モデルによって、玄武岩溶岩の柱状節理を説明することが可能であろう。」としている。

SMALLEY の実験データは、修正前のもも修正後のもも、それぞれが同一条件下で得られているはずだから、それぞれ同一の母集団から抽出された標本であるとみなして、以下ではその二つの分布に対して検討を行なう。

2. SMALLEY の実験による分布は擬正正規分布である
 $\alpha=0.05$ で適合度の検定を行なう限り、No.A (修正前) No.B (修正後) の両者とも、正規母集団からの無作

第 7 表 SMALLEY による実験結果の χ^2 検定一覧表

| No. | S.V. | x | z | Pr(2≤z) | Pr(X≤x+0.5) | f1* | f1 | χ^2 |
|---------|----------|----|-------|---------|-------------|------|----|----------|
| A (修正前) | N=51 | 5- | -0.55 | 0.707 | 0.293 | 14.9 | 14 | 0.945 |
| | x=6.0000 | 6 | 0.55 | 0.708 | 0.708 | 21.1 | 24 | |
| | V=0.8400 | 7 | 1.64 | 0.950 | 0.950 | 12.3 | 10 | |
| | a=1.0 | 8+ | — | — | 1.000 | 2.6 | 3 | |
| B (修正後) | N=51 | 4- | -1.32 | 0.922 | 0.078 | 4.0 | 5 | 2.321 |
| | x=5.6863 | 5 | -0.21 | 0.588 | 0.412 | 17.0 | 13 | |
| | V=0.6996 | 6 | 0.91 | 0.835 | 0.835 | 21.6 | 26 | |
| | a=1.0 | 7+ | — | — | 1.000 | 8.4 | 7 | |

第 8 表 SMALLEY による実験結果の χ^2 検定結果一覧表

| No. | N | K | β | χ^2 | χ^2 ($\beta, 0.05$) | Ho 棄却の可否 | α_{MAX} |
|---------|----|---|---------|----------|----------------------------|----------|----------------|
| A (修正前) | 51 | 4 | 1 | 0.945 | 3.84 | 否 | 0.330 |
| B (修正後) | 51 | 4 | 1 | 2.321 | 3.84 | 否 | 0.125 |

為標本であるという結論が得られる。つまり SMALLEY による実験結果も、BEARD らによって得られた節理面数分布と同様に、「擬正正規分布」をなしているわけである。しかし、修正によって正規性は低下しており、各々の正規度指数 α_{MAX} は修正前 0.330、修正後 0.125 となっている (第 7・8 表)。

3. SMALLEY の実験への理論分布のあてはめ

あてはめの方法は、BEARD の調査結果に対するものと同様である。その結果を第 5 図に示す。

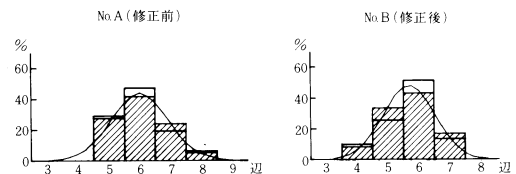
4. SMALLEY モデルは柱状節理のモデルとはなり得ない

SMALLEY の実験結果が玄武岩溶岩の柱状節理のモデルとなりうるか否かについては、まず BEARD らによる調査結果と比較することが、一つの方法として考えられる。以下ではそれを行うが、両者を比較する前に、現実の(柱状)節理網とモデルの多角形網との、性質の違いを明らかにしておかねばならない。

実際の溶岩流が冷却・固結・収縮する場合には、巨視的にみれば、上下方向あるいは水平方向に、温度分布・応力分布等に定向的な変化が存在する。また、これらの物理条件に密接な関連をもちながら、溶岩流内

第 6 表 SMALLEY による実験結果

| No. | 辺 数 分 布 | | | | | | 代 表 的 統 計 値 | | |
|-----|---------|---|----|----|----|---|-------------|-----------|--------|
| | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | N | \bar{x} | Vx |
| 1 | 修正前 | 1 | 6 | 5 | 4 | 2 | 18 | 6.0000 | 1.2941 |
| | 後 | 1 | 7 | 7 | 3 | | 18 | 5.6667 | 0.7059 |
| 2 | 修正前 | | 4 | 9 | 4 | | 17 | 6.0000 | 0.5000 |
| | 後 | 2 | 2 | 11 | 2 | | 17 | 5.7647 | 0.6912 |
| 3 | 修正前 | 1 | 2 | 10 | 2 | 1 | 16 | 6.0000 | 0.8000 |
| | 後 | 2 | 4 | 8 | 2 | | 16 | 5.6250 | 0.7833 |
| 合計 | 修正前 | 2 | 12 | 24 | 10 | 3 | 51 | 6.0000 | 0.8400 |
| | 後 | 5 | 13 | 26 | 7 | | 51 | 5.6863 | 0.6996 |



