最小超対称標準模型の flat direction をインフラトンとするバリオン数生成

Baryogenesis from flat direction of minimal supersymmetric Standard Model as inflaton

総合理工学研究科　　田辺 義博　　(S199824)

January 20, 2025

Contents

Chapter 1

序論

我々のいるこの宇宙の様子・構造・成り立ちは，古来から一部は神話と結びつき，世界各地で様々に描画されている．近年の科学技術の進展により，物質は元素により構成され，元素は陽子・中性子・電子により構成され，更に陽子・中性子は quark により構成されていることが順次解明されてきた．このような極微小ないし短距離の物理の理解が進むのと並行して，観測技術の進展により比較的短距離の恒星から天の川銀河，遠方の銀河ないし銀河団，更には，星形成以前のより過去の宇宙の理解が進んできている．

特に，ルメートルやハッブルによる宇宙の膨張の事実が観測されると [1], [2]，それを逆にたどった，宇宙は高エネルギーの極微小領域から始まったというビッグバンモデルが提唱された．そして，ペンジアスとウィルソンによる宇宙背景放射（CMB:Cosmic Microwave Background）が 1964 年に発見され [3]，ビッグバンによる宇宙創成が確実視されると，より詳細にモデルの検討ないし解析がなされた．

すると，理論的な観点から，単純な膨張モデルでは，観測事実を説明できない問題点があることが浮かび上がってきた．

一つに，地平線問題が挙げられる．これは，宇宙のことなる領域が均一であり，初期の宇宙に遡っても光速を超えた因果関係があったように見えてしまう，という問題である．具体的には，CMB を観測すると，全天のどの方向の温度も約 2.725 K，そのゆらぎもわずか 10 万分の 1 であって，なぜ相対論的に因果関係のないと思われる２つの領域が同じ温度をもつか単純な膨張描像では説明できない．

同様に，平坦性問題も存在する．これは，現在の宇宙の曲率は，正や負の値を持っていてもよいのに，実際には0にきわめて近く，初期の宇宙では不自然に調整されているように見えてしまう，という問題である．

これらの問題点は，いわゆるインフレーションの存在，すなわち，宇宙の開闢期において，指数関数的な膨張があったとすれば解決される [4]．地平線問題は，因果関係がある極微小領域が指数関数的に膨張した結果，宇宙の異なる領域が温度も含めて均一であることを説明でき，地平線問題は，初期宇宙の曲率がどうであれ，空間が急激に引き伸ばされたために現在の曲率が事実上0であることを説明できる．

このインフレーションを生じさせる仕組みの一つにインフラトン（ないしインフラトン場）の導入がある．

ところで，quark をはじめ素粒子とその間に働く基本的な相互作用を記述する物理として，標準模型（Standard Model: SM）が構築されている．実際 100GeV オーダー以下の物理実験は，標準模型とほぼ[1] 無矛盾である．

そして，SM における総てのフェルミオンとボゾンすなわち SM 粒子には，それぞれ対応するボゾンとフェルミオンのパートナーすなわち SUSY 粒子が存在するという超対称性（Super Symmetry: SUSY）[6], [7], [8] を組み入れて SM を拡張すると，たとえば，ヒッグス質量の量子補正に対する安定性が保証されるなど，量子補正における各種の発散が相殺される．そればかりでなく，自然界の 4 つの相互作用のうち 3 つが高エネルギー域にて統一され，さらには，暗黒物質の存在も説明できる．SUSY は SM を超える物理を説明する有力な理論基盤を提供してくれる．

また，SUSY の特徴の一つに，SUSY 粒子とヒッグス粒子のスカラー場の組み合わせ（Φ とする）には，flat direction というスカラーポテンシャル V が0ないしほぼ0となる方向が存在する点が挙げられる．この方向に沿えば Φ は極めて大きな値を自然に取りうる．したがって，高エネルギーである初期宇宙においてインフレーションを生じさせるインフラトン場を，flat direction に沿った Φ に見立てることができる．

本研究では，ポテンシャル V に課される条件，すなわち，インフラトン Φ は，はじめポテンシャルの中をゆっくりと進み（この間にインフレーションが生じる），その後ポテンシャルの谷に落ち込み，インフレーションを終了させるという条件：slow

[1]標準模型ではニュートリノがマスレスであるとされるが，実際はニュートリノ振動が確認され極微小の質量があることがわかっている [5]．また存在が確実視されているダークマターを説明しない．

roll condition [2] を比較的容易に実現し，かつ，場の値がプランクスケールを超えない，inflection point inflation（IPI）モデルを考える．そして，SM を minimal な SUSY に拡張した MSSM（Minimal Supersymmetric Standard Model：最小超対称標準模型）について，上記の様に flat direction をインフラトンとみなし，このポテンシャル $V(\Phi)$ を用いた IPI モデルを提案する．V は，具体的には，インフラトンの質量 m_Φ 項に加え，質量次元 4 を超えてプランク質量でサプレスされた高次項 Φ^n 等を伴うこととなる（次数 n は，flat direction の性質から $n = 4, 5, 6, 7, 9$ に限定されることも本研究で考慮する）．

ただし，厳密な IPI では，モデルスクリーニングの指標であるスペクトル指数 n_s が観測値から有意にずれてしまう．そこで slow roll condition を満たしつつ V に課される条件をわずかに緩め，n_s が観測値に収まるように quasi-IPI（q-IPI）モデルを構築し，これを解析する．

一方，ビッグバンから秒〜分のオーダーにて，軽元素が形成されている必要があり，これはビッグバン元素合成（BBN：Big Bang Nucleosynthesis) として知られる [9], [10]．実際，^{7}Li のずれは今後解決されるべきであるものの，^{4}He，D，^{3}He については，理論値と観測値との見事な整合が見られる．

すると，インフラトンを出発点として，単にインフレーションを生じそして終了させるだけでなく，更に SM 粒子群を創成するまでの過程が必要となる．ただし，SM 粒子群は，いわゆる「粒子」と，その粒子と質量が同じであって各種量子数が反対である「反粒子」とにより構成され，粒子と反粒子とは衝突により消滅するという基本的な性質を持っている．

従って，現在宇宙を構成する物質が生きのこっているためには，初期宇宙において粒子の生成数と反粒子の生成数との間に差があったことが必要となる [11]．これを説明する枠組みは，Baryogenesis として知られ，有名なサハロフの 3 条件 [12]，すなわち，(1) バリオン数の保存の破れ，(2)C 対称性と CP 対称性の破れ，(3) 熱平衡からの逸脱，が満たされる必要がある [3]

[2]佐藤勝彦やアラン・グースによる初期のインフレーションモデルでは, 偽真空状態から真の真空状態へのトンネル効果により急激な変化をともなってインフレーションが終了するため，ビッグバン宇宙への滑らかな移行が保証されない（宇宙の等方性や均一性がうまく説明できない）．その後, この問題を解決すべく slow-roll condition を満たすモデルが考案された．なお，slow roll は特定のモデルを概念するものではなく, ポテンシャルエネルギーが運動エネルギーより支配的な状態でインフレーションが進行し（インフラトンがポテンシャル上をゆっくり移動し），滑らかにビッグバン宇宙へ移行する，そのようなモデル描像の十分条件を示す．

[3]粒子と反粒子との生成数の差の指標は,バリオンエントロピー比 n_B/s と称され,$n_B/s \sim 8.7\times10^{-11}$

本研究では，高エネルギー領域において存在が期待される SUSY 粒子により，同じく高エネルギーである初期宇宙におけるインフラトンが構成され，これが slow roll condition を満たしてインフレーションを生じさせ，インフレーションの終了に伴って SUSY 粒子がパートナーの SM 粒子へ粒子反粒子の対等性を破って崩壊し，生き残り分の SM 粒子が宇宙論的な観測値と整合しうることを見ていく．

本論文の構成は以下の通りである．
第 2 章では，本論で必要となる基礎理論を概説しモデルを構築する．そして，宇宙論的な観測値との突き合わせをおこない，インフラトンの質量 m_Φ，ハッブル定数 H，再加熱温度 T_R 等の評価をおこなう．
第 3 章では，第 2 章の結果に基づき，物理的に興味深く整合的である系として具体的に udd flat direction をインフラトンとした解析をすすめる．非熱的にバリオン数が生成されることを確認し，現在の宇宙のバリオン数を説明しうることをみる．
なお，第 3 章においては，見通しをよくするため積分その他必要かつ多くの計算説明を省略した．これらは第 4 章にまとめた．udd 以外のインフラトンを考察する際に必要となる．
第 5 章には，まとめと考察，今後の展開について述べる．

なお，本論文は，著者らによる次の 2 つの論文を基礎としている．

(1): N. Haba, Y. Shimizu, Y. Tanabe, T. Yamada, ”Confronting Minimal Supersymmetric Standard Model Flat Direction Inflation with Planck/BICEP Data”, Prog. Theor. Exp. Phys., Vol 2024, Issue 9, Sept. 2024, 093C01,[arXiv:2405.00918 [hep-ph]] [65].
この内容は，本論文の主として第 2 章の内容となっている．

(2): N. Haba, Y. Shimizu, Y. Tanabe, T. Yamada, ”Non-thermal baryogenesis from MSSM flat direction”, Prog. Theor. Exp. Phys., Vol 2024, Issue 11, Nov. 2024 ,113C01,[arXiv:2408.00228 [hep-ph]] [66].
この内容は，本論文の主として第 3 章の内容となっている．

で与えられる．§3 参照．

Chapter 2

flat direction をインフラトンとみなした Inflection Point Inflation

2.1　本章の概要

本章の概要は以下の通りである．

まず，簡単に flat direction について説明する [13]- [16]．

次に，flat direction をインフラトンとみなし，換算プランク質量 M_p（2.4×10^{18}GeV）で抑え込んだスーパーポテンシャルの高次項由来のポテンシャル V を導出する（なお，flat direction の性質から高次項の次数は $n = 4, 5, 6, 7, 9$ に限定される）．

このポテンシャル V について，Inflection Point Inflation（以降適宜 IPI と表記する）を生じさせる条件を課し，ポテンシャル V の具体的な形に依存しない一般論としてまず解析をおこなう [17]- [37]．その中で，インフラトン場 Φ ないし ϕ の関数として，slow-roll parameter: $\varepsilon(\phi), \eta(\phi)$ や，e-folding number $N(\phi)$，そして，観測値として突き合わせ可能なスカラーパワースペクトル P_ζ [1] の表式を求める．ただし，厳密な IPI では，スペクトル指数 n_s の計算値が測定値から許容できない程度にずれてしまう [17]．そこで，ポテンシャル V の二階微分が inflection point ϕ_0 にて 0 であることだけを要求し，一階微分も 0 であるとする厳密な IPI からは条件を緩める（以降では，この緩めた IPI を適宜 quasi inflection point inflation : q-IPI と表記する）．観測数値に基づき，pivot scale k_* における e-folding number $N(\phi_*)$ についての一定の関係式も求める．

[1] 曲率ゆらぎパワースペクトル，スカラーゆらぎ，scalar power spectrum amplitude 等とも称される．

続いて，MSSM flat direction をインフラトンとする q-IPI に関し，厳密な IPI からのずれを示すずれパラメータ α を導入し，関係式を求める．具体的には，ポテンシャル V, V', V''' やスカラーパワースペクトル P_ζ とずれパラメータ α との関係を求めておく．また，slow-roll paremeter $\varepsilon(\phi)$ の要請に基づき，ずれパラメータ α 自体の制約も求める．

更に，スカラーパワースペクトル $P_\zeta(k_*)$ の具体的な表式と観測数値との関係を示し，再加熱温度 T_R に関する考察に基づき，次数 n，高次項の結合係数 λ，インフラトン質量 m_Φ との間に関係ないし制限がつくことをみる．

これらの準備のもと各次数（$n = 4, 5, 6, 7, 9$）について，結合係数 λ と，インフラトンの質量 m_Φ との関係，インフレーション終了期におけるハッブル定数 $H(\phi_{\mathrm{end}})$ との関係，ずれパラメータ α との関係，再加熱温度 T_R との関係等をそれぞれ見る．なお，$n = 4$ については，別途扱い，インフラトンの質量 m_Φ を指標として，高次項の結合係数 λ との関係，定数 $H(\phi_{\mathrm{end}})$ との関係，ずれパラメータ α との関係，再加熱温度 T_R との関係を見る．

2.1.1 flat direction について

ここで，MSSM にあらわれる flat direction（スカラーポテンシャルの平坦方向．以降 MSSM flat direction と適宜称する）を概説する．加えて，非繰込項である高次項については $n = 4, 5, 6, 7, 9$ を扱えば十分であることを概説しておく．これらは Gherghetta らの論文 [13] に非常に詳しく解説されている．

§ 1 序論にて説明したように，SUSY は，TeV スケール以上の物理を説明する有力な理論基盤を提供する．そして SUSY は先に示した特徴以外にも，ポテンシャルが 0 となる flat direction をもつという性質がある．

flat direction とは SUSY におけるカイラル超場の組み合わせであり，導出されるスカラーポテンシャル（D-term および F-term) がゼロとなる構成をいう [16]．

まず，D-term についてみていく．

D-term が 0 になるとは，構成要素の $SU(3)_C$ のカラーインデックスが縮約され，$SU(2)_L$ のダブレットも縮約され，$U(1)_Y$ ハイパーチャージの和が 0 であることである．すなわち D-flat を見つけることは，カラーを潰し，ダブレットも潰し，最終的に

ハイパーチャージの和が 0 になる gauge invariant な組み合わせを見つけることである．例えば，flat direction の一つに $L_1L_2e_1$ 方向がある [37] [2]．この構成は lepton のみからなるのでカラーはなく，ダブレット L が偶数個からなり縮約されており，ハイパーチャージの和は (-1)+(-1)+(-(-2))=0 である [3]．

実際にポテンシャルが 0 になることをみていく．D-term: V_D は，

$$V_D \equiv \Sigma_A \frac{g_A^2}{2} D^A D^A$$
$$D^A \equiv \sum_i X_i^\dagger T^A X_i$$

で与えられる．ここにおける添字 A は，群 $SU(3)$, $SU(2)$, $U(1)$ のそれぞれの指標 3，2，1 を示し，g_A はその結合定数を，T^A はそれぞれの群の生成子を，X_i は超場（の構成要素）を示す．例えば $SU(2)$ の生成子は，パウリ行列の $\sigma^1, \sigma^2, \sigma^3$ であり，$U(1)$

[2] 説明の便宜上ここでは添字は世代を示すものとし明示するが，適宜省略される．世代の付し方には排他律を考慮する．

[3] SUSY においては，singlet（right handed に対応）のカイラル超場 U, D, E（小文字 u, d, e で示されることもある）は，SM におけるゲージ対称性と整合させるために，doublet（left handed に対応）にあわせるべく charge conjugation をとり，より正確には U^c, D^c, E^c （または u^c, d^c, e^c）と表現されるものである．charge conjugation のため，ハイパーチャージは反転し，上に示した e のハイパーチャージは-2 を反転させた +2 となる．

の生成子は，ハイパーチャージ Y である．今の場合，X として L_1, L_2, e_1 を考え，

$$L_1 = \begin{pmatrix} L_1^{\uparrow} \\ L_1^{\downarrow} \end{pmatrix}, \quad L_2 = \begin{pmatrix} L_2^{\uparrow} \\ L_2^{\downarrow} \end{pmatrix}$$ と成分表示すると，

$$\begin{aligned}
V_D =& \frac{g_2^2}{2}((D^{2_1})^2 + (D^{2_2})^2 + (D^{2_3})^2) + \frac{g_1^2}{2}(D^{1_\mathrm{Y}})^2 \\
D^{2_1} =& \quad \frac{1}{2}\{(L_1^{\uparrow *}L_1^{\downarrow} + L_1^{\downarrow *}L_1^{\uparrow}) + (L_2^{\uparrow *}L_2^{\downarrow} + L_2^{\downarrow *}L_2^{\uparrow})\} \\
D^{2_2} =& -\frac{i}{2}\{(L_1^{\uparrow *}L_1^{\downarrow} - L_1^{\downarrow *}L_1^{\uparrow}) + (L_2^{\uparrow *}L_2^{\downarrow} - L_2^{\downarrow *}L_2^{\uparrow})\} \\
D^{2_3} =& \quad \frac{1}{2}\{(|L_1^{\uparrow}|^2 - |L_1^{\downarrow}|^2) + (|L_2^{\uparrow}|^2 - |L_2^{\downarrow}|^2)\} \\
D^{1_\mathrm{Y}} =& \quad \frac{1}{2}\{-1 \cdot (|L_1^{\uparrow}|^2 + |L_1^{\downarrow}|^2) - 1 \cdot (|L_2^{\uparrow}|^2 + |L_2^{\downarrow}|^2) + 2 \cdot |e_1|^2\}
\end{aligned}$$

となり，ここで，超場のスカラー成分について共通の ϕ を用いて

$$L_1 = \begin{pmatrix} \phi \\ 0 \end{pmatrix}, \quad L_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ \phi \end{pmatrix}, \quad e_1 = \phi$$ を与えると

$D^{2_1} = D^{2_2} = D^{2_3} = D^{1_\mathrm{Y}} = 0,$ すなわち$V_D = 0$ (D-flat) となることがわかる．

(上式から ϕ が L_1, L_2, e_1 によって表わせることも確認できる．)

次に，F-term（下式にて定義）が 0 すなわち F-flat をみていく．W をスーパーポテンシャル，X をカイラル超場（Q, L, u, d, e）とする．

$$V_{F_X} \equiv \left|\frac{\partial W}{\partial X}\right|^2 = 0$$

この $\partial W/\partial X = 0$ から導出される制約条件にもとづき自由度計算等をおこない，持ち上がり (lift) の確認ができる（flat でありかつ $V = 0$ である状態から，潜在的には flat でありつつ質量項といった softbreaking term や非繰込項によりその方向が $V \neq 0$ として持ち上げられることとなる）.

