

# 算数科における分数カリキュラムの再検討 —分数学習の在り方を追究する Lamon の研究を理論的視座として—

升谷 有里\*

Yuri MASUTANI

Reexamining the Fractions Curriculum in Mathematics Education

—Using Lamon's Research on Approaches to Fractions Learning as a Theoretical Perspective—

## ABSTRACT

本稿の目的は、算数科における分数カリキュラムの改善点を指摘することであった。目的の遂行にあたり、まずは、全国学力・学習状況調査及び先行研究を概観することから、日本の子どもたちの分数に係る理解の実態を示した。そして、そのような実態も踏まえながら、長年に渡り分数に係る研究を行ってきた Lamon の研究を視座に、分数カリキュラムの改善に必要な要素について考察した。そこでは、分数カリキュラムの改善に必要な要素が5点抽出された。さらに、それらの要素が現行の分数カリキュラムにおいてどの程度扱われているかを把握するために、算数教科書6社に関する教科書分析を行った。その結果、分数カリキュラムの改善点として5点を指摘した。

【キーワード：分数カリキュラム Susan J. Lamon 教科書分析】

## 1. 研究の背景と目的

国際的な学力調査において、日本の子どもたちの数学的リテラシーは、世界的に高い水準にあることが確認される<sup>1)</sup>。また、小・中学校段階にみる算数・数学及び理科の教育到達度に係る調査結果からも、58カ国の国と地域のうち、小学4年生は5位、中学2年生は4位であったことが報告されている<sup>2)</sup>。このように、我が国の算数・数学に関する学力は世界最高水準にあるものの、「算数を好きだ」と思う小学生の割合は9年前の調査と比較すると減少しており、その情意面には課題も確認される<sup>3)</sup>。さらに、「算数・数学の授業がよく分かる」とする小・中学生の割合は70%以上であるのに対して、「算数・数学は得意だ」とする小学生の割合は60.3%、中学生に関しては46.2%であるとの報告も確認される<sup>3)</sup>。このことから、たとえ授業内容がよくわかるものであったとしても、子どもたちは算数・数学に対して苦手意識を持っていることが読み取れる。また、学校段階が上がるにつれて、その苦手意識が増す傾向にある点も読み取れる。この点について Lamon は、数学を恐れている人々の多くは、彼らが高校生であった頃、数学に関する必要最低限の授業しか受けようとしなかったと指摘している<sup>4)</sup>。この指摘からは、子どもたちの算数・数学に係る苦手意識は、学年段階が上がった頃には進路の選択にも影響を与える深刻なものになっている点を確認される。さらに氏は、数学に対して恐怖心を抱いている人々と数学との関係が悪化し始めたのは、小学校低学年で分数と出会った直後であったと言及している<sup>5)</sup>。ここから、算数・数学に苦手意識を抱えてしまう要因の1つには、小学校の算数科における分数の学習が関連しているものと考え

られる。この点については、日本の算数教育の立場から、分数の学習は算数科における難所の1つであることがこれまでも指摘されてきている<sup>6) 7)</sup>。このような分数に関しては、これまでも長年に渡る研究の蓄積が確認される<sup>8) 9)</sup>。しかし、全国規模の学力調査の結果からは、依然として分数に係る理解には課題があることが報告されている<sup>10)</sup>。この報告を踏まえると、現在までに行われてきている分数の学習指導は、分数に係る理解を促すようなものとはなっていないものと考えられる。そのため、分数の学習指導の在り方自体を見直していく必要があると考える。またそこでは、学習指導の基盤となるカリキュラムに着目し、その改善を図っていく必要があるといえよう。分数を理解することは数学に留まらず、科学や数理学分野での成功にも寄与するといった報告を踏まえても<sup>4)</sup>、算数科における分数カリキュラムのより良い在り方を追究することは極めて重要である。そこで本稿では、算数科における分数カリキュラムを見直すことから、その改善点を指摘することを目的とする。

目的の遂行に向けた研究方法は以下の通りである。第一に、全国学力・学習状況調査及び、分数学習に関する先行研究を概観し、我が国の子どもたちの分数に係る理解の実態を示す。第二に、Lamon の著書「*Teaching Fractions and Ratios for Understanding*」を理論的視座に、分数カリキュラムの改善に必要な要素の抽出を試みる。第三に、特定した必要となる要素を視点とし、現行の算数教科書6社において、その扱いがあるかどうかについての分析及び考察を行う。第四に、分析結果を踏まえ、我が国の分数カリキュラムの改善点を指摘する。

\* 島根大学大学院教育学研究科教育実践開発専攻

## II. 我が国の分数に係る理解の実態

分数のカリキュラムの改善点を見いだすにあたっては、まず現行のカリキュラムで分数を学んできた子どもたちが、分数学習のどのような点に困難性を抱えているのかを把握する必要がある。そこで本章では、全国学力・学習状況調査の結果及び、分数学習における子どもの様相を捉えた先行研究を概観することから、我が国の子どもたちの分数に係る理解の実態を示す。

### 1. 全国学力・学習状況調査の概要

全国学力・学習状況調査は、国際的な学力調査において、日本の子どもたちの学力低下が指摘されたことを契機に開始されたものである<sup>11)</sup>。同調査は、全国の児童・生徒の学力や学習状況を把握することを主目的とし、義務教育段階の最終学年（小学校第6学年及び中学校第3学年）を対象に毎年実施されている。また調査内容は、教科に関する調査と生活習慣や学習環境等に関する質問紙調査である。なお、小学生を対象とした教科に関する調査では、毎年国語及び算数に関する調査結果を、また3年に1度程度理科に関する調査結果を報告している。中学生を対象とした教科に関する調査では、毎年国語及び数学を、3年に1度程度英語に係る結果の報告が行われている。

### 2. 全国学力・学習状況調査の結果にみる分数に係る理解の実態

本節では、研究目的に鑑み「小学校算数」に係る調査結果を分析することから、子どもの分数に係る理解の実態を示す。

#### 1) 分析の手順

全国学力・学習状況調査の結果に関する分析手順は、以下の通りである。

第一に、平成19年度から令和7年度の「小学校算数」<sup>12)</sup>において出題された分数に関する問題を抽出した。第二に、抽出された問題について、それらの類似点をもとに6つのカテゴリーに分類した。この6つのカテゴリーについては、問題の類似点をもとに筆者が分類したものをもとに、指導教員をはじめ同研究室の院生との議論を通すことから、分析枠組みの客観性及び妥当性を担保するよう努めた。第三に、各分類における問題及び正答率について整理し、表にまとめた。第四に、各分類の問題内容とその正答率をもとに、子どもの分数理解の実態について分析及び考察を行った。なお、諸々の理由 [1] により平成23年度及び令和2年度については、平均正答率等が把握不可能であるため、分析の対象外とした。また、分数に係る問題の出題が確認されなかった年度（平成30年度、平成31年度、令和3年度、令和5年度、令和6年度）についても、分析の対象外とした。

#### 2) 分析結果

前項の手続きに即した分析より、これまでの全国学力・

学習状況調査において、分数に関する問題は計25回出題されていることが確認された。また、これらの問題の類似点をもとに類別すると、A【分数の四則演算に関する問題】、B【商分数に関する問題】、C【数直線に関連する問題】、D【図によって分数の大きさが示されている問題】、E【分数の相当及び大小に関する問題】、F【共通する単位分数を特定し、それをもとに加法の説明をする問題】の6つに分類された。そして各分類（A～F）における問題内容及びその正答率を整理することから、表1を得た。

表1 全国学力・学習状況調査における分数に係る問題の正答率

	問題の内容	正答率
A	(1) $1-5/8$ を計算する	93.8%
	(2) $3/7+4/7$ を計算する	98.4%
	(3) $7/6-2/6$ を計算する	97.8%
	(4) $3/7-2/5$ を計算する	85.9%
	(5) $4/5\div 8$ を計算する	82.6%
	(6) $2\ 5/7+1\ 1/7$ を計算する	88.9%
	(7) $2/9\times 4$ を計算する	89.6%
	(8) $1/3+2/5$ を計算する	90.7%
	(9) $5/9-1/4$ を計算する	81.5%
	(10) $5/6\div 7$ を計算する	84.3%
	(11) $2/9\times 3$ を計算する	87.1%
	(12) $1/2+1/3$ を計算する	81.5%
B	(1) $2\div 3$ の商を分数で表す	73.8%
	(2) $5\div 9$ の商を分数で表す	69.4%
	(3) $2\ell$ の3等分したときの1つ分の量を分数で表す。	40.6%
C	(1) $7/10$ を数直線上に表す	95.1%
	(2) $0.5$ , $7/10$ , $4/5$ のうち最大の値を数直線上に表す。	55.9%
	(3) 数直線上に示された数を分数で書く	35.4%
D	(1) 正方形の面積の $2/3$ が塗られている図を選ぶ	89.3%
	(2) 長方形の黒い部分を表す分数を選ぶ	69.0%
	(3) 40人分のご飯を分けるとき、10人分の目安を正しく表している図を全て選ぶ	56.9%
	(4) 果汁が25%含まれている飲み物の量を基にしたときの、果汁の量の割合を分数で表す	71.3%