第 5 図 SMALLEY (1966) の実験分布に対する理論分布のあてはめ

部における岩質にも、多少とも変化があるものと予想しなければならない。そしてそれらの条件は節理形成に影響を与え、それに応じて一方から他方へ漸変する柱状節理が生ずるのであろう。従って、野外調査が空間的な広がりをもつ以上、厳密な意味では同一条件下（偶然によるバラツキは別として）で形成された節理だけを調査対象とすることはできないわけである。さらに調査空間を広げれば広げるほど、その影響は大きくなっていく。これが BEARD の調査結果の検討において明らかとなった、「分布の正規性は標本の大きさに左右される。」という事実の意味するものであろう。

一方、SMALLEY のモデル実験においては、実験空間内で定向変化する条件を制御変数として取り入れておらず、図の全域において同一条件であることを仮定している。このような場合、理論的にみれば、辺数分布の数学的形式を確認するのに十分な大きさのデータが得られる最小規模の実験によって、その条件下で形成される多角形網に関する検討が可能であると結論される。従って、規模を大きくし、データ数をましても、得られる辺数分布には有意な変化が生じないはずである。実際の柱状節理に対応させて言えば、この種のモデル実験で得られる多角形網は、同一条件下で形成された割れ目網に相当すると言えよう。そしてそのシミュレーションモデルの辺数分布は、そのような柱状節理の割れ目網を調査した時に見られる節理面数分布と、ある点では類似した特性を持つはずである。

以上の考察から導かれる結論は以下のごとくである。

i) SMALLEY モデルの辺数分布は擬似正規分布でなければならない。ii) データ数が等しければ、SMALLEY モデルの辺数分布の正規度（指数 α_{MAX} ）は、BEARD の調査結果のそれに等しいか、それより大きくなければならない。iii) SMALLEY が実験を行なうさいに、実験条件に変数を取り入れていない以上、BEARD が調査した柱状節理のうち、いくつかの実例についてはともかく、種々の節理面数分布を統一的に説明できるモデルが得られることはあり得ない。そして、彼のモデルがいくつかの例を説明し得るという場合には、必然的に他の例については説明できないと結論しなければならない。その際、最悪の場合には、実例各個に対応する同数のモデルを必要とするかも知れない。iv) 従って、SMALLEY の実験による辺数分布と BEARD の調査結果とのいずれもが擬似正規分布をなすにしても、等分散仮説・等平均仮説の検定（抽出母集団の異同判定）によって、両者を同一のものとみなせるかど

うかを検討することは無意味である。v) 以上により、SMALLEY の実験による辺数分布が、BEARD らの実際の調査から得た分布のモデルとなり得るか否かの検討は、後者の各分布に共通な特性を前者が持つか、あるいは後者が全体として示す傾向の中に前者が含まれるかどうかによって行うべきであろう。

上に示した i) ~ v) の条件のうち、iii) により SMALLEY が実験により得た分布は、BEARD らの調査結果のモデルとはなり得ないと判断されるが、i) および ii) の問題について検討してみる。

まず BEARD らによる実際の分布も、SMALLEY の実験による分布も、ともに擬似正規分布であって、i) の条件は満たされている。次に SMALLEY の実験の測定個数は $N=51$ であったが、その時の BEARD の調査の正規度指数の下側限界 $\alpha_{\text{MAX. min}}$ が 0.531 と得られるのに対し、修正前 0.330、修正後 0.125 と小さな値を示しており、少くとも後者については ii) の条件を満足していないと判断してよい（第 3 図参照）。

以上により、SMALLEY の実験結果のうち少くとも修正後のものは、BEARD の調査結果とは明らかに異なったものであって、そのモデルとはなり得ないと結論される。そして、この結論は SMALLEY が導きだしたものと正反対の結論である。