はじめに繰込可能な MSSM のスーパーポテンシャル W_MSSM について F-term を

考える．超場 L, u, d に係る F-term については次がいえる．

$$
\begin{aligned}
W_{\mathrm{MSSM}} =& \mu H_u H_d + y^u_{ij} H_u Q_i u_j + y^d_{ij} H_d Q_i d_j + y^e_{ij} H_d L_i e_j \\
F_{L_i} =& y^e_{ij} H_d e_j = 0 \quad \rightarrow \quad H_d e = 0 \\
F_{u_i} =& y^u_{ij} H_u Q_j = 0 \quad \rightarrow \quad H_u Q = 0 \\
F_{d_i} =& y^d_{ij} H_d Q_j = 0 \quad \rightarrow \quad H_d Q = 0
\end{aligned}
$$

すなわち，D-flat な方向のうち，$H_d e, H_d L, H_d Q$ が含まれていればその方向はすでに W_{MSSM} によって持ち上げられることとなる．同様に，$F_e = 0$ から $H_d L$ が含まれている方向も持ち上がることとなる．表 (2.1) に，D-flat である flat direction を示した．あわせて，バリオン数生成のために必要な $B - L$ の値，W_{MSSM} による持ち上がりの有無を示した．赤字は $B - L \neq 0$ である flat direction であり §3 で説明するバリオン数生成が可能となる．

次に，高次項である非繰込項 (non-renormalizable term) W_{non} を考える．スーパーポテンシャル W は質量次元３を有するが，大質量 M（ほとんどの場合，中途のエネルギーレベルで別の有効理論の存在を考えずにすむため，M にはプランク質量もしくは換算プランク質量が採用される）で抑え込めば高次項の付加も可能である．すなわち，Φ が超場を示すものとし，W の形として次が採用できる．

$$
W = W_{\mathrm{MSSM}} + W_{\mathrm{non}}, \qquad W_{\mathrm{non}} \equiv \sum_{n \geq 4} W_{\mathrm{n}} = \sum_{n \geq 4} \lambda_n \frac{\Phi^n}{M^{n-3}}
$$

ただし，matter parity $\mathrm{P_M}$=+1 である必要があるので，Φ は，n が偶数の場合は，matter parity が - 1 である Q, L, u, d, e の偶数個から構成されている必要があり，n が奇数の場合は，奇数個の H_u, H_d を含んでいる必要がある [4]．

今，具体的に LLe 方向を考えてみる．これは自由度が LL 部分が３ (1-2 世代，2-3 世代，3-1 世代の組合せの計３)，e 部分が３であるので９自由度である．ただし冗長性から実際は５自由度である [13]．また，W_{MSSM} に基づく $F_{H_d^\alpha} = 0$ についての Le の制約が $\alpha = 1, 2$ として２つあるので，残余の自由度は３となる．

[4] matter parity $\mathrm{P_M} \equiv (-1)^{3(\mathrm{B-L})}$: 物質粒子（quark と lepton これらのパートナー粒子）について-1，ゲージ粒子，ヒッグス粒子これらのパートナー粒子について +1．W_{MSSM} の（各項の）matter parity は +1 である．

超場の数	flat direction	B-L	W_{MSSM}での持ち上がり
2	LH_u	-1	
	H_uH_d	0	
3	udd	-1	
	LLe	-1	
	QdL	-1	
	QuH_u	0	○ QH_u
	QdH_d	0	○ QH_d
	LH_de	0	○ LH_d
4	$QQQL$	0	
	$QuQd$	0	
	$QuLe$	0	
	$uude$	0	
	$QQQH_d$	0	○ QH_d
	QuH_de	1	○ QH_d
5	$dddLL$	-3	
	$uuuee$	1	
	$QuQue$	1	
	$QQQQu$	1	
	$dddLH_d$	-2	○ LH_d
6	$uudQdH_u$	-1	○ QH_u
	$(QQQ)_4LLH_u$	-1	○ QH_u
	$(QQQ)_4LH_uH_d$	0	○ QH_u
	$(QQQ)_4H_uH_dH_d$	1	○ QH_u
7	$(QQQ)_4LLLe$	-1	
	$uudQdQd$	-1	
	$(QQQ)_4LLH_de$	0	○ H_de
	$(QQQ)_4LH_dH_de$	1	○ H_de
	$(QQQ)_4H_dH_dH_de$	2	○ H_de

表 2.1: flat direction のカタログである．バリオン数生成に必要な B-L の値（$\neq 0$）も示し，また，W_{MSSM} による持ち上がりについても示した．$(QQQ)_4$ は 4 表現であることを示す．

次に高次項から自由度削減を検討する．表 (2.1) のうち，まず $n = 3$ については W_3 として udd, LLe, QdL が挙げられるが詳細を検討するまでもなくこれは matter parity -1 であるので考慮しない．$n = 4$（４つの超場により構成される D-flat の flat direction）で matter parity +1 の方向は $QQQL$, $QuQd$, $QuLe$, $uuud$ がある．しかしながら，これらの F-term を考えると L, e 以外が入り込むため結果として自由度削減に寄与しない．よって $n = 4$ で LLe は持ち上がらない．

$n = 5$ では matter parity を考慮し H_u, H_d が奇数個入っていることが前提となるが, 唯一の候補 $dddLH_d$ については，F-term が L, e のみの構成とならない．
一方，H_uL 方向と LLe 方向の組合せとして W_5 を別途考慮できる．

$$W_5 = \frac{1}{M^2}(H_uL)(LLe)$$

この場合 $F_{H_u^\alpha} = 0$ の２条件を課すことができ，残余の自由度は 1 となる．

$n = 6$ について，H_u, H_d を奇数個含まず，Fterm が L, e のみから構成される組み合わせを探ると表 (2.1) の $n = 6$ の直接のリストにはないが，LLe を２つ重ねた

$$W_6 = \frac{1}{M^3}(LLe)(LLe)$$

を考えることができる．これについては $F_{L_{i=1,2,3}^{\alpha=1,2}} = 0$ の制約条件が６，$F_{e_{i=1,2,3}} = 0$ の制約条件が３, 合計９の自由度削減となる．すなわち過剰制約により LLe 方向は $n = 6$ にて，本質的な平坦性を保ちながら持ち上げられることとなる (flat direction が持ち上がる)．

表 (2.1) に基づき，同様に探していくと，flat direction が持ち上がる次数は $n = 4, 5, 6, 7, 9$ である [13]．なお，n=7 で持ち上がるのは $dddLL$ 方向である．n=8 で初めて持ち上がる方向はない（次を除いて，総ての方向はそれまでの n が 7 以下までで持ち上がっている）．最後 $n = 9$ で持ち上がるのは $QuQue$ 方向である．

次数 n が大きくなるほど M のサプレションが強くなり物理的な寄与が小さくなる．すなわち，持ち上がりの次数の整数倍，例えば n=4 で持ち上がる方向については，n=8，12，$\cdots$ の場合の持ち上がりの寄与を考慮することも可能であるが，順次サプレションがきつくなるので，はじめの持ち上がり次数だけ考察すれば十分である．

2.2 高次項を含んだポテンシャル $V(\Phi)$

本論文では，インフレーションをおこすインフラトンが，MSSM の flat direction を構築する SUSY 粒子により構成されていると考える（インフラトンは flat direction に沿って非常に大きな値を取ることができる）．したがって，スーパーポテンシャル W として，MSSM を記述するスーパーポテンシャル $W_{\rm MSSM}$ に，flat direction にかかる高次項も加えて考えていく．

以下では，flat direction を総じて表記する場合 Φ を用いることとする．また，一般性を持たせるため，Φ は規格化された複素スカラー場であるとする．例えば Φ が udd 方向 [5] である場合，squark と Φ との関係は次のように与えられる[6]．

$$(\tilde{u}^c_i)^\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}\Phi,\ (\tilde{d}^c_j)^\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}\Phi,\ (\tilde{d}^c_k)^\gamma = \frac{1}{\sqrt{3}}\Phi \tag{2.1}$$

ここで $\tilde{u}$ は singlet すなわち right-handed の up 系のフェルミオン場を含むカイラル超場 U のスカラー場（squark の場）部分を示す．同様に $\tilde{d}$ は right-handed の down 系のフェルミオン場を含むカイラル超場 D のスカラー場（squark の場）部分を示す．また，i, j, k は世代を，α, β, γ はカラーを示す．

高次項を含むスーパーポテンシャル W は次となる．なおひとつの flat direction を考えるので $\sum$ は考えない．

$$W = W_{\rm MSSM} + \lambda \frac{\Phi^n}{M_p^{n-3}} \tag{2.2}$$

λ は結合係数であってここでは実数かつ正であるとする．M_p は換算プランク質量 ($2.44\ \times 10^{18}$ GeV) である．n は 4 以上の整数であるが，前述のように $n = 4, 5, 6, 7, 9$ を考察すれば足りる．例えば，udd 方向は，R-parity [7] の保存を考慮すると 6 次項として加わり，

$$W = W_{\rm MSSM} + \frac{\tilde{\lambda}}{2M_p^3}(U^c_i D^c_j D^c_k)^2$$

と表現される [37]．ここで，U^c, D^c はそれぞれ，$\tilde{u}^c, \tilde{d}^c$ を含むカイラル超場である．右

[5] より正確には $\tilde{u}\tilde{d}\tilde{d}$ flat direction さらには $\tilde{u}^c\tilde{d}^c\tilde{d}^c$ flat direction と表記すべきであるが，特に混乱しない限り単に udd 方向と表記するものとする．SM 粒子の上のチルダは，それがパートナー粒子（SUSY 粒子）であることを表す．

[6] 先に，ϕ が L_1, L_2, e_1 により表わせる例をみた．

[7] R Parity $\mathrm{P_R} \equiv (-1)^{3(\mathrm{B-L})+2\mathrm{s}}$: SM を構成する粒子群について +1，それらのパートナー粒子である SUSY 粒子について-1．$W_{\rm MSSM}$ の（各項の）R Parity は +1

肩の c は charge conjugation を表す．すると上式は，

$$W = W_{\mathrm{MSSM}} + \frac{\tilde{\lambda}}{3^3 \cdot 2M_p^3}\Phi^6$$

となる．ただし λ と $\tilde{\lambda}$ は下式により結び付けられる．

$$\lambda = \frac{\tilde{\lambda}}{9}$$

一般論に戻る．flat direction は，質量項（SUSY breaking mass term），高次項に比例する A-term，高次項に由来する F-term により持ち上げられる．具体的には，flat direction Φ のポテンシャル $V(\Phi)$ は次で与えられる．A-term に由来する係数 $\mathcal{A}$（質量次元 1）は複素数であってよい．

$$V(\Phi) \;=\; m_\Phi^2|\Phi|^2 - \mathcal{A}\frac{\lambda}{nM_p^{n-3}}\Phi^n - \mathrm{h.c.} + \frac{\lambda^2}{M_p^{2(n-3)}}|\Phi|^{2(n-1)}$$

複素場 Φ は，動径方向 ϕ と角度方向（位相方向）θ に分けられ（$\Phi = \phi e^{i\theta}/\sqrt{2}$），次のように変換できる．なお，$\theta_A$ は $\mathcal{A}$ の位相である．

$$V(\Phi) \;=\; V(\phi,\theta) \;=\; \frac{m_\Phi^2}{2}\phi^2 - |\mathcal{A}|\frac{\lambda}{2^{\frac{n}{2}-1}nM_p^{n-3}}\phi^n\cos(n\theta+\theta_A) + \frac{\lambda^2}{2^{n-1}M_p^{2(n-3)}}\phi^{2(n-1)} \tag{2.3}$$

このポテンシャルは，$\cos(n\theta+\theta_A) = 1$ が満たされるときに最小化される．そして，一般性を損ねることなく θ はこれが満たされるようにとれるので（次節参照），以降では $V(\phi,\theta) = V(\phi)$ として考える．すなわち，V は実スカラー場 ϕ を用いて次の様に表される．

$$V(\phi) = \frac{m_\Phi^2}{2}\phi^2 - |\mathcal{A}|\frac{\lambda}{2^{\frac{n}{2}-1}nM_p^{n-3}}\phi^n + \frac{\lambda^2}{2^{n-1}M_p^{2(n-3)}}\phi^{2(n-1)} \tag{2.4}$$

2.2.1 $V(\Phi) = V(\phi,\theta) \to V(\phi)$ について

前節末で述べた，$V(\phi,\theta)$ が $V(\phi)$ に落ち着く点について説明する．
式 (2.3) の $\cos(n\theta+\theta_A)=1$ を与える θ からのずれを $\Delta\theta\ =\theta+\theta_A/n$ とする．

このとき，θ 方向の質量 m_θ を考えると，インフレーション中の ϕ は $\phi\simeq\phi_0$ として式 (2.3) を $\phi_0\theta$ により 2 回偏微分して $\cos(n\Delta\theta)\sim 1$ とすればよいので，次が得られる．

$$m_\theta^2 = -|\mathcal{A}|\frac{\lambda}{2^{\frac{n}{2}-1}nM_p^{n-3}}\phi_0^{n-2}\cdot(-n)\cdot(n)\cdot 1$$

これとインフレーション中のハッブル定数 $H_{\rm inf}$[8]を比較する．後述の式 (2.27) と (2.15)，また $|\mathcal{A}|/\lambda \ll M_p$ として次が得られる．

$$\frac{m_\theta}{H_{\rm inf}} = \frac{\left(|\mathcal{A}|\frac{n\lambda}{2^{\frac{n}{2}-1}M_p^{n-3}}\phi_0^{n-2}\right)^{\frac{1}{2}}}{\frac{n-2}{2\sqrt{3n(n-1)}}|\mathcal{A}|\left(\frac{|\mathcal{A}|}{2\lambda M_p(n-1)}\right)^{\frac{1}{n-2}}} = \frac{\sqrt{6(n-1)}n}{(n-2)}\left(\frac{|A|}{2\lambda M_p(n-1)}\right)^{-\frac{1}{n-2}} \gg 1$$

となる．これは，インフレーションが始まると θ 方向は摩擦項の様にダンプし $n\theta+\theta_A\to 0$ すなわち $\cos(n\theta+\theta_A)$ 部分が速やかに 1 に近づくことを意味する．なお，仮定した $|\mathcal{A}|/\lambda \ll M_p$ が成立することについては §2.4 末を参照．