E	(1)	7/10と等しい数を選ぶ	82.3%
	(2)	示された分数の中から、1/2より大きいものを選ぶ	72.7%
F	(1)	3/4+2/3について、共通する単位分数と3/4+2/3が、共通する単位分数の幾つ分になるかを書く。	23.3%

表1を踏まえ、各分類にみる分数に係る理解の実態について考察する。

・分類Aに関する考察

分類Aの問題の正答率は、全て80%以上であった。この点を踏まえると、分数の加減乗除に係る計算のアルゴリズムについては、概ね理解している点を読み取ることができる。

・分類Bに関する考察

分類Bでは、B (1)・B (2) とB (3) の正答率を比較することから、問われていることは同じであるにも関わらず、出題形式が変わることにより正答率が約30%低下している点を確認することができる。このことから、「 $a \div b$ 」を「 $a/b$ 」と表すことはできるものの、商分数そのものに関する意味理解については十分とは言えない状況にあることが読み取れる。

・分類Cに関する考察

分類Cにおいても、C (1) とC (2)・C (3) の正答率を比較すると、問題の種類によって正答率に差がある点を確認することができる。この差は、数直線のタイプが異なることによって生じているものと考えられる。C (1) の数直線では、「1」までの目盛りが10等分されており、分母と等分された目盛りの数が一致している。他方で、C (2) 及びC (3) の数直線では、分母と目盛りの数が一致していなかったり、0から2までが描かれた数直線上において、1目盛りの大きさを特定したりすることが求められていた。これらを踏まえると、基準となる「1」をもとに、表現したい分数の大きさに合わせて1目盛りの大きさを捉え直すことに困難性を抱える様子が窺える。また、C (3) の解答類型からは、2を全体量とする誤答が確認された。このことから、分数の大きさに対する「1」への意識が希薄である点を読み取ることができる。

・分類Dに関する考察

分類Dからは、図が提示されている問題のなかでも、正答率が異なる点の確認される。例えばD (1) では、全体が等分割されていない図と、そもそも分割数自体が異なる図が示されていた。またD (4) では、25%を表す部分に着色がなされており、図自体は等分割されていなかった。対して、D (2) 及びD (3) では、提示された図自体はいずれも等分割されていた。しかしそれらの問題では、分割方法は異なるが同じ分数の大きさを表す図や、18等分された長方形のうち6つの長方形に着色された図が提示されていた。これらの図の違い及び、提示

される図により正答率に差異が生じている点を踏まえると、子どもたちの分数に関する知識は視覚から得る情報に依って揺らいでいる様子を読み取ることができ、分数に関する知識の脆弱性が窺える。また、D (2) の結果からは同値分数の理解が不十分である点も示唆される。

・分類Eに関する考察

分類Eについては、分類A～Dと比較すると、各問題の正答率の差が最も小さい。そのため、分数の大小及び相当については、他の分数に係る問題よりは比較的理解できているものと捉えられる。

・分類Fに関する考察

分類Fの問題については、出題された24問のうち最も低い正答率となっている。なお本設問は、説明の記述が求められているものであり、選択式の問題と直接的に比較することはできないものと考えられる。しかし、説明が求められた内容は、異分母分数の加減に関するものであった。この点及び、分類Aでの正答率は80%であった点を踏まえると、分数の四則演算に関する計算能力は身につけているものの、その意味理解にまでは至っていない様子が窺える。

上記の内容を、以下に、全国学力・学習状況調査の結果にみる我が国の分数理解の実態として整理する。

**【全国学力・学習状況調査の結果にみる我が国の分数に係る理解の実態】**

- ・分数の加減乗除に係る計算能力は高く、計算のアルゴリズムについては理解している。
- ・商分数そのものに関する意味理解については十分とは言えない状況にある。
- ・基準となる「1」をもとに、表現したい分数の大きさに合わせて1目盛りの大きさを捉え直すことに困難性を抱えている。
- ・分数の大きさに対する「1」への意識が希薄である。
- ・分数に関する知識は、視覚から得る情報に依って揺らぐほど脆弱なものである。
- ・同値分数に係る理解が不十分である。
- ・分数の四則演算に関する計算能力は身につけているものの、その意味理解にまでは至っていない。

3. 先行研究にみる分数に係る理解の実態

前節では、全国学力・学習状況調査の結果を分析することから、子どもの分数に係る理解の実態を示した。ただし、分数を学んでいく過程にみる子どもの実態については考察できていない。何より、分数カリキュラムの在り方を再考するうえでは、分数と出会い、それを学習していく過程にみる子どもの様相について整理することも必要不可欠である。そこで本節では、分数学習における子どもの実態を詳細に捉えるために、分数学習時の子どもの様子が記述されている先行研究を概観する。

分数学習については、これまでも様々な研究の蓄積が確認される<sup>13) 14)</sup>。例えば、吉田・栗山の分数の大小関係における分数概念の習得過程に着目した縦断的研究からは、分数の大小関係を思考する場面において、整数

に関する知識が弊害となることが指摘されている<sup>15)</sup>。また、ある学年で分数を学習してから次に分数を学習するまでの間に、分数に係る知識が整数に関する知識へと逆戻りすることも示されている<sup>15)</sup>。この点については、前年度第3学年であった子どもたちを対象に追跡調査を行った下村らの研究からも、第3学年の分数学習終了時にできていた単位分数の見方が、約1年の分数に係る学習の空白期間を経て忘却されている点が報告されている<sup>16)</sup>。これらの知見からは、分数の知識が定着しにくいものである点が窺える。

他にも、分数と初めて出会う第2学年を対象とした布川らの調査研究では、分数の大きさに対するもとの大きさへの意識が希薄である点が報告されている<sup>17)</sup>。さらに小学校第3学年及び第4学年の量分数概念の理解に関する継続的研究からは、2mのテープや2Lの液量図を全体量とする場合に、全体量に対する分割操作を適用することによる典型的誤答がみられるとの報告が確認される<sup>18)</sup>。この報告からは、多くの子どもたちが分数の大きさに対する適切な「1」を特定することに困難性を抱えていることが読み取れる。また、2mのテープを全体量とする問題の解決過程にみる子どもの様相を詳述した下村らの研究では、子どもが2mのテープから1mを見だし、さらにその下位単位にあたる単位分数を特定することに困難性を抱える様子が示されている<sup>19)</sup>。このことから、基準となる「1」を見だしたり下位単位を定めたりするなど、様々に揺れ動く「1」をその都度適切に定めることに困難性を抱える様子が窺える。これらを踏まえると、分数学習において、「1」にあたるものを適切に見だしたり、特定したりすることに困難性を抱えているものと推察される。このような実態を踏まえ、第2学年の分数学習において、「1」にあたるもとの大きさを見だしたり、特定したりすることを重視した教材の開発も行われてきている<sup>20)</sup>。

ここまで分数の学習時にみる子どもの様相を詳述した研究を概観することから、分数の学習時にあっても様々な困難性がみられることが確認される。

### Ⅲ. 理論的視座

前述の通り、これまでも分数学習に関する研究の蓄積は確認される。しかしながら、今年度の全国学力・学習状況調査の結果において、分数に係る問題の正答率の低さが取り沙汰されている点を踏まえても<sup>12)</sup>、日本の子どもたちの分数に係る理解には依然として課題が残されている。このことから、分数に関する研究の蓄積は確実に積み上げられてきているものの、分数指導の改善は遅々として進んできていないことが示唆される。そのため、国内に限らず国外へも視野を広げることで、分数カリキュラムの改善に向けた新たな示唆を得る必要があると考える。そこで本章では、諸外国における分数に関する研究を概観することから、分数カリキュラム改善への示唆を得ることを試みる。

