

## 算数科におけるバランス理論を視座とする説得の特徴

Features of Persuasion in Mathematics Education  
from the Standpoint of Balance Theory

山 田 明日可\*

Asuka YAMADA

下 村 岳 人\*\*

Taketo SHIMOMURA

## 要 旨

本研究では、他者の認識を変容させるうえで認識主体はどのような説得を試みたのか、また認識主体が説得を試みるうえで数学的対象にどのような価値を有していたかを捉えることを試みた。そこで、Heiderのバランス理論を視座とし、本研究におけるPOXモデルを定め、インバランス状態からバランス状態に移行した話し合いを抽出し、そこでみられる説得が有すべき特徴について考察した。実験授業でみられた子ども同士の話し合いの分析結果からは、POXモデルにみる3者関係がインバランス状態からバランス状態に移行する際、説得として、数学的ツールの活用による数学的根拠の明示に向けた試みが確かめられた。また、緊張が続くインバランス状態をバランス状態へと誘う仲介者の説得もみられ、この二点が確認された。

〔キーワード〕 バランス理論, 説得, 小数の除法

## I 問題の所在

近年、自由進度学習を例とする個別最適な学習が注目を集め、子どもが学習する教室の画そのものが変化してきている。ただし、「令和の日本型学校教育」でも、個別最適な学びと協働的な学びの一体的な学びが求められており、個別最適な学びの偏重による孤立した学びとならないよう、協働的な学びについてもまた検討されていくことが必要であろう。そのような考えのもと、個別最適な学びと協働的な学びの相互往還により、一人ひとりの子どもの学びを醸成していきたいというのが本研究の立場である。そこで本稿では、協働的な学びにみられる相互作用において、どのように他者を説得しながら学習をつくりあげていくのかについて追究したい。そのような算数科授業における相互作用を対象とした研究は、これまでの数学教育研究でもその蓄積を確認することができる。例えば、数学的対象に対する意味づけが行われる過程を分析したものでは、一人の子どもの意味の形成過程に注目することから、相互行為が個人の理解の促進につながるといった知見が提出されている<sup>1)</sup>。他にも、複数のグループでの話し合いの様相を比較することから、他者の認識の変容にかなう発言の意図について考察するものなど

\*境港市立上道小学校

\*\*島根大学大学学術研究院教育学系

も確認される<sup>2)</sup>。このような、個人の学びに影響を与える相互作用の特徴に関する知見は、子どもたちが教室で学ぶことの価値を意味づけるものであるとも捉えることができる。ただし、他者の認識を変容させるうえで認識主体はどのような説得を試みたのか、また認識主体が説得を試みるうえで数学的対象にどのような価値を有していたのかを追究したものについては、管見の限り見当たらない。本研究はその点を問い、追究するものである。

そこで次章では、まず認識主体の数学的対象への価値づけと、それによる他者の認識に与える影響との関連を説明するにかなう理論について検討する。その後、研究課題を焦点化するとともに、その遂行に向けた調査の準備を整える。

## II 理論的視座

### 1. 本研究における相互作用の考察対象

本研究は、前章で明示した通り、他者の認識の変容にかなう認識主体の説得の様相を詳述しようとするものである。そのため本章では、認識主体が数学的対象に対して有していた価値と、それが他者に与える影響との関連を説明づけられる理論について追究する。そこでまずは、数学教育における相互作用を対象とした研究について概観する。これまでの研究からも、学級で算数について話し合うことの価値を説くものであったり<sup>3)</sup>、数学的証明の指導において新しいルールを受け入れるうえでは、教師と生徒のネゴシエーションが重要である点が指摘されるなど<sup>4)</sup>、相互作用と概念形成との関連を示したりするものも確認される。ただし、これらの研究にみられる相互作用の対象が、教師と子どもでもある点には注意を向けておく必要があるであろう。なぜなら、教師と子どもでは立場が異なるため、子ども同士の相互作用と比較した際、構成される知識の質が変わってくると考えられるからである。その点についてはBishopも、教師と生徒の関係の非対称性を指摘したうえで、授業におけるネゴシエーションでは、教師の権威、権力、制御の積極的および消極的な利用が必要と言及している<sup>5)</sup>。本研究では、他者の認識の変容にかなう認識主体の説得の特徴を考察しようというものであるため、上記の先行研究を踏まえた際、子どもから教師への説得は概念の違いからも困難なため、相互作用の対象は子ども同士と定まるであろう。そして、そのような、子ども同士の話し合いについて考察した研究も様々に確認することができる。例えば、子ども同士のやり取りの中で、数学的知識の同意を得るうえで必要となる交渉の特徴を追究したものや<sup>6)</sup>、グループ学習を考察対象とすることから、そこでみられた相互作用の特徴を4つに分類する研究などが確認される<sup>7)</sup>。これらの研究は、そこでみられた相互作用を経ることから、子どもが知識を構成する様相を描いていたり、発話が連鎖するうえで必要な要素について指摘されていたりと、本研究との関連を示す点も多く有益な示唆となる。しかし、数学教育研究において、他者の認識が変容した際の認識主体からの説得がどのような特徴を有していたのか、という点を追究した研究は見当たらない。そこで続けて、説得について概観する。