物理的にはポテンシャル $V(\Phi)$ の第 2 項の A タームが，正である第 1 項および第 3 項を減じて平坦性を保つように働くといえる．

2.3 q-IPI：ポテンシャル形に依存しない一般論

具体的な MSSM flat direction を考察する前に，IPI と式 (2.4）で表されるポテンシャル V との一般的な関係，すなわちモデルに依存しない解析をおこなっておく．
$V(\phi)$ には以下の仮定のみを課すこととする．

(a):

$V(\phi)$ は，$\phi=\phi_0$ において，$V''(\phi_0)=0$ を満たす．

[8]宇宙の創生から現在に至るまでのスケールでみると，実際には定数ではなく変化する．このためハッブル率とも称される．

厳密な IPI では，$V'(\phi_0) = 0$ も満たすものとするが，この条件をなくし quasi-inflection point inflation（q-IPI）モデルを以降考察する．また ϕ_0 を inflection point または quesi inflection point と称することとする．なお，後で見るように，厳密な IPI では，スペクトル指数 n_s が観測値と合わない．

(b):

$M_p \dfrac{V'(\phi_0)}{V(\phi_0)} < 1$ を満たす．

slow-roll parameter ε の必要条件である．

(c):

$V'(\phi_0) > 0, \quad V'''(\phi_0) > 0$

$V'(\phi_0) > 0$ は，ϕ が inflection point ϕ_0 に置かれても，必ず動き出す（インフレーションが生じる）ことを保証する．なお $\phi_0 > 0$ である（Φ の動径成分であるので満たされる）．

(d):

$M_p^3 \dfrac{V'''(\phi_0)}{V(\phi_0)} > 1$ を満たす．

これは式 (2.22) でみるように，V の具体例を式 (2.4) とした場合には $A/\lambda \ll M_p$ であれば満たされる．インフレーション中の ϕ が ϕ_0 の近傍（$|\phi - \phi_0|/\phi_0 \ll 1$）にあることにも関係する（式 (2.12) 参照）．

ここで e-folding number N [9]に類する N_0 を以下のように定義しておく．

$$N_0 \equiv \frac{1}{M_p^2}\sqrt{\frac{2V(\phi_0)^2}{V'(\phi_0)V'''(\phi_0)}} \tag{2.5}$$

slow-roll parameter は，ポテンシャル $V(\phi_0)$ 等を用いて，次のように表現できる [38] [39]．

[9]インフレーション中の宇宙の膨張の度合いを表す量である．§2.5.2 の 2．参照．

$$\eta(\phi) \equiv M_p^2 \frac{V''(\phi)}{V(\phi)} \simeq M_p^2 \frac{V'''(\phi_0)}{V(\phi_0)}(\phi - \phi_0) \tag{2.6}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon(\phi) &\equiv \frac{M_p^2}{2}\left(\frac{V'(\phi)}{V(\phi)}\right)^2 \simeq \frac{M_p^2}{2}\left(\frac{V'(\phi_0)+\frac{1}{2}(\phi-\phi_0)^2 V'''(\phi_0)}{V(\phi_0)}\right)^2 \\ &= \frac{1}{8}\left(\frac{1}{M_p^3}\frac{V(\phi_0)}{V'''(\phi_0)}\right)^2\left(\frac{4}{N_0^2}+\eta(\phi)^2\right)^2 \end{aligned} \tag{2.7}$$

なお，導出に際しては $|\phi - \phi_0|/\phi_0 \ll 1$ を用いた（$\phi - \phi_0$ のさらなる高次項は無視できる）．

e-folding number N は，以下のように計算できる．

$$\begin{aligned} N(\phi) &\simeq \frac{1}{M_p^2}\int_\phi^{\phi_{\rm end}} \mathrm{d}\phi \frac{V(\phi)}{-V'(\phi)} \simeq \frac{1}{M_p^2}\int_\phi^{\phi_{\rm end}} \mathrm{d}\phi \frac{V(\phi_0)}{-V'(\phi_0)-\frac{1}{2}(\phi-\phi_0)^2 V'''(\phi_0)} \\ &= N_0\left[\arctan\left(\frac{N_0\ \eta(\phi)}{2}\right) - \arctan\left(\frac{N_0\ \eta(\phi_{\rm end})}{2}\right)\right] \end{aligned} \tag{2.8}$$

これを用いて，宇宙論的な観測量と突き合わせが可能となる．

波数 k_* を 0.05 Mpc^{-1} の pivot scale [10] とし，ϕ_* をこの波数が horizon から離脱したときの ϕ の値とすると，スペクトル指数 n_s（scalar spectral index：次の $P_\zeta(k_*)$ の脚注参照）は，$n_s = 1 - 6\varepsilon(\phi_*) + 2\eta(\phi_*)$ で与えられる．一方 $n_s = 0.9649 \pm 0.0042$ [40] として測定されている [11]．

また，テンソルスカラー比（tensor-to-scalar ratio）r は，$r = 16\varepsilon(\phi_*)$ と与えられる．一方 95% CL にて $r < 0.032$ と測定されている [42][12]．よって $\varepsilon(\phi_*) < 0.002$ であり，n_s の上記測定値に照らすと $\eta(\phi_*) < 0$ の関係が 2σ にて成り立つことがわかる．

すると，$\phi = \phi_*$ について式 (2.8) 右辺第 1 項は負，arctan の最大値は $\pi/2$ であるので $N(\phi_*) < N_0 \cdot (\pi/2)$ が成り立つ．なお，$N(\phi_*)$ は，pivot scale が horizon から離脱したときの e-folding number である．

ここで, インフレーション開始から終了までの e-folding number $N_{\rm total}$ が, 地平線問題や平坦性問題の解決の観点から 50∼60 と考えられている点を鑑み，$N(\phi_*) \gtrsim 20$ で

[10] スペクトル指数 n_s やスカラーパワースペクトル P_ζ を定義する際に，基準として選ばれる波数であって，共動座標系により定義される波数をいう．CMB のデータ解析では $k_* = 0.05\mathrm{Mpc}^{-1}$ または $k_* = 0.002\mathrm{Mpc}^{-1}$ が採用される．物理的な波長は a をスケール因子として $\lambda = (2\pi/k)a$ となる．

[11] 2019 年 8 月報告の最新値である．その前の報告は 2015 年 2 月でありこのときは $n_s = 0.9603 \pm 0.0073$ と報告されており, そこから中心値が僅かに大きくなり, 誤差範囲はおおよそ半減している [41].

[12] 2022 年 6 月報告の最新値である．

あるとしてみると，$N_0 > (2/\pi)N(\phi_*) > 10$ であって，式 (2.7) について，$4/N_0^2 < 0.04$，またはじめに述べた仮定 (d): $M_p^3 \dfrac{V'''(\phi_0)}{V(\phi_0)} > 1$ から $\varepsilon(\phi_*) \ll |\eta(\phi_*)|$ が成り立ち，$n_s \simeq 1 + 2\eta(\phi_*)$ と評価できる．よって $n_s = 0.9649 \pm 0.0042$ から $\eta(\phi_*)$ には次の制限がつく．

$$\eta(\phi_*) = -0.018 \pm 0.002 \tag{2.9}$$

加えて，式 (2.7) から $\varepsilon < (1/8)(0.04)^2$ と見積もることができ，95% CL で $r = 16\,\varepsilon(\phi_*) < 2 \times 10^{-3}$ となり，テンソルスカラー比 r は観測値の制限（< 0.032）に十分収まる．

さて，インフレーションの終わりを，$|\eta| = 1$ となる ϕ にいたったときであるとする．このときの ϕ を $\phi_{\rm end}$ とする（$|\eta(\phi_{\rm end})| = 1$）．これから式 (2.7) によって，$N_0$ と $N(\phi_*)$ に関係がつく．すなわち，式 (2.9) と $\eta(\phi_{\rm end}) = -1$ を式 (2.8) に代入すると，重要な次の関係式が得られる．

$$N(\phi_*) = N_0 \left[\arctan\left(N_0 \cdot (-0.009 \pm 0.001)\right) - \arctan\left(N_0 \cdot (-0.5)\right)\right] \tag{2.10}$$

なお，$N(\phi_*) = N_0[\,\arctan(N_0 \cdot (-0.009)) - \arctan(N_0 \cdot (-0.5))\,]$ のグラフを $0 \le N_0 \le 60$ にて描画した図を下に示す．概ね $N(\phi_*) \sim N_0$ の関係にある．

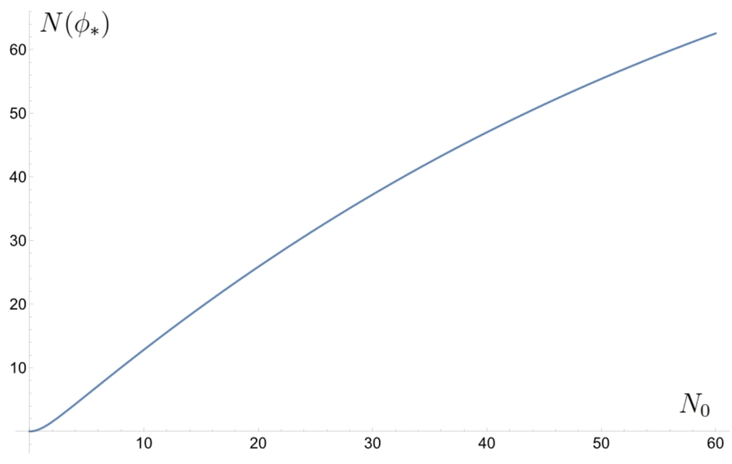

図 2.2

また，式 (2.6) を逆解きして次式を得る．

$$\phi_0 - \phi_{\rm end} = \frac{V(\phi_0)}{M_p^2 V'''(\phi_0)} \tag{2.11}$$

この式を ϕ_0 でスケールしてみると，V の具体例が式 (2.4) である場合には，(2.15)，(2.16)，(2.18) を用い下のようにインフレーション中の ϕ は ϕ_0 の近傍にあることがわかる．換言すれば，ϕ はインフレーションの終わり $\phi_{\rm end}$ に至るまで ϕ_0 からほとんど離れない．

$$\frac{\phi_0 - \phi_{\rm end}}{\phi_0} = \frac{1}{2n(n-1)}\left(\frac{|\mathcal{A}|}{2\lambda M_p(n-1)}\right)^{\frac{2}{n-2}} \ll 1 \tag{2.12}$$

なおここでは，$|\mathcal{A}|/\lambda \ll M_p$ を用いた（§2.4 末尾参照）．

pivot scale におけるスカラーパワースペクトル $P_\zeta(k_*)$ は，次式で与えられる [13]．

$$\begin{aligned} P_\zeta(k_*) &\equiv \frac{V(\phi_*)}{24\pi^2 M_p^4 \varepsilon(\phi_*)} \simeq \frac{V(\phi_0)}{24\pi^2 M_p^4 \varepsilon(\phi_*)} \\ &= \frac{1}{24\pi^2} 8 \frac{V(\phi_0)}{M_p^4}\left(M_p^3 \frac{V'''(\phi_0)}{V(\phi_0)}\right)^2 \left(\frac{4}{N_0^2} + \eta(\phi_*)^2\right)^{-2} \end{aligned} \tag{2.13}$$

一方，これは宇宙論的な観測量として測定されており $P_\zeta(k_*) = e^{3.044\pm0.014} \times 10^{-10}$ である [40][14]．なお $P_\zeta(k_*)$ は，ポテンシャル V の具体的な形に制限されていない点に留意すべきである．

ここで，厳密な IPI に言及しておく．厳密な IPI は，$V''(\phi_0) = 0$ に加えて $V'(\phi_0) = 0$ も要求する．このとき $\eta(\phi_*) = -2/N(\phi_*)$ という関係があり [17]，$n_s \simeq 1 + 2\eta(\phi_*) = 1 - 4/N(\phi_*)$ となる．これは $N(\phi_*) \sim 20$ どころか，$N(\phi_*) \sim 60$ であっても前述の観測値 $n_s = 0.9649 \pm 0.0042$ より有意に小さな値を与えてしまう．よって，「厳密な」IPI

[13] インフレーション期に生成される原始密度ゆらぎのうち，スカラー型のゆらぎは曲率ゆらぎと称される．一様等方時空の線素の空間 3 次元部分の計量は，$ds^2 = a(t)^2(1 + 2\mathcal{R}(t, \boldsymbol{x}))(dx^2 + dy^2 + dx^2))$ により与えられる．この $\mathcal{R}$ を波数 $\boldsymbol{k}$ でフーリエ変換した 2 点相関関数の真空期待値 $\langle 0|\mathcal{R}(0,\boldsymbol{k})\mathcal{R}(0,\boldsymbol{k}')|0\rangle = P_\zeta(k)((2\pi^2)/k^3)\cdot(2\pi)^3\delta(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{k}')$ により $P_\zeta(k)$ が定義される．一般形は，$P_\zeta(k) = P_\zeta(k_*)(k/k_*)^{n_s-1}$ と表される．この n_s がスペクトル指数であり，この式から $n_s - 1 \equiv d(\ln P_\zeta(k))/d\ln k$ として値を求めることができる．曲率ゆらぎのパワースペクトル $P_\zeta(k)$ が波数 k に対しスケール不変 $(n_s = 1)$ からどれだけずれているかを示す．また，テンソルスカラー比 r は，テンソル型の摂動（重力波のパワースペクトル)$\mathcal{P}_h$ を用いて $r \equiv \mathcal{P}_h/\mathcal{P}_\zeta = ... = 16\varepsilon$ にて与えられる．

[14] 2019 年 8 月の最新値である．その前の報告は 2015 年 2 月でありこのときは $P_\zeta(k_*) = e^{3.089^{+0.024}_{-0.027}}$ と報告されており，そこから中心値が僅かに小さく，誤差範囲はおおよそ半減している [41]

モデルは観測値に基づき排除される．

一方，本モデルは $V'(\phi_0) \neq 0$ として式 (2.8) により関係が緩まり，n_s に合うような（合わせられるような）パラメータ領域が存在する．

2.4 q-IPI：MSSM flat direction における $V(\phi)$

このセクションでは，MSSM flat direction がインフラトンである場合のポテンシャル V を具体的に考察する．すなわち，ポテンシャル形を式 (2.4) に限定して各種関係をみていく．

厳密な IPI については，本来無関係と考えられる A-term の係数 $\mathcal{A}$ とインフラトンの質量 m_Φ との間に関係式が成り立つ．q-IPI モデルではこれを，ずれパラメータ α を用いて parametrize する．すなわち，以下のように，ずれをもたせる（$\alpha = 0$ が「厳密な」IPI の関係式である）．

$$m_\Phi^2 = \frac{|\mathcal{A}|^2}{4(n-1)}(1+\alpha) \tag{2.14}$$

変曲点 ϕ_0 は，$V''(\phi_0) = 0$ から導出される式を ϕ_0^{n-2} の二次方程式と見立て，式 (2.14）を用い m_Φ^2 を消去すれば得られる（下式）．

$$\phi_0 = \sqrt{2}\left(\frac{|\mathcal{A}|M_p^{n-3}}{2\lambda(n-1)}\right)^{\frac{1}{n-2}}\left(1-\frac{\alpha}{2(n-2)^2}\right) + O(\alpha^2) \tag{2.15}$$

これを用い，ポテンシャル $V(\phi_0), V'(\phi_0), V'''(\phi_0)$ は次となる．

$$V(\phi_0) = \frac{1}{4}\frac{(n-2)^2}{n(n-1)^2}|\mathcal{A}|^2\left(\frac{|\mathcal{A}|M_p^{n-3}}{2\lambda(n-1)}\right)^{\frac{2}{n-2}} + O(\alpha) \tag{2.16}$$

$$V'(\phi_0) = \alpha\frac{1}{2\sqrt{2}(n-1)}|\mathcal{A}|^2\left(\frac{|\mathcal{A}|M_p^{n-3}}{2\lambda(n-1)}\right)^{\frac{1}{n-2}} + O(\alpha^2) \tag{2.17}$$

$$V'''(\phi_0) = \frac{(n-2)^2}{2\sqrt{2}(n-1)}|\mathcal{A}|^2\left(\frac{|\mathcal{A}|M_p^{n-3}}{2\lambda(n-1)}\right)^{-\frac{1}{n-2}} + O(\alpha) \tag{2.18}$$