## 1. 諸外国の分数に関する先行研究の整理

分数の学習は、日本に限らず諸外国の子どもたちにとっても、困難性の高いものであることが報告されてきている<sup>21) 22)</sup>。例えば、Braithwaiteらの研究からは、子どもたちが分数の四則演算に困難性を抱えており、その困難性が数学の学習や就職にまで影響を及ぼしている点が指摘されている<sup>23)</sup>。また、整数と分数に係る知識の統合に着目したRobertらによる中学生を対象とした調査結果からは、分数に関する知識の発達と整数に係る知識の発達には異なる点が存在することが指摘されている<sup>24)</sup>。なかでも、約20年間に渡り子どもたちの分数学習にみる様相を理論的に捉え、分数学習の在り方を提案しているLamonの研究は特筆に値する<sup>4)</sup>。また氏の研究においては、小学校第3学年から中学校第2学年までの子どもたちを対象とした縦断的研究を行っている点が特徴付いている<sup>4)</sup>。このように、長年に渡り分数概念を発達させていく子どもの様相を追究した研究は、Lamonの研究の他に管見の限り確認されない。そこで本稿では、Lamonの著書「*Teaching Fractions and Ratios for Understanding*」<sup>4)</sup>を理論的視座とすることから、日本の分数カリキュラムの改善に必要な要素の検討を行い、それをもとに分数カリキュラムの改善点を探りたい。

## 2. “*Teaching Fractions and Ratios for Understanding*”の目的と構成

「*Teaching Fractions and Ratios for Understanding*」には、Lamonによるこれまでの縦断的研究によって得られた知見が、教室でも利用可能なアイデアへと変換され綴られている。そして、小学校や中学校において分数や比の指導を行う場面で用いられ、子どもの学習教材としても活用されたりしている。

そのような実用性のある本書の目的は、小・中学校において用いることのできる学習指導法や教材を共有することから、有理数の深い理解と比例的に推論する能力の育成に寄与する思考方法を促進することである。この比例的に推論する能力とは、いわゆる「比例的推論」であり、適切な状況においてscale up and downを行い、単純な比例と反比例が含まれる状況において、その関係に関する主張の正当性を示す能力と規定されている<sup>4)</sup>。そして、比例的推論の長期的な発達や有理数の深い理解をより効率的に促進するうえでの分数学習の重要性について言及するとともに、それを達成することのできる分数指導の在り方について追究されている。この点を踏まえると、「*Teaching Fractions and Ratios for Understanding*」は、比例的推論能力や有理数に関する学習指導への示唆に留まらず、分数学習への示唆にも富むものである。

また、本書は前書きと12の章から成り、第1章から第11章には、各章の内容に関連する問題とそれに対する子どもの反応が紹介されたのちに、問題解決において重要となるアイデアが詳述されている。そして各章末には、その章で説明した思考方法を試すことができるような問題が提示されている。なお、第12章については、本書

を用いた指導による成果や、指導を受けた子どもたちの実際のコメント、今後の展望などが綴られている。次節では、これらの章のうち、分数についての直接的な議論を概観することから、日本の分数カリキュラムの改善に向けた要素について考察する。

### 3. 分数カリキュラムに必要となる要素の検討

本節では、「*Teaching Fractions and Ratios for Understanding*」にみる分数に係る議論をもとに、日本の分数カリキュラムに必要となる要素について検討する。

#### 1) A：分数の大きさに対する「1」を特定すること

ここでは、分数とは何かを議論することから始めたい。この点についてLamonは、分数とは、何らかの単位、つまり「1」にあたるものが何であるかに依存して存在するものである点を強調している。それにも関わらず、「1/2の絵を描いてください」と指示された際に、多くの大人が半円を描いたり、円の半分に色を塗ったりするとも報告されている。また、分数の指導において、分数のもとにあたるものに重点が置かれてきていないことを挙げている。そして上述の内容を踏まえながら、分数に関して議論する際には、まず分数の大きさに対する「1」にあたるものを特定することの重要性を説いている。より具体的には、分数字習の初期段階において、常に自分自身に問いかけるべき質問は「単位（『1』にあたるもの）は何か？」であることを知ることから始める必要があると主張している<sup>5)</sup>。このように分数の大きさに対する「1」が何であるかを特定することは、「分数の大きさに対する『1』への意識が希薄である」という我が国の分数理解の実態に照らしても、必要不可欠なアイデアであると考えられる。

#### 2) B：様々な「1」を単位とすること

前項では、分数の大きさに対する「1」を特定することの重要性を示した。この「1」に関してLamonは、様々な種類の「1」を単位としながら、分数の問題に取り組むことの重要性も説いている。また、その様々な種類の「1」として、以下を例示している。

- ・連続的な1つのもの【例：1つのパイ】
- ・連続的な複数もの【例：ピザ3枚】
- ・切れ目がある、または事前に分割されている連続的な1つまたは複数もの【例：チョコレートバー】
- ・個別のもの（別々の物体、はっきり分かれている部分）【例：ハードキャンディーの集まり】
- ・特定の形で陳列されていることが多い個別のもの【例：箱入りのチョコレートや卵】
- ・合成単位（中に複数ものが入っている1つのまとまり）【例：カップケーキのパックやガムのパック】

図1 様々な種類の「1」の例示 (Lamon, 2020 : 105,106, 筆者訳)

分数について氏は、すべての分数は相対的な量であり、

単位に対してどれだけの量があるかを示していると言及している<sup>4)</sup>。この点からは、「1」にあたるものがどのように表現されようとも、表現された単位に対する相対的な分数の大きさは変わらないことが読み取れる。ただし、大人であっても、分数の大きさに対する「1」にあたるものは、「1枚のピザ」や「1枚のクッキー」などの何か1つのものを指すという固定観念を持っていることが指摘されている<sup>4)</sup>。そして、そのような固定観念により、適切な単位を特定するに至らず、正しい分数の大きさを答えられない様子も報告されている。この点からは、分数字習において、様々な「1」を単位として扱い、それぞれの単位に対する分数の大きさを考える経験の必要性が示唆される。何より、全体量を「1」として捉える傾向にある分数に係る理解の実態に鑑みても<sup>10) 18)</sup>、様々な「1」を単位とし、それをもとに分数の大きさについて考察していく経験は肝要なものと考えられる。

#### 3) C：「a/b」に「部分-全体としての分数」以外の解釈を付与すること

ここまで、分数とは何かという問いを起点とすることから、分数カリキュラムの改善に必要な要素について考察してきた。ただし、一口に「分数」といっても、そこには多様な解釈や使われ方が存在する点が指摘されてきている<sup>4) 6)</sup>。この点についてLamonは、「a/b」という記号の解釈が、ある単位をb等分したうちのa個分であるとする「部分-全体として」の意味に限定されてきたことに問題を呈している<sup>4)</sup>。そして氏は、部分と全体以外の概念が蔑ろにされることは、有理数や実数、複素数及び、これらの数体系に依存する、より高度な数学的・科学的概念の基盤を貧弱にしてしまう可能性があることも指摘している<sup>4)</sup>。では、「a/b」という記号に対して、どのような解釈を与えていけば良いのであろうか。この点について氏は、「部分-全体 (as Part-Whole Comparisons)」に限らず、「測定 (as Measure)」、「商 (as Quotients)」、「演算子 (as Operators)」、「比率や割合 (as a ratio or rate)」として「a/b」を解釈していくことの重要性に言及している<sup>5)</sup>。また、それぞれの解釈については、以下の説明が与えられている。まず、「測定 (as Measure)」として分数を解釈するとは、分数をある区間または領域に割り当てられた測定値として捉えることであるとされている。具体的には、長さ $l$ の区間がb個の等しい部分に分けられたとき、「a/b」は「長さ1/bの区間がa個ある」という意味になるとしている。続いて、「商 (as Quotients)」としての分数については、「a/b」をわり算の商として捉えることと規定されている。そして、「演算子 (as Operators)」としての分数では、「a/b」を、ある現象に対してaを掛けて、bで割る、もしくはbで割ってaを掛ける操作を表すものと解釈される。最後に、「比や割合 (as a ratio or rate)」としての分数については、数量aが数量bに対して比較されている関係を表すものや、ある数量が別の数量のa/bであったという場合に用いられるものとしている。これらの解釈を分数に付