説得という言葉は、広辞苑では「よく話して納得させること」<sup>8)</sup>といった語義があてられている。そのような説得については、社会心理学の分野でも研究が進められてきており、説得研究の代表的な研究者であるHovlandらは、メッセージ学習理論を提唱し、説得性を伴った情報(メッセージ)が態度形成に影響を与えるといった知見を提出している<sup>9)</sup>。ただし本研究は、

他者の認識の変容にかなう説得の要素を捉えようとするものであり、当然ながらそこでは、認識主体もしくは他者が、何について認識していたのかまでが考察対象に含まれなければならない。そのため、説得者と被説得者の二方向のみならず、2者とその間にみられる「対象」といった3つの要素間の関連を同時的に捉えていくことが必要となる。そこで次節では、そのような3つの要素を分析対象とする、Heiderによって展開された認知的バランス理論について概観することから<sup>10) 11)</sup>、本稿の研究課題の焦点化を試みる。

## 2. Heiderの認知的バランス理論の概観

本節では、Heiderの認知的バランス（以下、「バランス理論：balance theory」と呼ぶ）について考察することから、研究課題を焦点化する。人は、他者との関係や信念体系における矛盾や不一致を嫌い、そのようなアンバランスな場面を調和（バランス）のとれた場面に解消しようとするといった前提に基づき、バランス理論を展開した。そこでは、主体である認識者(P)、認識者からみた他者(O)、認識の対象(X)といった3つの関係性を、三者関係モデル(POXモデル)を用いることから説明づけている。具体的には、それぞれの関係について、好意、承認、尊敬などに対して、非好意、不承認、軽蔑などをと表現したセンチメント関係(sentiment relationship)と、類似、近接、所有などのまとまりがあれば「+」、まとまりがなければ「-」と表現するユニット関係(unit relationship)を用いるモデルとして提案されるものである。さらに、それら3者の関係の積がプラスになるときがバランス状態、マイナスになるときがインバランス状態であるとされている。3者の関係間にはそれぞれ(+)及び、(-)が存在するため、8(23)パターンとなり、それを図示すると以下の通りとなる。

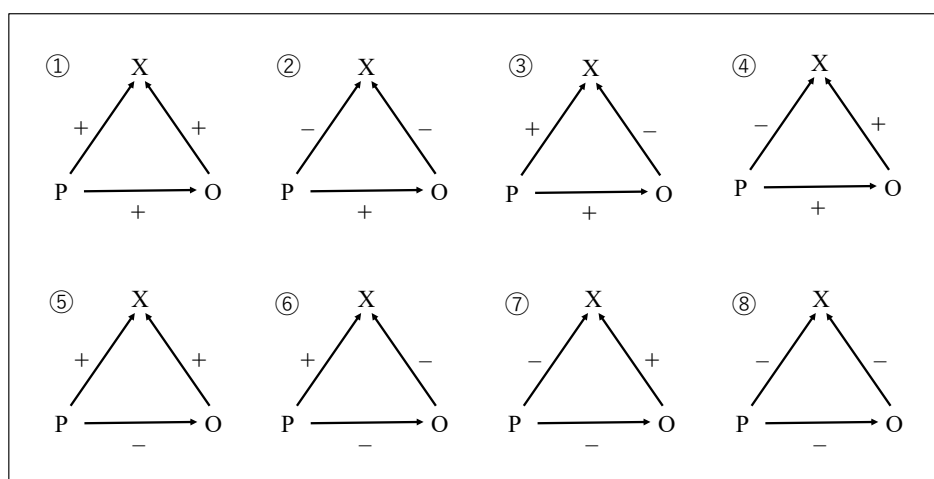


図1：Heider (1946) のバランス理論に見る POX モデルの種類

図1の①, ②, ⑦, ⑧では、それら3者の関係の積がプラスとなるためバランス状態となり、残りの③, ④, ⑤, ⑥では、それぞれの関係の積が負のためインバランス状態となる。ただし、この理論は教育研究にルーツをもつわけではなく、これまでの数学教育で本理論を援用する研究も確認することができない。そのため、援用するうえでの留意点を検討しなければならない。

### 3. 本研究におけるPOXモデルの援用可能性と研究課題の設定

バランス理論におけるPOXモデルは、それぞれの関係がある一時点においてどのような関係にあるかを考察対象とするものである。しかし、教育現場では、子どもの認識は、時間とともに変化するものであり、そのまま数学教育研究へ援用できるとは言い難い。つまり、一時点を捉える静的なPOXモデルを、刻一刻と変化する子どもの認識を捉えるといった時系列を含めた動的モデルとして解釈していく必要があると考えるのである。このような、Heiderのバランス理論を数学教育研究で用いるにあたっては、いくつかの検討事項は欠くことができないものとする。そこで本節では、本研究においてバランス理論を援用していくうえでの重要点及び、理論の拡張性について整理を行うことから、研究課題の焦点化を試みる。