また，N_0 についても式 (2.5) からこれらのポテンシャルを用いて α で表すことが

できる．

$$N_0 \equiv \frac{1}{M_p^2}\sqrt{\frac{2V(\phi_0)^2}{V'(\phi_0)V'''(\phi_0)}} = \alpha^{-\frac{1}{2}}\frac{n-2}{n(n-1)}\left(\frac{|\mathcal{A}|}{2\lambda M_p(n-1)}\right)^{\frac{2}{n-2}} \tag{2.19}$$

§2.3 の冒頭で述べた仮定 (c) の $V'(\phi_0) > 0$ が維持されるべく，以降では $\alpha > 0$ とする．この条件は，仮定 (b) を α についての条件 (b') に変換する．

- (b'):

$$M_p\frac{V'(\phi_0)}{V(\phi_0)} < 1 \quad \Rightarrow \quad \alpha < \frac{(n-2)^2}{\sqrt{2}n(n-1)}\left(\frac{|\mathcal{A}|}{2\lambda M_p(n-1)}\right)^{\frac{1}{n-2}} \tag{2.20}$$

ここで $|\mathcal{A}|/\lambda \ll M_p$ であれば ($|\mathcal{A}|/(\lambda M_p) \ll 1$ であれば)，上式から

$$\alpha \ll 1 \tag{2.21}$$

が成り立つ．すなわち，本モデル q-IPI の，厳密な IPI からの「ずれ」，例えば式 (2.15) から (2.18) は，極僅かであることがわかる．

また式 (2.15) から $\phi_0/M_p \propto (|\mathcal{A}|/\lambda M_p)^{1/(n-2)} \ll 1$ すなわち $\phi_0 \ll M_p$ をえる [15] ．

さらに，仮定 (d) も満たされることが確認できる．

$$\begin{aligned} M_p^3 V'''(\phi_0)/V(\phi_0) &= M_p^3\sqrt{2}n(n-1)\left(\frac{|\mathcal{A}|M_p^{n-3}}{2\lambda(n-1)}\right)^{-\frac{1}{n-2}} \\ &= \sqrt{2}n(n-1)\left(\frac{|\mathcal{A}|}{2\lambda M_p(n-1)}\right)^{-\frac{3}{n-2}} > 1 \end{aligned} \tag{2.22}$$

なお，λ や $\mathcal{A}$ がそもそもポテンシャル $V(\phi)$ を構築する際の，スーパーポテンシャル W 由来の A タームおよび F タームのカプリングであって，両者が極端にオーダーが異なると想定するのは不自然であり，一方 M_p は極めて大きい．よって $|\mathcal{A}|/\lambda \ll M_p$ との仮定は自然である．

すなわち，α についての式 (2.20) が成立すれば，§2.3 で述べた q-IPI の一般論は総て成り立つ．

[15] これからよって，MSSM flat direction をインフラトンとみなした q-IPI モデルはいわゆる small-field インフレーション型に分類されることが確認できる．なお，一例として $\phi_0 \sim 10^{14}$GeV である．§2.6.1 の 2. 末尾参照．

2.5 $P_\zeta(k_*)$ とモデルパラメータの関係

次に，スカラーパワースペクトル $P_\zeta(k_*)$ に基づき q-IPI のパラメータ関係に制限をつける．式 (2.16) と (2.18) を式 (2.13) に代入し，以下の $P_\zeta(k_*)$ の表式を得る．２行目は観測数値である [40].

$$P_\zeta(k_*) = \frac{1}{6\pi^2} n(n-2)^2 \left(\frac{|\mathcal{A}|}{M_p}\right)^{2-\frac{4}{n-2}} (2\lambda(n-1))^{\frac{4}{n-2}} \left(\frac{4}{N_0^2} + \eta(\phi_*)^2\right)^{-2} \tag{2.23}$$

$$= e^{3.044\pm0.014} \times 10^{-10} \tag{2.24}$$

ここで，上の $\eta(\phi_*)$ については，本モデルによらない q-IPI の一般論として成立する式 (2.9) にて表される数値で与えられる．

また N_0 についても式 (2.10) により，$N(\phi_*)$ が求まれば逆解きして求まる．そして $N(\phi_*)$ は次に説明するように，再加熱温度（T_R:reheating temperature) の考察に基づく関係式が存在する．

以上から，本モデルのパラメータ $\mathcal{A}, \lambda, n$ について，$P_\zeta(k_*)$ の観測数値 (2.24) と突き合わせをすることで，関係ないし制限をつけることができる．

2.5.1 再加熱温度 T_R についての考察

再加熱温度 T_R について２つの側面から考察する．

1.
まず，宇宙のエネルギー密度の観点から考察する．
インフラトン ϕ は，インフレーション後に SUSY 粒子や SM 粒子等に崩壊し宇宙を再加熱する．本論文では，インフレーション終了時のハッブル定数 $H(\phi_{\rm end})$ が，インフラトンの崩壊幅 Γ_ϕ と同程度未満であると仮定する (詳細は，§3.4 末の議論を参照).

この仮定 $H(\phi_{\rm end}) \lesssim \Gamma_\phi$ の下では，インフレーション終了からインフラトンが SM 粒子に崩壊しきるまでの宇宙の拡張は無視できる．換言すれば，崩壊が一度期に進み，熱平衡にない状況で SM 粒子が生成される（non-thermal baryogenesis と称することができる).

したがって，インフラトンが宇宙をどのように再加熱するかの詳細によらず，イ

ンフレーション終了時のスケールファクタ [16] $a(t_{\rm end})$ は，再加熱時のスケールファクタ $a(t_{\rm rh})$ と概ね同じである．また，総てのインフラトンが崩壊したときの宇宙のエネルギー密度は，エネルギー保存則からインフレーション終了時のエネルギー密度と同程度と考えられる [43]．すなわち，スケールファクタ a と再加熱温度 T_R について，それぞれ次の関係式が成立する．

$$a(t_{\rm rh}) \simeq a(t_{\rm end}), \tag{2.25}$$

$$H(\phi_{\rm end})^2 \simeq H_{\rm rh}^2 = \frac{\rho_{\rm rh}}{3M_p^2} = \frac{\pi^2}{30} g_{\rm eff} T_R^4 \cdot \frac{1}{3M_p^2} \tag{2.26}$$

ここで $H_{\rm rh}$，$\rho_{\rm rh}$，$g_{\rm eff}$ はそれぞれ再加熱時におけるハッブル定数，エネルギー密度，有効自由度である [44], [45]．また $H(\phi_{\rm end})$ は，式 (2.16) から次のように評価できる [17]．

$$H(\phi_{\rm end}) \simeq H_{\rm inf} \simeq \sqrt{\frac{V(\phi_0)}{3M_p^2}} = \frac{n-2}{2\sqrt{3n}(n-1)} |\mathcal{A}| \left(\frac{|\mathcal{A}|}{2\lambda M_p (n-1)} \right)^{\frac{1}{n-2}} \tag{2.27}$$

なお，式 （2.26）および式（2.27）はフリードマン方程式に由来する．

$H(\phi_{\rm end})$ に関するこれら 2 つの式から再加熱温度 T_R とパラメータ $n, \mathcal{A}, \lambda$ を結びつける下式が成立する．

$$\frac{\pi^2}{30} g_{\rm eff} T_R^4 \cdot \frac{1}{3M_p^2} = \frac{(n-2)^2}{12n(n-1)^2} |\mathcal{A}|^2 \left(\frac{|\mathcal{A}|}{2\lambda M_p (n-1)} \right)^{\frac{2}{n-2}} \tag{2.28}$$

2.

次に，再加熱温度 T_R をインフレーション時の膨張すなわち e-folding number N の観点から考察する．

pivot scale k_* が horizon を抜けてからインフレーション終了時までの e-folding number を $N(\phi_*)\,(\equiv \ln(\,a(t_{\rm end})/a(t_*)\,)$ とすると，$N(\phi_*)$ は horizon を抜けるときのハ

[16] ハッブル定数 $H \equiv \dot{a}(t)/a(t)$

[17] インフレーション中のハッブル定数 $H_{\rm inf}$ とインフレーション終了時のハッブル定数 $H(\phi_{\rm end})$ がほぼ同じである $H(\phi_{\rm end}) \simeq H_{\rm inf}$ と評価できる点は，そもそもインフレーション中は $H_{\rm inf}$ は一定値であり，終了時前後で大きな隔たりはないと想定できることに由来する．また，式 (2.11) の関係式からもインフレーション終了時のインフラトンの転がり・移動は僅かであって $H(\phi_{\rm end}) \simeq H_{\rm inf}$ が裏付けられる．

ッブル定数 $H(\phi_*)$ と次のように関係づけられる [46] [18].

$$H(\phi_*) = \frac{k_*}{a(t_*)} = \frac{k_*}{a_0}\frac{a_0}{a(t_{\rm rh})}\frac{a(t_{\rm rh})}{a(t_{\rm end})}\cdot\frac{a(t_{\rm end})}{a(t_*)} = \frac{k_*}{a_0}\frac{a_0}{a(t_{\rm rh})}\frac{a(t_{\rm rh})}{a(t_{\rm end})}\cdot e^{N(\phi_*)} \tag{2.29}$$

また，宇宙の総エントロピーは初期宇宙と現在とで保存されていると仮定できるので，エントロピー密度 $s\,(\propto gT^3)$ に関し，スケールファクタ a との間に $s\cdot a^3$ =const が成り立つ．したがって現在のスケールファクタ a_0 と再加熱期におけるスケールファクタ $a(t_{\rm rh})$ との間につぎの関係が成立する．

$$a_0/a(t_{\rm rh}) = (g_{\rm eff}T_R^3/g_{S,{\rm eff},0}T_0^3)^{1/3} \tag{2.30}$$

なお，$g_{\rm eff}$, $g_{S,{\rm eff},0}$, T_0 は，それぞれ再加熱期および現在の有効自由度そして現在の宇宙の温度であり，それぞれ $g_{\rm eff} = 915/11$，$g_{S,{\rm eff},0} = 43/11$，$T_0$=2.73K である．pivot scale を $k_*/a_0 = 0.05$ Mpc^{-1}(1Mpc=3.086×10^{22} m) とし，$H(\phi_*) \sim H_{\rm inf}$，1eV=1.16×$10^4$K として，1 GeV スケールを用いると，式 (2.29) は，次のように表せる（中途の-(1/3)log $g_{\rm eff}$ は後述の式 (2.35) にて比較するので残しておく)．

$$\begin{aligned}
&\log\frac{H_{\rm inf}}{1\,{\rm GeV}} \sim \log\frac{H(\phi_*)}{1\,{\rm GeV}} = \log\frac{k_*}{a_0} + \log\frac{a_0}{a(t_{\rm rh})} + \log\frac{a(t_{\rm rh})}{a(t_{\rm end})} + N(\phi_*)\\
&\to N(\phi_*) = \log\frac{H_{\rm inf}}{1\,{\rm GeV}} - \log\frac{k_*}{a_0} - \log\left(\frac{g_{\rm eff}T_R^3}{g_{S,{\rm eff},0}T_0^3}\right)^{1/3} - 0\\
&\to N(\phi_*) = 62 + \log\frac{H_{\rm inf}}{1\ {\rm GeV}} - \log\frac{T_R}{1\ {\rm GeV}} - \frac{1}{3}\log g_{\rm eff} \qquad (2.31)\\
&\qquad\qquad \sim 62 + \log\frac{H(\phi_{\rm end})}{1\,{\rm GeV}} - \log\frac{T_R}{1\,{\rm GeV}} - \frac{1}{3}\log g_{\rm eff}\\
&\qquad\qquad \sim 40 + \frac{1}{2}\log\left(\frac{(n-2)|\mathcal{A}|}{2\sqrt{3n}(n-1)}\left(\frac{|\mathcal{A}|}{2\lambda M_p(n-1)}\right)^{\frac{1}{n-2}}\right) \qquad (2.32)
\end{aligned}$$

なお，$N(\phi_*)$ の 1 段目の式では式 (2.30) および (2.25)，3 段目では $H_{\rm inf} \sim H(\phi_{\rm end})$，4 段目では式 (2.26) および (2.27) を用いた．

以上の準備のもと，式 (2.23)， (2.24)， (2.32)， (2.9) および (2.10) から $n, \lambda, \mathcal{A}$(ま

[18] $H(\phi_*) = k_*/a(t_*)$ が成立するのはつぎのとおりである．物理波長 $\lambda_{\rm phys}$ はインフレーション中には指数関数的に引き伸ばされ，順次 Hubble distance（§2.6.3 参照）より長くなる．すなわち，長さ $\lambda_{\rm phys}$ の後退速度が光速 c を超えていく．k は共動座標系で表されているので，物理波長との間には $\lambda_{\rm phys} = a/k$ の関係がある．pivot scale においては $a(t_*)/k_* = 1/H(\phi_*)$ となる．

たは m_Φ) の観測量に基づく数値的な関係を求めることができる．以降これを見ていく．

2.6 宇宙論的観測量に基づくモデルパラメータの関係ないし制限

まず，式 (2.23) をみると，$n = 4$ の場合に $(|\mathcal{A}|/M_p)^{2-4/(n-2)}$ の依存性がなくなる，すなわち M_p のサプレションがかからなくなる．したがって，以降では $n = 4$ とそれ以外 $n = 5, 6, 7, 9$ とを分けて考える．

用いる関係式を再度記述しておく．また，ポテンシャル V も再掲する．

$$
\begin{aligned}
P_\zeta(k_*):\quad & \frac{1}{6\pi^2} n(n-2)^2 \left(\frac{|\mathcal{A}|}{M_p}\right)^{2-\frac{4}{n-2}} (2\lambda(n-1))^{\frac{4}{n-2}} \left(\frac{4}{N_0^2} + (-0.018 \pm 0.002)^2\right)^{-2} \\
& \quad = e^{3.044 \pm 0.014} \times 10^{-10} \qquad (2.23) \\
N(\phi_*):\quad & N_0 \left[\arctan\left(N_0 \cdot (-0.009 \pm 0.001)\right) - \arctan\left(N_0 \cdot (-0.5)\right)\right] \\
& \quad = 40 + \frac{1}{2} \log\left(\frac{(n-2)|\mathcal{A}|}{2\sqrt{3n}(n-1)} \left(\frac{|\mathcal{A}|}{2\lambda M_p (n-1)}\right)^{\frac{1}{n-2}}\right) \qquad (2.32)
\end{aligned}
$$

$$
m_\Phi^2 = \frac{|\mathcal{A}|^2}{4(n-1)}(1+\alpha) \qquad (\text{適宜}\alpha = 0\text{を用いる}) \tag{2.14}
$$

$$
V(\phi) = \frac{m_\Phi^2}{2}\phi^2 - |\mathcal{A}| \frac{\lambda}{2^{\frac{n}{2}-1} n M_p^{n-3}} \phi^n + \frac{\lambda^2}{2^{n-1} M_p^{2(n-3)}} \phi^{2(n-1)} \tag{2.4}
$$

2.6.1 $n = 5, 6, 7, 9$ の場合のパラメータの関係ないし制限

1. λ と m_Φ の関係:

まず，$n = 5, 6, 7, 9$ の場合について，高次項の結合係数 λ とインフラトン質量 m_Φ との関係を解析した結果を図 2.3に示す．これは，上に再掲した式 (2.32) を逆解きして N_0 を n, λ, A の関数として表し，これをまた上に再掲した式 (2.23) の N_0 部分に代入すれば得られる（なお最後に式 (2.14) を用いて $\mathcal{A}$ 部分を m_Φ にする）．