与することは、分数の理解に留まらず、有理数に係る理解をも促進するとされている。その理由としては、有理数には複数の異なる解釈が存在するものの、それらはひとつの分数記号  $a/b$  で表されることが挙げられている<sup>4)</sup>。そして、分数の学習時に分数記号に対する幅広い意味や解釈を付与する機会を持つことで、有理数そのものの理解に影響を及ぼす点も指摘されている<sup>4)</sup>。算数を学んでいる子どもたちが、今後、数学の世界に入っていく際には、その時点で有している分数の解釈をもとに有理数を理解することが求められる。Lamonの指摘及びこの点を勘案しても、算数科において分数に多様な解釈を付与していくことは極めて重要なものと考えられる。ただし、多様な解釈や使われ方が存在するがゆえに、分数に関する混乱が引き起こされる可能性もあるとの指摘も確認される<sup>4)</sup>。日本の算数・数学教育においても、分数の難しさの要因には、分数の有する意味の多様性及び複雑さが関連しているとの論考も確認される<sup>7)</sup>。そのため、分数の学習場面において分数にどのような解釈を付与し、それを拡張していくかについて検討する必要があると考える。

#### 4) D : Partitioningに従事すること

前項では、分数に多様な解釈を与えることの重要性について整理した。このように多様な解釈が与えられ得る分数だが、分数に係る概念を形成していく過程では、それらの解釈を結びつける共通の概念が存在するはずである。この点についてLamonは、分数指導における重要な概念の1つとして、Partitioningを挙げている<sup>4)</sup>。また、Partitioningには数学におけるPartitioningと、分数に関するPartitioningがあるとし、以下のような説明が与えられている。数学におけるPartitioningとは、ある集合や単位を、重なり合わない空でない部分に分けることであり、分数に係るPartitioningとは、前述の規定に分けられた部分の大きさが等しいという条件が付随するとされている。分数を主たる考察対象としている本稿においては、Partitioningについて後者の意味で捉えることが妥当であると判断される。そのため、本稿におけるPartitioningを「ある集合や単位を等しい大きさに分けること」と規定する。

では、分数指導においてどのようなPartitioningが求められるのであろうか。この点についてLamonは、子どもたちがある単位を能動的かつ思考的に分割する活動に取り組んだときに、最も高い分数の達成度が得られたことを報告している。また、子ども自身がPartitioningの活動に従事することは、前項で示した「測定として」の分数や「商として」の分数の理解にも寄与するとされている。特に、「測定として」の分数に係るPartitioningでは、ある単位に対する数量を正確に読み取ったり表現したりするために、単位を連続的に分割することが求められる。そこでは、数直線上にある無限の数の位置に立ち止まったり、そこから動的に移動することを伴ったりするため、Partitioningに携わることにより、有理数の

密度の感覚や有理数の順序性、特定した位置の相対的な大きさなどに関する概念が形成されるとも指摘されている。これらを踏まえ、分数の指導においては、子ども自身がPartitioningに従事していくことが肝要となると考える。ただし、子ども自身がPartitioningを行う場合には、ある単位を完全に等分割することは困難であるため、それをPartitioningと捉えることが可能か否かについては疑問が残る。このような分割の正確さについてLamonは、時間の経過や経験によって洗練されるものであり、Partitioningという行為そのものが重要である点を指摘している。何より、Partitioningにより新たに生み出されたものが、単位に対してどこに位置づいているのかという分数の相対性を体験すること自体に価値がある、とも言及している。Lamonの提案にあるように、まずはPartitioningに携わりながら、その都度、単位とそれに対する分数の大きさを考えていく機会を保障することで、単位の意識化や、それに対する相対的な分数の大きさの適切な把握につながる可能性もある。これは、提示された図や数直線において、単位に対する相対的な分数の大きさを把握することに困難性を抱える様子に鑑みても<sup>25) 26)</sup>、重要である。

以上のことから、分数指導においては、まずは子ども自身がPartitioningに従事していくことが肝要となると考える。

#### 5) E : 与えられた量の解釈に向けたUnitizingを行うこと

前項のPartitioningの他にも、Unitizingという概念が分数指導における中核的な考え方の1つとして提唱されている。このUnitizingについて氏は、与えられた量について考えるために、心の中で認知的なまとまり(chunk)を構成するプロセスであると規定している。なお、Unitizingは、与えられた量について考える場面で生じるため、その能力の発揮は分数学習に限定されない。このように算数・数学の様々な局面で生じる可能性のあるUnitizingだが、分数学習においては特に分数の等価性、つまり同値分数を理解するうえで重要な役割を担うとされている。具体的には、以下に示す面積図(図2)のような視覚的な媒介物を用いながら、目的に合わせて、自らまとまりの大きさを組み替えたり、分割に合わせて単位を定め直したりするUnitizingの重要性が指摘されている。

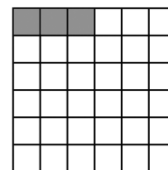


図2 同値分数の学習時に用いる面積図  
(Lamon, 2020, p.142をもとに筆者作成)

例えば、図2の着色部は、小さな正方形1つ分を単位とすると最も大きな正方形の $3/36$ と表せるが、小さな

正方形を単位とすると着色部の大きさは最も大きな正方形の $1/12$ となる。このようなまとまりの大きさを組み替えたり、単位を定め直したりするUnitizingは、同値分数の理解に係る困難性や<sup>26)</sup>、通分に関する意味理解が不十分である点を踏まえても<sup>10)</sup>、肝要であると考えられる。

ここまで、Lamonの「Teaching Fractions and Ratios for Understanding」を概観することから、我が国の分数カリキュラムの改善に必要な要素について考察した。次章では、分数カリキュラムの改善に向けて、現行の分数カリキュラムに関する分析を行う。

#### IV. 「分数カリキュラムの改善に必要な要素」の扱 いの程度に係る分析

カリキュラムについて、広辞苑では「広義には、学習者の学習経路を枠付ける教育内容の系列である」<sup>27)</sup>と定義されている。また、教育課程の編成に関する基礎的研究の報告書では、教育課程については「学校において編成される教育計画」<sup>28)</sup>との説明を与えているのに対し、カリキュラムについては、「学校において計画が実行され、子供の学習経験となった教育課程を特に指す場合にカリキュラムを使う」<sup>28)</sup>ことが明示されている。これらを踏まえると、カリキュラムとは学習者を主体とした教育内容の系列であると捉えられる。ただし、上述からは、カリキュラムは教育計画や教育内容の系列であり、そこには学習者が何を学ぶかといった具体的な学習内容は明記されているわけではない点も読み取れる。そのため、分数カリキュラムの改善を目指すうえでは、カリキュラムの内容が具現化された算数教科書にみる分数の学習内容を分析する必要があると考える。そこで本章では、分数カリキュラムの改善に必要な要素が、現行の分数カリキュラムにおいてどの程度扱われているかを把握するために、算数教科書6社の分析を行う。

#### 1. 「分数カリキュラムの改善に必要な要素」に係 る教科書分析の手順

前章では、Lamon (2020)<sup>4)</sup>を概観し整理することから、以下を「分数カリキュラムの改善に必要な要素」として抽出した。

#### 【Lamon (2020) にみる「分数カリキュラムの改善 に必要な要素】

- |   |
|---|
| A：分数の大きさに対する「1」を特定すること<br>B：様々な「1」を単位とすること<br>C：「 $a/b$ 」という表記に、「部分-全体としての分数」以外の解釈を付与すること<br>D：Partitioningに従事すること<br>E：与えられた量の解釈に向けたUnitizingを行うこと |
|---|

しかし、これらは「要素」に過ぎないため、算数教科書においてそれらがどのように扱われているかを把握するための分析の視点を定める必要がある。そこで本節では、各要素に係る教科書分析の視点及び手順について詳述する。なお、分析には、2023年文部科学省検定済の算数教科書<sup>29)</sup><sup>30)</sup><sup>31)</sup><sup>32)</sup><sup>33)</sup><sup>34)</sup>を用いた。また、本稿で

は「分数カリキュラム」を考察対象としているため、分析の範囲は分数単元及び分数に関する巻末問題とした。分析時の視点や分析結果については、指導教員をはじめ同研究室の院生と議論を行い、分析の客観性・妥当性を担保するよう努めた。