VI. 柱状節理の野外調査およびデータ整理法について

1. 柱状節理がもつ諸特性とその重要度

溶岩流の柱状節理を研究するにあたっては、研究者は今後とも「理想条件下で形成された柱状節理の断面は、正六角形網をなす。」という前提をもって野外調査を行なうであろう。その場合、対象とした柱状節理が理想条件にどの程度近いところで形成されたものであるかに関心を抱き、「理想度」を求めようとするかも知れない。しかし、「正六角形網」に含まれる 6.0 という数字に拘泥して、それに関する値のみを求め、6.0（あるいは 6.00）との距離だけによって課題にアプローチしようとする態度は正しくない。柱状節理は多角柱の単なる集合ではないし、調査をその断面形態に限定したとしても、特性は節理面数だけではないからである。

従って、柱状節理の断面そのものについて、より一般的な観点から捉え直す必要がある。そして、そのためには「正六角形網」について少し厳密に考察することが有意義であると考えられる。このときの諸特性は、以下のごとくである。

i) 節理面集中方向および集中度：すべての節理面は、互いに 120° の角度で交じわる三方向の節理のいずれかに属する。また、その集中度は三方向とも同一であって、それぞれ全体の $1/3$ ずつである。

$$\phi_{i+1} = \phi_i + 120^\circ$$

$$C_i = 1/3, \quad \Sigma C_i = 1.0 \quad (C: \text{concentration, の略})$$

ii) 節理面長：断面における節理面の長さはすべて同一である。

$$\bar{l} = l_{1.1} = l_{1.2} = \dots = l_{1.6} = \dots = l_{m.6} = l$$

$$\sqrt{Vl} = 0.0$$

iii) 節理面数：すべての節理柱の節理面数は6である。

$$\bar{n} = n_1 = n_2 = \dots = n_m = 6$$

$$\sqrt{Vn} = 0.0$$

実際の野外調査の対象となる柱状節理が、種々の条件下で形成されたものである以上、それらの中には、正六角形網に近いものから全く不規則と思われるものまで、多くの変種があるだろう。そして、温度・ひずみ応力・強度などの分布が理想条件から隔たるにつれて、その節理の断面形態の特性値も、上記の各値から離れてゆくものと想像できる。しかし、その隔たりがかなり大きくなっても、たとえば節理面の主要な集中方向は、互いに 120° の角度をなす三方向であるかも知れない。また、面数・面長に関しても類似の予想ができる。

以上の考察の次にすべきことは、柱状節理の研究において、どの特性が重要であるかをみることであろう。しかし、柱状節理の形成機構について理論的考察をなし得ない現在、形成機構との関連において諸特性の重要度を評価することはむずかしい。従って、各特性のもつ情報の種類によってこれを見てゆくこととする。そこで、すでに形成された柱状節理の割れ目網を記述するうえで、各特性とその統計量が、何に関してどのような情報を与えられるかについて、重要と考えられるものから順に示す。

i) 節理方向

節理配列の方向性（集中方向）

節理配列の規則性（集中度）

ii) 節理面長

節理規模（平均 \bar{l} 、不偏分散 Vl ）

節理の均等性（変異係数 $C_l = \sqrt{Vl} / \bar{l}$ ）

iii) 節理面数

不明（平均 \bar{n} 、不偏分散 Vn ）

2. 野外調査について

上で述べたように、柱状節理の野外調査においては、

i) 節理方向、ii) 節理面長、iii) 節理面数を調べることが

望ましい。この際、i)とii)はできるだけ組合わせて測定する。そして調査方法を具体的に定めておくことは、調査のレベルを等しくし、その内容を明確にするためにも、また互いに独立してなされる調査の結果を、研究者相互が利用し合うためにも必要なことであろう。

実際の野外調査においては、露頭の条件により、平面的な節理網調査が可能なときと、側面から節理を調べることしかできない場合とがある。従って、調査方法としては、この二種類の調査結果相互の対比が可能で、しかも効率のよいものが望まれる。そこで、以下にその二つのケースにおける具体的な調査法について、筆者の考えるものを挙げる。なお、調査すべき節理柱の個数については、BEARDの調査結果に対する統計的解析の結果にもとずいて、必要最小数と思われるものを求めた。

(1) 平面調査

方位を定めた直線を設け、それに沿って60個の節理柱について調査する。さらにその時、この直線の midpoint、これに直交する直線を設けて、この方向にも調査を行なうことが望ましい。

- | | | |
|-----------|--------|------------|
| i) 節理方向 | 約 300. | } あるいはこの2倍 |
| ii) 節理面長 | 約 300. | |
| iii) 節理面数 | 60 | |

(2) 側面調査

柱状節理の側面が現われた露頭に沿って、60個の節理柱について調査する。

- i) 節理方向 約 180.
ii) 節理面長 約 120.