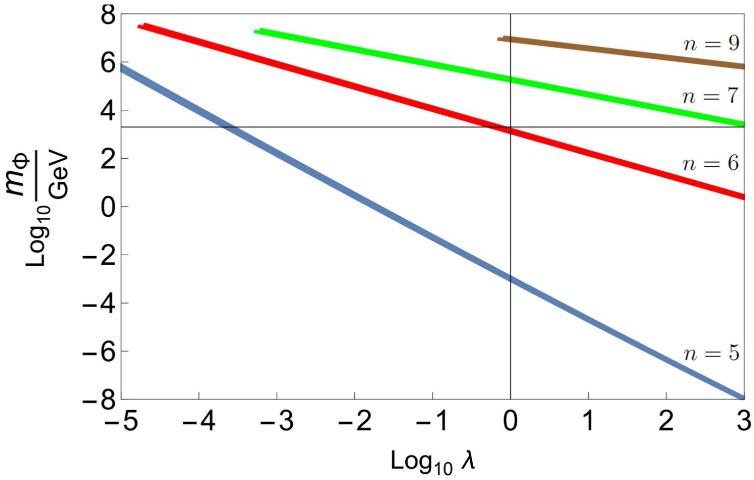

図 2.3: λ とインフラトン質量 $m_\Phi(\simeq|\mathcal{A}|/(2\sqrt{n-1}))$ との関係を，各次数 n について描画した図である．青：$n=5$，赤：$n=6$，緑：$n=7$，茶：$n=9$ である．

横軸が結合係数 λ であり $10^{-5}\sim10^{3}$ の範囲，縦軸がインフラトン質量 m_Φ であり $10^{-8}\sim10^{8}$GeV の範囲，いずれも常用対数スケールとして描画している．図において，青線（$n=5$)，赤線 ($n=6$)，緑線 ($n=7$)，茶線 ($n=9$) である．

それぞれの描画線は，実際には，$\eta(\phi_*)$ の上下限 (2.32)，$P_\zeta(k_*)$ の上下限 (2.24) に基づく，ごくわずかに差のある 4 本線からなるが，図のスケールでは分離しては見えない．

図中の横線は $m_\Phi=2000$ GeV を示している．これは，LHC による SUSY 粒子の質量下限であり，横線より上にあるパラメータ領域がモデルの信頼性を高める．

図中の縦線は $\lambda=1$ を示す．$\lambda\gtrsim1$ は，簡単にいえば高次項が効いてくることを意味し，プランクスケール未満の新しい物理が関与しているとみなされるべき領域といえる．一方，M_p のサプレションとは別に例えば $\lambda\sim10^{3}$ や $\sim10^{-3}$ の値が要求されるとすると，それには何らかの物理的な意味・理由付けが必要となる．$\lambda\sim\mathcal{O}(1)$ は，そのような説明が不要であり，いわば自然な結合係数の目安といえる．

図において，インフラトン質量 m_Φ と結合係数 λ とは，c を正の数として $m_\Phi\propto-c\lambda$ という負の傾きをもつ一次関数の様相を有する．この理由は，次のとおりである．まず，式 (2.32) で N_0 と $|\mathcal{A}|$ と λ は，複雑な関数となっているが，どのような関係であれ，図 2.2 から，概ね $N_0=10\sim60$ であるとしてよい．そして，式 (2.23) をみると，N_0 は 2 乗でしか効かないので 10 のべき乗で考える $|\mathcal{A}|$ と λ に与える影響は限定的であると考えられる．また，今の扱いでは $|\mathcal{A}|\sim m_\Phi$ としてよい．すると，式 (2.23) において，実質的な関数関係にあるのは $|\mathcal{A}|^{2-4/(n-2)}\cdot\lambda^{4/(n-2)}$ 部分であり，これを対

数で考えると

$$
\begin{aligned}
&\left(2-\frac{4}{n-2}\right)\log_{10} m_\Phi + \frac{4}{n-2}\log_{10}\lambda = \text{const.} \\
\to\quad & n=5: \qquad \log_{10} m_\Phi = -2\log_{10}\lambda + \text{const.} \\
& n=6: \qquad \log_{10} m_\Phi = -1\log_{10}\lambda + \text{const.} \\
& n=7: \qquad \log_{10} m_\Phi = -2/3\log_{10}\lambda + \text{const.} \\
& n=9: \qquad \log_{10} m_\Phi = -4/5\log_{10}\lambda + \text{const.}
\end{aligned}
$$

が得られる．図において，n が大きくなると傾きが浅くなっていく点も上に示したとおりである [19]．物理的には，式 (2.4) で表されるポテンシャル $V(\phi)$ をみると，第 1 項が $+m_\Phi^2$，第 2 項が $-m_\Phi \cdot \lambda$，第 3 項が $+\lambda^2$ であり，これが flat すなわち一定であるということから m_Φ と λ が取り引きしあい $-m_\Phi \cdot \lambda$ が常に他の二項の増減を打ち消す役割を果たすものと考えることができる．

なお，各線は，上が $m_\Phi \sim 10^8\,\text{GeV}$ で切れる．これは，質量mの粒子崩壊の一般論として，そのダイヤグラムにあらわれる節点の結合係数を g とすると崩壊幅は $\Gamma \sim g^2 m/(8\pi)$ と見立ててよく [47]，また概ね $g \lesssim 1$ と想定してよい．

したがって，物理的に確からしいもしくは興味ある範囲で，本件の場合も $\Gamma \lesssim m_\Phi 10^{-2}$ とすることは合理的である．一方，本モデルでは，§2.5.1 で述べたように，$H(\phi_{\text{end}}) \lesssim \Gamma_\Phi$ を仮定している (§3.4 も参照)．図 (2.3) の描画線上端は，これに反することとなる $m_\Phi 10^{-2} < H(\phi_{\text{end}})$ の境界である．

なお，式 (2.27)， (2.14) を用い，この $H(\phi_{\text{end}})/m_\Phi$ の λ の依存性を参考として図 2.4に示す．

[19] 実際には，N_0 も $|\mathcal{A}|$ と λ の関数であるので，傾きの絶対値はそれぞれやや小さくなる．

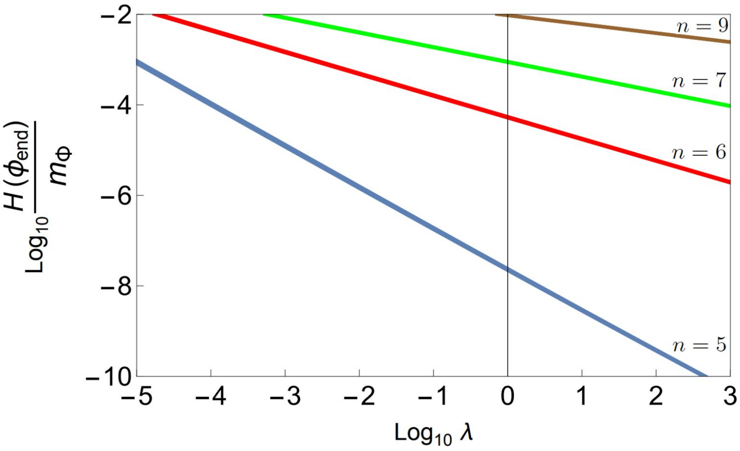

図 2.4: $H(\phi_{\mathrm{end}})/m_\Phi$ を λ の関係として示した図である．

図 2.3にもどる．$n=6$（赤線）については，λ が 1 近傍で m_Φ が数 1000GeV 程度であり，LHC による排除下限の直近にあり興味深い．近い将来にエネルギーを高めた加速器実験で本モデルの適否の結論がでるものと考えられ，$n=6$ の q-IPI は現象論的な観点から更に探求されるべきといえる [17, 20, 22, 24, 30, 33, 35].

2. fine-tuning について $--$ α, ϕ_{onset} $--$

次に本モデルの fine-tuning パラメータ 2 つについて言及する．

1 つは，ずれパラメータ α である．

これは「厳密」な IPI からのずれを表すパラメータ（$\alpha=0$ の場合が「厳密」な IPI である）．式 (2.20) に基づきずれパラメータ α の上限を結合係数 λ の関数として図 2.5に示した．

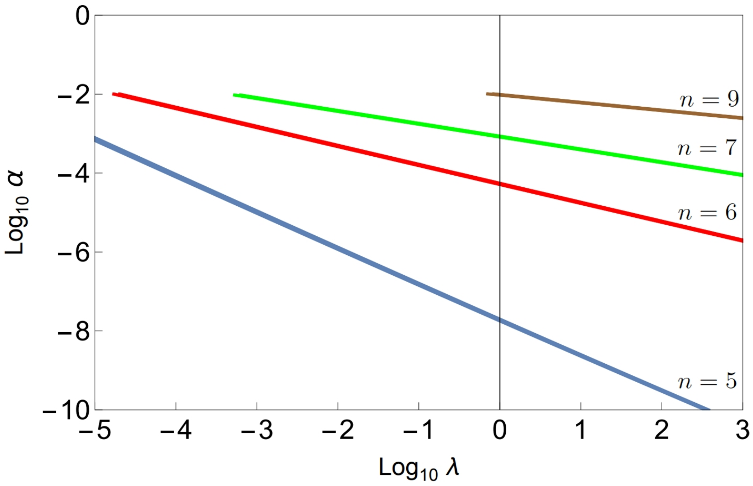

図 2.5: λ に対するずれパラメータ α の上限を各次数 n について描画した図である．α が描画線より下にあれば q-IPI が生じる．上限（上端）があるのは，式 (2.20) に $\mathcal{A}$ が含まれ，$\mathcal{A} \propto m_\Phi$ であって m_Φ に上限があることに由来する (図 2.3 , 図 2.4 参照) .

横軸は，図 2.3 ，図 2.4 と同じスケールすなわち $10^{-5} \sim 10^3$ の範囲とした結合係数 λ である．縦軸のずれパラメータ α の上限も常用対数にて描画している．

図示したように，ずれパラメータ α の上限も上端をもつ．理由は先と同じく $H(\phi_{\rm end}) \lesssim 10^{-2} m_\Phi$ に基づく．各 n について，α が描画線より下の値であれば q-IPI が生じる．

もう一つの fine-tuning パラメータは，インフレーションの開始点（これを $\phi_{\rm onset}$ とする．以降，添字 onset はインフレーション開始を示すものとする）と quasi-inflection point ϕ_0 との差である（初期値 $\phi_{\rm onset}$ が ϕ_0 からどれだけ離れていて，まだ q-IPI が成立するか，である）．

まず，インフレーションの前提として，§2.3 で見たように slow roll condition が満たされていなければならず，加えて $\varepsilon \ll \eta$ であったので，より早く小さな値でなくなっていく η の制限をおっていけばよい (η が数値的に slow roll condition を満たすのであれば ε も条件を十分に満たす)．

ここで，図 2.3に示した各線上において，数値的に $(2\pi/3)N_0 - N(\phi_*) > 6$ が成立することを確認している [20]．これは，§2.6.3 で検討するように，$N_{\rm total} > (2\pi/3)N_0$

[20] $N(\phi_*) = N_0 \left[\arctan\left(N_0 \cdot (-0.009)\right) - \arctan\left(N_0 \cdot (-0.5)\right)\right]$ として $(2\pi/3)N_0 - N(\phi_*) > 6$ が成立するのは $N_0 \gtrsim 6.9$ が満たされるときである．式 (2.23), 式 (2.32), 式 (2.14) を用いて計算すると（または図 2.3 から数値を読み取り式 (2.32), 式 (2.14) を用いて計算すると），たとえば $n = 5$ の場合は $\lambda = 10^3$ のとき N_0 が最も小さく $N_0 \sim 14.5$ である．$n = 9$ の場合，N_0 の最小値は $N_0 \sim 36.1$ であり，$n = 4$ の場合，N_0 の最小値は $N_0 \sim 31.1$ である．いずれも 6.9 より大きい．

であれば地平線問題が解決することを意味するが，まずこの境界条件を考える．すなわち，$N_{\rm total} = (2\pi/3)N_0$ となる条件を求める．式 (2.8) に基づいて計算し，$N_0 \to \infty$ でも成立するという緩い条件を考えると $\arctan(\infty) = \pi/2$ に留意して計算し $\eta(\phi_{\rm onset}) = 2/(\sqrt{3}N_0)$ が求まる．一方，η の上限は 1 である．よって地平線問題も解決するようなインフレーションが起こる，そのようなインフレーション開始点 $\phi_{\rm onset}$ に課される条件は，$1 > \eta(\phi_{\rm onset}) > 2/(\sqrt{3}N_0)$ となる．

今，η に課せられる条件から $\phi_{\rm onset}$ の ϕ_0 から離れられる程度を求めようとしているが，上述の様に，N_0 が無限大まで許される，いわば制約のない条件 $\eta(\phi_{\rm onset}) \sim 2/(\sqrt{3}N_0)$ は ϕ のインフレーション開始点としては満たしやすく，一方 $1 \sim \eta(\phi_{\rm onset})$ はシビアである（インフレーション開始点 $\phi_{\rm onset}$ がインフレーション終了の条件 $\eta = 1$ 直近であることを意味する）．よって制約の厳しい $1 > \eta(\phi_{\rm onset})$ を満たす $\phi_{\rm onset}$ の条件を求めていけばよい．

式 (2.6)， (2.15)， (2.16)， (2.18) を用い，$\phi_{\rm onset}$ と ϕ_0 の差の程度について次の関係式が得られる．

$$1 > \eta(\phi_{\rm onset}) \;\Leftrightarrow\; \frac{\phi_{\rm onset} - \phi_0}{\phi_0} < \frac{1}{2n(n-1)} \left(\frac{|\mathcal{A}|}{2\lambda(n-1)M_p} \right)^{\frac{2}{n-2}} \tag{2.33}$$

これは，式 (2.20) を用いて下のように更に変形できる．

$$\frac{\phi_{\rm onset} - \phi_0}{\phi_0} < \frac{n(n-1)}{(n-2)^4} \left(\alpha \text{上限} \right)^2 \tag{2.34}$$

すなわち，ϕ_0 でスケールした，インフレーション開始点 $\phi_{\rm onset}$ の ϕ_0 からのずれ，離れていていい程度，の許容範囲は，概ねずれパラメータ α の上限の 2 乗未満であることがわかる．結合係数 λ とずれパラメータ α の上限との関係は図 2.5 に示したとおりであるので，インフレーションが生じる，ϕ_0 から最も離れた $\phi_{\rm onset}$ の具体的な値はこの線上の α の値を用いればよい．

$n = 6$ の場合について一例を挙げておく．図 2.5 にて $\lambda = 1$ の α を読み取り $\alpha \sim 10^{-4}$ とすると，式 (2.34) の右辺は約 $1.2{\times}10^{-9}$ となる．また，同様に図 2.3 にて $\lambda = 1$ の m_Φ を読み取り $m_\Phi \sim 10^3$GeV として式 (2.15) より $\phi_0 \sim 4 \times 10^{14}$GeV となる．すると，$\phi_{\rm onset}$ は，式 (2.34) により ϕ_0 から $5{\times}10^5$GeV まで離れていてもインフレーションを生じさせうる．100TeV オーダーの離間を許すので，絶対値としてみれば大きいともいえるが ϕ_0 でスケールするとインフレーションの開始点 $\phi_{\rm onset}$ は ϕ_0 から

10 億分の 1 程度までの離間しか許容さず fine-tuning されているといえる．

なお，ϕ_0 は上記の様に，プランクスケールは超えないが 10^{14}GeV とかなり大きく，これはこれで興味深い．

3. 再加熱温度 T_R:

次に再加熱温度 T_R について言及する．

T_R は式 (2.26),(2.27) を用いて算出される．T_R と λ との関係を図 2.6に示す．

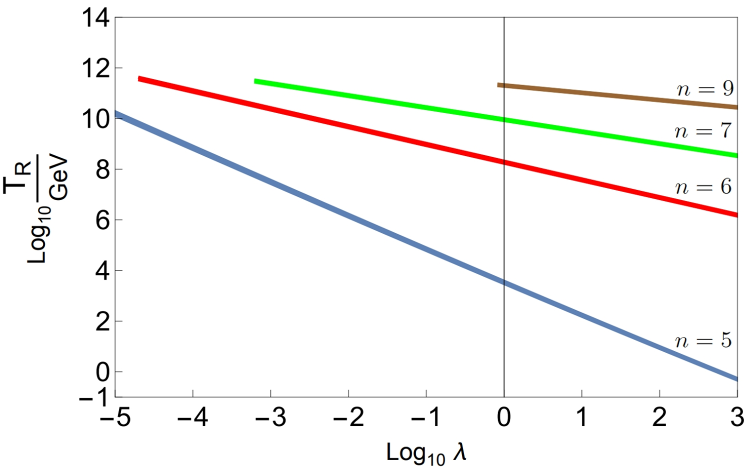

図 2.6: λ と T_R の関係を示した図である．

横軸は，これまでと同様に結合係数 λ であり常用対数スケールで範囲も同じとしている．縦軸は GeV で除した常用対数スケールである．上端の存在は，他と同じく $H(\phi_{\mathrm{end}}) \lesssim 10^{-2} m_\Phi$ に由来する．