#### 1) Aに係る分析の手順

要素Aについては、算数教科書の分数単元において、分数の大きさに対する「1」を特定する場面がどの程度あるかを分析した。ここでは、「 $1/2$ の2つ分、 $1/4$ の4つ分、 $1/3$ の3つ分は、ぜんぶもとの大きさになります」<sup>35)</sup>や「 $1/2m$ の2こ分で、 $\square m$ 」<sup>36)</sup>のように、「1」にあたるものを想起したり、見いだしたりすることを促す文章を全て抽出し、表計算ソフトにまとめた。そして、それらを学年ごとに整理し、表にまとめた。また、上述の手順で抽出された各文には、数直線図や二直線図などにより分数の大きさに対する「1」が明示されているものも含まれていた。そこで、抽出された各文のうち、数直線や二直線図などで「1」が明示されていないものをさらに抽出することから、表にまとめた。

#### 2) Bに係る分析の手順

要素Bの扱いの程度を把握するためには、分数単元において「1」にあたるものがどのように表現されているかを特定する必要がある。そこで、Lamonの例示する様々な種類の「1」を観点に、教科書紙面上の「1」を表す図の分類を試みた。例えば、もとの大きさを表す折り紙や1Lます、面積図など、分数の大きさに対する「1」を表す図を全て抽出し、表計算ソフトにまとめた。そして、それらの図について、Lamonの例示する「1」の種類を観点とした分類を行い、表にまとめた。

なお、日本の算数教科書では、分数を位置付ける数直線や問題解決に用いる二直線図にも「1」が明示されている。これらの図は、直線として表記されるゆえに、それ自体に際限がなく連続的な1つのものとは捉え難い。そのため、数直線及び二直線図については、Lamonの例示する種類のいずれにも該当しないものと判断され、新たな「1」の種類として「数直線・二直線図」を加えた。

#### 3) Cに係る分析の手順

要素Cについては、分数単元において分数にどのような解釈が与えられているかを把握する必要がある。そこでまずは、教科書紙面上において分数の解釈が明示されている箇所を抽出し、表計算ソフトにまとめた。次に、Lamonの示す「 $a/b$ 」に対する5つの解釈を観点とすることから、抽出した各文を分類した。具体的には、「もとの大きさを同じ大きさに3つに分けた1つ分を、もとの大きさの三分の一といい」<sup>35)</sup>のような記述は部分-全体としての分数、「 $1/4m$ の3個分で、 $\square m$ 」<sup>36)</sup>のような記述は測定としての分数、「 $2 \div 3 = 2/3L$ 」<sup>37)</sup>のような記述は商としての分数、「 $4/5 \times 2 \div 3$ 」<sup>38)</sup>のような記述は演算子としての分数、「びんにジュースが600mL入っ

ています。これは、ビン全体の容積の $\frac{2}{3}$ にあたります」<sup>38)</sup>のような記述は比率・割合としての分数に分類した。そして、分類された各文を学年ごとに整理し、表にまとめた。なお、本稿の分析では、分数の解釈が明示されている箇所のみを分析の対象としたため、分数の解釈が問題解決の方法として使用されているものについては、分析の対象から除外した。

#### 4) Dに係る分析の手順

要素Dについては、子ども自身がPartitioningを行うことのできる場面がどの程度あるかに係る分析を行った。具体的には、「12この $\frac{1}{3}$ の大きさや18この $\frac{1}{3}$ の大きさは、それぞれ何個ですか」<sup>35)</sup>や「右の図に、 $\frac{1}{3}$ の大きさになるように、線を引きましょう」<sup>39)</sup>のように子ども自身が分割操作を行うことのできる箇所を抽出し、表計算ソフトにまとめた。なお、図などに分割線が記載されており子どもが分割する余地のないものについては、分析の対象外とした。そして、上述で抽出した箇所について学年を観点に整理し、表にまとめた。

#### 5) Eに係る分析の手順

要素Eについては、与えられた量の解釈に向けて、子ども自身がまとまりを組み替えたり、単位を定め直したりするUnitizingを行う機会がどの程度設けられているかを分析する。なお、上述のUnitizingは同値分数の理解を促すうえでの重要性が説かれているため<sup>4)</sup>、本要素の分析については第4学年及び第5学年の同値分数の学習場면을対象とする。また、同値分数の理解を目指すうえでのUnitizingでは、図2のような視覚的なモデルが重要な役割を担う点も指摘されている<sup>4)</sup>。そのため要素Eに係る分析では、視覚的なモデルとともに同値分数が扱われている箇所を抽出し、表計算ソフトにまとめた。そこからさらに、与えられた量の解釈に向けて、子ども自身がまとまりを組み替えたり、単位を定め直したりするUnitizingを促す各文を抽出、整理することから表にまとめた。

## 2. 分析結果

### 1) Aに係る分析結果

要素Aについて、前節第1項の手続きに即した分析を行うことから、表2を得た。

表2 分数単元にみる「1」を特定する機会の総数

	2年	3年	4年	5年	6年
U社	3	10	1	1	29
V社	8	10	3	13	25
W社	7	6	0	5	34
X社	5	8	2	3	28
Y社	2	4	1	7	34
Z社	7	11	4	6	21

表2からは、各学年において「1」にあたるものを想起したり、特定したりする機会がある点を読み取れる。ただし、表2で抽出した各文には、問題文や数直線図などのなかに、「1」が示されているものも含まれている。そこで、抽出した各文のうち、「1」にあたるものが明示されていない各文をさらに抽出することから、表3を得た。

表3 「1」が明示的でない状況下における「1」を特定する機会の総数

	2年	3年	4年	5年	6年
U社	0	3	0	1	17
V社	1	2	1	10	8
W社	0	2	0	1	11
X社	2	2	1	3	10
Y社	0	1	0	3	5
Z社	1	4	0	6	7

表2及び表3を踏まえると、第2学年から第4学年の分数単元において、「1」を特定する場面のうち「1」にあたるものが明示されていない場面の割合は、50%以下であることが読み取れる。なお、第6学年において「1」にあたるものを特定する機会が最も多いのは、分数÷整数、分数÷分数の単元において、問題設定自体が「1」を求めるものであるため、必然的に「1」を特定する機会が多くなっている。この点を勘案すると、そういった問題が出題されない小学校2年生から5年生の分数カリキュラムでは、「1」を想起したり、特定したりする機会が僅少である点が確認される。

### 2) Bに係る分析結果

ここでは、要素Bに係る分析を行う。前節第2項の分析手順に即した分析を通すことから、表4を得た。なお、表4のAからGはLamonの分類及びそれに「数直線図・二直線図」を加えたもの（A:連続的な1つのもの【例:1つのパイ】、B:連続的な複数のもの【例:ピザ3枚】、C:切れ目がある、または事前に分割されている連続的な1つまたは複数のもの【例:チョコレートバー】、D:個別のもの(別々の物体、はっきり分かれている部分)【例:ハードキャンディーの集まり】、E:特定の形で陳列されていることが多い個別のもの【例:箱入りのチョコレートや卵】、F:合成単位(中に複数のものが入っている1つのまとまり)【例:カップケーキのバックやガムのバック】、G:数直線図・二数直線図)を表している。

表4 分数単元における「1」の種類分類

		2年	3年	4年	5年	6年
U社	A	13	2	1	7	6
	B	0	0	0	0	0
	C	7	32	2	16	23
	D	9	0	0	0	0
	E	0	0	0	0	0
	F	0	0	0	0	0
	G	0	14	19	12	10
V社	A	17	2	0	7	0
	B	0	0	0	0	0
	C	4	50	20	20	15
	D	2	0	0	0	0
	E	6	0	0	0	0
	F	0	0	0	0	0
	G	0	11	19	16	36
W社	A	8	8	30	20	5
	B	0	0	0	0	0
	C	28	53	37	45	44
	D	10	0	0	0	0
	E	1	0	0	0	0
	F	0	0	0	0	0
	G	0	8	29	27	54
X社	A	14	4	2	3	0
	B	0	0	0	0	0
	C	17	56	19	28	21
	D	4	0	0	0	0
	E	0	0	0	0	0
	F	0	0	0	0	0
	G	0	14	21	29	40
Y社	A	7	4	0	0	3
	B	0	0	0	0	0
	C	35	30	53	35	29
	D	0	0	0	0	0
	E	0	0	0	0	0
	F	0	0	0	0	0
	G	0	6	20	15	33
Z社	A	9	6	1	2	7
	B	0	0	0	0	0
	C	41	56	30	38	24
	D	1	0	0	0	0
	E	0	0	0	0	0
	F	0	0	0	0	0
	G	0	10	18	12	29

