

ヒッグスポータルを持つマヨラナフェル
ミオン暗黒物質模型の Freeze-in 生成機
構と検出実験による制限

(Freeze-in Mechanism in Majorana
Fermion Dark Matter Model with
Higgs Portal and its Constraints
from Detection Experiments)

令和 7 年 3 月

池本 順平

島根大学大学院自然科学研究科

目次

1	イントロダクション	2
2	素粒子標準模型の物理史からみる有効場理論の物理的有意	5
2.1	中性子のベータ崩壊と有効場理論	5
2.2	ミューオンのベータ崩壊の有効場理論とゲージ理論	8
2.3	DM を含む有効場理論	11
2.3.1	ヒッグスセクター	12
2.3.2	最低次元の有効場理論とモデルの構築	15
3	DM 生成機構	17
3.1	ボルツマン方程式と熱平均散乱断面積	17
3.2	Freeze-out 機構	22
3.3	Freeze-in 機構	25
3.3.1	ヒッグスポータル有効場理論による Freeze-in 機構	26
4	暗黒物質の検出実験	30
4.1	直接観測実験	31
4.2	間接観測実験	33
4.2.1	<i>Fermi</i> -LAT データセッティング	34
4.2.2	DM 対消滅および崩壊から生じる DM シグナル	38
4.2.3	DM 分布と J-factor	41
4.2.4	結合尤度解析を用いた DM の平均散乱断面積に関する制限	42
5	結論	46
	謝辞	48

1 イントロダクション

素粒子の標準模型 (Standard Model: SM) は現在の観測・実験を非常に精度よく予言している。しかし、SM では説明できない観測・実験事実が存在し、その未解決問題を解決するために素粒子の標準模型を超える物理 (Beyond Standard Model: BSM) を考える必要がある。BSM のエネルギースケールがわかれば、SM では記述できない現象や新粒子、宇宙の熱史の進化をより正確に記述できる可能性がある。また、SM の未解決問題のひとつである暗黒物質 (Dark Matter: DM) の存在は天体物理学的・宇宙論的観測によって強く支持されている。非相対論的な DM は初期宇宙の小さなスケールの DM 密度の揺らぎから DM の小規模構造が形成され、そのポテンシャルにバリオンが冷却・束縛され、銀河、銀河群、銀河団といったボトムアップ的に銀河形成される。一方、相対論的な DM の場合は初期の小さな密度揺らぎは DM の相対論的な速度によって消され、まず超銀河団のような大規模構造を形成する。それが、銀河団、銀河群、銀河というように小規模構造にトップダウン的に形成される。このように DM は宇宙の豊富な構造（銀河、銀河系など）形成において非常に大きな役割をもち、初期宇宙から現代宇宙の物理の理論構築に欠かせないものであり、現在の宇宙の DM 残存量もわかっている。しかし、現在まで高エネルギーの加速実験において DM 粒子の発見はまだされていない。そこで SM の粒子セクターと DM 粒子セクターには現在の高エネルギー実験のエネルギースケールよりも非常に大きなエネルギー・スケール (カットオフ・スケール) が存在し DM 粒子のセクターが隠れているようにみえると考えることができる。

SM は理論・実験から、SM 粒子の質量、スピン、ゲージ結合定数や湯川結合定数の大きさなど SM パラメータがよくわかっている。しかし、DM 粒子のセクターについてはほとんど何も知らない。そこで、DM の特定の自由度だけを用いた有効場理論を構築し、DM の物理を考察する。本博士論文で DM 粒子のセクターで興味のある自由度は DM が出現するような BSM のエネルギースケールと DM 質量である。この2つの自由度を用いた有効場理論を構築し DM の物理について議論する。

初期宇宙における DM 粒子の生成は、熱的生成か非熱的生成、あるいはその両方によって進行する可能性がある。前者は Freeze-out 機構と呼ばれ、宇宙初期に大量の DM が存在し、SM 粒子との熱平衡と膨張宇宙によって現在観測されている量まで減少するというものである。後者は Freeze-in 機構と呼ばれ、非熱平衡粒子（ここでは DM 粒子）が SM 粒子の熱浴から生成される。本研究では、マヨラナ・フェルミオン DM(χ) と SM のヒッグス場 H との次元 5 の有効相互作用 $\mathcal{L} \supset HH^\dagger \bar{\chi}\chi/\Lambda$, (Λ はカットオフ・スケール) を

導入する． Λ が十分大きいと DM は，宇宙熱史において SM と熱平衡状態になることはない．したがって DM は Freeze-in 機構によってのみ生成される．ただし，本模型は繰り込み不可能な理論であるので有効理論が破綻しないように，初期宇宙のインフレーション終了後の輻射優勢宇宙の温度 DM 生成する温度（再加熱温度, T_{RH} ）を初期条件として $\Lambda \gg T_{\text{RH}}$ のように設定する必要がある．また，現在の宇宙のバリオン数を生成するためのバリオジェネシスを保証するために T_{RH} はスファレロン温度 100 GeV よりも大きいとした．以上の仮定の下，Freeze-in 機構の数値解析を行い，さまざまな DM 質量 (m_χ), T_{RH} , Λ に対する DM 残存量を調査する．現在の宇宙の DM 残存量を満たす等高線のパラメータ領域 (m_χ , T_{RH} , Λ) を求めた．

Freeze-in 機構では加速器実験のような高エネルギー実験よりも大きなエネルギースケールを仮定しているので，DM 検出実験では加速器実験ではなく，待機型の実験の DM 直接観測実験と DM 間接観測実験について議論する．本研究では次世代実験の XENONnT を想定して議論する．XENONnT の直接観測実験は液体キセノンを使用した二層検出器（液体と気体）で DM が原子核に反跳を引き起こした際の信号を観測する．液体キセノンは高密度で DM との相互作用確率を上げることができ，その二層構造のためにシグナルに対する効率的な収集率と高い位置分解のおかげで DM 直接観測実験で高感度の性能を見せることができる．本模型の有効場は CP 不変な理論なので，DM とキセノン原子核による散乱断面積はスピン非依存な散乱 (DM-nucleon σ^{SI}) である．同実験の DM 直接観測実験の散乱断面積の上限値と Freeze-in 機構から評価したパラメータ領域を用いた理論値を比較する．

一方，DM 間接観測実験は DM 対消滅もしくは崩壊から生じる DM シグナルを観測する実験である．本研究のセットアップではヒッグスポータルを扱うため，DM 対消滅から生じる DM シグナルの宇宙線について調査した．DM 対消滅によって生成された SM ペアがさらにカスケイド崩壊し最終的に (陽) 電子や (反) 陽子，(反) ニュートリノ，光子といった安定な粒子が生成される．これら安定粒子が DM シグナルとして観測される可能性がある．光子は電荷をもたないので銀河磁場の影響は受けないので DM シグナルの指向性を保持することができる．ニュートリノも同様に電荷をもたないが，光子のほうがより観測しやすいので，光子（ガンマ線）のみを観測対象とする．DM 対消滅に由来するガンマ線は，現在，フェルミ・ガンマ線宇宙望遠鏡 (Fermi Gamma-ray Space Telescope: Fermi) の大面積望遠鏡 (Large Area Telescope: LAT) により探索されている．DM シグナルの源としては，天の川銀河にある矮小球状衛星銀河 (Dwarf spheroidal satellite galaxies: dSphs) は，DM 密度が高く，バックグラウンドとなるバリオン数が比較的少ないため有望である．本研究では十分な量の統計データが得られている 16 個の dSphs の

14 年間分の Fermi-LAT データを用いて, DM の平均散乱断面積の上限値を評価した.

本博士論文は参考文献 [1, 2] の論文に基づく. 論文 [1] は第 2 章から第 4.1 章まで, 論文 [2] は第 4.2 章の内容となっている第 2 章では, ベータ崩壊を扱う物理史からベータ崩壊の現象がどのように理論づけられていったのかをみて有効場理論の有用性を確認する. 第 3 章では本模型の場合, DM がどのように現在の宇宙の DM 残存量を生成されるのかを議論し解析した. 第 4 章では DM の観測実験を議論し, 本模型の Freeze-in 機構により評価される DM のパラメータ領域が排除されるのかを解析した. 最後に結論を述べる.

2 素粒子標準模型の物理史からみる有効場理論の物理的有意

物理を記述するうえでその物理系におけるエネルギースケールを考慮することは非常に重要である。特に場の量子論では、繰り込み理論により電荷や質量などの物理量はエネルギースケールに応じて変化する。素粒子物理実験では、粒子を光速近くまで加速させ高エネルギー衝突から生じる素粒子の種類やエネルギー、運動量などを測定することで、DM や BSM 粒子などの新物理の発見に注力してきた。しかし、現在まで高エネルギー領域実験において DM 粒子の発見はまだされていない。そこで SM セクターと DM セクターには現在の高エネルギー実験のエネルギースケールよりも大きなエネルギーポテンシャル (カットオフスケール Λ) が存在し DM 粒子のセクターが隠れているようにみえると考えることができる。有効場理論は特定のエネルギースケールで生じる物理現象を記述するために高エネルギーの自由度を無視して注目するエネルギースケールに重要な自由度のみを抽出し、物理現象を記述する。この手法を用いて、SM セクターと DM セクターとの間に相互作用を近似的に構築することができる。本章では、有効場の理論の例としてベータ崩壊をみて、トップダウンアプローチによって理論を構築し有効場理論の有用性を議論する。

2.1 中性子のベータ崩壊と有効場理論

ベータ崩壊とは、原子核の放射性崩壊のうちのベータ粒子 (電子または陽電子) の放出を伴うものをいう。中性子 n の質量は電子 e^- と陽子 p の質量の和よりも大きいので、質量保存則だけを考えれば

$$n \rightarrow p + e^- \quad (2.1)$$

のような 1 対 2 崩壊がエネルギー的に許され、ベータ崩壊に関する粗い理論が構築される。実際に中性子が陽子と電子に崩壊する様子は観測されており、中性子のベータ崩壊と呼ばれる。

始状態の中性子が静止している慣性系を考えると、運動量保存則より終状態の陽子と電子は反対向きに同じ大きさの運動量をもって放出されるはずである。また、エネルギー保存則

$$m_n = E_p + E_e = \sqrt{m_p^2 + p^2} + \sqrt{m_e^2 + p^2} \quad (2.2)$$

を p と E_e について解くことができ、電子の運動エネルギー T_e が得られる。

$$T_e = E_e - m_e = \frac{(m_n - m_e)^2 - m_p^2}{2m_n} \approx m_n - m_p - m_e \quad (2.3)$$

ただし、 $m_n - m_p, m_e \ll m_n$ を用いた。以上より、中性子崩壊から生じる電子の運動エネルギー分布は $m_n - m_p - m_e$ をピークとするような δ 関数となるはずである。確かにアルファ線やガンマ線のエネルギー分布は離散的な値を示す。しかし、ベータ崩壊の観測では電子のエネルギーは2粒子崩壊だとした場合のエネルギーよりも小さく、連続的に分布している。したがって、終状態が陽子と電子だけしか存在しない場合、エネルギー保存則が成り立たなくなる。また、角運動量保存則にも問題が生じる。陽子と電子のスピンは $1/2$ であり、それらの軌道角運動量によって生じる角運動量は必ず整数になる。これらを合成したものが終状態の角運動量である。したがって、この2粒子崩壊では終状態は全体として整数の角運動量になるはずである。しかし、始状態の中性子はスピン $1/2$ であるので、始状態と終状態の角運動量の帳尻が合わないので、角運動量は保存しなくなる。このように、ふたつの重要な保存則が破れているように見える。

まず、ベータ崩壊によって生じるエネルギー保存則が成り立つためには、何か新しい粒子が余分のエネルギーを運び去っていると考えればよい。そして、その粒子がさらに半奇整数の角運動量を持ち去ってしまうと考えれば、角運動量の保存則も満たす可能性がある。その粒子は電気量保存則を満たすためには電荷が中性であることが課せられる。この解決策を与えたのが、パウリであり、新しい粒子の存在を仮説を提唱した。その新粒子はニュートリノと呼ばれる。このときベータ崩壊は中性子の3体崩壊であると考えられる。

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \quad (2.4)$$

ここで、レプトン数保存よりニュートリノの反粒子 $\bar{\nu}_e$ が3体崩壊に加わる。ベータ崩壊における電子のエネルギーは連続分布を示すが、運動エネルギーの最大値は2粒子崩壊の場合に得られるはずの値、(2.3) 式になっている。すなわち、電子の最大可能運動量エネルギー $T_{\max}$ が反ニュートリノなしの場合のエネルギー、(2.3) 式にまで達するという観測を説明するためには、反ニュートリノの質量が0もしくは極微質量でなければならない。この場合、中性子の3体崩壊 ($n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$) するならば、反ニュートリノが持ち去るエネルギーの大きさに従って、電子の運動エネルギーは最大エネルギー $T_{\max}$ から0まで連続的に分布する。また、角運動量が保存するためには、軌道角運動量が最低次のものを考えればよいので、ニュートリノのスピンは $1/2$ であると推測される。ニュートリノの仮定はベータ崩壊の観測をうまく説明し、ニュートリノの存在は実験的に発見された。

中性子はベータ崩壊し、平均寿命 τ_n は 15 分程度である。

$$\tau_n = (896 \pm 10) \text{ s} \quad (2.5)$$

平均寿命の逆数は 1 個の中性子が 1 秒当りに崩壊する確率であるので、崩壊確率 ω は $\omega = 1/\tau$ となる。

いままでの実験事実をまとめると、中性子のベータ崩壊は中性子と陽子、電子、反ニュートリノの 4 つの粒子が一点で相互作用して生じている。このように 4 つのフェルミ粒子が一点で相互作用をフェルミ型相互作用、4 フェルミ相互作用という。始状態 i から終状態 f に遷移する確率振幅 T_{fi} は、4 粒子の波動関数の重なり合いとベータ崩壊の結合定数、フェルミ結合定数 G_F で評価される。中性子の波動関数を ψ_n で表すように、粒子種は波動関数の下付き文字で区別する。始状態の粒子の波動関数は ψ 、終状態の粒子の波動関数は複素共役 ψ^* で表される。ただし、反粒子は複素共役で与えられるので、終状態の反ニュートリノの波動関数は ψ で与えられる。また、ベータ崩壊の実験データから終状態の 3 粒子のカイラリティはすべて負であることがわかっている。波動関数のカイラリティは左巻き (カイラリティ負) の粒子を添え字 L で表し、右巻き (カイラリティ正) の粒子を添え字 R で表す。以上より、ベータ崩壊の確率振幅は

$$T_{fi} = 2\sqrt{2}G_F \int d^3x \bar{\psi}_{pL}(x) \gamma_\mu \psi_{nL}(x) \bar{\psi}_{eL}(x) \gamma^\mu \psi_{\nu L}(x) \quad (2.6)$$

となる。ただし、相対論的共変性を明確にするために複素共役波動関数 ψ^* は $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$ で表した。 $2\sqrt{2}$ は便宜上のものにすぎないので以降のオーダーをみるときには無視する。

以上の推論により定義された結合定数 G_F の次元を解析する。(2.6) 式はエネルギー保存則を記述するデルタ関数をくくりだした後なので、確率振幅 T_{fi} の次元はエネルギーと同じ次元をもつ。さらに量子力学では波動関数の 2 乗によって粒子がその点に存在する確率密度が与えられ、それを空間積分すると確率が得られる。

$$\text{確率} = \int d^3x \psi^\dagger(x) \psi(x) \quad (2.7)$$

確率は無次元量なので波動関数 ψ の次元は $[L^{-3/2}]$ となる。したがって、結合定数 G_F の次元は自然単位系で評価すると

$$[G_F] = \frac{[T_{fi}]}{L^3 [\psi(x)]^4} = ML^3 = M^{-2} \quad (2.8)$$

となる。自然単位系では、フェルミ結合定数は質量の逆数の 2 乗になることがわかる。

中性子の平均寿命はわかっているので、崩壊確率の次元解析を行えば結合定数 G_F のオーダーを評価することができる。フェルミ結合定数の次元を自然単位系で表すと質量の逆数の 2 乗であるので、中性子崩壊確率の大きさ程度を与えるためには、中性子崩壊を特徴付ける質量の次元をもつ量が必要となる。中性子崩壊が起こるのは、中性子と陽子に質量差があるからである。その質量差はだいたい電子の質量と同じ程度の大きさである。この電子の質量の大きさが中性子崩壊を特徴付ける本質的な量となるので質量の次元をもつ量は電子の質量を用いて、フェルミ結合定数のオーダーを評価する。崩壊確率 ω は結合定数の 2 乗に比例するので、時間の逆数の次元を作るには次元解析から

$$\omega = G_F^2 \cdot m_e^5 \cdot \hbar^{-7} c^4 \quad (2.9)$$

となる。ベータ崩壊における中性子の平均寿命から結合定数のオーダーをもとめると、

$$G_F \approx (\hbar c)^3 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2} \quad (2.10)$$

以上より、中性子の崩壊過程を記述する正確な相互作用の形がわからなくても、質量次元を本質的な物理量を用いることでフェルミ結合定数のオーダーを求めることができた。

陽子や中性子は基本的な粒子のクォークやグルーオンから構成されるハドロン粒子である。このように基本粒子から構成される粒子を含む断面積の計算を行うには、パートン模型を用いて計算される。この模型はハドロンの内部構造は基本的な点状粒子、パートンで構成されていると考える模型である。本章でみたいのは、有効場理論の 4 フェルミ相互作用がこの有効場理論のエネルギースケールよりも大きなエネルギースケール、ゲージ理論といい近似を示すことをみたいので、パートン模型を用いた計算は行わず、代わりに基本粒子のみで記述されるミューオンのベータ崩壊 $\mu \rightarrow e + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$ を考える。

2.2 ミューオンのベータ崩壊の有効場理論とゲージ理論

2.1 章の (2.4) 式のように 4 フェルミ相互作用はフェルミ粒子の波動関数ふたつの積から作った相互作用カレント J_μ の積で作られる。

$$S_{\text{Fermi}} = - \int d^4x \frac{1}{\sqrt{2}} G_F J_\mu^\dagger J^\mu \quad (2.11)$$

カレントはレプトンカレントとハドロンカレントからなる ($J_\mu = J_\mu^{\text{lepton}} + J_\mu^{\text{hadron}}$)。レプトンカレントには電子、ミューオン、タウオンとそのニュートリノで表すことができる。各レプトンの波動関数はその粒子の名前、 e, μ, τ を用いて表し、下付き添え字 L はカイラリティが負、左巻き粒子であることを表す。

$$J_\mu^{\text{lepton}} = 2(\bar{e}_L \gamma_\mu \nu_{eL} + \bar{\mu}_L \gamma_\mu \nu_{\mu L} + \bar{\tau}_L \gamma_\mu \nu_{\tau L}) \quad (2.12)$$