第一に、POXモデルのそれぞれの要素の範囲についてである。学級において、Pである認識主体を一人と固定した際、それに対するOは複数の他者が想定されうるであろう。ただし、HeiderのPOXモデルにおいては、Oは特定の一人の他者を想定されているように、三者関係のそれぞれは最小ユニットとして考える構造となっている<sup>12) 13)</sup>。そのため、本研究で援用するPOXモデルでは、一斉学習やグループ学習などの複数の他者が存在する場面での分析であったとしても、HeiderのPOXモデルの原型に倣うこととする<sup>14)</sup>。第二に、数学的对象に向けた態度の拡張についてである。POXモデルとして例示されるものの多くが、物理対象や人物などであるに対して、本研究では数学的对象といった抽象的かつ言語化されにくいものが、X(対象)として設定されることとなる。そのため、対象(X)については、それへの態度に限定するのではなく、「理解感」や「有用感」など、多角的にその定義を設定することとする。第三に、バランス理論の評価の単純化への注意についてである。バランス理論における評価は、主にPOXモデルにみる「好意(+)」、「嫌悪(-)」の二値的に扱われることとなる。しかし、本研究における対象(X)は、数学的对象といった抽象的なものであるため、上述の通りその定義を拡張していくことが必要となる。そのため、「好意、嫌悪」といった態度に関する評価ではなく、定義に基づいた関係の評価を検討することとする。第四に、本研究におけるPOXモデルの限定性についてである。本研究は、子ども同士の話し合い活動において、インバランス状態がバランス状態に移行する際にみられる相互作用を考察対象とするものである。また、インバランス状態からバランス状態に移行する際には、PもしくはOの納得を引き出すことが予想される。換言すれば、それはPもしくはOによる説得の試みともいえよう。何より、そのようなやり取りが可能であるならば通例のやり取りは可能であるとみなし、他者に対する嫌悪感を抱いていることの想定は排除することとする。第五に、Heiderのバランス理論の原理に基づく<sup>15)</sup>、3者関係がインバランス状態の際には、認識主体(P)はその緊張状態を回復しようと、自身のXに対する態度を改めるか、他者(O)のXに対する認識を改めさせようと試みるることとなる。このとき、PもしくはOの数学的对象への態度(理解感、有用感など)が変容し、バランス状態が保たれたときの相互作用を説得とみなすこととする。以上より、本研究へのバランス理論の援用を考えた際、そこでみられるPOXモデルは、以下の4種に限定することができる。



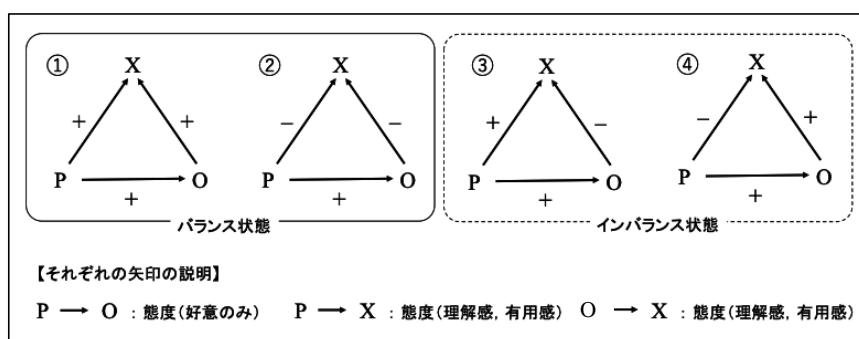


図2：本研究における POX モデルの4種

さらに、ここまでの議論を踏まえることから、以下を本稿の研究課題として設定する。

【研究課題】：本研究における POX モデルの設定に基づき（図2），インバランス状態からバランス状態に移行した話し合いを抽出することから，そこでみられた説得が有すべき特徴について指摘する。

### Ⅲ 調査の計画

#### 1. 調査対象と記録方法

調査対象は、2024年6月12日、13日に島根県公立小学校第5学年の1学級（全22名）で行われた「小数の除法」単元1時間分の学習である。授業は筆者ら2名で計画し、筆頭著者によって行われた。なお、授業実践において収集されたデータは、固定ビデオによる記録（教室前方に1台と後方に1台設置）、ICレコーダーによる音声記録、360°カメラ（各グループに1台ずつ）による記録、子どもが記述したワークシートである。

#### 2. 本研究における数学的対象の設定

調査を検討するにあたり、まずPOXモデルにみる数学的対象（X）について検討した。本調査では、2量を数直線図に表しながら比例関係を見出したり、これまでの除法概念を拡張することが求められたりするといったような、様々な数学的対象を扱う機会のある「小数の除法」単元を調査内容と定めた。この小数の除法単元は、その学習理解の困難性についてこれまでも報告されてきたものでもある<sup>16)</sup>。また山本は、小数の乗除法、割合に関する問題を扱いながら図の効果の検証を行っている。その調査結果からは、図を用いることで問題場面の状況をイメージしやすくなり、立式においても効果的に働くことを報告している<sup>17)</sup>。ただし、そのような小数の除法では、指導される数直線の種類や使い方が多種多様であるがゆえに、かえって児童の理解を難しくする点に言及する様子も確認される<sup>18)</sup>。他にも、石田の小数の乗・除法における数直線図の用い方に関する調査では、子どもたちの数直線図の用い方が7つに分類されており、子どもの認識を捉えるうえでも重要な示唆を与えている<sup>19)</sup>。また、この数直線を用いた問題解決について平山は「横の見方を未知量である□にまで拡張して用い、乗法の式を立式してから逆算で求めるものである。」<sup>20)</sup>と言及している。ただし、ここでの指摘にみる、横の見方を未知量である□にまで拡張して用いることができるのは、そもそもそこに比例関係が内在し、その原理に依拠しているからである。そのため、それが明示されないままでは、その場し