3. データ整理法について

データ解析の方法はまだ確立されておらず、試行錯誤の段階にあり、もともと研究者個人に委ねられる部分が多い。しかし、データの整理法そのものについては、統一的な標準があることが望ましいので、考えるものを挙げておく。

i) 節理方向

- ローズダイヤグラムの作成
- 集中方向の決定
- 集中度（あるいはバラツキ）の計算

ii) 節理面長

- 頻度分布図の作成
- 平均・不偏分散の算出
- 変異係数の算出

iii) 節理面数

- 頻度分布図の作成

- b. 平均・不偏分散の算出
- c. 正規度指数の算出

Ⅶ. 今回用いた統計的方法について

面数調査結果を用いて柱状節理の研究を行う場合、「節理系の理想度」の指標となるような統計量を見つげることが望ましい。しかし、節理そのものおよび柱状節理一般における「理想度」について全般的考察が行われていない現段階では、論点を限定せず、調査によって得られたデータの簡約法を見出すことが先決であろう。以下に今回用いた統計的方法を示すが、議論が標本とそれが抽出された母集団に及ぶため、内容は「記述統計」と「統計的推測」にわたっている。

節理面数分布に限らず、得られた標本分布を表現するのに適当な母集団分布の数学的形式を見つげることがまず必要とされる。そのような数学的形式を見つげることができて、必要なパラメーターに対して可能な限りで最も良い推定値をデータから求めることができれば、データの簡約は完了したことになる。つまりその場合には、そのデータが提供し得る情報は、それ以外にほとんどあるいは全く残っていないことになり、利用できる情報をすべて抽出したことになるわけである。この過程は下記の如くである。

「データからの情報抽出の過程」

- i) 規定：標本分布にもとづいて、母集団分布の数学型式を選ぶ。
- ii) 推定：母集団における未知のパラメーター（母数）の推定に適した統計量を、標本から計算する。
- iii) 検定：選択された母集団分布の型およびパラメーターの推定値が妥当なものであるか否かを検定する。

次に、本研究で使用した方法について一応の説明を行なうが、使用した記号は、三上 操 (1963) の「統計的推測」(筑摩書房) によっている。

1. 母集団分布の数学的形式の推定

理論的度数分布は、大きくみて二種類のものからなり、その一つは連続型度数分布であり、他の一つは離散型度数分布である。標本が得られた場合、標本点が連続値をとるか離散値をとるかによってその型を定め、次にその分布図等によって数学的形式を選ぶわけである。

今回の研究では、節理面数分布の数学的形式として正規分布を選んだ。面数分布が離散型であるのに対して、正規分布は連続分布であることからすれば、これ

は明らかに不合理である。しかし節理面数は 0, 1, 2 の値をとり得ず、またおそらく 10 にもならないだろうが、このような値域をもつ理論的離散分布はない。さらに離散分布のあてはめの試みはすべて失敗に終わっている。

この問題に関連して、WILSON, E. G. (1974) だけには「母集団のメンバーの数が大きければ、離散分布に対しても正規分布のあてはめは非常に良い近似になることが明らかにされている。」と述べられている。いずれにしても、本研究の主目的が面数分布の正確かつ高精度の記述にある以上、その目的にかなうものは妥当なもののみなすことにした。

2. 母数の推定

正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ は、二つの母数である母平均 μ と母分散 σ^2 によって決定され、確率変数 x の密度関数は

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\},$$

($\sigma > 0, -\infty < x < +\infty$)

で定義される。そしてこの二つの母数の最良推定値は次の式で与えられる。

$$\begin{aligned} \mu : x(\text{平均}) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^K f_i x_i \\ &= \frac{1}{N} (f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_K x_K) \\ \sigma^2 : V(\text{不偏分散}) &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^K f_i (x_i - \bar{x})^2 \\ &= \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^K f_i x_i^2 - N \bar{x}^2 \right) \end{aligned}$$