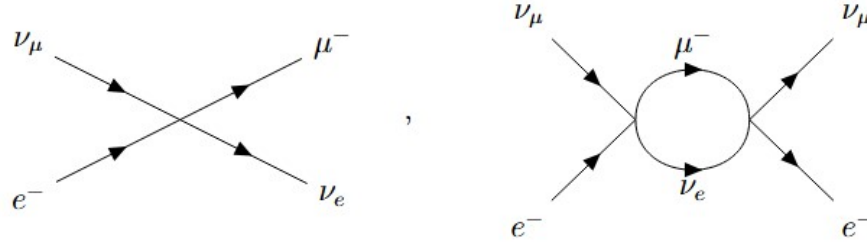


図 2.1: 4 フェルミ相互作用でのミューニュートリノと電子散乱とその第 1 次の量子補正

レプトンの複素共役カレントは

$$J_{\mu}^{\dagger \text{lepton}} = 2(\overline{\nu_e L} \gamma_{\mu} e_L + \overline{\nu_{\mu} L} \gamma_{\mu} \mu_L + \overline{\nu_{\tau} L} \gamma_{\mu} \tau_L) \quad (2.13)$$

で与えられる．2.1 章でみたように，フェルミ粒子の波動関数の次元は $L^{-3/2}$ であり，フェルミ結合定数の次元は M^{-2} である．

有効場理論の 4 フェルミ相互作用ではある特定のエネルギースケールに注目するが，高エネルギー (4 フェルミ相互作用の 4 粒子すべてが質量ゼロ，相対論的極限) ではどのようにふるまうのかをみななければならない．例えばニュートリノと電子の弾性散乱を考える．

$$\nu_e + e^{-} \rightarrow \nu_e + e^{-} \quad (2.14)$$

断面積 σ (次元は $1/M^2$) の本質的な量は，4 フェルミ相互作用を特徴づけるフェルミ結合定数 (次元 $1/M^2$) と不変質量 (相対論的に不変な量) s である．2 体衝突から生じる不変質量は $s = (p_1 + p_2)^2$ である．断面積の次元解析をすると，

$$\sigma \approx G_F^2 s \quad (2.15)$$

となる．散乱断面積は散乱が起きる確率を示すので，4 フェルミ相互作用は高エネルギーで非常に大きくなってしまうと，確率が保存しなくなる．

また，摂動論の量子補正を考慮した場合にも問題が生じる．次式のようなミューニュートリノと電子の 4 フェルミ相互作用を考える．

$$\nu_{\mu} + e^{-} \rightarrow \mu^{-} + \nu_e \quad (2.16)$$

4 フェルミ相互作用のファインマン・ダイアグラムとその第 1 次の量子補正は図 2.1 のようになる．

第 1 次近似では内線にミューオンと電子ニュートリノが 1 ループで走る．ファインマンルールでは，フェルミ粒子の内線の寄与は $1/p$ であり，1 ループ毎に 4 次元運動量積分が

課せられるので、ミューオンと電子ニュートリノの 1 ループの部分の寄与は

$$\int^{\Lambda} d^4p \frac{1}{p} \frac{1}{p} \approx \Lambda^2 \quad (2.17)$$

となる．この振幅部分は発散するので 4 次元運動量積分の切断，カットオフスケール Λ を導入した．フェルミ粒子がループで走る部分の寄与は 2 次発散することが分かった．したがって，零次と第 1 次の振幅 $T^{(0)}$, $T^{(1)}$ は次元解析から

$$T^{(0)} \approx [G_F \bar{\nu}_{eL} \gamma_{\mu} e_L \bar{\mu}_L \gamma^{\mu} \nu_{\mu L}] \quad (2.18)$$

$$T^{(1)} \approx [G_F \bar{\nu}_{eL} \gamma_{\mu} e_L \bar{\mu}_L \gamma^{\mu} \nu_{\mu L}] G_F \Lambda^2 \quad (2.19)$$

となる．発散の生じる振幅に対してその発散量を打ち消すような打ち消し項を導入して，発散量を観測で得られた有限値に置き換えることができる．こうした繰り込み操作を行うことで発散する項を有限個の理論パラメータ（質量や結合定数など）を再定義することで矛盾のない理論に到達できればその理論は繰り込み可能である．このように発散する部分を適切な再定義によって，有限の物理量にできる理論を繰りこみ理論といい，発散を処理し量子効果として意味のある量を計算することができる．

しかし，今考えている 4 フェルミ相互作用では，より高次の量子補正毎に発散が大きくなってしまい，有限の観測量にするためには無限個のパラメータを取り入れなければならない．このように，発散を取り除くために必要な繰り込みが理論の枠内のパラメータに完結できないような理論を繰りこみ不可能な理論といい，無限個のパラメータを再定義しなければならないので，量子効果の予言ができなくなる．4 フェルミ相互作用は繰り込み不可能な理論である．これの直接的な原因はフェルミ結合定数が質量の逆数の 2 乗をもつので，高次の補正毎に結合定数のべき乗とそれに応じた運動量積分の次元のべき乗が次元解析から効いてきて，発散が処理できなくなってしまう．

フェルミ結合定数が次元をもつようになったのは，4 つのフェルミ粒子が一点で局所相互作用したためである．この相互作用点を空間的に広げてやればいい．すなわち，4 フェルミ相互作用を基本的な相互作用と考えず，何か別の基本的な相互作用があって，その低エネルギーでの有効相互作用が近似的に 4 フェルミ相互作用であると考え（図 2.2）．電磁相互作用にならって光子と同じようにベクトル粒子を導入する．すなわち，ゲージ相互作用が基本的な相互作用であり，この正体は弱い相互作用である．

基本的な相互作用はカレントが直接相互作用するのではなく，カレントとベクトル粒子とが相互作用すると考えている．このときの作用は

$$S_W = - \int d^4x \frac{g}{2\sqrt{2}} (J^{\mu} W_{\mu}^{-} + J^{\mu\dagger} W_{\mu}^{+}) \quad (2.20)$$

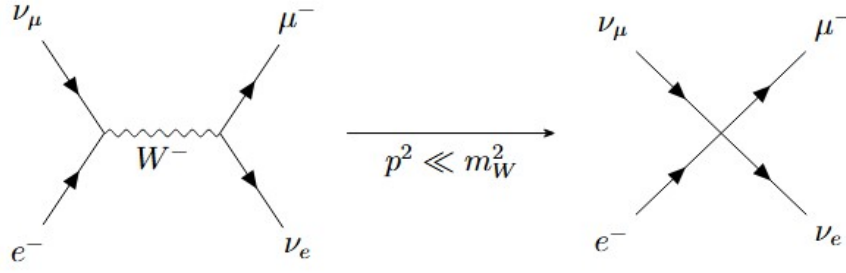


図 2.2: ベクトル粒子 W が媒介する弱い相互作用によるミューニュートリノ・電子散乱と 4 フェルミ相互作用による散乱. 弱い相互作用による散乱は低エネルギー ($p^2 \ll m_W^2$) では, 近似的に 4 フェルミ相互作用になることが考えられる. ここで, p, m_W はそれぞれ W -ボソンの運動量と質量とした.

ベクトル場の次元は M なので, 結合定数 g の次元は無次元量であることがわかる. 図 2.2 の内線の W -ボソンはファインマンルールから $1/(p^2 + m_W^2)$ となる. W 粒子とカレントとの相互作用 (2.20) 式からミューニュートリノ・電子散乱の有効相互作用は

$$S_{\text{eff}} = \int d^4x \left(\frac{g}{2\sqrt{2}} \right) J^\mu \frac{1}{-\partial^2 - m_W^2} J_\mu^\dagger \quad (2.21)$$

となる. 低エネルギー極限 $p^2 \ll m_W^2$ をとると有効相互作用は

$$S_{\text{eff}} \approx - \int d^4x \left(\frac{g}{2\sqrt{2}m_W} \right)^2 J^\mu J_\mu^\dagger \quad (2.22)$$

の形をとるので, フェルミ結合定数は

$$G_F = \frac{1}{4\sqrt{2}} \left(\frac{g}{m_W} \right)^2 \quad (2.23)$$

$g \simeq 0.65$, $m_W \simeq 80 \text{ GeV}$ を代入すると $G_F \simeq 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ となるので, 有効場理論は低エネルギー近似としていい近似であることが分かった. ミューオンや中性子のベータ崩壊も実は W 粒子を介して崩壊する.

2.3 DM を含む有効場理論

DM は SM 粒子とほとんど相互作用せず, 光学的に直接観測できないため, 間接的な観測 (銀河の回転曲線, 重力レンズ効果や宇宙の大規模構造など) から宇宙のさまざまなスケールでその存在は強く支持されている. 銀河スケールにおいて DM が存在することを

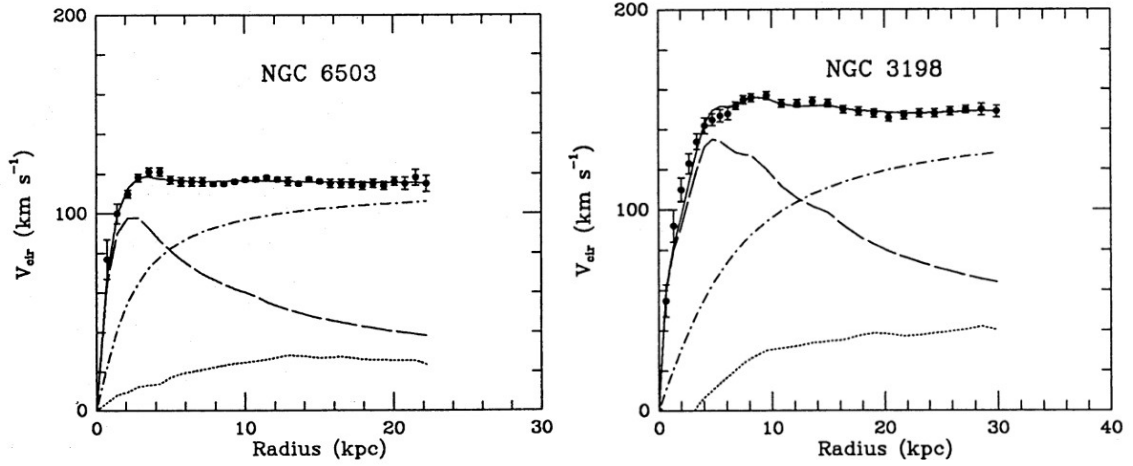


図 2.3: 銀河 NGC 6503 と NGC 3198 の回転曲線とモデルフィッティング (実線) [3]. 銀河の回転曲線の要素は、光学的に可視化できるディスク成分 (破線) とガス (点線), DM のハロー (一点鎖線) から構成されることを仮定している.

最も強く支持している根拠のひとつは銀河の回転曲線である. 銀河の回転曲線とは, 銀河の周りを回っている星やガスなどの構成物質の回転速度 v を銀河の中心からの距離 r の関数として図示したものをいう. 回転速度 $v(r)$ は, 万有引力と回転運動の式から求めることができる.

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}} \quad (2.24)$$

ここで, G は万有引力定数, $M(r)$ は銀河中心から回転半径 r までの全質量である. もし, 銀河の質量の大部分を星が担っているとすると中心から遠くの光学的に暗い部分では回転速度は $r^{-1/2}$ で減少するはずである. しかし, 実際は図 2.3 のように銀河の遠方でも回転速度は一定となっている. この結果は, 光学的に直接観測できないが $M(r) \propto r$ となる物質が分布 (DM のハロー) していることを示している. 第 2.3 章では, DM と SM 粒子を含む有効場理論を導入し, それらの散乱が物理的にどのように解釈されるのかを図式的に理解する.

2.3.1 ヒッグスセクター

SM は $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ のゲージ群に基づいた量子場の理論として構成される. 式 (2.23) ではフェルミ結合定数と弱ウィークボソン質量の関係式が得られたが, $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ のゲージ群のままではゲージボソンは質量をもつことが禁じ

られている．例えば電磁相互作用を記述する量子電磁力学 (Quantum electrodynamics: QED) を例とする．QED のゲージ場 A^μ の質量項は場の 2 次の項であるので $m^2 A^\mu A_\mu$ とあらわすことができる．しかしこの項は局所ゲージ変換 $A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu \lambda$ の下で、ゲージ変換のパラメータ λ の偏微分に比例した非斉次項のために不変にならない．したがってゲージ質量項はゲージ対称性から禁じられている．ゲージボソンが質量を獲得するためには何らかの方法でゲージ対称性を破る必要がある．

例えば、ゲージ対称性を明らかに破る項 $m^2 A^\mu A_\mu$ を手で加えること (explicit breaking) も考えられるが、ゲージ理論のもつ繰り込み可能な理論を損なうことになり、理論の予言能力が失われてしまう．繰り込み可能を失うことのない対称性の破れを実現する機構が「自発的対称性の破れ」である．これは理論そのものは完全に対称であるが、エネルギー的に有利であれば、系の実現する状態は対称性を破ることができる．この自発的対称性の破れはスカラー場のヒッグスを導入することで実現される．すなわち、ゲージ対称性の自発的破れは、ゲージ対称性をもつスカラー場のポテンシャルの最小値を与えるスカラー場の値としてきまるスカラー場の真空期待値がゲージ変換の下で不変でなくなることで実現される．

実際に SM で起きる自発的対称性の破れは $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$ である．このとき G の生成子の数は $3 + 1 = 4$ 、 H の生成子の数は 1 であるので、 G/H の生成子の数は $4 - 1 = 3$ である．すなわち、残る対称性は電磁気の $U(1)_{em}$ のみであり、対応するゲージボソンは光子で質量はゼロである．しかし、 G/H に対応する 3 個のゲージボソン Z , $W^\pm$ は自発的対称性の破れより質量を獲得する．この代数的な推察が実際にあっているか確かめていく．

まず、SM の $SU(2)_L$ 2 重項としてふるまうヒッグス 2 重項を導入する．そうすれば、ヒッグススカラーは $SU(2)$ に対して弱アイソスピン I_3 は $1/2$ 表現であり、弱ハイパーチャージ $Y = +1$ と仮定すれば、電荷の大きさ Q は $Q = I_3 + Y/2$ から求めることができる．これをヒッグス 2 重項の各メンバーの添え字に電荷を明記する．

$$H = \begin{pmatrix} H^+ \\ A^0 \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

ただし、 H^+ , A^0 は複素場であるので、 $H^\dagger = (H^-, \bar{A}^0)$ を考慮すれば、ヒッグスは 4 つの自由度を有する．

ゲージ場の質量項はヒッグスの運動項 $\mathcal{L}_{kin}^H$ から生じる．

$$\mathcal{L}_{kin}^H = (D_\mu H)^\dagger (D_\mu H) \quad , \quad (2.26)$$

$$D_\mu H = \left[\partial_\mu - i \left(g A_\mu^a \frac{\sigma^a}{2} + g' B_\mu \frac{1}{2} \right) \right] H \quad (2.27)$$

ここで, $SU(2)_L$ ゲージ場 A_μ^a とその結合定数 g , 生成子 σ^a と $U(1)_Y$ ゲージ場 B_μ , 結合定数 g' を導入し, H の弱ハイパーチャージ Y が 1 であることを用いた. そして, ヒッグスのゲージ変換の下で不変なスカラー場のポテンシャル

$$V = -\mu^2 |H|^2 + \lambda |H|^4 \quad (\mu^2, \lambda > 0) \quad (2.28)$$

の最小化によって真空期待値

$$\langle H \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad v = \sqrt{\mu/\lambda} \quad (2.29)$$

をもったとする. すると, $\mathcal{L}_{kin}^H$ の 2 次の項は

$$\begin{aligned} & \left| \begin{pmatrix} gA_\mu^a \frac{\sigma^a}{2} & g'B_\mu \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \right|^2 = \left| \begin{pmatrix} \frac{g}{2}(A_\mu^1 - iA_\mu^2) \frac{v}{\sqrt{2}} \\ \left(\frac{g}{2}A_\mu^1 + \frac{g'}{2}B_\mu \right) \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \right|^2 \\ &= \left(\frac{gv}{2\sqrt{2}} \right)^2 (-A_\mu^1 A^{1\mu} + A_\mu^2 A^{2\mu}) \\ &\quad + \left(\frac{v}{2\sqrt{2}} \right)^2 (-gA_\mu^3 + g'B_\mu)(-gA^{3\mu} + g'B^\mu) \\ &= \left(\frac{gv}{2} \right)^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{g^2 + g'^2} v}{2} \right)^2 Z_\mu Z^\mu \end{aligned} \quad (2.30)$$

となる. ただし, $W^\pm = (A_\mu^1 \mp iA_\mu^2)/\sqrt{2}$ と $SU(2)_L$ ゲージ場と $U(1)_Y$ ゲージ場の混合状態

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

および, ワインバーグ角 θ_W

$$\cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad \sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad (2.32)$$

したがって $W^\pm$, Z -ボソンの質量は自発的対称性の破れにより

$$m_W = \frac{gv}{2}, \quad m_Z = \frac{\sqrt{g^2 + g'^2} v}{2} = \frac{m_W}{\cos \theta_W} \quad (2.33)$$

となり確かに $W^\pm$, Z -ボソンは質量を得ることが分かった. また, 真空期待値の周りで理論を考えるために次のような非線形変数変換を行う.

$$H = \exp \left(-i\xi^a \frac{\gamma^a}{2} \right) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

ただし, H の 4 自由度 $H^\pm$, A^0 , $\bar{A}^0$ を h と ξ^a , $a = 1, 2, 3$ と表した. ここで, ゲージ変換を行うと, $H \rightarrow e^{i\xi} H = (v+h)\sqrt{2}$ となり, 変数 ξ^a がラグランジアンの中に現れないゲージに移ることができる. そして $\mathcal{L}_{kin}^H$ から

$$\mathcal{L}^H = \frac{1}{2} \partial^\mu h \partial_\mu h - \frac{1}{2} (2\mu^2) h^2 \quad (2.35)$$

となる. この式から明らかなように h は質量を獲得する.

以上の機構を自由度について考察する. 自発的対称性が破れる前のゲージ場はゲージ対称性から質量はゼロであった. 質量ゼロのベクトル粒子は光子の場合と同じように横波しか存在しないので, 横方向に偏極した 2 つの状態しかない. ベクトル粒子はスピン角運動量の大きさが 1 なので, 質量をもたないベクトル粒子は進行方向の角運動量成分は $+1$ か -1 の状態しかないということである. 一方, 質量をもつベクトル粒子の場合は進行方向の角運動量成分が $\pm 1, 0$ の 3 つの状態をもつ. したがって, 自発的対称性の破れによって質量を獲得したゲージ場は縦波の自由度を得たことになる. この縦波の自由度の源は ξ^a である. ヒッグス場の自由度は 4 つのうち場の再定義 $H \rightarrow e^{i\xi} H$ で生き残ったのが h であった. 残りの ξ^a の 3 つの自由度が縦波としてゲージ場に吸収されゲージ場は質量を獲得するのである. このように, ゲージ場に縦波として吸収されるヒッグス場の成分を非物理的な粒子, 生き残った粒子を物理的なヒッグス粒子と呼ぶことにする.

2.3.2 最低次元の有効場理論と模型の構築

第 2.2 章では, 2 対 2 のフェルミ粒子の散乱において, 基本的な作用は 1 点相互作用の 4 フェルミ相互作用ではなく, ベクトル場を介する 2 対 2 散乱であることが分かった. ここでは, DM と SM 粒子を媒介する粒子種から構築される有効場理論の最小模型を構築する. 主に研究されている最低次元の有効場理論は以下のものが挙げられる.