のぎの機械的な演算に終始してしまいかねない。そのため本稿では、数直線図に埋め込まれた比例関係を数学の対象（X）と定め、それへの態度（有用感、理解感）を考察対象とする。

### 3. 開発したワークシートとそこにみる意図

本章では、研究課題に挙げたバランス状態への移行の際にみられる説得の様相を捉えるための調査を計画する。まず、実験授業を実施するにあたりその学習内容の検討を行い、そこで用いるワークシートを開発した。以下に示す図3は、山田に基づき開発された第1時に使用したワークシートである<sup>21)</sup>。それぞれの設問内容の意図は、以下の通りである。

設問（1）は、0.8mのホースの重さが720gだった場合の1mの時の重さを求める式をかき、二直線図をもとにその式とした理由を説明する問題である。ここでは二直線図をもとに、2量の組み合わせを1とする大きさとして認識し、2量に対して同様の割合でわることから、それを式に表すことができるかを問うた。

設問（2）は、設問（1）についての話し合いを踏まえて、誰のどのような説明に納得したのかを問うこととした。ここでは、認識主体の納得が誰のどのような説得によるものであったかを確認することの意図を込めた。

設問（3）は、設問（1）と同様の問題とし、他者との話し合いを経た後の記述内容の変化の有無を確認することを意図したものである。なお、本研究で対象とする授業では、図1と類似したワークシートを用いることから調査を実施した。

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>0.8mのホースがあります。 このホースの0.8mの重さは720gです。</p> </div> <p>(1) ホース1mの重さを求める式をかきましょう。 また、その式になったわけを下の数直線をもとに説明しましょう。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-top: 10px;"> <p>式 _____</p> <div style="display: flex; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center; margin-right: 20px;"> <p>0                      720</p> <p>-----</p> <p>0                      0.8</p> </div> <div style="text-align: right; margin-left: 20px;"> <p>重さ(g)</p> <p>長さ(m)</p> </div> </div> </div>	<p>(2) 誰のどんな説明に納得（「たしかに！」「そうなんだ！」）しましたか？</p> <p>(3) 友達との話し合いをもとに、もう一度、ホース1mの重さを求める式とその式になったわけを説明しましょう。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-top: 10px;"> <p>式 _____</p> <div style="display: flex; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center; margin-right: 20px;"> <p>0                      720</p> <p>-----</p> <p>0                      0.8</p> </div> <div style="text-align: right; margin-left: 20px;"> <p>重さ(g)</p> <p>長さ(m)</p> </div> </div> </div>
--	--

図3：本研究で開発したワークシート

### 4. 分析の手順

調査対象授業後に行った分析の手順は、以下の通りである。なお、分析は筆者ら2名（数学教育学を専門とする研究者及び、授業実施者）で行った。

第一に、授業内で子どもが記述したワークシートデータ及び、適用題の結果について表計算ソフトを用いることから整理した。第二に、2時間分の授業の映像、音声を参照しながら、トランスクリプトを発話に区切った。作成された発話は、一人の参加者の一まとまりの音声言語連続及び、内容の変わり目を区切りとした。第三に、2つのグループを抽出し、そこでみられた発話に対して、本研究におけるPOXモデルを参照することから（図2）、3者関係の状態を

捉えることを試みた。第四に、小数の除法場面のグループでの話し合いにおけるインバランス状態からバランス状態に移行する際にみられた、説得が有すべき特徴について考察した。

#### IV 分析結果と考察

##### 1. ワークシート記述における分析結果

本節では、授業内でみられた子どものワークシート記述の分析結果を示すとともに、多少の考察を加える。授業内で扱われた子どものワークシート記述における、設問1の立式と説明の正誤、影響を与えた発話者（問2）及び、設問3の立式と説明の正誤をまとめることから表1を得た。なお、設問1及び、設問3の正誤に関する1, 0は、それぞれ正誤である。

グループ	イニシャル	設問 (1)	設問(2)	設問 (3)
A	AI	1	SO	1
	HA	0	AI	1
	SO	0	AI	1
	KO	1	AI	1
B	MI	0	KI	0
	TA	0	KI	0
	KI	0	TA	1
C	OA	1	CH	1
	RI	1	OA	1
	CH	0	OA	0
	BA	0	OA	0
D	YU	1	MA	1
	MA	1	YU	1
	HI	0	MA	0
E	SA	1	KA	1
	KA	0	SA	0
	YN	0	KA	0
	AT	0	KA	1
F	TO	0		0
	OG	1	TO	1
	TU	0	OG	0
	YO	0		0