表4より、B、E、Fに分類される「1」は、算数教科書において、ほとんど扱われていない点を読み取るこ

とができる。またDについても、第3学年以降はその扱いが確認されなかった。それらの「1」と比較すると、A、C、Gに分類される「1」は様々な学年で扱われている点を確認することができる。特に、Cについては、いずれの教科書会社においても全学年で扱われており、その総数も最も多い点を読み取ることができる。なお、Cに関してLamonは、「切れ目がある、または事前に分割されている連続的な1つまたは複数のもの」<sup>4)</sup>と規定しているが、本稿の分析でCに分類されたものは全て連続的な1つのものであった。

### 3) Cに係る分析結果

本項では、要素Cに係る分析結果を示す。要素Cの分析結果を学年ごとに整理することから、表5を得た。

表5 Lamon (2020) の分数の解釈を観点とした分類

		2年	3年	4年	5年	6年
U社	部分-全体	4	16	3	4	2
	測定	0	48	12	3	10
	商	0	0	0	17	1
	演算子	0	0	0	0	2
	比率・割合	12	3	0	20	28
V社	部分-全体	6	14	1	12	0
	測定	0	24	15	6	8
	商	0	0	0	38	2
	演算子	0	0	0	0	9
	比率・割合	21	23	0	12	30
W社	部分-全体	8	13	0	9	1
	測定	0	24	11	6	9
	商	0	0	0	36	2
	演算子	0	0	0	0	7
	比率・割合	7	1	0	15	8
X社	部分-全体	5	15	3	3	0
	測定	0	22	17	8	9
	商	0	0	0	38	4
	演算子	0	0	0	0	5
	比率・割合	15	8	0	14	25
Y社	部分-全体	4	13	1	3	3
	測定	0	28	10	4	14
	商	0	0	0	27	1
	演算子	0	0	0	0	3
	比率・割合	21	7	0	13	18
Z社	部分-全体	5	5	0	1	2
	測定	0	28	18	7	20
	商	0	0	0	36	4
	演算子	0	0	0	0	8
	比率・割合	23	11	3	13	24

表5より、各学年において付与される分数の解釈には、特徴がある点を読み取ることができる。例えば、第2学

年では、分数に対して部分－全体や比率・割合としての解釈が与えられている点を確認される。また、第3学年及び第4学年では、測定としての解釈が最も多く扱われている点を読み取ることができる。第5学年については、商としての解釈が与えられる場面が最も多いことも読み取れる（V社、W社、X社、Y社、Z社）。なお、商としての分数について第6学年でその扱いが減少するのは、 $a \div b = a/b$ という操作自体に方法の対象化がなされており、本稿の分析ではそれを分析対象から除外したためである。

#### 4) Dに係る分析結果

要素Dに係る分析を行うことから、表6を得た。

表6 学年を観点としたPartitioningを促す場面の総数

	2年	3年	4年	5年	6年
U社	5	0	0	0	0
V社	5	2	0	0	0
W社	4	0	0	0	0
X社	4	1	0	1	0
Y社	6	1	0	0	3
Z社	7	3	1	4	0

表6からは、子ども自身がPartitioning活動に従事することのできる機会は第2学年が最も多く、それ以降の学年では減少傾向にある点を読み取れる。また、4年生の分数学習以降、子ども自身がPartitioningをする機会が一度もない教科書が3社ある点を読み取れることもできる。他方でZ社については、第5学年まで毎年Partitioningに従事することのできる機会がある点を確認することができる。

#### 5) Eに係る分析の手順

要素Eに係る分析を行うことから、表7を得た。

表7 同値分数の学習場面にみるUnitizingの機会

	4年	5年
U社	1	3
V社	4	6
W社	6	15
X社	11	11
Y社	3	5
Z社	9	6

表7からは、図を用いながらUnitizingを行う機会には、教科書会社によって差があることが読み取れる。特に、第4学年及び第5学年の総数が最も少ないU社と最も多いX社では、5倍以上の差があることも確認される(表7)。

## V. 分数学習の改善点

本章では、前章の分析結果をもとに、現行の算数教科書にみる分数カリキュラムの特徴を整理するとともに、よりよい分数カリキュラムの構築に向けた改善点について考察する。

### 1. 分数学習における「1」の扱い方

本節では、要素A及び要素Bに係る分析結果をもとに、分数学習における「1」の扱われ方を整理するとともに、改善点を指摘する。

まず、分数単元において「1」を特定する機会がどの程度あるかを観点とした分析結果からは、次の2点が特徴付けられた。第一に、各学年で「1」を特定する機会が設けられていること(表2)。第二に、表2で抽出された各文のうち、「1」が明示されていないものを抽出した結果、第2学年から第4学年において、「1」が明示されていない状況で「1」を特定する機会の割合は、表2で抽出したものの50%以下であったこと(表3)。これらの結果を踏まえると、現行の算数教科書にみる分数学習では、分数の初期学習段階において「1」にあたるものを特定する機会が僅少である点を読み取ることができる。この点についてLamonは、分数学習において「1」を見いだしたり、特定したりすることは、その初期学習段階において特に重要である点を指摘している<sup>4)</sup>。何より、分数学習において、分数の大きさに対する「1」への意識の希薄性が指摘されている点を踏まえても<sup>10) 17)</sup>、「1」が明示されていない状況下で「1」を特定したり、想起したりする機会を意図的に設けていく必要があると考える。

次に、分数単元にみる「1」の種類を観点とした分析からは、以下の諸点が特徴として浮かび上がってきた。第一に、B、E、Fに分類される「1」の扱いが僅少であること(表4)。第二に、Dに分類される「1」についても、第3学年以降はその扱いが確認されなかったこと(表4)。第三に、A、C、Gに分類される「1」は様々な学年での扱いが確認されること。第四に、分類Cについては、全ての教科書の全学年で扱われており、その総数も最多であること(表4)。第一及び第二の特徴からは、分数学習において、B、D、E、Fの扱いが僅少である点を読み取れる。またLamonの例示に基づくと、これらの「1」は離散量または複数のもので構成されているという共通点を確認される。対して、第三、第四の特徴からは、A、C、Gに分類される「1」は様々な学年での扱いが確認され、なかでもCが最も扱われている点を読み取れる。そして、これらの分類では連続的な1つのもので「1」が構成されているという点に共通項がみられる。以上を踏まえるならば、子どもが分数を学んでいく過程において、ピザのような連続的な1つのものを「1」とする図をもとに分数について考察する場面が多いものと考えられる。確かに、そのような「1」をもとに分数を考察することは、初めて分数に出会い分数とは何かを学ぶ場面において、「1」に対する分数の大きさを捉えやすいという点で重

要なものとする。しかし、連続的な1つのものを「1」とする図が多用されることは、常に全体量が「1」とあるという認識を促してしまう危険性もある。実際に、全国学力・学習状況調査の結果<sup>10)</sup>や長谷川による調査研究<sup>18)</sup>からは、全体量を「1」とすることによる誤答が報告されてきている。これは、分数学習において考察対象としてきた図の半数以上が全体量を「1」とするものである点を踏まえると、然るべき結果とも捉えられる。以上を踏まえると、分数学習では連続的な1つのものに限らず、離散量や複数ものを「1」として明示する場面も設けていく必要があると考える。このように「1」を多様な表現で視覚化することは、その都度「1」にあたるものを解釈し、その「1」に対する分数の大きさを考えることにもなる。これは、下村らの調査研究の結果<sup>19)</sup>から、2mのテープを全体量とする場面において、子どもたちが揺れ動く「1」を適切に定めることに困難性を抱えることが指摘されている点を踏まえても重要であると考えられる。そのため、「1」を表す対象を多様にしていくことは、先述の「1」にあたるものが明示的でない状況下で「1」を特定する機会を捻出すことと同様に、「1」が何かを思考する機会を生み出すことも可能となると考える。

ここまでを踏まえ、次の2点を分数カリキュラムの改善点として挙げる。第一に、「1」が明示されていない状況下で「1」を特定したり、想起したりする機会を意図的に設けていく必要があること。第二に、明示される「1」について、連続的な1つのものの他にも、離散量や複数ものの扱いを増やし、様々な「1」をもとに分数を考察できるようにすること。