- 運動混合ポータル (Kinetic mixing portal) [4, 5]

BSM のベクトル場 V が SM のハイパーチャージ場 B と運動項 $\frac{\epsilon}{2\cos\theta_W} V_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$ を通じた混合項による DM との有効場理論である. ここで $V^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu V^\nu - \partial^\nu V^\mu$ ($B^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu B^\nu - \partial^\nu B^\mu$) はダークセクター $U(1)_D$ のゲージ場 (SM のハイパーチャージ $U(1)_Y$ 場) の強度テンソルであり, ϵ は $U(1)_D$, $U(1)_Y$ の電荷をもつ重いフェルミオンループから生じるフリーパラメータ, θ_W はワインバーグ角である.

- アクシオンポータル (Axion portal) [6, 7]

BSM 粒子のアクシオン (擬スカラー) もしくはアクシオン類似粒子 (axion-like particles;

ALPs) a が SM 粒子のフェルミオンとの有効場 $\frac{\partial_\mu a}{f_a} \bar{f} \gamma^\mu \gamma^5 f$, もしくは, ゲージボソンとの有効場 $\frac{a}{f_a} G\tilde{G}$, $\frac{a}{f_a} F\tilde{F}$, などの有効場理論.

- ニュートリノポータル (Neutrino portal) [8]

SM 粒子の $SU(2)$ ヒッグス 2 重項 H とレプトン 2 重項 L が BSM 粒子のステライルニュートリノ ν_s と湯川結合 $\bar{L}H\nu_s$ させることで構築される有効場理論.

- ヒッグスポータル (Higgs portal) [9, 10]

BSM 粒子のスカラー場 S が SM ヒッグス粒子と相互作用 ($\lambda_{HS} S^2 H^\dagger H$) することでダークセクターの BSM 粒子 (スピン 0) と結びつけることができる. また, BSM スカラー場 S が媒介することで, BSM スピン 1 粒子 V やスピン $\frac{1}{2}$ 粒子 χ との有効場理論, $\lambda_{HV} H^\dagger H V_\mu V^\mu$, $\frac{\lambda_{H\chi}}{\Lambda} \bar{\chi} \chi H^\dagger H$ を構築することができる.

特にヒッグスポータル模型は Z_2 変換について SM 粒子がすべて偶数のパリティ ($SM \rightarrow SM$), ダークセクターの粒子がすべて奇数のパリティ ($DM \rightarrow -DM$) をもつ場合, DM 粒子は SM 粒子への崩壊 ($DM \rightarrow SM \bar{SM}$) が禁じられ最も軽い質量のダークセクターの粒子が DM の候補となる.

本研究の模型は SM ゲージ場 $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ に対してゲージ重項のマヨラナ・フェルミオン χ を SM ラグランジアンに導入し, モデルに依らないヒッグスポータルについて研究する.

$$\mathcal{L} \supset \frac{i}{2} \bar{\chi} \gamma^\mu \partial_\mu \chi - \frac{m_\chi}{2} \bar{\chi} \chi - \frac{\bar{\chi} \chi H^\dagger H}{\Lambda} \quad (2.36)$$

この式から H と χ は模型のカットオフ・スケール Λ により隔離され, DM 粒子のセクターと SM の粒子セクターとの結びつきが非常に小さいことがわかる. Z_2 パリティから質量 m_χ の BSM 中性粒子 χ は安定な粒子となり DM の候補とみなすことができる. 以降, χ は DM 粒子とみなして議論する.

最後に有効場理論のファインマン・ダイアグラムを図示し, その解釈を与えて本章を終える. 図 2.4 から DM 対消滅は DM 間接観測, DM-SM 散乱は DM 直接観測, SM 対消滅は DM 生成過程を示すことが幾何学的に解釈することができる. 詳しくは次章からみていくことにする.

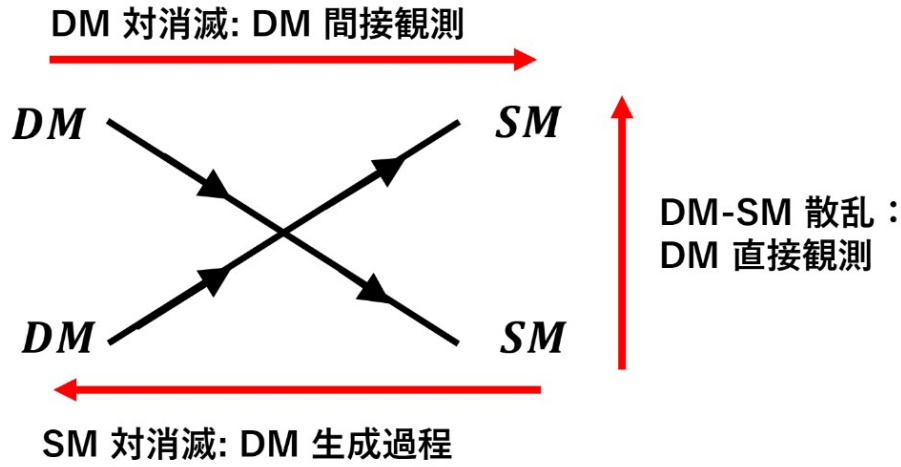


図 2.4: 有効場理論のファインマン・ダイアグラムからみる物理的解釈. 赤の矢印は時間方向を表している.

3 DM 生成機構

宇宙マイクロ背景放射 (cosmic microwave background: CMB) の発見によって、ビッグバン理論は宇宙の熱史の進化理論として確固たる地位を確立したが、深刻な未解決問題も残されたままだった。それは「平坦性問題」, 「地平線問題」そして「モノポール問題」などである。これらを解決できる理論がインフレーション宇宙（指数関数的膨張宇宙）[11] であり、観測データからも強く支持されている。インフレーション宇宙終了直後は、数密度は指数関数的膨張により薄められるので、インフレーション終了後に DM を生成する必要がある。以降では、DM 生成時期はインフレーション終了後を仮定し、そのときの数密度はゼロとみなしていることとする。初期宇宙における DM 粒子の生成は、熱的生成か非熱的生成、あるいはその両方によって進行する可能性がある。前者は Freeze-out 機構と呼ばれ、後者は Freeze-in 機構と呼ばれ、初期宇宙における DM の生成メカニズムとして広く研究されている。本章では、Freeze-in 機構と Freeze-out 機構から DM がどのように生成されるのかを確認し、我々の模型を用いて実際に確認する。

3.1 ボルツマン方程式と熱平均散乱断面積

膨張宇宙や CMB, ビッグバン元素合成 (big bang nucleosynthesis: BBN) などの理論・観測から初期宇宙は超高密度・超高温の状態であったことが示唆されている。この高

エネルギー・高密度のため、各粒子種は頻繁に相互作用し、各粒子種はほぼ同一の温度になり、熱平衡に達する。このように熱平衡に達した粒子種のすべての系をまとめて熱浴と呼ぶことにする。一方で、熱平衡状態からの逸脱は現代宇宙における、バリオン数非対称性や DM 残存量を記述するうえで重要な現象となる。このように初期宇宙から現代宇宙までの熱史において、粒子が熱浴に入っているか否かは重要な議論となる。

粒子が熱浴から逸脱するかは粒子の反応率 Γ と宇宙の膨張率 (ハッブルパラメータ) H の比較により評価される。ハッブルパラメータは宇宙のスケール因子 $R(t)$ を用いて、 $H = (dR/dt)/R$ と定義される。以降、時間微分はドットで表現する (e.g., $H = \dot{R}/R$)。

$$\Gamma \lesssim H \quad (\text{熱浴}) \quad (3.1)$$

$$\Gamma \gtrsim H \quad (\text{熱浴からの逸脱}) \quad (3.2)$$

粒子が熱浴から逸脱した場合、粒子の数密度は R^{-3} により減少し、運動量は R^{-1} により減少する。

膨張宇宙での粒子の熱浴からの逸脱を扱うために、位相空間分布関数 $f(p^\mu, x^\mu)$ を用いる。この分布関数はボルツマン方程式によって支配される。

$$\hat{\mathbf{L}}[f] = \mathbf{C}[f] \quad (3.3)$$

左辺、リユービル演算子 $\hat{\mathbf{L}}$ は流れの項、右辺の $\mathbf{C}$ は衝突項である。力 $\vec{\mathbf{F}} = d\vec{\mathbf{p}}/dt$ を受ける質量 m の非相対論的粒子のリユービル演算子は

$$\hat{\mathbf{L}}_{NR} = \frac{d}{dt} + \frac{d\vec{\mathbf{x}}}{dt} \cdot \vec{\nabla}_x + \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} \cdot \vec{\nabla}_v = \frac{d}{dt} + \vec{\mathbf{v}} \cdot \vec{\nabla}_x + \frac{\vec{\mathbf{F}}}{m} \cdot \vec{\nabla}_v \quad (3.4)$$

相対論的粒子の場合は測地線方程式

$$\frac{dp^\alpha}{d\tau} + \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha p^\beta p^\gamma = 0 \quad (3.5)$$

より、リユービル演算子は

$$\hat{\mathbf{L}} = p^\alpha \frac{\partial}{\partial x^\alpha} - \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha p^\beta p^\gamma \frac{\partial}{\partial p^\alpha} \quad (3.6)$$

で与えられる。一様等方宇宙では位相空間分布関数は、一様等方分布として時刻 t と運動量の大きさ $|\vec{\mathbf{p}}|$ あるいはエネルギー $E = \sqrt{p^2 + m^2}$ の関数 $f = f(|\vec{\mathbf{p}}|, t) = f(E, t)$ で表される。このとき、リユービル演算子は

$$\hat{\mathbf{L}}f = E \frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\dot{R}}{R} |\vec{\mathbf{p}}|^2 \frac{\partial f}{\partial E} \quad (3.7)$$

となる．粒子の数密度は分布関数を用いて

$$n(t) = \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3p f(E, t) \quad (3.8)$$

と定義される．ただし， g は粒子の内部自由度を表す．今，ボルツマン方程式を運動量積分すると，

$$\frac{dn}{dt} + 3Hn = \frac{g}{(2\pi)^3} \int \mathbf{C}[f] \frac{d^3p}{E} \quad (3.9)$$

衝突項は熱平衡過程を $\psi + a + b + \dots \leftrightarrow i + j + \dots$ とし，粒子種 ψ を注目粒子とすると

$$\begin{aligned} \frac{g}{(2\pi)^3} \int \mathbf{C}[f] \frac{d^3p_\psi}{E_\psi} = & - \int (d\Pi_\psi d\Pi_a d\Pi_b \dots) (d\Pi_i d\Pi_j \dots) (2\pi)^4 \delta^4(p_\psi + p_a + p_b \dots - p_i - p_j) \\ & [|\mathcal{M}|_{\psi+a+b+\dots \rightarrow i+j+\dots}^2 f_a f_b \dots f_\psi (1 \pm f_i)(1 \pm f_j) \dots \\ & - |\mathcal{M}|_{i+j+\dots \rightarrow \psi+a+b+\dots}^2 f_i f_j \dots (1 \pm f_a)(1 \pm f_b) \dots (1 \pm f_\psi)] \end{aligned} \quad (3.10)$$

ここで， $f_i, f_j, f_a, f_b, f_\psi, \dots$ は粒子種 $i, j, a, b, \psi, \dots$ の位相空間分布関数であり，粒子種がボソンのときは $+$ ，フェルミオンのときは $-$ 符号が採用される．角括弧中の第一項は ψ 粒子の消滅過程，第二項は生成過程を表す．また，ローレンツ不変位相空間測度を

$$d\Pi \equiv g \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3p}{2E} \quad (3.11)$$

とした．4次元デルタ関数はエネルギー運動量保存則を保証する．散乱振幅行列要素 $|\mathcal{M}|_{I \rightarrow F}$ は散乱過程 $I \rightarrow F$ における始状態 I と終状態 F のスピンの平均と始状態と終状態の同一粒子に対する対称因子を含む．今， T 不変 (もしくは CP 不変) より，散乱振幅行列要素は

$$|\mathcal{M}|_{i+j+\dots \rightarrow \psi+a+b+\dots}^2 = |\mathcal{M}|_{\psi+a+b+\dots \rightarrow i+j+\dots}^2 = |\mathcal{M}|^2 \quad (3.12)$$

と簡略化される．DM 生成過程においてインフレーションによる数密度の指数関数的減少を避けるために，インフレーション終了直後を初期条件とするので，数密度は非常に小さく高温度の物理が考えられるので，すべての粒子種の分布関数は $f_i(E_i) = \exp[-(E_i - \mu_i)/T]$ で与えられる (μ_i は粒子種 i の化学ポテンシャル)．すべての粒子種の分布関数は希薄な極限 $f \ll 1$ をとることができ， $(1 \pm f) \sim 1$ と置くことができる．以上より，注目粒子 ψ のボルツマン方程式は

$$\dot{n}_\psi + 3Hn_\psi = - \int (d\Pi_\psi d\Pi_a d\Pi_b \dots) (d\Pi_i d\Pi_j \dots) (2\pi)^4 |\mathcal{M}|^2$$

$$\times \delta^4(p_\psi + p_a + p_b \cdots - p_i - p_j) [f_a f_b \cdots f_\psi - f_i f_j \cdots] \quad (3.13)$$

左辺第二項は膨張宇宙によって数密度が薄まる効果を表す．もし相互作用がない場合 ($\mathbf{C} = 0$)，粒子の生成・消滅の寄与はなく数密度は左辺第二項の項のみの寄与になる ($n_\psi \propto R^{-3}$)．

また，Ref. [12] による手法を用いて，さらなる簡略化を行う．数密度を宇宙のエントロピー密度 s で割ったものを残存量とする

$$Y \equiv \frac{n_\psi}{s} \quad (3.14)$$

膨張宇宙のエントロピー保存 ($sR^3 = \text{constant}$) より，

$$s\dot{Y} = \dot{n}_\psi + 3Hn_\psi \quad (3.15)$$

となり，膨張による希釈は暗示的になる．相互作用項は時刻ではなく温度 T に依存するので，無次元独立変数を再定義する．

$$x \equiv m/T \quad (3.16)$$

放射優先期のハッブルパラメータ

$$H^2 = \left(\frac{\dot{R}}{R} \right)^2 = \left(\frac{1}{2t} \right)^2 = g_* \frac{\pi^2}{90} \frac{1}{M_{\text{Pl}}^2} T^4 := H^2(T) \quad (3.17)$$

から宇宙年齢 t と変数 x の関係式が得られる． g_* は熱浴中の全粒子の内部自由度である． $H(x) = H(m)/x^2$ なのでボルツマン方程式は

$$\begin{aligned} \frac{dY}{dx} = & -\frac{x}{H(m)s} \int (d\Pi_\psi d\Pi_a d\Pi_b \cdots) (d\Pi_i d\Pi_j \cdots) (2\pi)^4 |\mathcal{M}|^2 \\ & \times \delta^4(p_\psi + p_a + p_b \cdots - p_i - p_j) [f_a f_b \cdots f_\psi - f_i f_j \cdots] \quad . \end{aligned} \quad (3.18)$$

これが一般的なボルツマン方程式の表式である．

本論文では特に 2 対 2 散乱を取り扱う．そのための準備として，2 対 2 散乱 ($\psi\bar{\psi} \leftrightarrow X\bar{X}$) によるボルツマン方程式と熱平均散乱断面積を導出する [13, 14]． $X, \bar{X}$ は熱浴中の粒子種であるので，化学ポテンシャルはゼロとする．また， δ 関数から生じるエネルギー・運動量保存則 ($E_\psi + E_{\bar{\psi}} = E_X + E_{\bar{X}}$) より分布関数の関係式

$$f_X f_{\bar{X}} = \exp[-(E_X + E_{\bar{X}})/T] = \exp[-(E_\psi + E_{\bar{\psi}})/T] = f_\psi^{\text{EQ}} f_{\bar{\psi}}^{\text{EQ}} \quad (3.19)$$

が与えられる．ここでは， $f_\psi^{\text{EQ}} \equiv \exp(-E_\psi/T)$ と $f_{\bar{\psi}}^{\text{EQ}} \equiv \exp(-E_{\bar{\psi}}/T)$ とした．従って，ボルツマン方程式の衝突項の分布関数部分は

$$[f_\psi f_{\bar{\psi}} - f_X f_{\bar{X}}] = [f_\psi f_{\bar{\psi}} - f_\psi^{\text{EQ}} f_{\bar{\psi}}^{\text{EQ}}] \quad (3.20)$$

と書き換えられ，2 対 2 散乱のボルツマン方程式は

$$\frac{dY}{dx} = \frac{-x \langle \sigma_{\psi\bar{\psi} \rightarrow X\bar{X}} |v| \rangle s}{H(m)} (Y^2 - Y_{\text{EQ}}^2) \quad (3.21)$$

となる．すなわち，残存量 $Y \equiv n_\psi/s = n_{\bar{\psi}}/s$ は，熱浴から逸脱した Y と熱浴中の $Y_{\text{EQ}} \equiv n_\psi^{\text{EQ}}/s = n_{\bar{\psi}}^{\text{EQ}}/s$ との競合から評価され，その微分方程式を解くことで得られる．ここで $\langle \sigma v \rangle$ は熱平均散乱断面積であり，以下のように与えられる．

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{\psi\bar{\psi} \rightarrow X\bar{X}} |v| \rangle &\equiv \left(n_\psi^{\text{EQ}} \right)^{-2} \int d\Pi_\psi d\Pi_{\bar{\psi}} d\Pi_X d\Pi_{\bar{X}} (2\pi)^4 \\ &\times \delta^4(p_\psi + p_{\bar{\psi}} - p_X - p_{\bar{X}}) |\mathcal{M}|^2 \exp(-E_\psi/T) \exp(-E_{\bar{\psi}}/T) \end{aligned} \quad (3.22)$$

エントロピー密度 s は相対論的粒子の寄与が支配的なので，次のような近似式をとる．

$$s(T) = \frac{2\pi^2}{45} g_{*S} T^3 \quad (3.23)$$

g_{*S} はエントロピーに関する有効自由度であり，相対論的粒子の寄与だけを考えると

$$g_{*S} = \sum_{i=\text{bosons}} g_i \left(\frac{T_i}{T} \right)^3 + \frac{7}{8} \sum_{i=\text{fermions}} g_i \left(\frac{T_i}{T} \right)^3 \quad (3.24)$$

となる． T は熱浴系の温度， T_i は各粒子の温度とした． $s(T)$ に変数変換を施すと， $s(T) = s(m)/x^3$ となる．最終的に 2 対 2 散乱のボルツマン方程式は変数 x の微分方程式となる．

$$\frac{dY(x)}{dx} = -\frac{\langle \sigma v \rangle}{x^2} \frac{s(m)}{H(m)} (Y(x)^2 - Y_{\text{eq}}(x)^2) \quad (3.25)$$