表1：第1時に使用したワークシート記述の分析結果

表1からは、設問1における正答率が36.4%、設問3の正答率は54.5%であった様子が読み取れる（小数第二位を四捨五入）。また、設問1の数直線図への説明において、以下のように二直線図へ矢印を書き入れた子どもは12名（54.5%）であり（図4）、その中で正しく比例関係を捉えながら表現できていた子どもは5名（22.7%）であった。この結果を踏まえると、本時の開始時には、比例関係を正しく見出せていた子どもは全体の1/4に満たなかった様子であり、多くの子どもにとっては、その点を理解していくことが求められていたものと推察される。

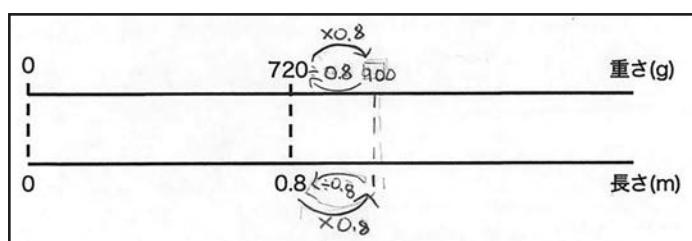


図4：二直線図に矢印を表しながらの説明

さらに、表1からは、話し合いを終えた後の説明で（設問3）、内容に変化が見られたグループは、A及びEグループであった様子が読み取れる。前章で論じた通り、ここではインバランス状態からバランス状態へと移行したこと、またそこでは認識の変容にかなう説得がなされていたものと考えられる。そこで次節では、グループA、Eを抽出グループとして選定し、グループの話し合いについて分析することから、インバランス状態からバランス状態に移行する際にみられる説得の特徴について考察する。

## 2. グループ学習で見られた話し合いの実際

授業では、開始後にワークシートを個人で解決する時間がもたれた後、自身の考えについて話し合う時間が設けられた。以下は、その話し合いの実際である。

### (1) グループAにおける話し合いの実際

グループAは、個人解決時から二数直線上に比例関係を正しく表現していた、AIとKOを含む全4名で構成されたグループである。以下は、第一時に本グループで話し合いが始まった直後からのトランスクリプトデータである。

#### ①AIとHAのインバランス状態の留保

A-01C (HA)：式あってるか、わからない。

A-02C (AI)：式は $720 \div 0.8$ 。なんでかっていうと、比例しているから。

A-03C (HA)：割る？割るの？

A-04C (AI)：だって、1の、1の0.8倍は0.8だし、900の0.8倍は720だから。

A-05C (AI)：HAのやつ見して。（HAの記述を指差しながら）どちらも0.8で割るんだよ。

A-06C (HA)：え、違うくない？

A-07C (AI)：なんで？

A-08C (HA)：掛けても変わらないよ？

A-09C (AI)：いいじゃん別に。比例しているから。

A-10C (HA)：分かんないよ。

A-11C (SO)：説明してよ。

A-12C (AI)：比例しているから。

A-13C (SO)：それだけじゃ、分かんないよ。

A-14C (AI)：比例しているから、これと、割る数とかける数を逆に変えても同じになる。（KOに向かって）なんか言ってよ。

A-15C (KO)：比例してて、0.8倍できるじゃん。0.8倍したら、だから、 $900 \div 0.8$ 、あ、違う、違う。間違えた。わからん。



ここでは、AIが立式の理由として2量の比例関係を挙げるものの(02C, 09C), そのようなAIの説明に疑問を抱くHAの様子が確認されている(10C). そのようなHAに対してAIは、HAのワークシートに記載された数直線を指しながら、どちらも0.8でわるといった説明を行っている(05C). ここでのAIの説明は、困惑しているHAに対して、比例関係を根拠とすることから理解を促そうとする行為であったものと考えられる. そのようなAIの試みを受けたHAではあったが、話し合いの後の設問2で「AIの比例している?」と記述する様子が確認された. この記述にみる「?」からは、比例関係であることに疑念を抱いていたものとも読み取ることができる. また、設問3でも二直線図へ比例関係を正しく表すことができず、ここでのAIの比例に関する説明には納得していない状態にあったものと判断した.

以上を踏まえると、AI (P) とHA (O) 及び、比例関係 (X) との関係は、インバランス状態にあったものと考えられる. その3者関係をまとめたものが図5である.

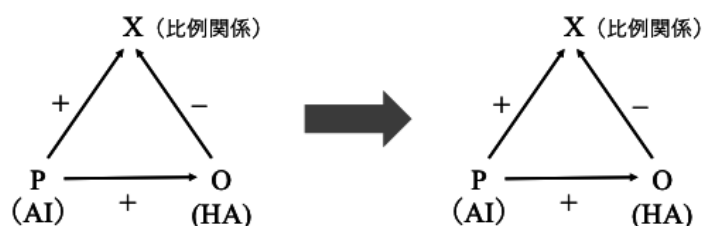


図5: AI と HA を視点とした POX 関係

## ②KO とHAのバランス状態への進展

以下に示すのは、0.7mの鉄のぼうの重さが1.05kgだった場合の1mの重さを求める学習場面(第2時)での、Aグループの話し合いにおけるトランスクリプトデータである.

A-16C (AI): 式は?