なお，式 (2.23) に基づき，先と同様に，関数関係にある部分を $|\mathcal{A}|^{2-4/(n-2)} \cdot \lambda^{4/(n-2)}$ だけと考えこれを定数とおき，式 (2.28) の関数関係 $T_R^4 \propto |\mathcal{A}|^{2+2/(n-2)}/\lambda^{2/(n-2)}$ に代入して常用対数をとると，$\log_{10}T_R \propto -3/(2n-8) \cdot \log_{10}\lambda$ となる．図 2.6 における n と傾きの関係を理解することができる．

なお図から，$\lambda \gtrsim \mathcal{O}(1)$ ではどの n についても $T_R >$100MeV である．したがって BBN（Big Bang Nucleosynthesis) がうまく成立することが確認できる [48] [21]．

$n = 5$ について $\lambda \gtrsim 10$ では T_R はスファレロン温度（100GeV 程度）を下回り，バリオン数生成に支障が生じうる．ただし，この場合であっても，flat direction がバリオン数を持てば，非熱的なシナリオを通じてバリオン数生成は実現可能である．これについては，§ 3 で検討する．

[21] BBN が成立するためには $T_R \gtrsim$1MeV であることが要求される．

また，T_R がたとえば，$10^8 \sim 10^9$GeV 以上であると，別途グラビティーノ問題が懸念される [49,50] [22]．しかしながら，この温度は SUSY の破り方に依存し，別途議論されるべきテーマである．本論では，条件によってはグラビティーノ問題を検討する必要がある，との言及にとどめておく．

翻って図 2.6 を再度見ると，$n = 6$ の場合は（むしろ $n = 6$ の場合のみが）$\lambda \gtrsim 1$ であれば T_R が 10^8GeV 程度以下となりグラビティーノ問題に神経質にならずにすむ（$n = 7, 9$ は $\lambda \sim 1$ における T_R が非常に高い）．しかも $\lambda \sim \mathcal{O}(10^4)$ のような極端に大きな値を仮にとる場合であっても T_R がスファレロン温度より十分高いことが保証される．すなわち $n = 6$ の場合は特に，自然なインフレーションモデルを実現するといえる．先にも述べたように，$n = 6$ の場合は更に探求すべきといえる．

4. テンソルスカラー比 r:

最後に，テンソルスカラー比 r について言及する．$r = 16\varepsilon(\phi_*)$ であって，式 (2.7), (2.16)，(2.18) を用いて，図 2.3の各線について評価すると $r \lesssim 10^{-13}$ となる．現在の制約は $r < 0.032$ であって，モデルの信頼性という観点からは特段の問題を招来しない．一方，10^{-13} 程度にまで観測精度が原理的に向上するかも含めて，$n = 5, 6, 7, 9$ については，すくなくとも近い将来においてテンソルゆらぎの発見は困難であるといえる [23]．

なお，具体的な計算例を挙げておく．式 (2.7) より

$$
\begin{aligned}
\varepsilon(\phi_*) &= \frac{1}{8}\left(\frac{1}{M_p^3}\frac{\sqrt{2}}{2n(n-1)}\left(\frac{|\mathcal{A}|M_p^{n-3}}{2\lambda(n-1)}\right)^{\frac{3}{n-2}}\right)^2\left(\frac{4}{N_0^2}+\eta(\phi_*)^2\right)^2 \\
&= \frac{1}{8}\frac{1}{2n^2(n-1)^2}\left(\frac{m_\Phi}{\sqrt{n-1}\lambda M_p}\right)^{\frac{6}{n-2}}\left(\frac{4}{N_0^2}+\eta(\phi_*)^2\right)^2
\end{aligned}
$$

M_p 部分のべき乗 6/(n-2) 部分について最もサプレスの寄与が小さくなるのは $n = 9$ である．図 2.3において $n = 9$ の m_Φ/λ が最も小さくなる $m_\Phi \sim 10^6$GeV，$\lambda \sim 10^3$ を代入すると，$\varepsilon(\phi_*) \sim (10^6/(10^3 \times 2.4 \times 10^{18}))^{6/7} \sim 6 \times 10^{-14}$ である．

[22]グラビトンのパートナー粒子であるグラビティーノが重い等の理由で長寿命であると，BBN 後に崩壊し BBN で生成された軽元素（重水素，ヘリウム 3，リチウムなど）を破壊してしまい，軽元素の存在量が，理論と整合的である現在の観測結果と一致しなくなるという問題である．グラビティーノの生成量は T_R^3 に比例し，観測結果に収まるには，T_R の上限が想定されることになる（モデルによって異なるが T_R の上限は $10^6 \sim 10^9$GeV とされることが多い）．

[23]2028 年打ち上げ予定の LiteBIRD により更にスカラーテンサー比 r に制約がつけられる．

2.6.2　$n=4$ についてのパラメータの関係ないし制限

次に $n=4$ について先と同様にパラメータ関係を見ていく [29].

1. $(n=4)$　λ と m_Φ の関係**:**

$n=4$ については，式 (2.23) から明らかなように $P_\zeta(k_*)$ は直接的な $|\mathcal{A}|$ の関数ではなくなり，式 (2.10)，(2.32) のように $H_{\rm inf}, T_R$ の関係を通じ $N_0, N(\phi_*)$ を介して間接的に $|\mathcal{A}|$ が寄与するのみである．すなわち，その依存性は非常に緩やかになる．実際，すぐ後に見るように結合係数 λ はほとんど定数となる．そこで，$n \neq 4$ のときの各図は横軸を λ としたが，以降では m_Φ を変数と考え横軸を m_Φ/GeV にとることとする．

まず，インフラトンの質量 $m_\Phi(\simeq |\mathcal{A}|/(2\sqrt{n-1})$ と結合係数 λ との関係を図 2.7に示す．

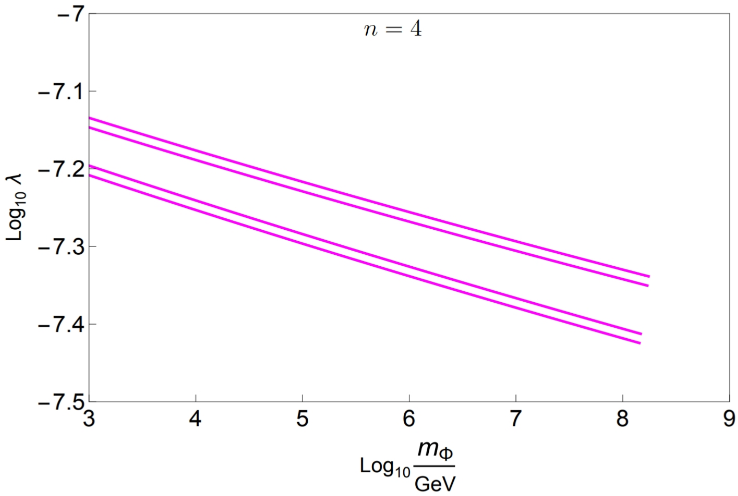

図 2.7: $n=4$ についてインフラトンの質量 m_Φ と結合係数 λ との関係を示した図である．

横軸は常用対数で示した m_Φ/GeV である．描画のレンジは 3 から 9 である（m_Φ : $10^3 \sim 10^9\mathrm{GeV}$）．描画線は，LHC の測定結果からの制約，すなわち $m_\Phi \gtrsim \mathcal{O}(1000\mathrm{GeV})$ に基づき左端が存在する．また $H(\phi_{\rm end}) \lesssim 10^{-2} m_\Phi$ に基づき右端が存在する（この右端 $m_{\Phi\max} \sim \mathcal{O}(10^8)\mathrm{GeV}$ はすぐ後に示す)．

図 2.7は，図 2.3と異なり，$P_\zeta(k_*), \eta(\phi_*)$ それぞれの上下限に基づく 4 本の線が分離して見える．換言すれば，4 本の線が分離するほど，結合係数 λ の範囲が狭小となっている．具体的には結合係数 λ は $10^{-7.1\sim-7.5}$ であって，ほとんど 0 である．この小さ

さは $n = 4$ に基づく高次項は M_p をはるかに超えるスケールで寄与が抑制されることを意味する．あえて導入した高次項の影響がほとんど現れないといえ，$n = 4$ の q-IPI シナリオの探求動機は相対的に低くならざるを得ない（ただし最終章を参照のこと）．

図 2.4に対応させ，$H(\phi_{\rm end})/m_\Phi$ と m_Φ との関係を図 2.8に示す．

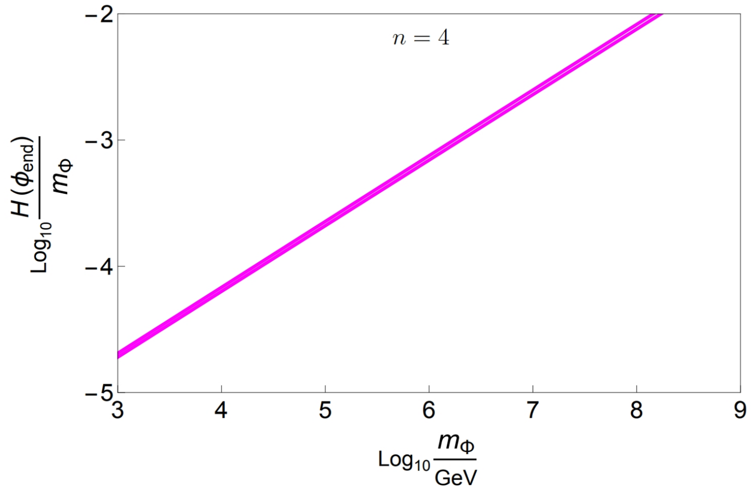

図 2.8: $n = 4$ について $H(\phi_{\rm end})/m_\Phi$ を m_Φ の関係として示した図である．

式 (2.27) において $n = 4$ とし λ を上述したように実質的に定数とみなすと，関数形が $\log_{10} H(\phi_{\rm end})/m_\Phi \propto 1/2 \log_{10} m_\Phi$ となり，図の傾きを説明できる．なお，上端は $H(\phi_{\rm end})/m_\Phi = 10^{-2}$ に由来し，図から $m_{\Phi\rm max} \sim \mathcal{O}(10^8)$ が読み取れる．数値的に追うと，式 (2.27) から

$$\frac{H(\phi_{\rm end})}{m_\Phi} = \frac{1}{3}\left(\frac{\sqrt{3}m_\Phi}{3\lambda M_p}\right)^{\frac{1}{2}} = 10^{-2}$$

の関係がある．図 2.7 の右端から読み取り $\lambda \sim 10^{-7.4}$ を代入すると，$m_{\Phi\rm max} \sim 4.5 \times 10^8\mathrm{GeV}$ が得られる．

図 2.8は，$P_\zeta(k_*)$, $\eta(\phi_*)$ の上下限に基づく 4 本の線からなものの，図のスケールでは分離して見えず，図 2.4と同様に一本線の描画となる．なお，描画線の左端は LHC の測定に由来する．

2. $(n=4)$　**fine-tuning** について −− α, $\phi_{\rm onset}$ −−

ずれパラメータ α の上限につき，m_Φ との関係を図 2.9に示した．描画線の上端は $H(\phi_{\rm end}) \lesssim 10^{-2} m_\Phi$ 由来，左端は LHC の測定下限由来である．この関数形も式 (2.20) において，$n=4$，λ を定数とみなせば，関数形が $\log_{10}\alpha = 1/2 \log_{10} m_\Phi$ となることが確認できる．また，式 (2.20) を用いて，図 2.7 から右端の数値を読み取り代入すると，$\log_{10}\alpha$ の上端がおおよそ-2 となることも確認できる．

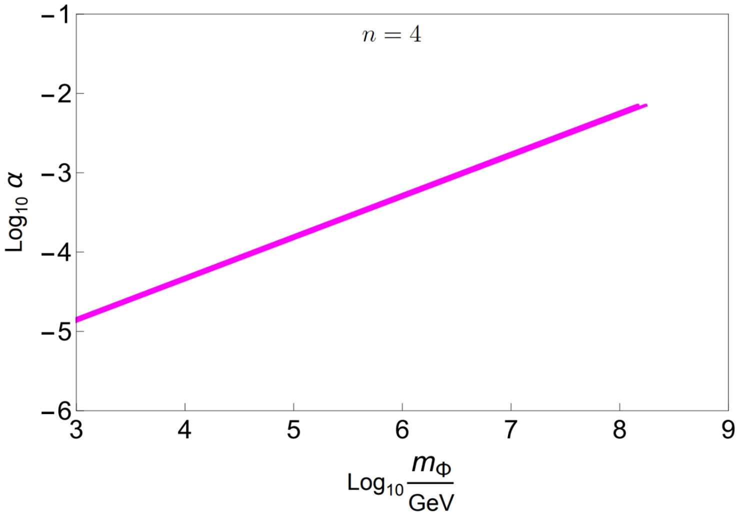

図 2.9: m_Φ に対する α の上限を n=4 について描画した図である．α が描画線より下にあれば q-IPI が生じる．

もう一つのパラメータである，$\phi_{\rm onset} - \phi_0$ についても，$n=5,6,7,9$ のときと議論自体は同じである．すなわち，$n=4$ についても最終的に式 (2.34) が要求され，ϕ_0 でスケールしたインフレーション開始点 $\phi_{\rm onset}$ の ϕ_0 からのずれの許容範囲は，概ね α 上限の 2 乗未満である．

3. $(n=4)$　再加熱温度 T_R:

次に再加熱温度 T_R について言及する．

先に検討したのと同様に，T_R は式 (2.26), (2.27) を用いて計算できる．λ との関係を図 2.10に示す．

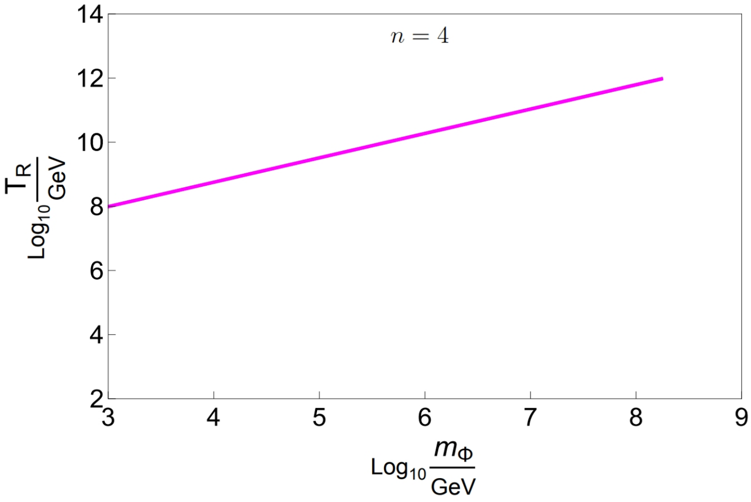

図 2.10: m_Φ と T_R の関係を n=4 について示した図である．

図の左端は，LHC の測定結果由来，右端は $H(\phi_{\rm end}) \lesssim 10^{-2} m_\Phi$ 由来によりそれぞれ途切れる．なお，式 (2.28) を用いれば図の傾きが 3/4 になることも容易に算出できる．

T_R は 100MeV を遥かに超え，温度の観点からの BBN は保証され [48]，スファレロン過程についても問題を生じない．したがって本論で扱う non thermal なバリオン数生成のほか，レプトジェネシスや電弱バリオン数生成といったさまざまなバリオン数生成メカニズムが実現可能である（§ 3 参照）．

なお，先述の通りグラビティーノ問題については SUSY の破り方に依存し，本論文では扱わないが，インフラトン質量 m_Φ が小さいほどよりつじつまを合わせやすい（図の線分の左側であるほど，モデルの制約や他の仮定が入らなくてすむ．ただし，図 2.7 の λ の小ささの問題は依然残る）．