3. 理論分布と標本分布との適合度の検定

理論分布の種類には関係なく、仮説「標本は母集団からの無作為標本である。」の検定は、 χ^2 検定と呼ばれるもので、それは次のようにして行なわれる。

まず、変数空間 S を共通点のない K 個の部分空間 S_1, S_2, \dots, S_K に分け、それぞれに対応する理論度数分布を P_1, P_2, \dots, P_K とする。すなわち $P_i = Pr(S_i)$ ($i = 1, 2, \dots, k$)、 $\sum_{i=1}^K P_i = 1$ 、 $P_i \geq 0$ とする。さらに、この K 個の部分空間に実際に観測値のはいる度数を f_1, f_2, \dots, f_K 、 $\sum_{i=1}^K f_i = f$ とする。そして (観測度数 - 理論度数)² / (理論度数) の和である。

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^K \frac{(f_i - fP_i)^2}{fP_i} = \sum_{i=1}^K \frac{f_i^2}{fP_i} - f$$

をとれば、この値によって理論値と実際値とのくい違いの程度を知ることができる。ここで仮説を危険率

α で検定するには、自由度 $\phi = K - 1$ の χ^2 分布の $\chi^2 \alpha$ ($K - 1; \alpha$) との χ^2 とを比較し、 χ^2 の方が大きいときに仮説「標本は母集団からの無作為標本である。」を捨てれば良い。ただし、正規性の検定の場合、母数 μ , σ^2 をそれぞれ x , V でおきかえるため、自由度 $\phi = K - 1 - 2 = K - 3$ を用いる。なお $fP_i \geq (3 \sim) 5$ とするのが良いといわれている。

VIII. おわりに

以上、柱状節理の統計的解析に関連して、柱状節理の野外調査法、データ整理法、本研究に用いた統計的方法にも論及したが、主題からいささか離れ過ぎてしまった感があるので、おわりに主題についての結論を要約しておく。

1. BEARD らの調査による節理面数分布は、平均値 \bar{x} と不偏分散 V によって一義的に定まる擬似正規分布である。
2. その理論分布からの隔りと測定個数との間には正の相関々係がある。
3. 池ノ平玄武岩の「亀甲石」の節理面数分布もまた擬似正規分布であり、さらに理論分布からの隔りと測定個数との関係も、上記迄に述べたものに調和的である。
4. SMALLEY の思考実験による多辺形の辺数分布も擬似正規分布である。
5. しかしそれは、BEARD らによる調査結果を説明し得ず、柱状節理のモデルになり得ない。
6. 今回は事例研究を1例しか行うことができず、この研究の結論が一般化に耐え得るか否かについての検証は不十分である。

写真にみる限り、兵庫県玄武洞の柱状節理はその節理方向も一定しており、「理想的」な例の典型であるように見える。また、「非理想的」なものは各地

にみられる。

今後、事例研究を行うと同時に、思考実験を行うことによって、火山岩の柱状節理の断面形態に関する全体像を追ってゆきたい。

地質学の分野から離れて10年になろうとしている私に本稿をまとめることができたのは、周囲の方々からの励ましに恵まれたからである。

研究を進めるにあたり、地質学教室の横山鼎教授には助言と多大な助力をいただき、また飯田市立松尾小学校の松島信章教諭には、粗稿を検討していただきました。記して感謝いたします。そして、私の妻にも、

文 献

- 万能数表編集委員会 (1967) : 集成万能数表 森北出版, 東京.
- BEARD, C. N. (1959) : Quantitative study of columnar jointing Bull. Geol. Soc. Amer., **70**, 379-382.
- BILLINGS, M. P. (1954) : *Structural Geology* 2nd ed., 115-117, (Modern Asia Editions).
- FISHER, R. A. (1971) : 研究者のための統計的方法, 森北出版, 東京.
- 林 周二 (1973) : 統計学講義 丸善, 東京.
- HOEL, P. G. (1967) : 初等統計学 培風館, 東京.
- HOLMES, A. (1965) : *Principles of Physical Geology* 2nd ed., 75-78, Thomas Nelson and Sons Ltd., London.
- 三上 操 (1963) : 統計的推測 筑摩書房, 東京.
- SMALLEY, I. J. (1966) : Contraction crack network in basalt flows. Geol. Mag., **103**, 110-114.
- WILSON, E. G. (1974) : 科学研究の計画とすゝめ方, 技報堂, 東京.