反応率 Γ は，相互作用の断面積 σ ，ターゲット粒子の数密度 n ，ターゲット粒子の速度 v から $\Gamma = n \langle \sigma v \rangle$ と見積もることができる．この見積もりから熱浴からの逸脱 ((3.2) 式) を評価することができる．3.2章，3.3章でみるように，(3.25) 式の初期条件によって，Freeze-out 機構か Freeze-in 機構が採用される．

3.2 Freeze-out 機構

ここでも簡単のため、2 対 2 散乱 ($\psi\bar{\psi} \leftrightarrow X\bar{X}$) を考える。3.1 章で述べた通り、初期宇宙の高密度・高温により、ほとんどの粒子は宇宙史において熱浴に入っていたことが考えられる。Freeze-out 機構はボルツマン方程式の境界条件として $x = 0$ において DM が熱浴に入っている ($Y \rightarrow Y_{\text{eq}}$) ことを仮定する。相対論的領域 $T \gg m$ では、熱浴中の数密度は $n_{\text{DM}}^{\text{eq}} \sim T^3$ となり、反応率 Γ はハッブルパラメータ $H \sim T^2$ より大きくなり、DM は熱浴に入ることが予想される。一方で、宇宙が膨張し冷やされると、DM が非相対論的領域 $T \ll m$ になると、 $n_{\text{DM}}^{\text{eq}} \sim (mT)^{3/2} e^{-m/T}$ と指数関数的減少することで、DM は熱浴中の粒子と相互作用することなく熱浴から逸脱 (Freeze-out) し、残存量は固定される。このように、共動体積当たりの DM 粒子数 $n_{\text{DM}} R^3$ が変化しなくなることを DM 粒子数の凍結 (Freeze-in) するという。インフレーション終了直後に DM 粒子の数密度はゼロとなるが、Freeze-out 機構では DM 粒子と熱浴中の粒子の相互作用の大きさから、DM 粒子は直ちに熱平衡に達する。一方、インフレーション終了直後から DM 粒子を大量に生成できたとしても、結局は熱浴中の粒子との相互作用から DM は熱平衡に達し、熱浴中の粒子の数密度まで減少する。このように Freeze-out 機構では、DM 粒子の初期残存量の値は非常に速く熱平衡に達し Freeze-out 機構の振る舞うので、DM 残量の初期値には強くは依存しない。

ここで、凍結する時期の目安として $\Gamma = H$ となる x の値を x_f とすると、Freeze-out 機構における残存量は、凍結以前 $x \lesssim x_f$ に対して $Y(x) \simeq Y_{\text{eq}}(x)$ 、凍結以降 $x \gtrsim x_f$ 、 $Y(x) \simeq Y_{\text{eq}}(x_f)$ と評価することができる。

● 熱い残存粒子

凍結時に残存粒子が相対論的な場合 (**熱い残存量 (hot relics)**) を考える。熱い残存粒子が DM であるとする理論を **ホット・ダークマター・モデル (hot dark matter model: HDM)** とよばれる。相対論的領域 $x \lesssim x_f$ では、 Y_{eq} はほぼ一定になり、凍結時の Y_{eq} が現在時刻 $x \rightarrow \infty$ まで引き継がれ、最終的な残存量は

$$Y(\infty) = Y_{\text{eq}}(x_f) = \frac{45\zeta(3)}{2\pi^4} \frac{g_{\text{DM}}}{g_{*S}(x_f)} \quad (3.26)$$

と見積もられる。DM 粒子は現在時刻までに非相対論的粒子になるべきなので、現在時刻の質量密度は $\rho_{\text{DM}} = m_{\text{DM}} s_0 Y(\infty)$ と評価される。 s_0 は現在時刻のエントロピー密度であり、以降、言及がない場合添え字 0 つきの物理量は現在時刻の物理量を表すことにす

る．このとき DM 密度パラメータ $\Omega_{\text{DM}}h^2$ は次式のように与えられる．

$$\Omega_{\text{DM}}h^2 = \frac{8\pi G}{3H_0^2/h^2} m s_0 Y(\infty) = \frac{m s_0 Y(\infty)}{\rho_c/h^2} \quad (3.27)$$

ここで臨海密度 $\rho_c = 3H_0^2/(8\pi G)$ を用いた．以上の 2 式から熱い残存粒子の DM 密度パラメータは

$$\Omega_{\text{DM}}h^2 = \frac{8\pi G}{3H_0^2} m s_0 Y(\infty) = 7.675 \times 10^{-2} \frac{g_{\text{DM}}}{g_{*S}(x_f)} \left(\frac{m}{1 \text{ eV}} \right) \quad (3.28)$$

となる．すなわち，残存粒子が凍結時に相対論的粒子の場合，密度パラメータ $\Omega_{\text{DM}}h^2$ は DM 質量と内部自由度，凍結時におけるエントロピーの有効自由度で表される．

● 冷たい残存粒子

残存量の凍結時に非相対論的粒子の場合は (冷たい残存量 (**cold relics**)) と呼ばれる．この冷たい残存量粒子が DM の場合，コールド・ダークマター・モデル (**cold dark matter model: CDM**) と呼ばれる．凍結時が非相対論的領域の場合，平衡状態の残存量は指数関数的減少を示すので，最終的な残存量は熱い残存粒子の場合と異なり，凍結時の詳細に依存する．

まず，熱平均散乱断面積についてみていく．一般的に散乱断面積は速度に依存する $\sigma|v| \propto v^p$ ． $p = 0$ のときは s -波， $p = 2$ のときは p -波などを示す． $\langle v \rangle \sim T^{1/2}$ なので， $\langle \sigma|v| \rangle \propto T^n$ であることがわかる ($n = 0$ のときは s -波， $n = 1$ のときは p -波など)．従って $\langle \sigma|v| \rangle$ の依存性は，

$$\langle \sigma|v| \rangle \equiv \sigma_0 (T/m)^n = \sigma x^{-n} \quad (3.29)$$

となる．従ってボルツマン方程式 (3.25) 式は

$$\frac{dY}{dx} = -\frac{\lambda}{x^{n+2}} [Y^2 - Y_{\text{eq}}^2] \quad (3.30)$$

でとなる．ここで

$$\lambda \equiv \frac{s}{H} \langle \sigma|v| \rangle \Big|_{T=m} = M_{\text{Pl}} m \sqrt{\frac{\pi}{45}} \frac{g_{*S}}{g_*} \langle \sigma|v| \rangle \Big|_{T=m} \quad (3.31)$$

は変数 x について一定の定数である．非相対論的領域では

$$Y_{\text{eq}} = \frac{45}{4\sqrt{2}\pi^{7/2}} \frac{g_{\text{DM}}}{g_{*S}} x^{3/2} e^{-x} \quad (3.32)$$

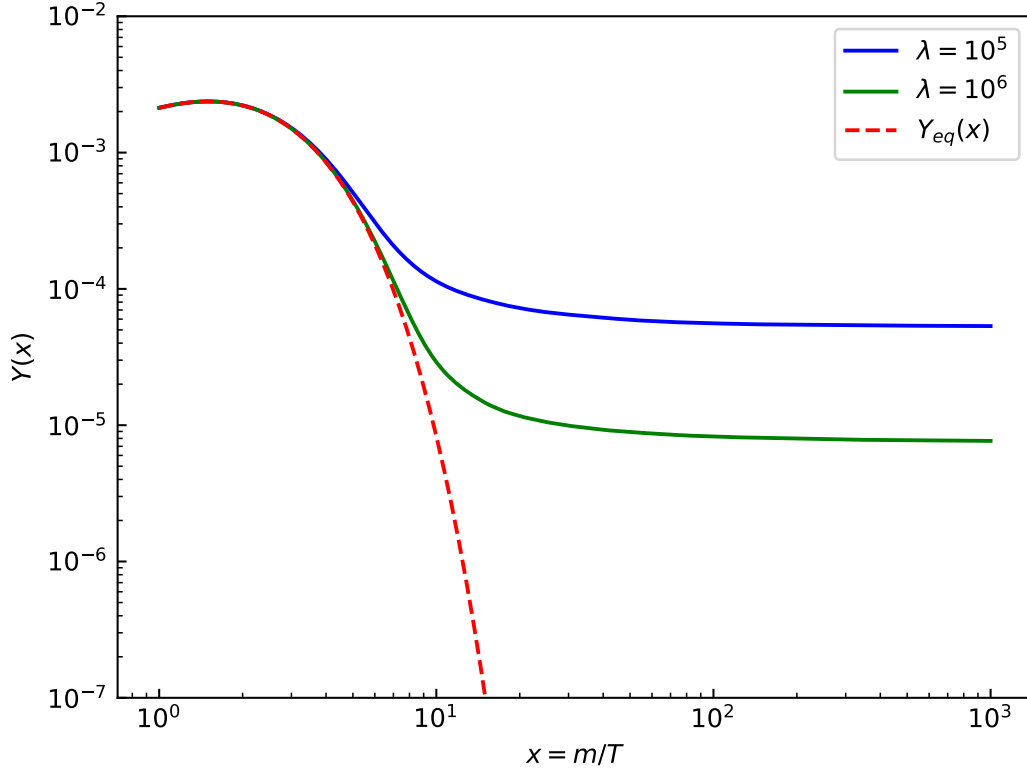


図 3.1: 冷たい DM に対する残存量変化 $Y(x)$. 点線は平衡状態の解 Y_{eq} であり，実線が Freeze-out したときの残存量である．散乱断面積は温度依存しない，最低次 $n = 0$ の寄与のみを考慮した．

である．

微分方程式，(3.30) 式を解析したグラフを図 3.1 に示す．この図では，(3.29) 式の最低次 $n = 0$ の温度に依存しない寄与だけを考慮し， $g_{\text{DM}}/g_{*S} = 0.04$ とした．断面積の大きさとして $\lambda = 10^5, 10^6$ の場合と freeze-out しない場合を示した．温度が DM 質量程度の時期は残存量 Y は平衡状態の場合 Y_{eq} と一致するが，温度と密度が下がると生成・消滅反応が起こらなくなり，熱浴から逸脱して凍結することがわかる． λ が大きくなると凍結時の温度が下がり，残存量も小さくなることが確かめられる．

次に (3.30) 式の近似解を導出し，数値解の振る舞いを定量的に評価する．凍結時 $x = x_f$ より十分時間が経過すると， $Y \gg Y_{\text{eq}}$ であるので，(3.30) 式は

$$\frac{dY}{dx} \simeq -\frac{\lambda}{x^{n+2}} Y^2 \quad (3.33)$$

となる．DM が熱浴から逸脱し始める温度での変数 x を x_f ，そのときの残存量 $Y(x_f)$

とし、残存量が凍結したとき、すなわち $Y(\infty)$ とすれば、 $Y(\infty) \ll Y(x_f)$ となる。上式を $x = x_f$ から $x = \infty$ まで積分すれば、

$$Y(\infty) \simeq \frac{(n+1)x_f^{n+1}}{\lambda} \quad (3.34)$$

を得る。従って、残存量は密度パラメータに対して、

$$\begin{aligned} \Omega_{\text{DM}} h^2 &= \frac{8\pi G}{3H_0^2} m s_0 Y(\infty) = \frac{16\pi^{5/2}}{9\sqrt{5}m_{\text{Pl}}^3} \frac{g_{*S0} T_0^3}{H_0^2} \frac{\sqrt{g_*}}{g_{*S} \langle \sigma|v| \rangle|_{T=m}} (n+1)x_f^{n+1} \\ &= 1.000 \times 10^{-27} h^{-2} \frac{\sqrt{g_*}}{g_{*S0}} (n+1)x_f^{n+1} \left(\frac{\langle \sigma|v| \rangle|_{T=m}}{\text{cm}^3/\text{s}} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (3.35)$$

以上より冷たい残存粒子の場合は、熱平均散乱断面積とその温度依存性に依存することがわかる。そのため、具体的な値を得るには freeze-out をするモデル (ラグランジアン) を構築し、相互作用の詳細を指定しなければならない。

3.3 Freeze-in 機構

3.2 章では、Freeze-out 機構を簡単な例を用いて実際に DM 粒子は熱浴から逸脱し DM 残存量が凍結されることをみることができた (図 3.1)。図 3.1 から DM 粒子と熱浴中の SM 粒子との相互作用が小さくなればなるほど DM 粒子は熱浴からの逸脱が早くなり、その分だけ DM 残存量は大きくなる。このことから DM 粒子と熱浴中の粒子との相互作用の大きさが減少し続けると DM 残存量は増加し続けることが予想される。しかし、DM 粒子と熱浴中の粒子との相互作用が非常に小さくなるような極限、すなわち DM 粒子は宇宙の熱史において一度も熱浴に属さないような極限をとると、Freeze-out 機構を採用することができなくなるので、Freeze-out 機構における DM 残存量の予言は破綻する。このように DM 粒子が宇宙の熱史において一度も熱浴に入らないような相互作用を DM 粒子がもつ場合は Freeze-in 機構が採用される。Freeze-out 機構では初期状態として DM 粒子が熱浴に属し、その熱浴中の残存量が膨張宇宙によって時間経過とともに薄められ、ある時期に DM 粒子が熱浴から脱することでそのときの DM 粒子の残存量が凍結される。一方、Freeze-in 機構とは、式 (3.19) より熱浴中の粒子が統計的確率から DM 粒子を生成し、それを種としてゆっくりと現在の DM 残存量まで生成するような非平衡過程である。

Freeze-out 機構では DM 粒子と熱浴中の粒子との相互作用の大きさから DM 残存量の初期値が熱浴の残存量に達するので、DM の初期値には強く依存しなかった。しかし、

Freeze-in 機構では、Freeze-in 開始時の DM 残存量の初期値から現在の宇宙 DM 残存量まで生成するような非平衡過程であるので、DM 残存量の初期値に依存することがわかる。Freeze-in 機構では、DM 残存量の初期値を設定するためには DM の宇宙の熱史の詳細を議論しなければならない。DM 生成が Freeze-in 機構によってのみに生成される単純な模型の場合は DM 残存量の初期値はゼロもしくは無視できるほど小さいとすればいい。

Freeze-in 機構が非平衡過程であるのはターゲット粒子の反応率 $\Gamma = n\langle\sigma v\rangle$ から評価することができる。ただし 2 体 2 散乱の場合の反応率は $\Gamma = n^2\langle\sigma v\rangle$ で評価する。いま DM 粒子の対消滅 ($\text{DM } \overline{\text{DM}} \rightarrow \text{SM } \overline{\text{SM}}$) の反応率 $n_{\text{DM}}^2\langle\sigma v\rangle$ は熱浴中の粒子との相互作用が非常に小さいことと DM 残存量の初期値は無視できるほど小さい量であることから極めて小さくなる。したがって、 $n_{\text{DM}}^2\langle\sigma v\rangle$ は逆反応 ($\text{SM } \overline{\text{SM}} \rightarrow \text{DM } \overline{\text{DM}}$) の反応率 $n_{\text{SM}}^2\langle\sigma v\rangle$ に比べるとはるかに小さいことがわかる。ここで、 n_{SM} は熱浴中の SM 粒子の数密度である。以上のことから、DM 粒子は熱浴中の SM 粒子による対消滅によって生成されるが、DM による対消滅は起こらないので、Freeze-in 機構は非平衡過程によって DM 粒子が生成される。

3.3.1 ヒッグスポータル有効場理論による Freeze-in 機構

本論文では次元 5 のヒッグスポータルな有効場理論から DM 粒子の生成を研究した。もう一度ここで本論文の模型 (式 (2.36)) を記す。

$$\mathcal{L} \supset \frac{i}{2}\bar{\chi}\gamma^\mu\partial_\mu\chi - \frac{m_\chi}{2}\bar{\chi}\chi - \frac{\bar{\chi}\chi H^\dagger H}{\Lambda}, \quad (3.36)$$

いま Z_2 パリティのため、質量 m_χ の中性粒子 χ は安定となり、自然な DM 候補となる。4 フェルミ相互作用はフェルミ結合定数 G_F が質量の逆数の 2 乗の次元を持っていたために高エネルギー領域では計算が発散する問題が生じた。次元 5 のヒッグスポータルな相互作用も同様に DM 粒子と SM 粒子の結合の強さは $1/\Lambda$ 、質量の逆数の次元をもつので、この模型は繰り込み不可能な理論であるので高エネルギー領域になると理論が破綻してしまう。したがって、Freeze-in 機構開始時の温度（再加熱温度 T_{RH} ）を境界条件として $\Lambda \gg T_{\text{RH}}$ のように設定する。この条件から DM 生成する $H^\dagger H \rightarrow \bar{\chi}\chi$ の振幅は発散しないようにすることができる。

SM 粒子が温度 T で熱平衡状態にあるような輻射優勢期の宇宙を考える。ここで、 $x = m_\chi/T$ とし、温度 T における DM 粒子 χ の残存量を $Y(x)$ とする。熱平衡にある場合の DM の残存量は $Y_{\text{eq}}(x)$ と書く。 $Y(x)$ を制御するボルツマン方程式は式 (3.25) で与

えられる．振幅 $\chi\bar{\chi} \leftrightarrow HH^\dagger$ の熱平均散乱断面積 $\langle\sigma v\rangle$ は次の積分式で与えられる [14] :

$$\langle\sigma v\rangle = \frac{g_\chi^2}{64\pi^4} \left(\frac{m_\chi}{x}\right) \frac{1}{n_{\text{eq}}^2} \int_{4m_\chi^2}^{\infty} ds \, s \sqrt{s - 4m_\chi^2} (\sigma v) K_1\left(\frac{x\sqrt{s}}{m_\chi}\right) , \quad (3.37)$$

ここで, $g_\chi = 2$ はマヨラナ・フェルミオン DM χ の内部自由度であり, $n_{\text{eq}} = S(m_\chi)Y_{\text{eq}}/x^3$, $(\sigma v) = W_{ij}^{2\text{-body}}/s$, K_1 は次数 1 の第 2 種の修正ベッセル関数である．ヒッグスポータルの振幅は $|\mathcal{M}_{\chi\chi\leftrightarrow HH}|^2 = 2s/\Lambda^2$ で与えられるので,

$$s(\sigma v) = \frac{\sqrt{s}\sqrt{s - 4m_\chi^2}}{32\pi\Lambda^2} . \quad (3.38)$$

そして, この模型における熱平均 $\langle\sigma v\rangle$ は次のように書くことができる．

$$\langle\sigma v\rangle = \frac{\pi \left[G_{1,3}^{3,0} \left(x^2 \left| \begin{matrix} 1 \\ 0, 2, 3 \end{matrix} \right. \right) - 2x^4 K_2(2x) \right]}{32\Lambda^2 x^4 K_2(x)^2} , \quad (3.39)$$

ここで, $n_{\text{eq}} = m_\chi^3 g_\chi K_2(x)/(2\pi^2 x)$ を使った． $G_{p,q}^{m,n} \left(z \left| \begin{matrix} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right)$ は Meijer G 関数で, 複素平面上の線積分で定義される．

$$G_{p,q}^{m,n} \left(z \left| \begin{matrix} a_1, \dots, a_p \\ b_1, \dots, b_q \end{matrix} \right. \right) = \frac{1}{2\pi i} \int_\gamma \frac{\prod_{j=1}^m \Gamma(b_j - s) \prod_{j=1}^n \Gamma(1 - a_j + s)}{\prod_{j=n+1}^p \Gamma(a_j - s) \prod_{j=m+1}^q \Gamma(1 - b_j + s)} x^s ds , \quad (3.40)$$