## 2. 各学年で与えられる分数の解釈の特徴

本節では、要素Cに係る分析結果をもとに、分数の学習場面における、分数に付与される解釈の特徴について考察する。

Lamon (2020)<sup>4)</sup>にみる分数の解釈を観点とした分析結果からは、以下の諸点が日本の分数指導の特徴として浮かび上がってきた。第一に、第2学年では部分-全体としての解釈及び比率・割合としての解釈が与えられていること。第二に、第3学年及び第4学年では、測定としての解釈が最も多く与えられていること。第三に、第5学年では商としての意味が最も多く付与されていること(V社, W社, X社, Y社, Z社)。これらを踏まえると、日本の分数学習においては、各学年で分数に付与される解釈には、軽重が付けられているものと推察される。そのなかでも特に、第3学年及び第5学年については、新たな分数の解釈が付与されているため、分数指導時の分岐点であると捉えられる。具体的には、第3学年では、部分-全体もしくは比率・割合としての解釈から測定としての解釈へ、第5学年では測定としての解釈から商としての解釈へと分数の解釈が移り変わっている(表5)。この点を踏まえると、第3学年と第5学年の分数学習は子どもの有する分数概念が拡張されていく過渡期であり、そこでの分数学習の在り方は極めて重要なものと考えられる。何より、分数の意味理解が不十分である点を踏ま

えても、各学年で扱われる分数の意味を理解し、その概念を拡張していくことが肝要である。

以上のことから、分数指導において、その意味の拡張が行われる第3学年及び第5学年の分数学習の在り方を検討する必要があると考える。より詳細には、第3学年においては測定としての意味で、第5学年においては商としての意味で分数を解釈することを目指す必要がある。またそこでは、前の学年までの分数の意味を踏まえながらその概念の拡張を図る学習指導を行っていくことが重要となる。

## 3. PartitioningとUnitizingの扱い

本節では、要素D及び要素Eに係る分析結果をもとに、分数カリキュラムの改善点を指摘する。

まず、分数単元において、子ども自身がPartitioningを行う機会がどの程度あるかを観点とした分析結果からは、以下の3点が特徴付けられた。第一に、子ども自身がPartitioning活動に従事することのできる機会は第2学年が最も多く、それ以降の学年では減少傾向にあること。第二に、使用する教科書によっては、2年生の以降の分数学習において一度もPartitioningに従事しない可能性があること。第三に、Z社については、第5学年まで毎年Partitioningに従事することのできる機会があること。第一及び第二の特徴からは、現行の分数学習において子ども自身がPartitioningに従事することのできる機会は僅少であり、学年が上がるにつれてその機会は減少傾向にあることが示唆される。この点についてLamonは、カリキュラムの早い段階でPartitioningを提示すべきであり、またそれを数年間継続すべきであると主張している。上述の主張を踏まえるならば、初めて分数を学ぶ第2学年以降にPartitioningに従事する機会が減少している点は、現行の分数学習の課題点であると捉えられる。しかし、現行の分数学習において、分割の対象となる「1」はすでに分割された状態で提示される機会が最も多く(表4)、Partitioningの活動を取り入れる余地がないことも想定される。また、子どもにとっては「1」にあたるものを等分割すること自体に困難性を抱えることも指摘されている<sup>4)</sup>。では、このような状況下で、どのようにPartitioningの活動を取り入れていけばよいのだろうか。この点については、Z社の教科書紙面がPartitioning活動の在り方への示唆を与えてくれると考える。Z社については、2年生から5年生の分数学習において、子ども自身がPartitioningに従事することのできる出題が毎学年確認されている。そして、ここでは以下の問題が出題されている。

下の数直線の0と1の間を7等分するめもりを書いて、 $\frac{4}{7}$ を表すめもりに↓を書きましょう。



図3 第3学年の分数学習にみるPartitioningの問題(Z社の問題をもとに筆者作成)

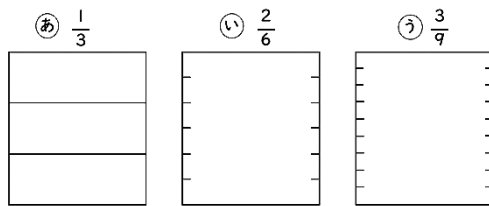


図4 第4学年の分数学習にみるPartitioningの問題(Z社の問題をもとに筆者作成)

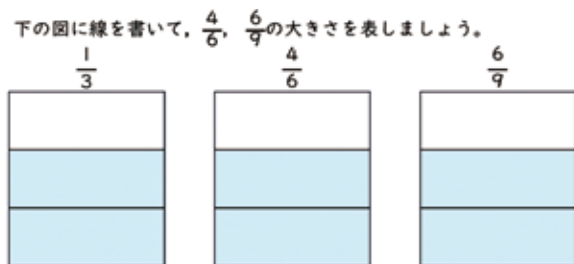


図5 第5学年の分数学習にみるPartitioningの問題(Z社の問題をもとに筆者作成)

図3及び図4、図5を比較すると、Z社では、学年に応じて方眼や目盛りによる補助を行いながら、子ども自身がPartitioningを行うことのできる問題を出題している点を確認される。分数学習におけるPartitioningの重要性を踏まえると、Z社のように発達段階に合わせながらも、分数学習の各所において図3及び図4、図5のようなPartitioningの活動を取り入れていく必要があると考える。

また、図5の問題では、同一の「1」を対象に子ども自身がPartitioningを行い、単位を作り替え、その新たな単位によって状況を解釈し直すことが求められている。つまり図5のような問題では、Partitioning活動に従事するだけでなく、自ら単位をつくり、それを新たな単位と定めるUnitizingも引き起こされるものと考えられる。このように、視覚的なモデルを媒介としながら、子ども自身が単位を定め直すUnitizingを行うことは、同値分数の理解を目指すうえで重要となる点が指摘されている。ただし、要素Eに係る分析結果からは、同値分数の学習場面において、視覚的なモデルが用いられている場面は、教科書会社によって差があり、そして、子ども自らがまとまりの大きさを組み替えたり、単位を定め直したりするUnitizingを行う機会は僅少である点を確認される(表7)。日本の子どもたちの、アルゴリズムに基づき等しい分数を作ったり、通分や約分をしたりすることには精通しているが(表1)、その意味理解は不十分である実態を踏まえると<sup>9)</sup>、同値分数の学習場面におけるUnitizingの在り方については改善を図る必要があると考える。具体的には、図2のような視覚的なモデルを媒介としながら、子ども自らがPartitioningを行うことや、まとまりの大きさを組み替え及び、分割に合わせた単位を再規定するUnitizingを促す教科書紙面にしていく必要があると考える。

ここまでの議論を踏まえ、以下が分数カリキュラムの改善点である。

#### 【分数カリキュラムの改善点】

- ・「1」が明示されていない状況下で「1」を特定したり、想起したりする機会を意図的に設けていく必要があること。
- ・明示される「1」について、連続的な1つのものの他にも、離散量や複数ものの扱いを増やし、様々な「1」をもとに分数を考察できるようにすること。
- ・分数指導において、その意味の拡張が行われる第3学年及び第5学年の分数学習の在り方を検討する必要があること。
- ・発達段階に合わせながらも、分数学習の各所において図3及び図4、図5のようなPartitioningの活動を取り入れていく必要があること。
- ・視覚的なモデルを媒介としながら、子ども自らがPartitioningを行うことや、まとまりの大きさの組み替え及び、分割に合わせた単位を再規定するUnitizingを促す教科書紙面にしていく必要があること。

## VI. まとめと今後の課題

本稿の目的は、算数科における分数カリキュラムの改善点を指摘することであった。そこでまずは、全国学力・学習状況調査及び先行研究を概観することから、日本の子どもたちの分数に係る理解の実態を示した。そして、そのような実態を踏まえながら、長年に渡り分数に係る研究を行ってきているLamonの研究を視座に、分数カリキュラムの改善に必要な要素について考察した。ここでは、分数のカリキュラム改善に必要な要素として5点が抽出された。さらに、それらが算数教科書においてどの程度扱われているかを視点とした教科書分析を行った結果、前述の5点を分数カリキュラムの改善点として指摘した。このように、教科書分析から得られた知見をもとに、子どもの実態とも照らし合わせながら分数学習の改善点を指摘したことは、本稿の成果と捉えられる。ただし、本稿では算数教科書の紙面をもとに分数カリキュラムの在り方を考察するに留まっており、教科書を用いた分数指導がどのように行われているかまでは把握できていない。教員による分数指導の実態を把握することで、新たな改善点が浮かび上がってくる可能性もある。また、改善点として示したものをいかに具現化していくかについても考察できていない。そのため、これらの諸点に取り組むことが今後に残された課題である。