4. $(n = 4)$　テンソルスカラー比 r:

テンソルスカラー比 r についても先の議論と同様であり，$r \lesssim 10^{-13}$ であって，当座の観測精度では検証できない（測定限界を遥かに下回る）．

2.6.3　地平線問題

ここでは，地平線問題を整理し，§2.6.1，§2.6.2 で得られた，観測数値との突き合わせによるパラメータ関係において，本モデルが地平線問題を解決する程度のインフレーションを起こすかに言及する．

まず，地平線問題を解決する条件を考察する．地平線問題を解決するためには，インフレーション中の Hubble distance（ハッブル定数の逆数, 相対論的観点から因果関係をもつ距離）が現在の Hubble distance よりも大きい必要がある．すなわち，インフレーション開始時に因果関係がある距離が引き伸ばされて現在に至り，その距離が現在の因果関係のある距離よりも大きければ，地平線問題は解決する（全天どの方向からの CMB も実質同じ値をとることとなる）．

この条件は，インフレーション開始から終了までの e-folding number ($N_{\rm total}$ とする) が次を満たすことを意味する．

$$
\begin{aligned}
& \frac{1}{H_{\rm inf}} \cdot \frac{a_0}{a(t_{\rm onset})} > \frac{1}{H_0} \\
\Rightarrow \quad & \frac{1}{H_{\rm inf}} \frac{a(t_{\rm end})}{a(t_{\rm onset})} \frac{a(t_{\rm rh})}{a(t_{\rm end})} \frac{a_0}{a(t_{\rm rh})} \; > \; \frac{1}{H_0} \\
\Rightarrow \quad & \frac{1}{H_{\rm inf}} e^{N_{\rm total}} \frac{a(t_{\rm rh})}{a(t_{\rm end})} \frac{a_0}{a(t_{\rm rh})} \; > \; \frac{1}{H_0}
\end{aligned}
$$

H_0 は現在のハッブル定数を意味し，$H_0 = 67\ \mathrm{km/s/Mpc}$ である [48]. 先に得た式 (2.25), (2.30) を用いて上式を整理していく．

$$
\begin{aligned}
N_{\rm total} &> \log \frac{H_{\rm inf}}{1\,\mathrm{GeV}} - \log \frac{a(t_{\rm rh})}{a(t_{\rm end})} - \log \frac{a_0}{a(t_{\rm rh})} - \log \frac{H_0}{1\,\mathrm{GeV}} \\
\to N_{\rm total} &> \log \frac{H_{\rm inf}}{1\,\mathrm{GeV}} \qquad - 0 \qquad - \log \left(\frac{g_{\rm eff} T_R^3}{g_{S,{\rm eff},0} T_0^3} \right)^{1/3} - \log \frac{H_0}{1\,\mathrm{GeV}} \\
&= 68 + \log \frac{H_{\rm inf}}{1\ \mathrm{GeV}} - \log \frac{T_R}{1\ \mathrm{GeV}} - \frac{1}{3} \log g_{\rm eff}
\end{aligned} \tag{2.35}
$$

これと，先に得た式 (2.31)とを比較し，pivot scale k_* が horizon を抜けたときの e-folding number $N(\phi_*)$ を用いて，地平線問題が解決されるための条件を，次のように焼き直すことができる．

$$
N_{\rm total} > 6 + N(\phi_*) \tag{2.36}
$$

これは，先に言及したように数値的に $(2\pi/3)N_0 > 6 + N(\phi_*)$ を確認しているので $N_{\rm total} > (2\pi/3)N_0$ が成立すれば，地平線問題は生じないことを意味する．そして，§2.6.1 の 2. に見たように，インフレーションの開始点 $\phi_{\rm onset}$ について，式 (2.33) または (2.34) が満たされるのであれば $N_{\rm total} > (2\pi/3)N_0$ が成立し，いま，これらが満た

される q=IPI を考えているので，本モデルでは地平線問題は解決されている．

2.7　小括

MSSM の flat direction をインフラトンとみなし，インフレーションが生じるために必要な slow roll condtion を容易に充足する inflection point inflation モデルを考察した．ただし，ポテンシャル $V(\phi)$ について inflection point ϕ_0 において $V'(\phi_0) = V''(\phi_0) = 0$ という厳密な IPI を要求すると観測量であるスペクトル指数 n_s と整合が取れなくなるため条件を緩め，$V''(\phi_0) = 0$ のみを課して解析を行った．flat direction は，高次項について，次数 $n = 4, 5, 6, 7, 9$ でもちあがるので，これらの次数だけを取り扱い，スカラーパワースペクトル $P_\zeta(k_*)$ について，観測数値と突き合わせた．これにより，インフラトン質量 m_Φ と高次項の結合係数 λ とについて関係ないし制限を与えることができた．また，ずれパラメータ α の上限，再加熱温度 T_R も評価した．

その結果，興味深いことに，$n = 6$ について，結合係数が $\lambda \sim \mathcal{O}(1)$ という自然な値であり, インフラトンの質量 m_Φ が，LHC にて制限のついた SUSY 粒子の質量下限（$\sim$ 2000GeV）に近い値を取ることがわかった．

そこで次章では，この $n = 6$ のシナリオを更に探求し，Baryogenesis を考える．そして，本論のモデルが，現在の宇宙のバリオン数を再現可能であるかを検証する．

Chapter 3

Non-thermal Baryogenesis
– *udd* flat direction の例 –

3.1 本章の概要

本章の概要は以下の通りである．

前章でみたように，インフラトン質量 m_Φ や結合係数 λ の値等から，モデルが整合的である $n=6$ をさらに検討していく．本章では flat direction のうち non-zero のバリオン数を有する udd 方向のインフラトンを解析する (表 (2.1) 参照)．以降では udd flat direction を適宜 udd インフラトンと称することとする．

まず，具体的なポテンシャル V を書き下し，関連するスーパーポテンシャル W_{MSSM} と，これに関連した A-term を含むポテンシャル部分を確認しておく．また，SUSY 粒子には質量階層性があるものと仮定する．

次に，$n=6$ のケースの q-IPI を実現するポテンシャル V, V'', V''' の表式をみる．加えて e-folding number $N(\phi)$，slow-roll parameter $\varepsilon(\phi), \eta(\phi)$，スカラーパワースペクトル P_ζ の表式も得ておく．inflection point ϕ_0 とインフレーション終了時の ϕ_{end} との差が小さいことを確認し，インフレーションが終了したときのハッブル定数 $H(\phi_{\mathrm{end}})$ がインフレーション中のハッブル定数 H_{inf} と同程度であると見立てることができることから，これに基づく関係式を得ておく．

続いて，udd インフラトンが再加熱時に崩壊し，バリオン非対称性を直接生成する non-thermal baryogenesis を考察する．まず，$\tilde{u}$(sup 系 1 種)，$\tilde{d}$(sdown 系 2 種）それぞれの主たる崩壊モード（ゲージーノ $\tilde{g}$ を伴う崩壊）に基づきインフラトン ϕ の

全崩壊幅 Γ_ϕ を求める．この Γ_ϕ が $H(\phi_{\text{end}})$ より十分大きいことを確認し，本モデルでは，再加熱時に一度期にインフラトンが崩壊し，non-thermal にバリオン数を生成しうることをみる．

インフラトン ϕ は，別途，ヒグシーノ $\tilde{h}$ を伴う崩壊モードも有する．これについては，粒子と反粒子との間で，小林益川行列（V_{CKM} 行列）と strong phase [51] とに由来し，崩壊幅に違いが生じる．すなわち，粒子 - 反粒子の生成数に差が生じる（non-thermal baryogenesis）．この差に由来する非対称性パラメータ ϵ_ϕ を求め，現在の宇宙のバリオン数を説明するエントロピー比 n_B/s に関係する評価式を得ておく．

最後に，数値解析をおこない，udd インフラトンについて観測値 P_ζ, n_s, r を満たしつつバリオンエントロピー比 n_B/s についても算出値が観測値を満たす，そのようなパラメータ領域が存在することを確認する．

なお，中途に多くの式計算が生じるので，これらは第 4 章にまとめた．

3.2 udd インフラトンのポテンシャル $V(\phi)$

flat direction がインフラトンである場合の，高次項（次数 n）を含む一般的なポテンシャルの形は式 (2.2)，(2.4) に示したとおりである．以降では具体的なポテンシャル形を考察する．

udd 方向は，複素スカラー場の結合で，これまでほとんどの場合 Φ とのみ記していたが，具体的かつ正確な表記で記述し直す．udd flat direction をインフラトンとするスーパーポテンシャルは次のとおりである．

$$W = W_{\text{MSSM}} + \frac{\lambda}{2M_p^3}(U_i^c D_j^c D_k^c)^2 \tag{3.1}$$

第 2 項は高次項 ($n = 6$) であるが，U^c, D^c はそれぞれ，singlet の up 系 quark ／ squark を含むカイラル超場，singlet の down 系の quark ／ squark を含むカイラル超場である．右肩の c は，charge conjugation をあらわし，系を left handed で揃える（left handed として振る舞わせる）ために必要となる．i, j, k は世代のインデックスである．λ は結合係数であり，前章では規格化のため $\tilde{\lambda}$ としてしていたが，本章では説明の便宜上単に λ と示す [1]．なお，以降では $\lambda > 0$ (実数）とする．また，カラーについて

[1]本章の λ を前章の λ にするには，本章の λ を $9\,\lambda$ に置き換えればよい．式 (2.2) 参照．

は（...）内で潰しておくものとする．

インフラトンが感受するポテンシャル V は，厳密な flat ではなく，発散が抑え込まれるように soft に SUSY が破れたものと考えてよいため [2]，以降は適宜 $V = V_{\mathrm{soft}}$ と表記する．すなわちポテンシャル V_{soft} には質量項（soft SUSY breaking mass）が加わり，高次項 $(n = 6)$ に比例する A-term の存在も妨げられないので，次の形を有する．

$$V_{\mathrm{soft}} \supset m_{\tilde{u}_i}^2 \tilde{u}_i^{c\dagger} \tilde{u}_i^c + m_{\tilde{d}_j}^2 \tilde{d}_j^{c\dagger} \tilde{d}_j^c + m_{\tilde{d}_k}^2 \tilde{d}_k^{c\dagger} \tilde{d}_k^c - \mathcal{A} \frac{\lambda}{2M_p^3} (\tilde{u}_i^c \tilde{d}_j^c \tilde{d}_k^c)^2 - \mathrm{h.c.}$$

$\tilde{u}^c, \tilde{d}^c$ はそれぞれ超場 U^c, D^c のスカラー成分（squark を記述する場）であり，$m_{\tilde{u}}$, $m_{\tilde{d}}$ はその質量を示す．なお超場中のフェルミオン場に対応して $j \neq k$ の関係を有する（なお，潰して表していないがカラーインデクス $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq \alpha$ の関係も有する）．これから，udd flat direction のポテンシャルは，次のように表される（式 (2.1) 参照）．

$$V(\Phi) = m_\Phi^2 |\Phi|^2 - \mathcal{A} \frac{\lambda}{54 M_p^3} \Phi^6 - \mathrm{h.c.} + \frac{\lambda^2}{81 M_p^6} |\Phi|^{10}$$

ここで $m_\Phi^2 = (m_{\tilde{u}_i}^2 + m_{\tilde{d}_j}^2 + m_{\tilde{d}_k}^2)/3$ とおいた．udd flat direction を $\Phi = \phi e^{i\theta}/\sqrt{2}$ と書き直し，ϕ を実成分として，前章と同様に計算すると，θ 方向は谷に落ち込み（§2.2.1 参照），考えるべきポテンシャル $V(\Phi) = V(\phi)$ は次となる．

$$V(\phi) = \frac{m_\Phi^2}{2} \phi^2 - |\mathcal{A}| \frac{\lambda}{216 M_p^3} \phi^6 + \frac{\lambda^2}{2592 M_p^6} \phi^{10} \tag{3.2}$$

また，本モデルでは，SUSY 粒子の間に次の大小関係ないし階層性があるとする．

$$\mu,\ M_{\tilde{g}} \ < \ m_{\tilde{u}},\ m_{\tilde{d}} \ < \ m_{\tilde{Q}} \tag{3.3}$$

ここで μ: ヒグシーノ $\tilde{H}$ の質量 [3]，$M_{\tilde{g}}$：グルイーノ $\tilde{g}$ の質量，$m_{\tilde{u}}$, $m_{\tilde{d}}$：singlet の

[2]厳密な SUSY では，SM 粒子とそのパートナーである SUSY 粒子との質量は同一となるが，現実には SM 粒子で最も重い top quark（174GeV）レベルはもとより，LHC の実験から ∼2000 GeV までに SUSY 粒子は一つも発見されておらず，SUSY は破れている．ただし，繰り込み可能性を損なわず発散抑制効果を保持するように（すなわち soft に）破れている必要があり，スカラー場の 2 次の結合である質量項や 3 次の結合である A-term 等の導入が可能である．

[3]$m_{\tilde{H}}$ と表記してもよいが式 (3.4) の μ-term としてあらわれるので μ として表記する．

squark 質量，$m_{\tilde{Q}}$：doublet の squark 質量である（なお，ヒグシーノ $\tilde{H}$，グルイーノ $\tilde{g}$ 等については，§ 3.4を参照）．

その結果，flat direction を構成する squark $\tilde{u}^c$ は，主としてグルイーノ $\tilde{g}$ ＋クオーク (up, charm or top) へと崩壊し，また，ヒグシーノ $\tilde{H}$ ＋クオーク (up, charm or top) にも崩壊する．反粒子版の崩壊も存在する．$\tilde{d}^c$ の崩壊も同様である．そしてヒグシーノ $\tilde{H}$ を伴う崩壊モードが非熱的なバリオン数生成 (non-thermal baryogenesis) を実現する．

非熱的バリオン数生成に関連する係数は，quark の湯川カプリング y，μ-term，A-term であり，udd インフラトンの崩壊に関係しては以下のようにして各項にかかっている．

$$W_{\mathrm{MSSM}} \supset y^u_{ji}\ Q_j H_u U^c_i + y^d_{ji}\ Q_j H_d D^c_i + \mu\ H_u H_d \tag{3.4}$$

$$V_{\mathrm{soft}} \supset A^u_{ji}\ \tilde{q}_j H_u \tilde{u}^c_i + A^d_{ji}\ \tilde{q}_j H_d \tilde{d}^c_i \tag{3.5}$$

Q は doublet の超場であり，$\tilde{q}$ はそのスカラー成分，squark ないし squark の場を表す．H_u, H_d はヒッグス／ヒグシーノにより構成される超場である (2 番目の式ではスカラー成分として同じ記号を用いた)．

3.3 udd インフラトンの q-IPI における具体的な評価・表式

次に，udd インフラトン（$n=6$）について q-IPI を実現するポテンシャル V, V'', V'''，e-folding number $N(\phi)$，slow-roll parameter: $\varepsilon(\phi), \eta(\phi)$ スカラーパワースペクトル P_ζ を求めておく．なお，以降では，$9|\mathcal{A}|/(10\lambda M_p) < 1$ とする [4]．

[4] 前章の λ を本章では $\lambda/9$ と置き換える．式 (2.15),(2.16),(2.18) を参照．また，§2.4 末に示した様に，$9|\mathcal{A}|/(10\lambda M_p) \ll 1$ としてよい．

前章の各式を $n=6$ として再記する．

$$m_\Phi^2 = \frac{|\mathcal{A}|^2}{20}(1+\alpha) \tag{3.6}$$

$$\phi_0 = \sqrt{2}\left(\frac{9|\mathcal{A}|M_p^3}{10\lambda}\right)^{\frac{1}{4}}\left(1-\frac{\alpha}{32}\right)+O(\alpha^2) \tag{3.7}$$

$$V(\phi_0) = \frac{2}{75}|\mathcal{A}|^2\left(\frac{9|\mathcal{A}|M_p^3}{10\lambda}\right)^{\frac{1}{2}}+O(\alpha) \tag{3.8}$$

$$V'(\phi_0) = \alpha\frac{1}{10\sqrt{2}}|\mathcal{A}|^2\left(\frac{9|\mathcal{A}|M_p^3}{10\lambda}\right)^{\frac{1}{4}}+O(\alpha^2) \tag{3.9}$$