ここで, $\Gamma(z)$ はガンマ関数で, γ は適切な積分経路である [15]．

初期条件 $Y(x_{\text{RH}} = m/T_{\text{RH}}) = 0$ でボルツマン方程式 (式 (3.25)) を様々な $m_\chi, \Lambda, T_{\text{RH}}$ の値で数値的に解くことにより, 現在の宇宙の DM 残存量 $Y(x \rightarrow \infty)$ における χ を評価する．この分析では, 2 つの仮定を設定した．まず, ヒッグスポータルな有効場理論が破綻しないように, そして DM 粒子 χ が SM 粒子と熱平衡にないことを保証するために $\Lambda \gg T_{\text{RH}}$ を課した．次にヒッグス場が真空期待値をとるときに $H \rightarrow \chi\bar{\chi}$ のような崩壊モードを考慮しないようにするために $m_H < 2m_\chi$ とした．

例えば $\Lambda = 10^{20}$ GeV 及び $T_{\text{RH}} = 10^{15}$ GeV は固定して, DM 質量が $m_\chi = 10^{10}$ GeV と $m_\chi = 10^{13}$ GeV のときの解析を行う．図 3.2 は実際にボルツマン方程式を解いたときの DM 粒子 χ の残存量 $Y(x)$ の時間発展を示している．時間発展とともにボルツマンファクターの指数関数的な減少により DM 生成は抑制され, 最終的には Freeze-in 機構による DM 生成は終了する．

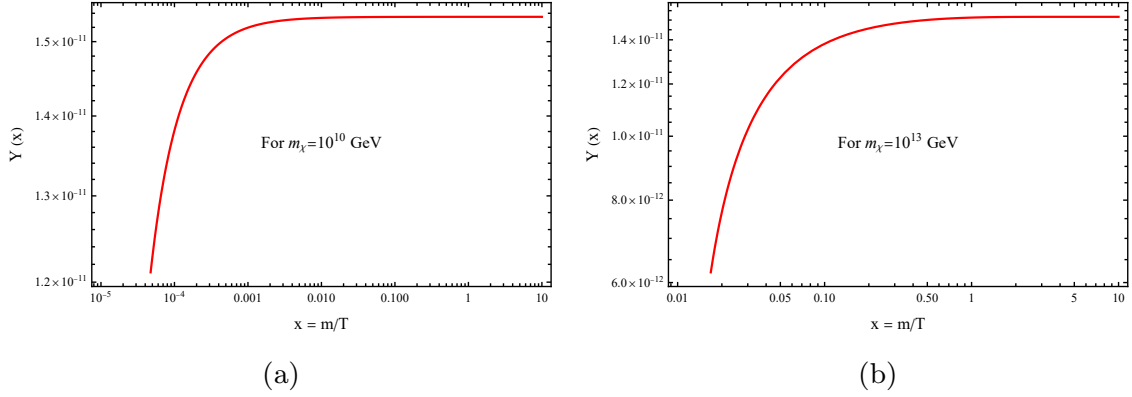


図 3.2: χ の残存量の時間発展. ボルツマン方程式を解く際, 図 (a) では, $m_\chi = 10^{10}$ GeV とし, 図 (b) では $m_\chi = 10^{13}$ GeV とした. ただし, 図 (a), (b) では, $\Lambda = 10^{20}$ GeV 及び $T_{\text{RH}} = 10^{15}$ GeV を用いて解析した.

現在の宇宙における χ の残存量は式 (3.27) で与えられる. ここで, 現在の宇宙のエントロピー密度 $s_0 = 2890 \text{ cm}^{-3}$ と臨界密度をハッブル膨張率のスケールファクターで割った量 $\rho_c/h^2 = 1.05 \times 10^{-5} \text{ GeV/cm}^3$ を用いると, 図 3.2(a), (b) いずれの場合も $\Omega_\chi h^2 \sim 10^7$ となる. この値は, 現在の宇宙における DM 密度パラメータ [16]

$$\Omega_{\text{DM}} h^2 = 0.12 \pm 0.0012 \quad (3.41)$$

と一致しない. そこで等高線図を考え, 観測値と一致するパラメータ領域を探す.

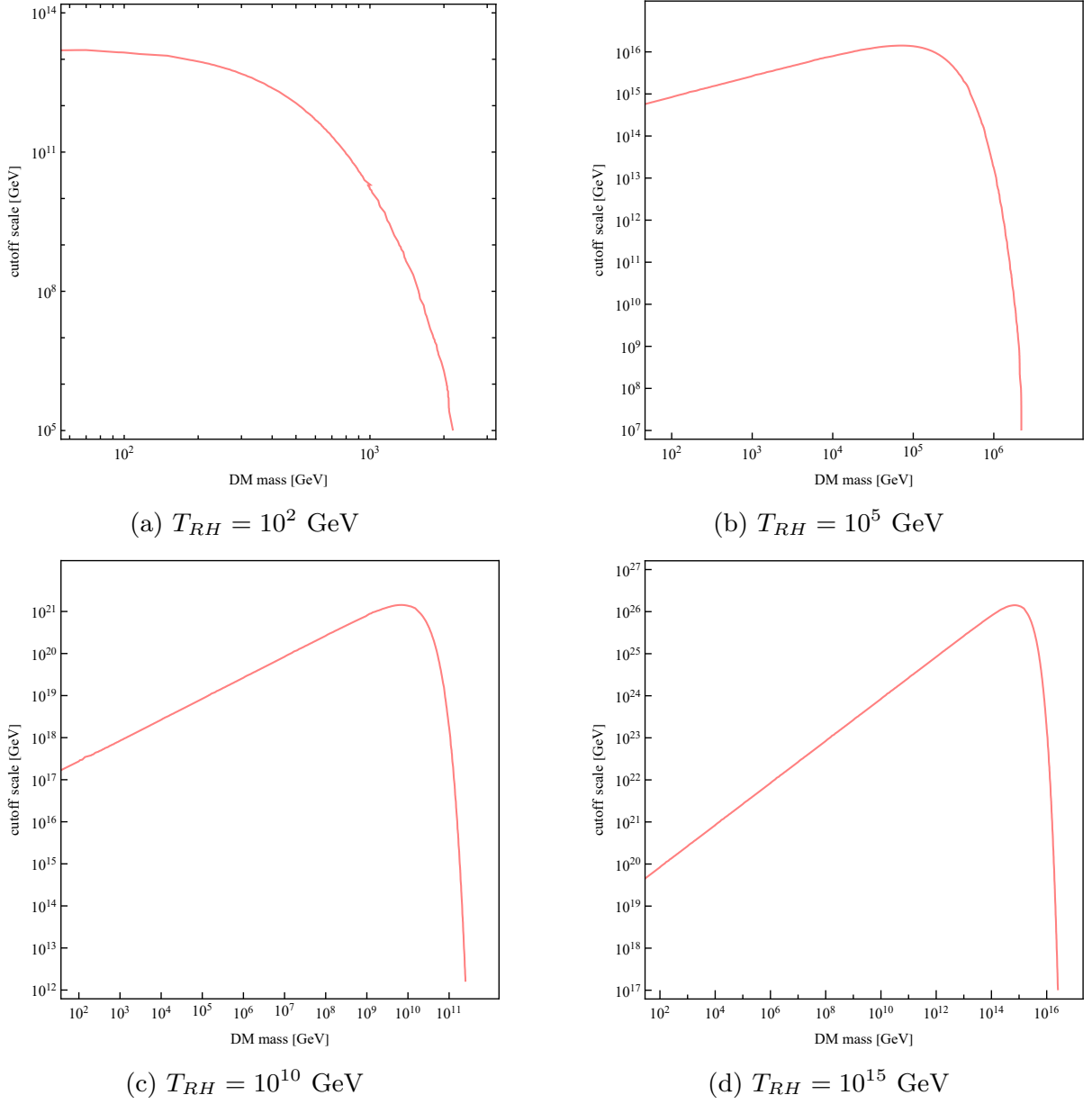


図 3.3: T_{RH} を固定した Freeze-in 機構の解析による観測値 $\Omega_{DM}h^2 = 0.12$ に一致する等高線図. 図 3.3 (a), (b), (c), (d) はそれぞれ $T_{RH} = 10^2, 10^5, 10^{10}, 10^{15}$ GeV と固定したときの等高線図である.

図 3.3は, T_{RH} を固定した (Λ, m_χ) 平面上の $\Omega_\chi h^2 = 0.12$ の等高線プロットである. この解析ではプランクスケール (10^{19} GeV) 以上の領域も含めているが, この領域は物理的な意味を持たないかもしれない. 図 3.3から, T_{RH} を固定した場合 m_χ, Λ には上限値があることが分かる. これは $m_\chi < T_{RH}$ 領域では $\Omega_\chi h^2 = m_\chi s_0 Y(\infty)/(\rho_c/h^2)$ より

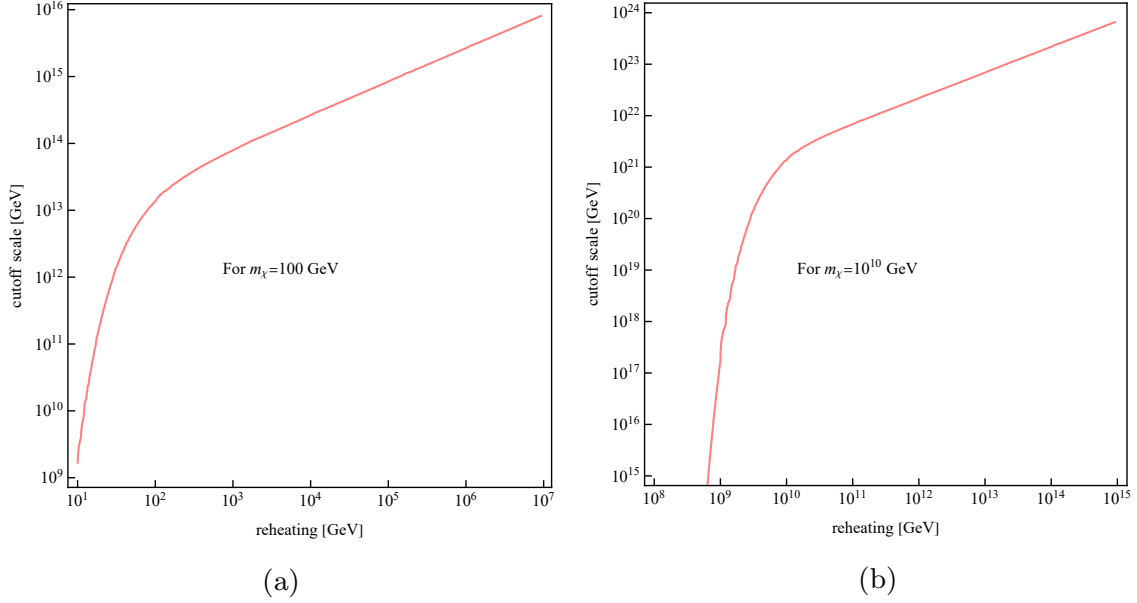


図 3.4: m_χ を固定した場合の Freeze-in 機構の解析による現在の宇宙で χ の残存量と一致する等高線図. 図 3.4 (a) と (b) は, それぞれ $m_\chi = 10^2$ GeV および 10^{10} GeV に固定された場合の等高線図である.

m_χ の増加を打ち消すように $1/\Lambda$ を小さく (Λ を大きく) する必要があるので, この領域のグラフは右肩上がりになる. 一方, $m_\chi \sim T_{\text{RH}}$, $m_\chi > T_{\text{RH}}$ 領域ではヒッグスの運動量は $p \sim T_{\text{RH}}$ 程度なので, m_χ の増加に伴い $1/\Lambda$ を大きく (Λ を小さく) する必要がある. ある m_χ (上限値) に漸近することがわかる. m_χ の上限値は T_{RH} の 10 倍付近に現れる. これは, $x \sim 10$ のとき, $Y(x)$ がボルツマン因子 $\exp(-E_\chi/T)$ によって抑制されるためである. $T_{\text{RH}} = 100$ GeV の場合, m_χ と Λ の上限値はそれぞれ 2100 GeV と約 10^{13} GeV であることがわかる.

同様に m_χ を固定した場合の解析, 図 3.4 は, 十分な χ を生み出すために, ある Λ まで減衰することを示している.

4 暗黒物質の検出実験

本博士論文では, DM が現在の高エネルギー加速器実験で観測されていないことから SM 粒子のセクターと DM 粒子のセクターには加速器実験のエネルギースケールよりも大きなカットオフスケール Λ が存在し, DM 粒子セクターが隠れているようにみえると考えている. 本博士論文では加速器実験のような生成探索型ではなく待機型観測実験の

DM 直接観測実験と間接観測実験について議論する．ただし，生成型探索実験は DM の研究において不可欠な手法であるが本博士論文は待機型観測実験に注目する．

4.1 直接観測実験

DM 粒子 χ は SM ヒッグスを通して SM クォークとカットオフ・スケール Λ で結合する．ヒッグスポータルな作用 $\bar{\chi}\chi H^\dagger H$ は CP 不変であるため， χ と SM クォーク間のスピンに依存しない有効結合のみを計算する．SM ヒッグスを介する相互作用は次のようになる．

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^h = m_Q(\bar{Q}Q)(\bar{\chi}\chi) \left(\frac{-1}{16\pi^2} \right) \frac{1}{m_h^2} \frac{v}{\Lambda} . \quad (4.1)$$

DM-核子弾性散乱の断面積を計算を行う．まず以下の行列要素を推定する．

$$\langle N | m_Q \bar{Q}Q | N \rangle \equiv m_N f_{TQ}^N \quad (Q = u, d, s, c, b, t) \quad (4.2)$$

ここで N は陽子 p または中性子 n を表す．格子計算 [17] によれば

$$f_{Tu}^p + f_{Td}^p = f_{Tu}^n + f_{Td}^n \simeq 0.056, \quad |f_{Ts}^N| < 0.08 . \quad (4.3)$$

以下，これらの値を採用するが，この実験の DM-核子弾性散乱は低エネルギー実験であるため $f_{Ts}^N = 0$ とする．重いクォーク c, b, t を含む作用素は，三角形のダイアグラムを通してグルーオンとの有効結合を与え [18]，重いクォークの極限では次のようになる．

$$\langle N | m_Q \bar{Q}Q | N \rangle \simeq \left\langle N \left| \left(-\frac{1}{12\pi} \alpha_s \right) G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} \right| N \right\rangle \quad \text{for } Q = c, b, t . \quad (4.4)$$

QCD エネルギー運動量テンソル:

$$\theta_\mu^\mu = \sum_{Q=u,d,s,c,b,t} m_Q \bar{Q}Q - \frac{7\alpha_s}{8\pi} G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} \simeq \sum_{Q=u,d,s} m_Q \bar{Q}Q - \frac{9\alpha_s}{8\pi} G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} , \quad (4.5)$$

このトレースをとると，核子の質量 m_N が得られる．

$$m_N \simeq \left\langle N \left| \sum_{Q=u,d,s} m_Q \bar{Q}Q \right| N \right\rangle + \left\langle N \left| \left(-\frac{9\alpha_s}{8\pi} G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} \right) \right| N \right\rangle . \quad (4.6)$$

したがって， $Q = c, b, t$ について求められる，

$$\langle N | m_Q \bar{Q}Q | N \rangle \simeq \left\langle N \left| \left(-\frac{2\alpha_s}{24\pi} G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} \right) \right| N \right\rangle \quad (4.7)$$

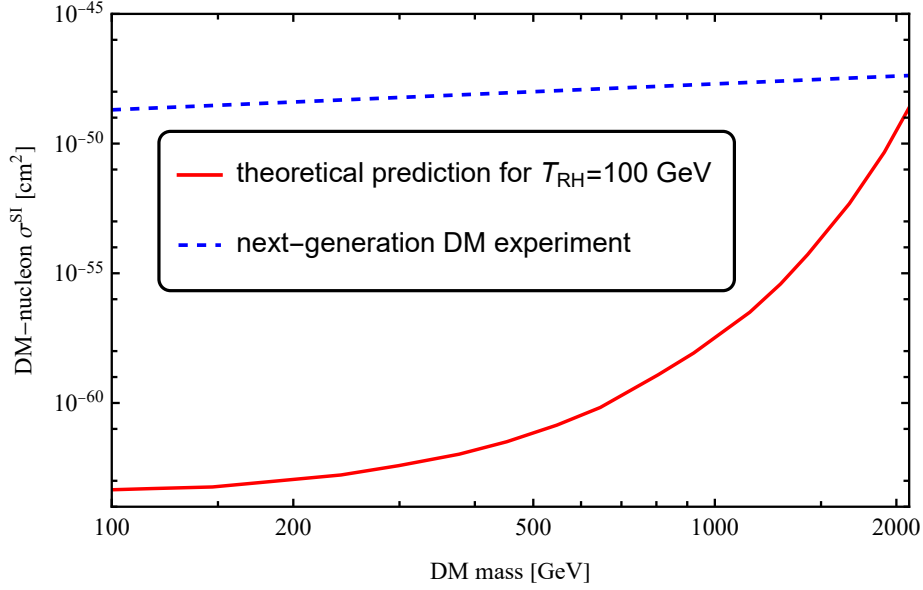


図 4.1: 本研究のモデルによる理論予測（赤の実線）と，次世代実験における $1000t \times \text{year}$ の実験規模で予想される上限値（青の破線）との間で，DM-核子のスピン非依存断面積 σ^{SI} を比較した．

$$\simeq \frac{2}{27}(1 - f_{Tu}^N - f_{Td}^N - f_{Ts}^N)m_N \quad . \quad (4.8)$$

上の式を使うと， χ と核子の弾性散乱のスピン非依存断面積は次式で与えられる．

$$\sigma^{\text{SI}} = \frac{1}{\pi} \frac{m_N^2 m_\chi^2}{(m_N + m_\chi)^2} m_N^2 \left\{ f_{Tu}^N + f_{Td}^N + f_{Ts}^N + \frac{2}{9}(1 - f_{Tu}^N - f_{Td}^N - f_{Ts}^N) \right\}^2 \quad (4.9)$$

$$\times \left(\frac{1}{16\pi^2} \frac{1}{m_h^2} \frac{v}{\Lambda} \right)^2, \quad (4.10)$$

ここで $m_N \simeq 1\text{GeV}$ は核子（陽子または中性子）の質量である．

液体キセノン時間投影チャンバーは，多種多様な暗黒物質粒子候補を探索するための主要技術である．可能な限り広範な暗黒物質候補を探索するための究極の次世代暗黒物質実験を設計する必要がある [19]．DM-nucleon σ^{SI} が次世代実験で観測されるかどうかを評価するために，図 3.3(a) の観測値 (式 (3.41)) と一致する m_χ と Λ を式 (4.9) に代入する．そして，このモデルの理論予測と次世代実験で期待される上限値とを比較する．

図 4.1 は $T_{\text{RH}} = 10^2 \text{ GeV}$ の場合の DM-nucleon σ^{SI} を m_χ の関数として示したもので，カットオフ Λ は DM の残存量が観測値と一致するようなパラメータ領域を用いた (図 3.3(a))．DM-nucleon σ^{SI} は次世代実験の感度よりわずかに低く， $m_\chi = 2100 \text{ GeV}$ で最大になることがわかった．これは $T_{\text{RH}} = 100 \text{ GeV}$ 固定での DM 質量の上限値で

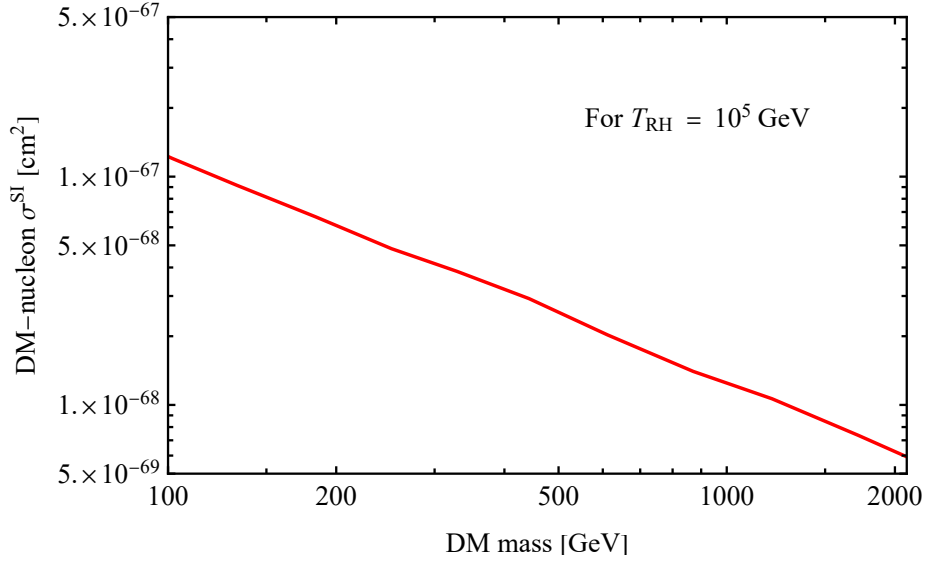


図 4.2: DM 残存量の実験値と一致するパラメータ領域 ($T_{\text{RH}} = 10^5$ GeV の場合, 図 3.3(b)) における DM-核子のスピン非依存断面積 σ^{SI} の理論値.