A-17C (SO):  $1.05 \div 0.7$ .

A-18C (AI):  $1.05 \div 0.7$ . 私の理由は、なんでかということと比例しているから.

A-19C (KO): 比例しているからじゃなくて、SAを見習って、なんとかでなんとかで比例しているからって言わないと. 比例しているだけじゃ、分かんないよ. じゃあ、なんで、この矢印になったのかAI説明して.

A-20C (AI): 理由がむずかしい.

A-21C (KO): どうやって説明しよう、比例しているから…

A-22C (HA):  $\times 7$ のところで比例しているのはわかるけど…

A-23C (KO): 比例してて、 $\times 0.7$ できるから、 $\div 0.7$ もできる.

A-24C (AI): ああ～.

ここでは、まずAIが前時同様に長さと言及する2量が比例関係にあることについて言及する様子が確認される(18C). そのAIの説明に対してKOは、2量が比例していることの根拠を、数直線を使用しながら説明するよう促している(19C). ただし、そのKOの要求に対してAIは、2量の比例関係を説明することが困難であると困惑する様子を示した(20C). また、その後

KO も同様に困惑する様子が確認される (21C). そのような KO に対しては, HA が「 $\times 7$ のところで比例しているのはわかるけど…」(22C) と発言しており, 2量が比例していることには一定の納得を示していたとも読み取れる. そのような HA の発言を受け KO は, どちらも同様の割合をかけることが可能であることを論拠に, その逆算として割合をわることもまた可能であることを主張している (23C). そのようなやりとりを経ることから, 授業最後に実施した適用題では, HA が以下のように二直線図に説明を加える様子が確認された.

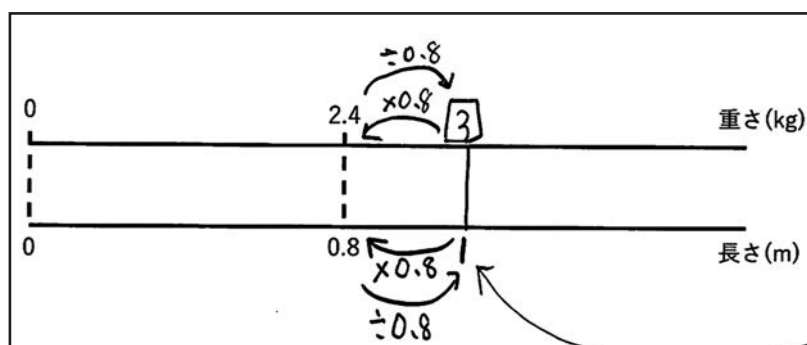


図 6：第 2 時の適用題における HA のワークシート記述

この様子も踏まえると, 比例関係には納得を示すものの除法の式になることに疑問を抱いて HA が, 上述の KO の発言には納得したものと推察される.

以上を踏まえると, KO (P) と HA (O) 及び, 比例関係 (X) との関係は, インバランスからバランス状態へ移行したものと考えられる. その 3 者関係をまとめたものが図 7 である.

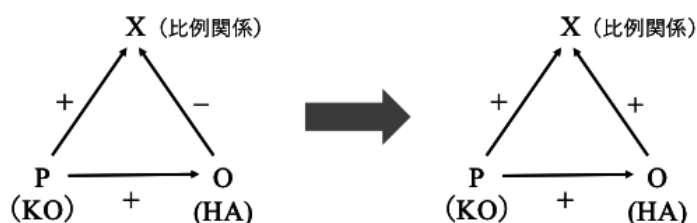


図 7：KO と HA を視点とした POX 関係

## (2) グループ E における話し合いの実際

グループ E は, 個人解決時から二数直線上に比例関係を正しく表現していた, SA を含む全 4 名で構成されたグループである. 以下は, 第一時に本グループで話し合いが始まった直後からのトランスクリプトデータである.

### ③ SA と AT のバランス状態への進展

E-25C (KA) :  $720 \div 0.8$ .

E-26C (SA) :  $720 \div 0.8$ ,  $0.8 \div 0.8$ .

E-27C (KA) :  $\div 0.8$  と  $0.8$ .

E-28C (SA) : だから矢印の位置が違うんだよ.  $0.8$  から  $\div 0.8$  したら  $1$  で,  $720 \div 0.8$  になる. 矢印の向きがちがう, だからこう, だから反対だよ. ここ.

E-29C (AT) : ああ, 反対?

E-30C (SA) : こっからだと  $900$  でしょ?

E-31C (AT) : そうだよ.

E-32C (SA) : そしたら,  $720$  になるでしょ? でもさ,  $1 \div 0.8$  はちがうじゃん.

E-33C (AT) : あ, そうだ.

グループ E では,  $720 \div 0.8$  と立式した SA が主として説明を行う様子が確認された. SA は, 自身の二直線図とは異なる表現をしていた AT に対して, その数直線を指しながら, 矢印が逆向きになっていることを指摘する様子が見えがえた (28C). そして, そのような SA の指摘に対しては, AT が賛意を示す様子も読み取れる (33C). また, 第2時の授業最後に実施した適用題では, AT が二直線図へ比例関係を正しく表す様子も確認された (図8).