### 謝辞

本稿の分析結果については、下村岳人先生をはじめ、同研究室の院生の皆様(中畑茉緒子さん、矢萩陽介さん、狩野生翔さん、谷田大海さん、松本翔太さん)に議論いただきました。ここに記し、感謝申し上げます。

注

- [1] 東日本大震災や新型コロナウイルス感染症の影響により、全国規模での調査が実施されていない平成23年度及び令和2年度については、平均正答率等が把握不可能であるため、分析の対象外とした。

文献

- 1) 文部科学省・国立教育政策研究所 (2023). OECD 生徒の学習到達度調査 PISA2022 のポイント. [https://www.nier.go.jp/kokusai/pisa/pdf/2022/01\\_point\\_2.pdf](https://www.nier.go.jp/kokusai/pisa/pdf/2022/01_point_2.pdf) (参照: 2025-10-31).
- 2) 文部科学省・国立教育政策研究所 (2024). IEA 国際数学・理科教育動向調査 TIMSS2023 の結果 (概要). <http://www.nier.go.jp/timss/2023/gaiyou.pdf> (参照: 2025-10-31)
- 3) 国立教育政策研究所 (2025). 令和7年度 全国学力・学習状況調査 報告書【質問調査】. <https://www.nier.go.jp/25chousakekkahoukoku/report/data/25qn.pdf> (参照: 2025-10-31)
- 4) Lamon, S. J. (2020). Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential Content Knowledge and Instruction Strategies for Teachers FOURTH EDITION. Routledge, UK: Newgen Publishing.
- 5) Lamon, S. J. (2020). Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential Content Knowledge and Instruction Strategies for Teachers FOURTH EDITION. Routledge, UK: Newgen Publishing, 20, 32, 102-103.
- 6) 銀林浩 (1975). 子どもはどこでつまづくか. 国土社.
- 7) 石田忠男 (1985). 分数・小数の意味理解はなぜむずかしいか, 算数教育, 327, 明治図書出版株式会社, 21-27.
- 8) Yoshida, H. & Sawano, K. (2002). Overcoming cognitive obstacles in learning fractions: Equal-partitioning and equal-whole, Japanese Psychological Research, 44 (4), 183-195.
- 9) 布川和彦 (2021). 量から数への移行の観点からの自然数と分数の学習の比較. 上越教育大学研究紀要, 40 (2), 361-372.
- 10) 国立教育政策研究所 (2025). 令和7年度 全国学力・学習状況調査 報告書【小学校】算数. <https://www.nier.go.jp/25chousakekkahoukoku/report/data/25pmath.pdf> (参照: 2025-10-31)
- 11) 文部科学省 (2007). 「確かな学力」と「豊かな心」を育成し、「生きる力」をはぐくむ学校教育を目指して. 平成18年文部科学白書, 第2部 第2章 第1節, [https://www.mext.go.jp/b\\_menu/hakusho/html/hpab200601/002/002/007.htm](https://www.mext.go.jp/b_menu/hakusho/html/hpab200601/002/002/007.htm) (参照: 2025-10-31)
- 12) 国立教育政策研究所 (2025). 全国学力・学習状況調査報告書【小学校】算数 平成19年度-令和7年度. <https://www.nier.go.jp/kaihatsu/zenkokugakuryoku.html> (参照: 2025-10-31)
- 13) 渡邊良典 (2008). 意味理解に重点をおいた分数除法の指導法について-演算決定と計算方法の指導に着目して-. 日本数学教育学会誌, 90 (12), 2-10.
- 14) 布川和彦 (2019). パターンの記述とパターンの対象化の観点に基づく教科書における分数学習の展開についての検討. 日本数学教育学会誌, 101 (12), 2-15.
- 15) 吉田甫, 栗山和広 (1991). 分数概念の習得過程に関する発達の研究. 教育心理学研究, 39 (4), 382-391.
- 16) 下村早紀, 升谷有里, 下村岳人 (2023). 小学校第4学年の児童による分数の認識に関する調査研究: 第3学年における分数学習の様相をふまえて. 科学教育研究, 47 (4), 401-409.
- 17) 布川和彦, 笠井将人 (2020). ディスコースの観点からの算数の授業の検討-小学校2年「分数」の場合-. 上越数学教育研究, 35, 上越教育大学数学教室, 29-44.
- 18) 長谷川順一 (2000). 量分数概念の理解に関する継時的研究-小学校3~4年生を対象として-. 日本数学教育学会誌, 82 (12), 2-14.
- 19) 下村岳人, 岡部恭幸, 下村早紀, 齊藤英俊 (2022). 分数概念の形成過程にみる数学的交渉の特徴: 量分数の学習場面におけるグループ学習の分析を通して. 科学教育研究, 46 (4), 283-298.
- 20) 升谷有里 (2024). 第2学年分数の学習場面にみる「もとの大きさ」を見いだす過程に関する事例分析: Lamon, S. J にみるユニット化, ノルム化を分析の視点として. 近畿数学教育学会誌, 37, 23-32.
- 21) Charalambos Y. Charalambous & Demetra Pitta-Pantazi (2007). Drawing on a Theoretical Model to Study Students' Understandings of Fractions. Educational Studies in Mathematics An International Journal, 64, 293-316.
- 22) Drew H. Bailey, Robert S. Siegler, & David C. Geary (2014). Early predictors of middle school fraction knowledge. Developmental Science, 17(5), 775-785.
- 23) Braithwaite, D. W., Pyke, A. A., & Siegler, R. S. (2017). A computational model of fraction arithmetic. Psychological Review, 124 (5), 603-625.
- 24) Robert S. Siegler, Clarissa A. Thompson, & Michael Schneider (2011). An integrated theory of whole number and fractions development. Cognitive Psychology, 62 (4), 273-296.
- 25) 国立教育政策研究所 (2007). 平成19年度 全国学力・学習状況調査 報告書【小学校】算数. [https://www.nier.go.jp/tyousakekka/gaiyou\\_shou/19shou\\_houkoku4\\_2.pdf](https://www.nier.go.jp/tyousakekka/gaiyou_shou/19shou_houkoku4_2.pdf) (参照: 2025-10-31)
- 26) 国立教育政策研究所 (2010). 平成22年度 全国学力・学習状況調査 報告書【小学校】算数. [https://www.nier.go.jp/10chousakekkahoukoku/02shou/shou\\_4s.pdf](https://www.nier.go.jp/10chousakekkahoukoku/02shou/shou_4s.pdf) (参照: 2025-10-31)

- 27) 新村出 (2018). 広辞苑第七版. 岩波書店.
- 28) 国立教育政策研究所 (2014). 資質や能力の包括的育成に向けた教育課程の基準の原理. 教育課程の編成に関する基礎的研究 報告書7, <https://www.nier.go.jp/kaihatsu/pdf/Houkokusho-7.pdf> (参照: 2025-10-31)
- 29) 一松信他 (2023). みんなと学ぶ小学校算数1-6年. 学校図書株式会社.
- 30) 金本良通他 (2023). 小学算数1-6. 教育出版株式会社.
- 31) 小山正孝他 (2023). 小学算数1-6. 日本文教出版株式会社.
- 32) 清水美憲他 (2023). 新編新しい算数1-6. 東京書籍株式会社.
- 33) 相馬一彦他 (2023). 新版たのしい算数1-6. 大日本図書株式会社.
- 34) 寺垣内政一他 (2023). わくわく算数1-6. 啓林館.
- 35) 寺垣内政一他 (2023). わくわく算数2下. 啓林館, 107.
- 36) 寺垣内政一他 (2023). わくわく算数4下. 啓林館, 70.
- 37) 寺垣内政一他 (2023). わくわく算数5. 啓林館, 125.
- 38) 寺垣内政一他 (2023). わくわく算数6. 啓林館, 45, 67.
- 39) 一松信他 (2023). みんなと学ぶ小学校算数2年. 学校図書株式会社, 56.