ある. 図 4.2 は $T_{\text{RH}} = 10^5$ GeV のときの DM-nucleon σ^{SI} を示しており, $T_{\text{RH}} = 100$ GeV の場合と比較して小さい値をとる. これは, T_{RH} が大きいほどカットオフスケールが大きくなるので, σ^{SI} がカットオフスケールによって抑制されるためである. したがって, 我々のモデルでは $T_{\text{RH}} = 100$ GeV, $m_\chi = 2100$ GeV のときに σ^{SI} が最大になることがわかった.

逆に, 上記の結果から, T_{RH} が小さくなるほど, カットオフスケール Λ が小さくなり, その結果, σ^{SI} が将来の観測を可能にするほど大きくなることが示唆される. 実際, $T_{\text{RH}} \ll 100$ GeV の領域では, $T_{\text{RH}} = \mathcal{O}(10 \text{ MeV})$, $m_\chi = \mathcal{O}(1 \text{ MeV})$ の σ^{SI} が将来観測されることが期待される [20, 21].

4.2 間接観測実験

DM の対消滅もしくは崩壊は SM 粒子を対生成し, さらにカスケイド崩壊し最終的に (陽) 電子や (反) 陽子, (反) ニュートリノ, 光子といった安定な粒子が生成される. これら安定粒子が DM シグナルとして観測される可能性がある. 電子 (陽電子), (反) 陽子といった電荷をもつ粒子は銀河磁場の影響を受けるので, DM シグナルの指向性を失い想定される DM シグナルとほかのバックグラウンドからの判別が困難になる. しかし, 電荷をもつ宇宙線は DM シグナルを探索する強力な手段であり, 無視できるものではな

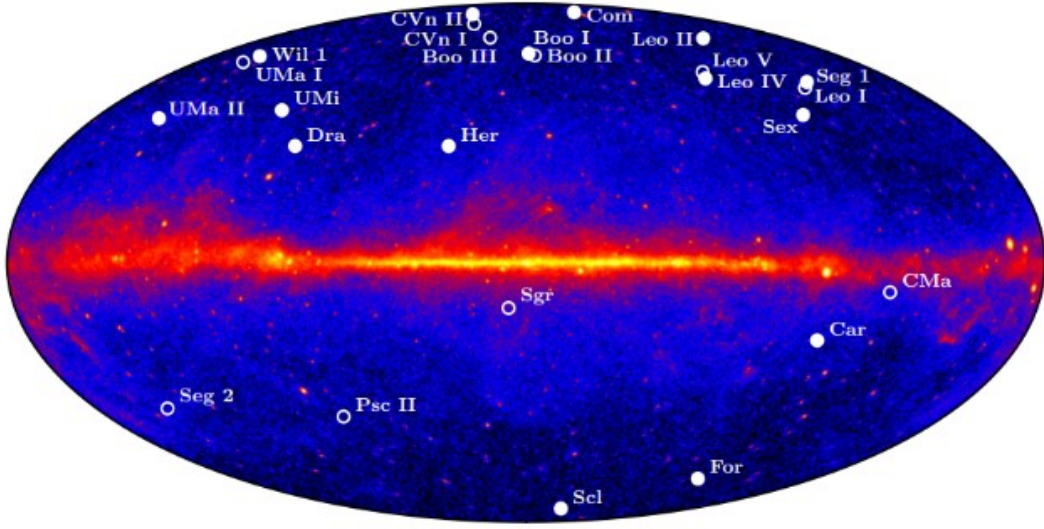


図 4.3: 既知の銀河系の矮小球状衛星銀河を 4 年間の *Fermi*-LAT でカウントマップ ($E > 1$ GeV) [29].

い [22, 23, 24, 25] . 電荷をもたない光子は銀河磁場の影響を受けないので DM シグナルの指向性は保持される. ニュートリノも同様に電荷をもたない粒子であるが, 光子に比べて観測が難しい. ただし, ニュートリノの重要なシグナルであることは間違いない [26, 27, 28]. 以上より本博士論文では DM シグナルの指向性が保持され, 観測がより簡単な光子 (ガンマ線) のみを観測対象とする. DM 対消滅に由来するガンマ線は, 現在, フェルミ・ガンマ線宇宙望遠鏡 (Fermi Gamma-ray Space Telescope: Fermi) の大面積望遠鏡 (Large Area Telescope: LAT) により探索されている. *Fermi*-LAT による既知の銀河系の矮小球状衛星銀河のガンマ線マップを図 4.3 に示す. 本論文の解析は図 4.3 のように *Fermi*-LAT からデータを抽出し, 4.2.1 章で述べるデータセッティングを行うことでターゲットから生じるガンマ線シグナルを解析することができる.

4.2.1 *Fermi*-LAT データセッティング

14 年間分の *Fermi*-LAT データ (2008-8-14 から 2022-8-2 まで) を 100 MeV から 1 TeV のエネルギー範囲で P8R3_SOURCE_V3 クラスイベントを設定して調査した. 最小エネルギーである 100 MeV は, 地球の明るい縁からのアウトフローの影響を減らすために設定されている. 地球の明るい縁とは地球の大気が光を散乱させて生じる明るい領域のことであり, この散乱光やバックグラウンドの影響は低エネルギー領域で顕著になるため,

最低エネルギーを 100 MeV に設定する．加えて，地球ガンマ線によるコンタミネーションを避けるため，天頂角が 90° を超えるイベントは除外される．*Fermi*-LAT データセットを解析するために，オープンソースの *Fermi*-LAT Python 解析フレームワークである *fermipy* (Ver 1.2.2) [30] を使用した．このフレームワークは，*Fermi Science Tools* ^{*1} をもとに構築されている．データが科学的分析に有効であることを保証するために，推奨される品質フィルタ `DATAQUAL>0&&LATCONFIG==1` を適用した．このフィルター選択では，南大西洋異常帯を通過する際の観測時間の損失や，機器のデッドタイムを考慮している．このデータセットを用いて，表 4.1 に示す各 dSph の位置を中心とした銀河座標で， $10^\circ \times 10^\circ$ の正方形の関心領域 (regions of interest: ROIs) を抽出した．表 4.1 に示した dSphs は，DM 対消滅率を高める DM リッチな環境を提供している．抽出されたデータは， $0.1^\circ \times 0.1^\circ$ のピクセルにビンニングされ，10 年ごとに 8 ビンの対数エネルギービンをもつ．

ROIs のバックグラウンドは，以下のものが挙げられる．

● 銀河拡散放射 (`gll_iem_v07.fits` ^{*2})

銀河内の高エネルギー粒子がガスや星間物質と衝突することで生成されるガンマ線放射であり，次の 3 つの過程によって生成される．

1. π^0 崩壊：

高エネルギー宇宙線（特に陽子）がガスと衝突して π^0 中間子を生成子，その崩壊でガンマ線を放出する．

$$pp \rightarrow \pi^0 + X \rightarrow \gamma\gamma + X$$

ここで X は新たに追加される最終状態（主にハドロン）を表す．

2. 制動放射 (Bremsstrahlung)：

高エネルギー宇宙線，例えば電子は，ガス雲内の原子核を通過する際に制動放射が生じることがある．

3. 逆コンプトン散乱：

高エネルギー電子が低エネルギーの光子（例えば CMB 光子や星光）と衝突して，ガンマ線を生成する．

^{*1} *Fermitools* (Ver 2.2.0): <https://fermi.gsfc.nasa.gov/ssc/data/analysis/software/>

^{*2} <https://fermi.gsfc.nasa.gov/ssc/data/access/lat/BackgroundModels.html>

- 等方拡散放射 (iso_P8R3_SOURCE_V3_v1.txt ^{*3})

銀河系外の等方的拡散放射は、銀河系外からのガンマ線放射であり、全方向に均等に分布している。これには、銀河系外の未解決の点源や残留する宇宙線背景（宇宙線が他の天体から来る放射）などが含まれる。この放射は、銀河系とは異なり、方向に依存せず等方的（全方向に均等）である。

- 点源および拡張源からの放射, 4FGL-DR4 カタログ^{*4}

点源, 拡張源, 銀河系外源, 活動銀河核, パルサー, スーパー新星残骸 (SNR) など, 多岐にわたるガンマ線源が含まれる。ただし, 4FGL-DR4 カタログは 14 年間分の *Fermi*-LAT データをもとにしたガンマ線源の情報を含まれるものであり, バックグラウンドはデータの一部の要素であることに注意しなければならない。例えば, 表 4.1 の Draco dSph を図 4.4 に示す。

^{*3} <https://fermi.gsfc.nasa.gov/ssc/data/access/lat/BackgroundModels.html>

^{*4} gll_psc_v34.fit: https://fermi.gsfc.nasa.gov/ssc/data/access/lat/14yr_catalog/

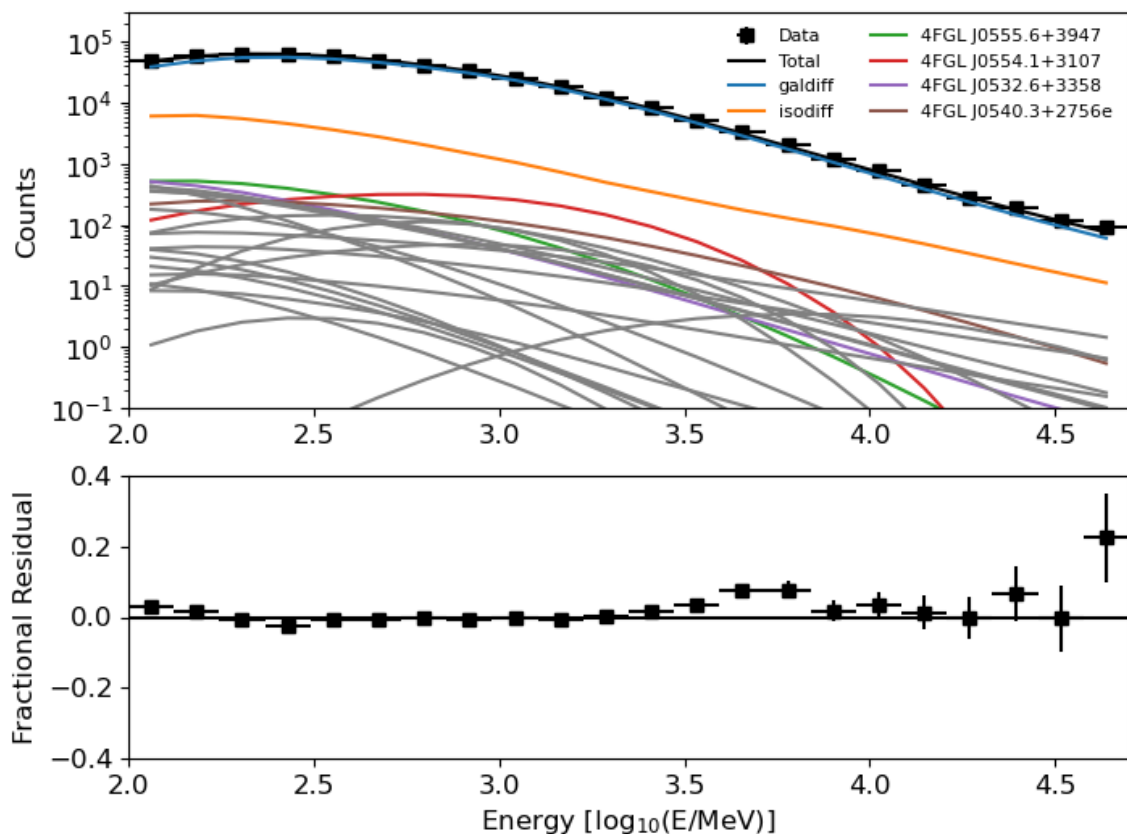


図 4.4: Draco dSph における観測された光子数とバックグラウンド。

上部: この図はエネルギーごとの光子数についての図示。四角形のマーカーは、*Fermi*-LAT で観測された Draco dSph からのエネルギーごとの光子数を表す。実線は、銀河系の拡散放射，等方的な拡散放射，および 4FGL-DR4 における解像された点源を表している。

下部: 分数残差 (fractional residuals) は，観測された光子数と背景モデル（上部図の合計）を評価している。

表 4.1: 天の川銀河 dSphs の特性

Name	R.A. (J2000) ^a [deg]	Decl. (J2000) ^b [deg]	Distance [kpc]	$\log_{10}(J_{\text{obs}})^c$ [$\log_{10}(\text{GeV}^2\text{cm}^5)$]
Bootes I	210.02	14.51	66.0	18.8 ± 0.22
Canes Venatici II	194.29	34.32	160.0	17.9 ± 0.25
Carina	100.41	-50.96	105.0	18.1 ± 0.2
Coma Berenices	186.75	23.91	44.0	19.0 ± 0.25
Draco	260.07	57.92	76.0	18.8 ± 0.16
Fornax	39.96	-34.5	147.0	18.2 ± 0.21
Hercules	247.77	12.79	132.0	18.1 ± 0.25
Leo II	168.36	22.15	233.0	17.6 ± 0.18
Leo IV	173.24	-0.55	154.0	17.9 ± 0.28
Sculptor	15.04	-33.71	86.0	18.6 ± 0.18
Segue 1	151.75	16.08	23.0	19.5 ± 0.29
Sextans	153.26	-1.61	86.0	18.4 ± 0.27
Ursa Major I	158.77	51.95	97.0	18.3 ± 0.24
Ursa Major II	132.87	63.13	32.0	19.3 ± 0.28
Ursa Minor	227.24	67.22	76.0	18.8 ± 0.19
Willman 1	162.34	51.05	38.0	19.1 ± 0.37

^{a,b} R.A. と Decl. は Right Ascension と Declination の略称である．各座標は <https://ned.ipac.caltech.edu/> を参照した．

^c J-factor は星の運動学から評価される [31]．

4.2.2 DM 対消滅および崩壊から生じる DM シグナル

検出器で観測されるであろう DM 対消滅（崩壊）から生じるガンマ線フラックスの評価を行う．以降の議論は DM 対消滅と崩壊をみたいので，自己対消滅を生じるマヨラナフェルミオン $\text{DM}(\chi)$ を仮定して議論を進める．

まず，空間内のある地点 $\mathbf{x}$ における単位体積あたりの DM 対消滅の反応確率は

$$\Gamma_{\text{ann}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} n_{\text{DM}}^2 \langle \sigma v \rangle \quad (4.11)$$

である．ここで $n_{\text{DM}} = \rho_{\text{DM}}(\mathbf{x})/m_\chi$ とする． $1/2$ は，対称性因子，と呼ばれ同一粒子による対消滅を想定している．すなわち，DM が豊富なターゲットを選べば DM の対消滅

率を大きくすることができる．このため本研究では銀河の中心部，特に天の川銀河の中心部，に注目する．

検出器におけるガンマ線フラックス $\Phi(E_\gamma, \psi)$ は次式のように定義される．

$$\Phi(E_\gamma, \psi) = \frac{dN_\gamma^{\text{det}}}{dE_\gamma dt d\Omega dA} \quad (4.12)$$

ここでそれぞれ単位時間 dt ，単位エネルギー dE_γ ，立体角 $d\Omega$ ，および検出器面積 dA あたりに検出器を通過する光子数を表している．ここで， ψ は空のどの方向を観測しているかを示す角座標の略記法とする．

DM 密度 $\rho_{\text{DM}}(r)$ は検出器からの距離 r に従って減少すると仮定する．このとき，距離 r にある微小な体積要素 d^3x を考えることができる．この微小体積要素から検出器を通過する微分ガンマ線フラックスは

$$d\Phi = \Gamma_{\text{ann}} \frac{dN_\gamma}{dE_\gamma} \frac{1}{4\pi r^2} d^3x, \quad (4.13)$$

で与えられる．ここで $\frac{1}{4\pi r^2}$ は距離に応じたフラックスの減衰を考慮している．すなわち， $\frac{dA}{4\pi r^2}$ は，面積 dA をもつ検出器を通過する光子の割合を表している．いま視線方向 (line-of-sight: l.o.s.) と立体角 $\Delta\Omega$ に沿った積分と検出器の有効エネルギー領域 $(E_{\text{min}}, E_{\text{max}})$ について積分すると検出器で測定される DM 対消滅による γ 線シグナルフラックスは

$$\Phi(\Delta\Omega) = \underbrace{\frac{1}{4\pi} \frac{\langle\sigma v\rangle}{2m_\chi^2} \int_{E_{\text{min}}}^{E_{\text{max}}} \frac{dN_\gamma}{dE_\gamma} dE_\gamma}_{\text{particle physics}} \times \underbrace{\int_{\Delta\Omega} \int_{\text{l.o.s.}} \rho_{\text{DM}}(\mathbf{r})^2 dl d\Omega'}_{\text{J-factor}}. \quad (4.14)$$