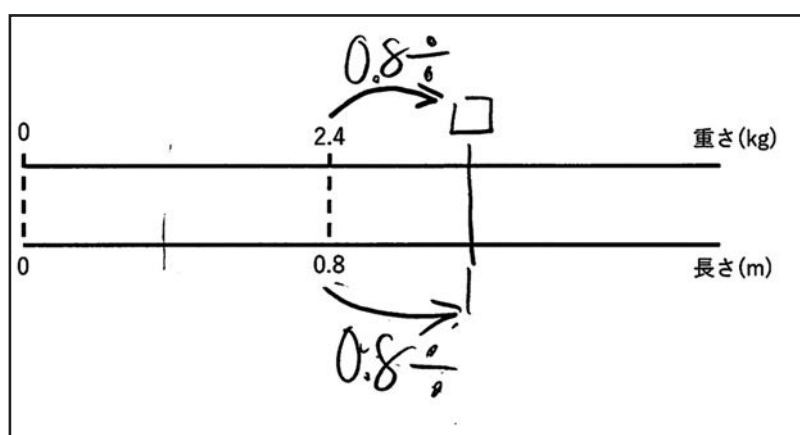


図8：適用題における AT の数直線図

この様子も踏まえると, 二直線図の比例関係に理解感の小さかった AT が, 上述の SA の説明をもとに矢印の方向に納得を示したものと推察される.

以上を踏まえると, SA (P) と AT (O) 及び, 比例関係 (X) との関係は, インバランスからバランス状態へ移行したものと考えられる. その3者関係をまとめたものが図9である.

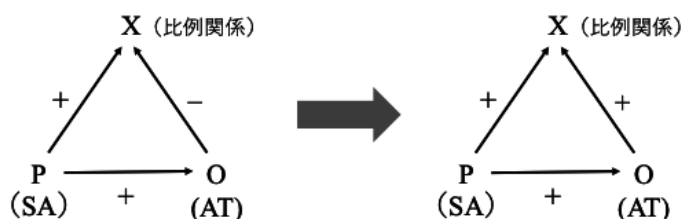


図9：SA と TA を視点とした POX 関係

## V 議論

本節では、前章で確認された各グループでのPOXモデルにおいて、インバランス状態からバランス状態へと移行した際にみられた説得の特徴について指摘する。

### 1. 数学的ツールの活用による数学的根拠の明示に向けた試み

AグループとEグループの話し合いでは、どちらもPOXモデルにおいてインバランス状態からバランス状態へと移行する様子が確認された。また、どちらのグループでも二直線図を話し合う際のツールに、2量の比例関係を数学的根拠としながら除法となるわけを説明する様子が見ええた。そこでの認識主体の行為が他者の納得を引き出し、結果として3者関係はインバランス状態からバランス状態への一時点に移行したものと考えられる。そのため、POXモデルにおけるインバランス状態からバランス状態に移行するための説得の特徴としては、容認されてきた数学的ツールをもとに、そこに内在する数学的根拠を明示しようとする試みが求められるものと推察する。ただし、それぞれの分析結果からは異なった様相も浮かび上がっており、このように結論づけるには慎重にならなければならないとも考える。具体的には、Aグループの話し合いでは、数直線をもとにしながら、比例を明示しようとする試みが行われていたのに対して (04C, 12C, 14C)、Eグループでは、比例については言及されるものの、二直線図にみる矢印の向きのみの説明に留まっていた (28C)。そのため、一方を2倍、3倍すれば、他方も2倍、3倍するといった2量の比例関係についての理解が十分になされないまま、図的表現のみが変化した恐れがある。

### 2. 緊張が続くインバランス状態をバランス状態へと誘う仲介者の説得

Aグループでの話し合いからは、数学的根拠として2量の比例関係を挙げるAIの様子が確認された。そのようなAIの説明に対しては、疑問を呈したり、説得に対して抵抗を示したりするHAの様子が確認された (06C, 10C)。また、AI (P)、HA (O)、数学的対象 (X) の関係はインバランス状態のままであり、HAは比例関係は捉えているものの逆算としての除法関係に着目することができず、二直線図に除法関係を見出すことができずにいた。しかし、第2時の適用題からは、HAが2量の比例関係を捉えた上で、2量の除法関係に着目した二直線図をかく様子が確認された (図6)。そのようなHAの二直線図の変容には、KOによる説明が影響したものと考察した。そのKOは、第1時のグループでの話し合いにおいて、AIとHAの議論に介入したり (15C)、第2時の学習において除法になるわけを、二直線図を用いたりしながら2量の比例関係を説明する様子もみええた (23C)。ここでのKOの姿は、第1時からAI (P)、HA (O)、数学的対象 (X) の関係におけるインバランスな状態を間近で捉え、そこでの緊張状態をバランス状態へ移行するために、自らが介入し説得に成功したものであったと捉えることができる。つまり、インバランス状態をバランス状態へと誘う仲介人としての役割を果たしていたものといえよう。以上に鑑みると、第2時での適用題において、HAが二直線図に正しい比例関係を見出した点を踏まえると (図6)、緊張が続くインバランス状態をバランス状態へ移行するうえでは、それまでのインバランス状態を客観視したうえでバランス状態へと誘うことのできる、仲介人としての説得行為が重要となる点も示唆された。