と評価される．1つ目の因子 (particle physics) は素粒子物理学の情報を含んでいる．すなわち，平均散乱断面積 $\langle\sigma v\rangle$ ，DM 粒子の質量 m_χ ，および対消滅あたりの γ 線収量の微分 dN_γ/dE_γ を実験エネルギー範囲で積分したものである．ここで dN_γ/dE_γ は PPPC4 DM ID パッケージ [32] を用いて評価した．このパッケージの有効な質量範囲は 5 GeV から 100 TeV である．DM 崩壊による DM シグナルも同様に

$$\Phi(\Delta\Omega) = \underbrace{\frac{1}{4\pi m_\chi \tau_\chi} \int_{E_{\text{min}}}^{E_{\text{max}}} \frac{dN_\gamma}{dE_\gamma} dE_\gamma}_{\text{particle physics}} \times \underbrace{\int_{\Delta\Omega} \int_{\text{l.o.s.}} \rho_{\text{DM}}(\mathbf{r}) dl d\Omega'}_{\text{D-factor}}. \quad (4.15)$$

ここで DM の寿命を τ_χ と表した．

本研究の模型 (式 (2.36)) による DM シグナルの解析を始める．DM シグナルは DM 対消滅から SM 粒子の対生成，（本模型は $\bar{\chi}\chi \rightarrow HH$ ）から評価される．DM 対消滅によって SM のヒッグス場 H が対生成される．第 2.3.1 章でみたようにヒッグス 2 重項 H は，非物理的な状態 ($A^0, H^\pm$) が Z と $W^\pm$ ボゾンの縦成分 ($Z_L, W_L^\pm$ と表記する) を生成し，物理的な状態 (ϕ) が実験で観測されている中性ヒッグス粒子 h を生成する．したがって $\bar{\chi}\chi \rightarrow H^\dagger H$ の振幅は $\bar{\chi}\chi \rightarrow hh, W_L^+ W_L^-, Z_L Z_L$ の振幅と等しい． $\bar{\chi}\chi \rightarrow hh, W^+ W^-, ZZ$ の振幅の比は $h : W_L^\pm : Z_L = 1 : 2 : 1$ となるので，本模型の DM シグナルは

$$|\mathcal{M}|_{HH^\dagger} = \frac{|\mathcal{M}|_{hh} + 2|\mathcal{M}|_{W_L^\pm} + |\mathcal{M}|_{Z_L Z_L}}{4} \quad (4.16)$$

から評価される．したがって，DM 粒子 χ の対消滅により生成された $h, Z_L, W_L^\pm$ がカスケード崩壊を起こし最終的に (陽) 電子や (反) 陽子，(反) ニュートリノ，光子といった安定な粒子が生成される．

Fermi-LAT で観測された DM 対消滅による γ 線シグナルフラックスは式 (4.14) を用いる．本論文では，125 GeV（ヒッグス質量）から 100 TeV までの DM 質量区間を探索する．図 4.5 は式 (4.16) を考慮した様々な DM 質量に対する dN_γ/dE_γ を図示した．

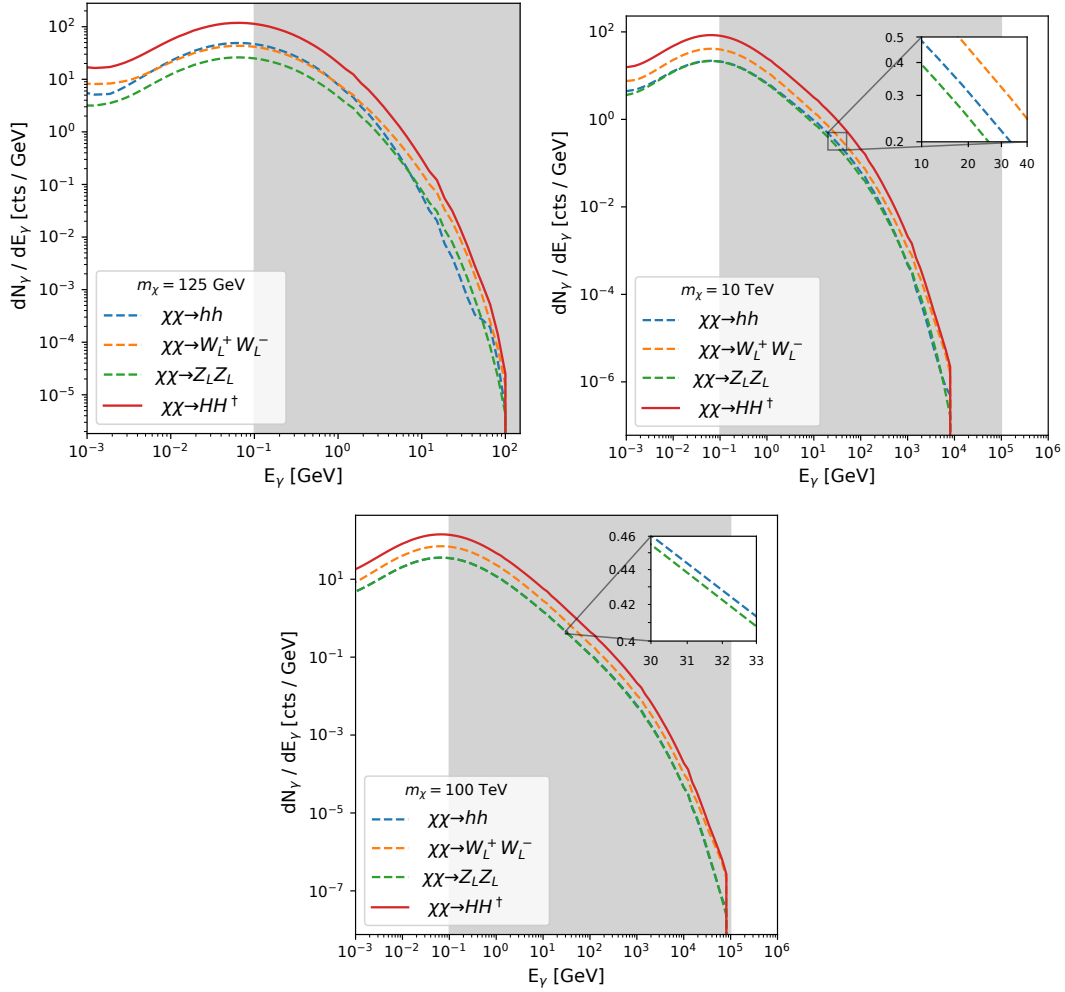


図 4.5: DM 対消滅から生じる γ 線収量の微分. 各図では, 破線が hh , $W_L^+ W_L^-$, および $Z_L Z_L$ から放出されるフラックスを表し, 実線はそれらの合計を示す. 灰色の領域は, *Fermi*-LAT の有効なエネルギー範囲である. 左上, 右上, および下のパネルは, それぞれ DM 質量が $m_\chi = 125$ GeV, 10 TeV, 100 TeV の場合に対応している.

4.2.3 DM 分布と J-factor

DM 消滅による信号 γ 線スペクトルを計算するためには, DM の分布を知る必要がある. 天体物理天体の DM 密度をモデル化することは重要なトピックであり, 参考文献 [33, 34, 35] で議論されている. 解析に用いる天体物理学的ターゲットは, 天の川銀河の dSphs で, DM 密度の大きい球状に近い天体である. これは, dSphs からのデータのバックグラウンド γ 線が銀河中心からのデータよりもはるかに小さいためである. DM 分布

には以下の Navarro-Frenk-White (NFW) プロファイルを採用する [36, 37].

$$\rho_{\text{NFW}} = \frac{\rho_s}{r/r_s (1 + r/r_s)^2} \quad , \quad (4.17)$$

ここで r, r_s, ρ_s はそれぞれ銀河中心からの距離, NFW スケール半径, NFW スケール特性密度である. DM 密度分布のパラメータ推定の精度を上げるために, dSphs が天の川のサブハロに属しているという事実を考慮する [38]. dSphs の特性は表 4.1 に示した通りである.

4.2.4 結合尤度解析を用いた DM の平均散乱断面積に関する制限

16 個の dSphs からの γ 線の *Fermi*-LAT データを用いて, ヒッグスポータルマヨラナフェルミオンの DM 模型における DM 対消滅の平均散乱断面積を制限する. 天体物理学的 γ 線の *Fermi*-LAT 観測のようなイベントの発生回数を測定するカウント実験では, 一般的にポアソン分布が利用される. 16 個の dSph のポアソン尤度関数を組み合わせ, さらに各 dSph の J ファクターに関する統計的不確実性を考慮するために, J ファクター尤度項をポアソン尤度に加える [39, 40]. ターゲット dSph の J ファクター尤度は対数正規分布で与えられる.

$$\mathcal{L}_J(J_i | J_{\text{obs},i}, \sigma_i) = \frac{1}{\ln(10) J_{\text{obs},i} \sqrt{2\pi} \sigma_i} \times \exp \left[- \left(\frac{\log_{10}(J_i) - \log_{10}(J_{\text{obs},i})}{\sqrt{2} \sigma_i} \right)^2 \right] \quad , \quad (4.18)$$

ここで, J_i と $J_{\text{obs},i}$ はそれぞれ J ファクターの真値と誤差 σ_i を含む J ファクターの測定値である. ターゲット i に対する結合尤度関数は次のようになる.

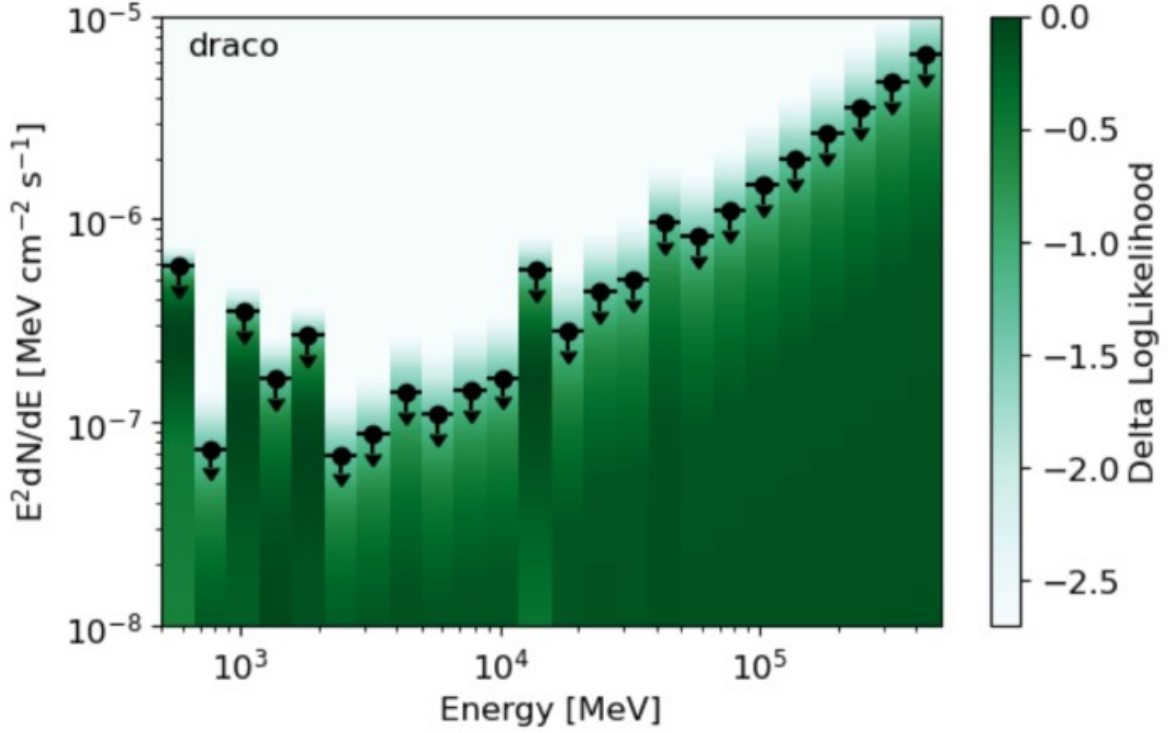
$$\tilde{\mathcal{L}}_i(\mu, \boldsymbol{\theta}_i = \{\boldsymbol{\alpha}_i, J_i\} | \mathcal{D}_i) = \mathcal{L}_i(\mu, \boldsymbol{\theta}_i | \mathcal{D}_i) \mathcal{L}_J(J_i | J_{\text{obs},i}, \sigma_i) \quad . \quad (4.19)$$

ここで μ は DM モデルのパラメータ, すなわち DM 質量 m_χ と平均散乱断面積 $\langle \sigma v \rangle$ を表し, $\boldsymbol{\theta}_i$ は LAT 解析 ($\boldsymbol{\alpha}_i$) と dSphs の J ファクター (J_i) からなる局外母数セットであり, $\mathcal{D}_i$ は LAT γ 線データである. そして結合尤度関数は次式で与えられる.

$$\mathcal{L}(\mu, \boldsymbol{\theta} | \mathcal{D}) = \prod_i \tilde{\mathcal{L}}_i(\mu, \boldsymbol{\theta}_i | \mathcal{D}_i) \quad . \quad (4.20)$$

μ の検定統計量 (test static: TS) は次のように定義される.

$$\text{TS}(\mu) = -2 \ln \left(\frac{\mathcal{L}(\mu, \hat{\boldsymbol{\lambda}})}{\mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\theta}})} \right) \quad , \quad (4.21)$$

図 4.6: SED 法を使用した Draco dSph のスペクトル解析^{*1}

ここで, $\hat{\theta}$ (尤度関数) を全体的に最大化する値であり, $\hat{\lambda}$ は, 特定の DM 質量と $\langle\sigma v\rangle$ に対して $\mathcal{L}$ を最大化する値である. `fermipy` のスペクトルエネルギー分布 (spectral energy distribution: SED) 法を用いることで *Fermi*-LAT のガンマ線データをスペクトル解析することができる. SED 法を使用して Draco dSph のスペクトル解析を実行した例を図 4.6 に示す. SED 法は観測データにモデルをフィットさせ, 各エネルギービンに対する尤度が評価できる. TS は近似的な χ^2 分布を示し, μ の 95% 信頼水準 (Confidence Level: CL) 上限値は $TS = 2.71$ から得られる. プロファイル尤度法 [41, 42] を用いて, DM 質量 m_χ の様々な値に対する平均散乱断面積 $\langle\sigma v\rangle$ の上限値を導出する.

図 4.7 では, ヒッグスポータルフェルミオン DM モデルにおける DM 平均散乱断面積 $\langle\sigma v\rangle$ の 95%CL 上限値を図示した. 式 (4.14) より $\Phi_\gamma \propto \langle\sigma v\rangle/m_\chi^2$ であるので DM 質量の増加に伴い $\langle\sigma v\rangle$ を大きくする必要があるので, 図 4.7 は右肩上がりになる.

^{*1} <https://github.com/fermiPy/fermipy-extra/blob/master/notebooks/draco.ipynb>

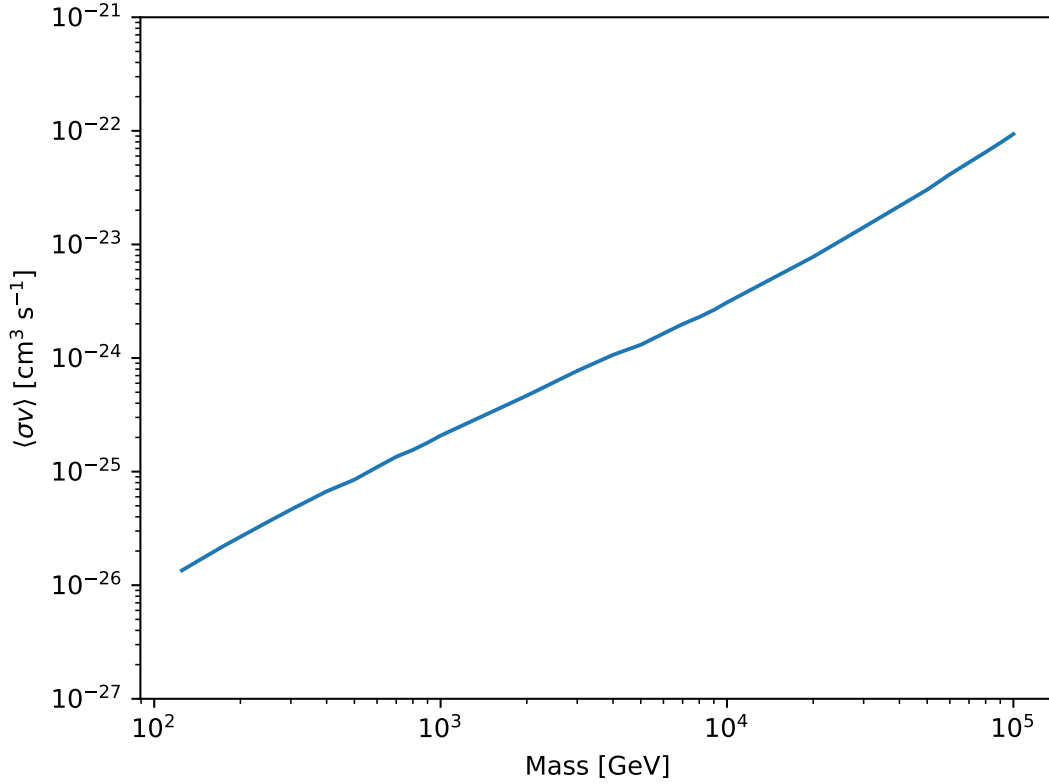


図 4.7: 125 GeV から 100 TeV の範囲の DM 質量に対するヒッグスポータルを持つマヨラナフェルミオン DM モデルにおける平均散乱断面積 $\langle\sigma v\rangle$ の 95% CL 上限値は、16 個の dSphs からの *Fermi*-LAT データに基づいて得られた γ 線に対して評価した。

図 3.3 (a),(b) の観測値 (式 (3.27)) を満たす等高線図 (m_χ, Λ) のパラメータ領域を用いて、DM 対消滅平均散乱断面積を計算する。 $\langle\sigma v\rangle$ を計算する際には、現在宇宙の DM ペアのエネルギー分布は以下のように近似される (DM ペアのエネルギーを E_1, E_2 と表記する)。DM が非相対論的なときに (Freeze-in 機構によって) 最も多く生成されるとすると、現在の DM ペアの分布は $\exp[-(E_1 + E_2)/T_a]$ (T_a は最も多く生成されたときの温度) に比例する。なぜなら、DM ペアが作られるとき、そのエネルギーの和は、DM ペアが作られる元となった SM 粒子のエネルギーの和に等しく、これらの SM 粒子は熱平衡にあり、ボルツマン分布に従うからである。DM ペアが生成された後、そのエネルギー分布は非相対論的であるため「凍結」され、現在に至るまで保存される。もし DM が相対論的なときに最も多く生成されるなら、現在の DM ペアの分布は $\exp[-(E_1 + E_2)/T_\chi]$ に比例する ($T_\chi \sim m_\chi$)。これは、DM が熱平衡状態にないにもかかわらず、DM が非相対論的になるまで、DM のエネルギーは放射線の温度とともに減少するからである。非相

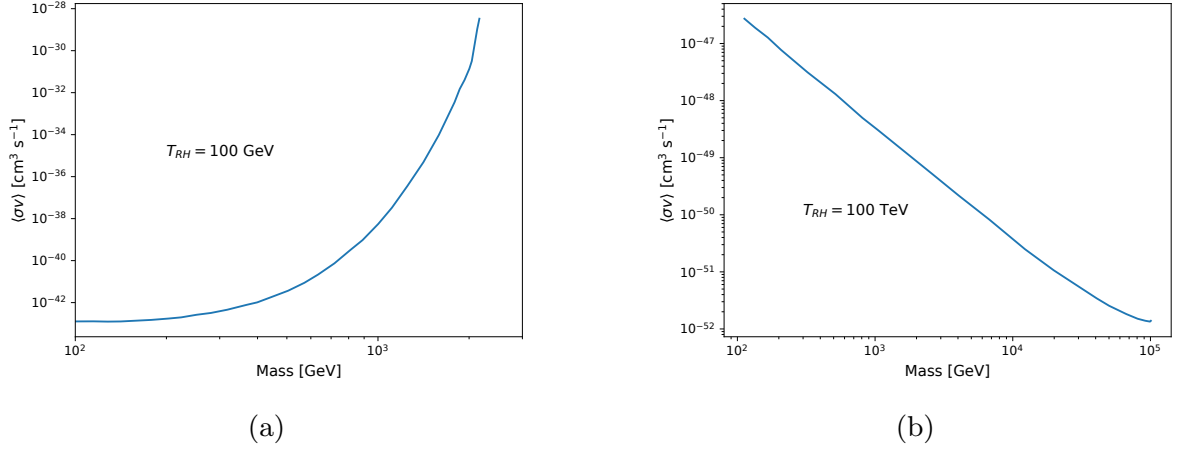


図 4.8: 固定された T_{RH} に対する $\langle\sigma v\rangle$ および観測された DM 残存量 $\Omega_{DM}h^2 = 0.12$ を再現する (m_χ, Λ) に対する $\langle\sigma v\rangle$. 左のパネルは $T_{RH} = 100$ GeV の場合, 右のパネルは $T_{RH} = 100$ TeV の場合を図示した.

対論的になった後, そのエネルギー分布は「凍結」し, 現在に至るまで保存される. 上記の近似から, $\langle\sigma v\rangle$ は次のように計算される.

$$\langle\sigma v\rangle = \frac{g_\chi^2}{64\pi^4} T \frac{1}{n_{eq}^2(T)} \int_{4m_\chi^2}^{\infty} ds \, s \sqrt{s - 4m_\chi^2} (\sigma v) K_1\left(\frac{\sqrt{s}}{T}\right) \quad , \quad (4.22)$$

ここで $T = T_a$ または T_χ は, DM が非相対論的なときに最も多く生成されるか, 相対論的なときに最も多く生成されるかによる. 上記のように計算される $\langle\sigma v\rangle$ に $T_{RH} = 100$ GeV と 100 TeV の場合の現在宇宙の DM 残存量を再現する (m_χ, Λ) を代入して, 図 4.8 に示した.

図 4.7 と図 4.8 を比較すると, $T_{RH} = 100$ GeV と $m_\chi = 2100$ GeV の場合, 現在の *Fermi*-LAT のデータでは, $\langle\sigma v\rangle$ は正しい DM 残存量を再現する値よりも 10^5 倍大きな値に制約されているので, 10^5 倍の精度が必要であることがわかる. 図 3.3 で DM 質量が T_{RH} より大きくなると観測値 (式 (3.41)) を満たすようにするためには, Λ を小さくする必要がある. $T_{RH} = 100$ GeV の場合, DM 質量が 2100 GeV を超えると, Λ が小さくなり, DM 平均散乱断面積 $\langle\sigma v\rangle$ は大きくなるため, *Fermi*-LAT で DM 対消滅シグナルが検出される可能性が示唆される. しかし, DM 質量が 2100 GeV を超えるとカットオフスケールと再加熱温度の比 (Λ/T_{RH}) が 100 を下回るため有効場理論が破綻する危険性がある, そのため, ヒッグスポータルを持つマヨラナフェルミオン DM モデルの紫外 (UV) 完備を考慮した解析を行う必要がある.

5 結論

本博士論文では SM では説明することのできない DM 粒子の物理について考察した。DM は加速器実験のような高エネルギー領域の実験ではいまだ観測されていない。そのため、DM 粒子のセクターと SM 粒子のセクターには現在の高エネルギー実験のエネルギースケールよりも大きなエネルギースケール（カットオフ・スケール Λ ）が存在し、このエネルギーポテンシャル壁によって両セクターが隔たっていると考えた。

本博士論文では、DM 粒子のセクターと SM 粒子のセクターの相互作用を記述するために次元 5 のヒッグスポータルな有効場理論を用いて BSM のエネルギースケール Λ の評価と DM 物理について議論した。まず、BSM のエネルギースケールを評価するために現在の我々の宇宙の DM 密度パラメータの観測値 (式 (3.27)) を満たすような DM 生成機構を評価し、有効場理論のパラメータを調査した。

DM 生成機構は熱的生成による Freeze-out 機構と非熱的生成による Freeze-in 機構がおもに研究されている。Freeze-out 機構では DM 粒子が熱平衡に入っている状態から逸脱することで、逸脱したときの DM 残存量が現在の宇宙まで引き継がれる。すなわち、現在の宇宙の DM 残存量の観測値まで生成するためには、熱浴中にある SM 粒子とある程度の強さの相互作用が必要となる。一方、Freeze-in 機構における DM 粒子は宇宙の熱史において一度も熱浴に入っていない状態を考えるので、DM 粒子と SM 粒子の相互作用は非常に小さくしなければならない。

本模型では Λ を十分大きくすることで DM は宇宙の熱史において一度も熱浴に入ることにはなかったと仮定した。この仮定では、DM は Freeze-in 機構のみによって生成される。このことは現在の実験から DM 粒子のセクターが実験のエネルギースケールよりも大きいカットオフスケールにより隠されていると推察も説明することができる。従って、本研究では DM 粒子が実験で観測されていない事実から Freeze-in 機構を採用し解析を行った。ただし、本模型は繰り込み不可能な理論であるので、有効理論が破綻しないように、初期宇宙のインフレーション終了後の輻射優勢宇宙の温度 (再加熱温度) T_{RH} を、 $\Lambda \gg T_{\text{RH}}$ のように設定した。また、現在の宇宙のバリオン数を生成できるように、 T_{RH} はスファレロン温度 100 GeV よりも大きいとした。以上の仮定の下、Freeze-in 機構の数値解析を行い、さまざまな DM 質量 (m_χ)、 T_{RH} 、 Λ について DM 残存量を計算した。そして DM 残存量の観測値を正しく再現できる (m_χ , T_{RH} , Λ) のパラメータ領域を求めた。DM 間接・直接観測実験の議論ではこのパラメータ領域を用いて解析を行った。その結果 T_{RH} を固定した場合 m_χ , Λ には上限値があることが分かった。これ

は $m_\chi < T_{\text{RH}}$ 領域では $\Omega_\chi h^2 = m_\chi s_0 Y(\infty)/(\rho_c/h^2)$ より m_χ の増加を打ち消すように $1/\Lambda$ を小さく (Λ を大きく) する必要があるので、この領域のグラフは右肩上がりになる。一方、 $m_\chi \sim T_{\text{RH}}$, $m_\chi > T_{\text{RH}}$ 領域ではヒッグスの運動量は $p \sim T_{\text{RH}}$ 程度なので、 m_χ の増加に伴い $1/\Lambda$ を大きく (Λ を小さく) する必要があるので、ある m_χ (上限値) に漸近することがわかった。また、DM 質量の上限値はおよそ $10 \times T_{\text{RH}}$ 付近に現れる。これは残存量 $Y(x)$ はボルツマンファクターが $x = m/T \sim 10$ のときに抑制されるためである。

本模型のヒッグスポータルな有効場理論は CP 不変なので DM キセノン原子核散乱断面積はスピンに依存しない散乱である。 $T_{\text{RH}} = 100 \text{ GeV}$ のとき $m_\chi > T_{\text{RH}}$ 領域では $1/\Lambda$ を小さくする寄与により $DM - \text{nucleon } \sigma^{\text{SI}}$ は右肩上がりになるが実験の上限値を下回る。 $T_{\text{RH}} > 100 \text{ GeV}$ では $m_\chi < T_{\text{RH}}$ 領域をみることになるので $DM - \text{nucleon } \sigma^{\text{SI}}$ は実験の上限値を下回る。そのため、同実験により、Freeze-in 機構から評価した DM 残存量を満たすパラメータ領域を排除することはできなかった。

そこで、DM 対消滅から生じる DM シグナルを観測する実験 (DM 間接観測実験) に注目した。本模型の H は SM のヒッグス二重項なので、DM 対消滅によって対生成された H は、非物理的状态 ($A^0, H^\pm$) が Z -boson と $W^\pm$ -boson の縦波成分を生成し、物理的状态 (ϕ) が実験で観測された中性ヒッグス粒子 h を生成する。これらの粒子がさらにカスケイド崩壊し安定な粒子が生成される。この安定な粒子が DM シグナルとされる。本研究では DM シグナルの指向性の安定性と観測のしやすさから γ 線のみを観測対象とした。DM シグナルのターゲットとして、DM 密度が高く、バックグラウンドとなるバリオンが比較的少ない天の川銀河にある矮小球状衛星銀河を選んだ。そしてフェルミ・ガンマ線宇宙望遠鏡 (Fermi Gamma-ray Space Telescope: Fermi) の大面積望遠鏡 (Large Area Telescope: LAT) を用いて Freeze-in 機構から評価したパラメータ領域が排除されるか評価した。ただし、Fermi-LAT による DM 対消滅平均散乱断面積の上限値の解析には dSphs は天の川銀河のサブハロにぞくすることを考慮して Navarro-Frenk-White (NFW) DM 分布を採用した。また、Freeze-in 機構から評価したパラメータを用いた現在宇宙の DM 対消滅平均散乱断面積は、銀河内の DM の速度は 220 km/s と非相対論的であることを考慮した。その結果、DM 間接観測実験からは DM 残存量を満たすパラメータ領域は排除することはできなかった。しかし、 $T_{\text{RH}} = 100 \text{ GeV}$ の場合、DM 質量が 100 GeV を超えると、現在の宇宙の DM 残存量を再現するためには Λ を小さくする必要があり、平均散乱断面積は大きくなる。特に、 $T_{\text{RH}} = 100 \text{ GeV}$, $m_\chi = 2.1 \text{ TeV}$ のとき Fermi-LAT の精度が 10^5 倍に向上すれば、この模型の DM シグナルを発見できる可能性があることがわかった。

謝辞

このたび、島根大学および大阪公立大学の関係者の皆さまのご支援により、大阪公立大学の波場直之教授のもとで特別研究生として活動する機会をいただきましたこと、心より感謝申し上げます。本博士論文の作成にあたり、博士前期課程の頃より全面的にご指導いただいた波場直之教授には、心より深くお礼を申し上げます。また、本研究の遂行に際しては、明治学院大学の山田敏史助手および大阪公立大学の清水康弘博士研究員から、研究の発展に不可欠であった数々のアイデアや理論的な助言を賜りました。両氏の卓越した知見と継続的なサポートにより、本研究は大きく前進いたしました。この場を借りて、改めて心より感謝申し上げます。さらに、指導教員である島根大学の田中宏志教授には、研究活動の支持で多大なるご支援をいただきました。その寛大なご指導と温かい励ましには深く感謝しております。

参考文献

- [1] J. Ikemoto, N. Haba, Y. Shimizu, and T. Yamada, *Progr. Theor. Exp. Phys.* 2023, 083B04 (2023) [arxiv:2212.14660v2[hep-ph]].
- [2] Naoyuki Haba, Junpei Ikemoto, Yasuhiro Shimizu¹, and Toshifumi Yamada, *Progr. Theor. Exp. Phys.* 2024, 2024 103C02 (2024) [arXiv:2406.18986v2 [hep-ph]].
- [3] K. G. Begeman, A. H. Broeils and R. H. Sanders, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 249, 523 (1991).
- [4] B. Holdom et al., *Phys. Lett. B*, 166: 196-198 (1986).
- [5] Alexander, J. et al., Dark sectors 2016 workshop: Community report (2016). 1608.08632.
- [6] David J. E. Marsh, “Axion Cosmology,” *Phys. Rept.* 643,1–79 (2016), arXiv:1510.07633 [astro-ph.CO].
- [7] I.G. Irastorza and J. Redondo, New experimental approaches in the search for axion-like particles, *Prog. Part. Nucl. Phys.* 102 (2018) 89 [1801.08127].
- [8] M. Blennow, E. Fernandez-Martinez, A. OlivaresDel Campo, S. Pascoli, S. Rosauero-Alcaraz, and A. V. Titov, Neutrino Portals to Dark Matter, *Eur. Phys. J. C* 79, 555 (2019), arXiv:1903.00006 [hep-ph].
- [9] B. Patt and F. Wilczek, [arXiv:hep-ph/0605188 [hep-ph]].
- [10] G. Arcadi, A. Djouadi and M. Raidal, *Phys. Rept.* 842, 1-180 (2020) [arXiv:1903.03616 [hep-ph]].
- [11] Guth, A. H. (1981). Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems. *Physical Review D*, 23(2), 347–356
- [12] P. Gondolo and G. Gelmini, *Nucl. Phys. B*360 (1991) 145.
- [13] E. W. Kolb and M. S. Turner, 2019. *The Early Universe*. vol. 69 , Oxfordshire: Taylor and Francis, 119–130.
- [14] J. Edsjo and P. Gondolo, *Phys. Rev. D* 56 (1997) 1879 [arXiv:hep-ph/9704361].
- [15] R. Beals and J. Szmigielski, *Meijer G-Functions: A Gentle Introduction*, *Notices of the AMS* 60 (August, 2013) 866 872.
- [16] P.A. Zyla *et al.* (Particle Data Group), *Progr. Theor. Exp. Phys.* 2020, 083C01 (2020).

-
- [17] H. Ohki *et al.*, Phys. Rev. D 78 (2008) 054502.
- [18] R. Crewther, Phys. Rev. Lett. 28 (1972) 1421; M. Chanowitz and J. Ellis, Phys. Lett. 40B(1972) 397; Phys. Rev. D 7 (1973) 2490; J. Collins, L. Duncan and S. Joglekar, Phys. Rev. D 16 (1977) 438; M. A. Shifman, A. I. Vainshtein and V. I. Zakharov, Phys. Lett. B 78(1978) 443.
- [19] J. Aalbers *et al.*, “A Next-Generation Liquid Xenon Observatory for Dark Matter and Neutrino Physics,” arXiv:2203.02309 [physics.ins-det].
- [20] Gilly Elor *et al.*, ”Maximizing direct detection with HYPER dark matter”, arXiv:2112.03920 [hep-ph], 2021
- [21] Prudhvi N. Bhattiprolu *et al.*, ”Freezing-in hadrophilic dark matter at low reheating temperatures”, arXiv:2210.15653 [hep-ph]
- [22] M. Aguilar *et al.* (AMS), Phys. Rev. Lett. 117, 091103 (2016).
- [23] J. Heisig, M. Korsmeier, and M. W. Winkler, Phys. Rev. Res. 2, 043017 (2020), arXiv:2005.04237 [astro-ph.HE] .
- [24] I. Cholis, T. Linden, and D. Hooper, Phys. Rev. D 102, 103019 (2020), arXiv:2001.08749[astro-ph.HE] .
- [25] F. Calore, M. Cirelli, L. Derome, Y. Genolini, D. Maurin, P. Salati, and P. D. Serpico, SciPost Phys. 12, 163 (2022), arXiv:2202.03076 [hep-ph] .
- [26] H. Motz, ” Indirect Search for Dark Matter with the ANTARES Neutrino Telescope” , Proceedings of 7th International Heidelberg Conference, Hackensack NJ, 504 (2009).
- [27] D. Hubert (for the IceCube Collaboration), ” Neutralino Dark Matter Searches with Neutrino Telescopes: AMANDA Results and IceCube Prospects” , Nuclear Physics B (Proceedings Supplements) 173, 87-90, (2007).
- [28] S. Desai *et al.* (The Super-Kamiokande Collaboration), ” Search for Dark Matter WIMPs using Upward Through-going Muons in Super-Kamiokande” , Phys. Rev. D 70, 083523 (2004), arXiv:hep-ex/0404025.
- [29] M. Ackermann *et al.*, “Dark Matter Constraints from Observations of 25 Milky Way Satellite Galaxies with the Fermi Large Area Telescope” ., Phys. Rev. D 89 (2014), p. 042001. arXiv: 1310.0828 [astro-ph.HE].
- [30] M. Wood, R. Caputo, E. Charles, M. Di Mauro, J. Magill, and J. S. Perkins (Fermi-LAT Collaboration), Proc. Sci., ICRC2017 (2018) 824 [arXiv:1707.09551].
- [31] M. Ackermann *et al.* (Fermi-LAT Collaboration), Phys. Rev. Lett. 115, 231301

- (2015), arXiv:1503.02641 [astro-ph.HE]
- [32] M. Cirelli, G. Corcella, A. Hektor, G. Hutsi, M. Kadastik, P. Panci, M. Raidal, F. Sala, and A. Strumia, JCAP 03, 051 (2011), arXiv:1012.4515[hep-ph].
 - [33] G.D. Martinez, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 451 (2015) 2524, arXiv:1309.2641 [astro-ph.GA].
 - [34] K. Hayashi, K. Ichikawa, S. Matsumoto, M. Ibe, M.N. Ishigaki and H. Sugai, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 461 (2016) 2914, arXiv:1603.08046 [astro-ph.GA].
 - [35] A.B. Pace and L.E. Strigari, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 482 (2019) 3480, arXiv:1802.06811 [astro-ph.GA].
 - [36] J. F. Navarro, C. S. Frenk, and S. D. M. White, Astrophys. J. 462, 563 (1996), astro-ph/9508025 .
 - [37] J. F. Navarro, C. S. Frenk, and S. D. White, Astrophys.J. 490, 493 (1997), arXiv:astro-ph/9611107 [astro-ph] .
 - [38] S. Ando, A. Geringer-Sameth, N. Hiroshima, S. Hoof, R. Trotta and M.G. Walker, Phys.Rev. D 102 (2020) 061302 [2002.11956].
 - [39] A. Abdo *et al.* (Fermi-LAT Collaboration), ApJ 712, 147 (2010), arXiv:1001.4531 [astro-ph.CO].
 - [40] M. Ackermann *et al.* (Fermi-LAT Collaboration), Phys.Rev.Lett. 107, 241302 (2011), arXiv:1108.3546 [astro-ph.HE].
 - [41] W.A. Rolke, A.M. Lopez and J. Conrad, Nucl. Instrum. Meth. A 551 (2005) 493, arXiv:physics/0403059 [physics.data-an].
 - [42] B.R. Safdi, Proc. Sci., TASI2022 (2024) 009, arXiv:2303.02169v1 [hep-ph].