## Ⅵ 本研究の成果と課題

本研究では、他者の認識を変容させるうえで認識主体はどのような説得を試みたのか、また認識主体が説得を試みるうえで数学的対象にどのような価値を有していたのかを捉えることを目指して、Heiderのバランス理論に示唆を求めた<sup>22)</sup>。そして、その理論をもとに、本研究が対象とするPOXモデルを定めたうえで、本稿の研究課題を、インバランス状態からバランス状態に移行した話し合いを抽出することから、そこでみられた説得が有すべき特徴について指摘することと設定した。この研究課題の追究にあたり、小学校5年生の小数の除方単元を対象とした実験授業を計画、実施した。そこで子ども同士の話し合いを対象とした分析結果からは、POXモデルにみる3者関係がインバランス状態からバランス状態に移行する際にみられた説得として、次の2点を特徴づけた。第一に、数学的ツールの活用による数学的根拠の明示に向けた試みであり、第二に、緊張が続くインバランス状態をバランス状態へと誘う仲介者の説得である。

ただし、Ⅴ章でも述べたように、比例関係の理解感についてはその掌握が不十分である点については否めない。また、本調査では変容のあったグループを抽出したが、限定的かつ局所的な分析に留まっており、調査数を増やすことで、本稿では確認されなかった説得の特徴について指摘できる可能性も残されている。以上についての追究が、残された今後の課題である。

## 付記

本論文は、下記に示す国内学会で発表した内容から、再度理論の解釈を行うとともに、新たなデータ及びその分析を加えて加筆・修正し、まとめたものである。

山田明日可・下村岳人 (2024). 算数科にみるインバランス状態における説得の様相－Heiderのバランス理論を視座として－, 日本数学教育学会 第57回秋期研究大会発表集録, 57 (1), 277-280.

## 謝辞

本研究は、JSPS科研費（課題番号JP23K02341）の助成を受けている。本研究の調査にご協力いただいた島根県公立小学校の先生及び児童の皆様に厚く御礼申し上げます。

## 引用・参考文献

- 1) 中村光一 (2003). 算数授業におけるシンボル化の過程の分析：個人と集団とのかかわりを考慮して. 数学教育論文発表会論文集, 36, 277-282.
- 2) 下村岳人・岡部恭幸・下村早紀・齋藤英俊 (2022). 分数概念の形成過程にみる数学的交渉の特徴：量分数の学習場面におけるグループ学習の分析を通して, 科学教育研究, 46, 4, 283-298.
- 3) Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, 27 (1), 29-63.
- 4) Balacheff, N. (1991). Treatment of refutations: Aspects of the complexities of a



- constructivist approach to mathematics learning. In E. von Glasersfeld (Ed.) , *Radical constructivism in mathematics education* (pp. 89-110) . Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Press.
- 5) Bishop, A. J., & Goffe, F. (1986) . Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. G. Howson, & M. Otte (Eds.) , *Perspectives on mathematics education* (pp. 309-365) . Dordrecht, Netherlands: D. Reidel Publishing Company.
- 6) 下村岳人, 岡部恭幸, 下村翔平 (2020). 数学的知識の協定過程における数学的交渉にみる発言の意図に関する一考察：第6学年「分数の除法」単元を事例として, 科学教育研究, 44, 4, 271-288.
- 7) 石田淳一 (2022). 小数の乗除文章題解決における数直線図や関係図の表現と活用に関する調査研究, 科学教育研究, 46 (4), p.456-468.
- 8) 新村出編 (2018) .広辞苑 第七版.岩波書店.
- 9) Hovland, C. I., Janis, I. L., & Kelley, H. H. (1953) . *Communication and persuasion; psychological studies of opinion change*. Yale University Press.
- 10) Heider, F. (1946) . Attitudes and Cognitive Organization. *Journal of Psychology*, 21, 107-112.
- 11) Heider (1958). *The psychology of interpersonal relations*. New York: Wiley.
- 12) 前掲書10)
- 13) 前掲書11)
- 14) 前掲書10)
- 15) 前掲書10)
- 16) Greer, B. (1994). Extending the meaning of multiplication and division. In G. Harel and J. Confrey (Eds.) , *The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning Mathematics* (pp.61-85) . New York: State University of New York Press.
- 17) 山本正明 (1995). 問題解決における数直線や線分図等の図の効果. 日本数学教育学会誌, 77, 8, 2-9.
- 18) 岩澤亜弥, 日野圭子 (2011) . 算数科における素地的な学習活動についての研究. 宇都宮大学教育学部教育実践総合センター紀要, 34, 1-8.
- 19) 前掲書7)
- 20) 平山秀人 (2007) . 数直線指導についての一考察：数直線の「縦の見方」活用の意義, 学芸大数学教育研究, 19, 456-468.
- 21) 山田明日可 (2024) . 算数科における納得の様相をみとる学習教材の開発－第5学年小数の乗法場面を事例として－. 日本科学教育学会研究会研究報告, 38, 6, 35-38.
- 22) 前掲書10)