（$V'(\phi_0)>0$ の場合を考えることとし，$\alpha>0$ とする）

$$V'''(\phi_0) = \frac{8}{5\sqrt{2}}|\mathcal{A}|^2\left(\frac{9|\mathcal{A}|M_p^3}{10\lambda}\right)^{-\frac{1}{4}}+O(\alpha) \tag{3.10}$$

$$N_0 \equiv \frac{1}{M_p^2}\sqrt{\frac{2V(\phi_0)^2}{V'(\phi_0)V'''(\phi_0)}} = \frac{2}{15}\alpha^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{9|\mathcal{A}|}{10\lambda M_p}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{3.11}$$

十分な e-folding number を持つためには $N_0 \gg 1$ が必要であり [5] 式 (3.11) から $\alpha \ll 9|\mathcal{A}|/(10\lambda M_p)$ が要求される．

また，同様に $n=6$ について，以下の通りである．

$$\eta(\phi) = 30\sqrt{2}\left(\frac{10\lambda}{9|\mathcal{A}|M_p^{\frac{1}{3}}}\right)^{\frac{3}{4}}(\phi-\phi_0) \tag{3.12}$$

$$\varepsilon(\phi) = \frac{1}{14400}\left(\frac{9|\mathcal{A}|}{10\lambda M_p}\right)^{\frac{3}{2}}\left(\frac{4}{N_0^2}+\eta(\phi)^2\right)^2 \tag{3.13}$$

$$P_\zeta(k_*) = \frac{V(\phi_*)}{24\pi^2M_p^4\varepsilon(\phi_*)} \simeq \frac{V(\phi_0)}{24\pi^2M_p^4\varepsilon(\phi_*)} = \frac{16}{\pi^2}\frac{10\lambda|\mathcal{A}|}{9M_p}\left(\frac{4}{N_0^2}+\eta(\phi_*)^2\right)^{-2} \tag{3.14}$$

$\phi_{\rm end}$ と ϕ_0 との関係は式 (2.11) から

$$\phi_{\rm end}-\phi_0 = -\frac{1}{30\sqrt{2}}\left(\frac{9|\mathcal{A}|M_p^{\frac{1}{3}}}{10\lambda}\right)^{\frac{3}{4}}$$

[5] 式 (2.8) 参照．右辺の [...] 部分は最大が π である．

であり，$|\phi_{\rm end}-\phi_0|$ は，ϕ_0 より遥かに小さく，式 (2.12) より

$$\frac{|\phi_{\rm end}-\phi_0|}{\phi_0} \simeq \frac{1}{60}\left(\frac{9|\mathcal{A}|}{10\lambda M_p}\right)^{\frac{1}{2}} \ll 1$$

が成り立つ．よって，$\phi_{\rm end}$ は，インフレーション中にほとんど移動せず，このため，$H(\phi_{\rm end})$ は $H_{\rm inf}$ とほとんど変わらないといえる．$n=6$ については，式 (2.27) に基づき具体的に次式が成り立つ．

$$H(\phi_{\rm end}) \simeq H_{\rm inf} \simeq \sqrt{\frac{V(\phi_0)}{3M_p^2}} = \frac{\sqrt{2}}{15}|\mathcal{A}|\left(\frac{9|\mathcal{A}|}{10\lambda M_p}\right)^{\frac{1}{4}} \tag{3.15}$$

3.4 再加熱〜インフラトンの崩壊〜

インフラトン ϕ の崩壊は宇宙を再加熱する．この再加熱プロセスを理解するために，インフレーション終了時のハッブル定数 $H(\phi_{\rm end})$ と ϕ の全崩壊幅 Γ_ϕ とを比較する．

単純化するため，以降では，udd を構成する SUSY 粒子が，軽い quark のスーパー・パートナーである場合に焦点を当てる．すなわち，sup や scharm，また，sdown や sstrange が崩壊する場合を取り扱う．これらの湯川カプリングは強い相互作用に比して相対的に小さく（§4.4 参照），また SUSY 粒子の質量の大小関係もあるため (式 (3.3) 参照)，インフラトン ϕ の主な崩壊モードはグルイーノ $\tilde{g}$ を伴った quark への崩壊であり，ヒグシーノ $\tilde{h}$ を伴った quark への崩壊は副次的である (なおそれぞれの反粒子版の崩壊も存在する)．主崩壊モードは次のとおりである．

$$\tilde{u}_i^c \to u_i^\dagger + \tilde{g} \tag{3.16}$$

$$\tilde{d}_i^c \to d_i^\dagger + \tilde{g} \tag{3.17}$$

なお，右肩の c は，MSSM の構築の際，カイラル超場 U^c として right handed up（系）quark を left handed に揃えることに由来する（§2.1.1 脚注参照）．一方，崩壊先である up（系）quark については，ファインマンダイヤグラムにおいてバーテクスに向かう向きが時間と逆向するので，物理的には anti field に崩壊したと解釈し † を付す．

down（系）の崩壊も同様である．グルイーノ $\tilde{g}$ はマヨナラ粒子と考えてよいので † を付す区別はしない（図 3.1の tree diagram 参照）．

よって，udd インフラトンの全崩壊幅 Γ_ϕ は反粒子版も考慮して次のように評価される [8]．

$$\begin{aligned}\Gamma_\phi &\sim \frac{1}{6}\Big\{\Gamma(\tilde{u}_i^c \to u_i^\dagger \tilde{g}) + \Gamma(\tilde{d}_j^c \to d_j^\dagger \tilde{g}) + \Gamma(\tilde{d}_k^c \to d_k^\dagger \tilde{g}) \\ &\qquad + \Gamma(\tilde{u}_i^{c\dagger} \to u_i \tilde{g}) + \Gamma(\tilde{d}_j^{c\dagger} \to d_j \tilde{g}) + \Gamma(\tilde{d}_k^{c\dagger} \to d_k \tilde{g})\Big\} \\ &= \frac{1}{48\pi}\left\{m_{\tilde{u}_i}\left(1-\frac{M_{\tilde{g}}^2}{m_{\tilde{u}_i}^2}\right)^2 + m_{\tilde{d}_j}\left(1-\frac{M_{\tilde{g}}^2}{m_{\tilde{d}_j}^2}\right)^2 + m_{\tilde{d}_k}\left(1-\frac{M_{\tilde{g}}^2}{m_{\tilde{d}_k}^2}\right)^2\right\}\frac{8g_s^2}{3}\end{aligned} \tag{3.18}$$

g_s は QCD の結合定数である（§4.4 参照）．8/3 は，QCD において，グルオンと quark との相互作用において現れる群論の係数（カシミア不変量）に由来する [52]．崩壊先の quark の質量（約 2MeV から約 200GeV）は，グルイーノ $\tilde{g}$ や崩壊元の squark の質量 ($\gtrsim$2000GeV) に比して小さいのでそれらの質量は無視している（§4.2 参照）．

後にベンチマークでも示すように，$m_{\tilde{u}_i}, m_{\tilde{d}_j}, m_{\tilde{d}_k}$ に階層性がなければ，すなわち，squark が同一ないしほぼ同一の質量であるとすれば，全崩壊幅 Γ_ϕ は次となる．

$$\Gamma_\phi \sim \frac{m_\Phi}{16\pi}\left(1-\frac{M_{\tilde{g}}^2}{m_\Phi^2}\right)^2 \frac{8g_s^2}{3} \tag{3.19}$$

m_Φ は，$m_{\tilde{u}_i}, m_{\tilde{d}_j}, m_{\tilde{d}_k}$ を共通して表した udd インフラトンの質量である．

一方，$H(\phi_{\mathrm{end}})$ は，式 (3.15) のとおりである．$9|\mathcal{A}|/(10\lambda M_p) \ll 1$ を考慮し，また，崩壊元のインフラトンの質量 m_Φ と崩壊先のグルイーノの質量 $M_{\tilde{g}}$ との間には相応の質量差があると考えてよい．すると Γ_ϕ と $H(\phi_{\mathrm{end}})$ の 2 つの表式を，式 (3.6) を利用して比較すると，重要な次の式が成り立つ．

$$\begin{gathered}\frac{m_\Phi}{16\pi}\left(1-\frac{M_{\tilde{g}}^2}{m_\Phi^2}\right)^2 \frac{8g_s^2}{3} \gg \frac{2\sqrt{10}m_\Phi}{15}\left(\frac{9|\mathcal{A}|}{10\lambda M_p}\right)^{\frac{1}{4}} \\ \Downarrow \\ \Gamma_\phi \gg H(\phi_{\mathrm{end}})\end{gathered} \tag{3.20}$$

これは，再加熱過程においては宇宙の膨張は無視でき，インフラトンは熱平衡に至らず一気に崩壊することを意味する．non-thermal baryogenesis である．

3.5 インフラトンの崩壊の非対称性と non-thermal baryogenesis

インフラトン ϕ の主たる崩壊モードはグルイーノ $\tilde{g}$ と quark への崩壊であるが，他の崩壊モードとして，ヒグシーノ $\tilde{H}$ と quark への崩壊も存在する．
$\tilde{u}^c$ の崩壊については下のとおりである．

$$\tilde{u}_i^c \to Q_l^\dagger + \tilde{H}^{u\dagger} \tag{3.21}$$

添字 l また，以降の r, s は世代を示す．c や † については式 (3.17) の下欄にて説明したとおりである．上式は崩壊先が doublet であるので，上成分と下成分で分けて表示すると以下となる．

$$\tilde{u}_i^c \to Q_l^{u\dagger} + \tilde{H}^{0\dagger} \tag{3.22}$$

$$\tilde{u}_i^c \to Q_l^{d\dagger} + \tilde{H}^- \tag{3.23}$$

ただし $Q_l = \begin{pmatrix} Q_l^u \\ Q_l^d \end{pmatrix}$, $\tilde{H}^u = \begin{pmatrix} \tilde{H}^+ \\ \tilde{H}^0 \end{pmatrix}$, $\tilde{H}^d = \begin{pmatrix} \tilde{H}^0 \\ \tilde{H}^- \end{pmatrix}$ であり，

$\tilde{H}^{+\dagger} = \tilde{H}^-$, $\tilde{H}^{-\dagger} = \tilde{H}^+$ である．

$\tilde{d}^c$ の崩壊についても同様である．

$$\tilde{d}_i^c \to Q_l^\dagger + \tilde{H}^{d\dagger} \tag{3.24}$$

上成分と下成分で分けて表示すると以下となる．

$$\tilde{d}_i^c \to Q_l^{d\dagger} + \tilde{H}^{0\dagger} \tag{3.25}$$

$$\tilde{d}_i^c \to Q_l^{u\dagger} + \tilde{H}^+ \tag{3.26}$$

これらヒグシーノ $\tilde{H}$ を伴う崩壊モードが宇宙のバリオン非対称性を生み出す．すなわち，インフラトンが quark または反粒子である anti quark に崩壊する際の崩壊振幅 $\mathcal{M}$ にわずかな違いが生じる．この違いは CP phase と strong phase に由来す

る [48], [53].

・CP phase は湯川カプリング（小林益川行列），A-term，μ-term に由来する．

・strong phase は loop diagram に由来する．

以下，具体的に崩壊幅 Γ や崩壊振幅 $\mathcal{M}$ を算出していく．最終的には，Γ の差から式 (3.55) を導出する．

3.5.1 $\tilde{u}_i^c \to Q_l^{u\dagger} + \tilde{H}^{0\dagger}$

まず，squark $\tilde{u}$ の上成分への崩壊モードについて，反粒子の場合の崩壊モードとの差，すなわち $\Gamma(\tilde{u}_i^c \to Q_l^{u\dagger} + \tilde{H}^{0\dagger}) - \Gamma(\tilde{u}_i^{c\dagger} \to Q_l^u + \tilde{H}^0)$ を求める．

図 3.1に $\tilde{u}_i^c \to Q_l^\dagger + \tilde{H}^{u\dagger}$ のダイヤグラムを示した [6]．

[6] ここでは，湯川カプリングは SM と同じものを用いることとする．

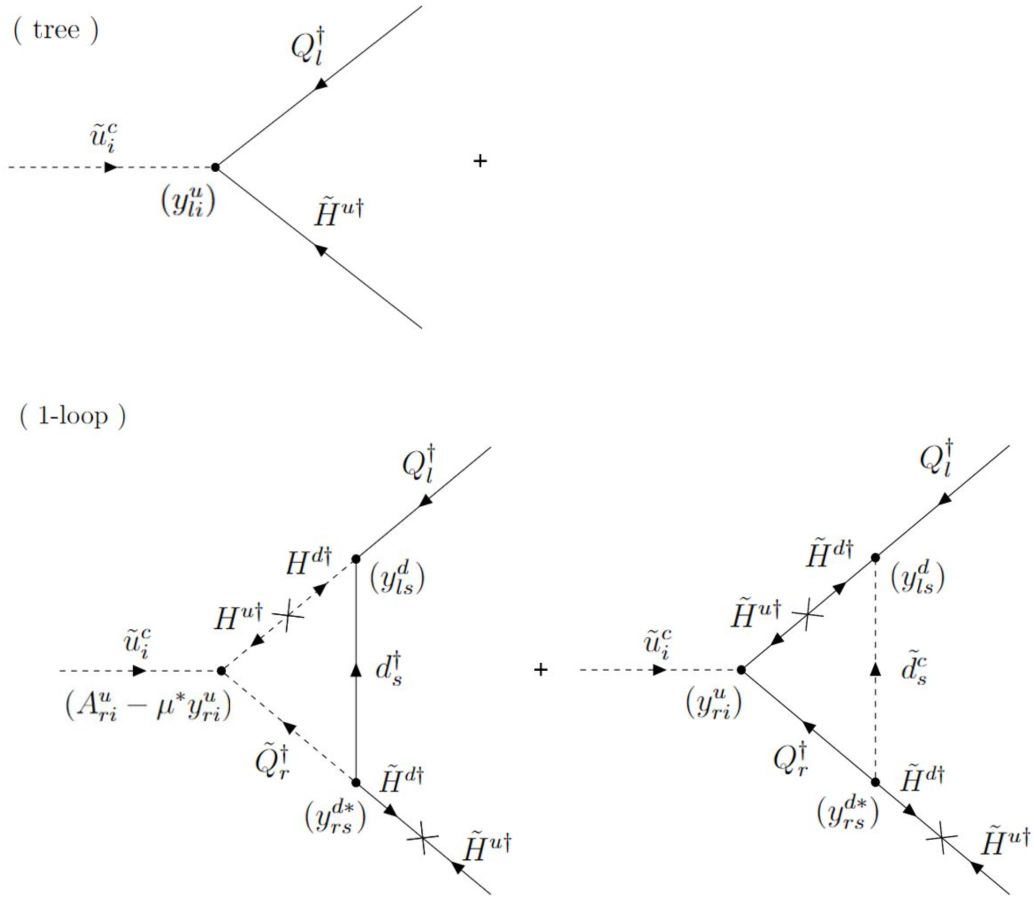

図 3.1: $\tilde{u}_i^c \to Q_l^\dagger + \tilde{H}^{u\dagger}$ の崩壊を示す 1-loop までのファインマンダイヤグラムである．点線はボゾン，実線はフェルミオンを示す．Q，$\tilde{H}^u$ は doublet であるので，それぞれ上下の成分 $(Q^u, Q^d)^T$，$(\tilde{H}^+, \tilde{H}^0)^T$ をもち，２つの崩壊モードが存在する．
ダイヤグラム中の ( ) は結合係数であり，A は A-term 由来 (式 (3.5))，y は湯川カプリングである．そのうち，up 系（down 系）については肩に $u(d)$ を付している．§4.1 参照．
右下の添字は世代を示し，外線で $i, l,$ 内線で $r, s,$ を用いている．

崩壊幅 Γ の差は次式のように算出される [53]- [57]．ここには結果のみを示す．詳細は §4.3.1 から §4.3.5 にまとめた．

$$\Gamma(\tilde{u}_i^c \to Q_l^{u\dagger} + \tilde{H}^{0\dagger}) - \Gamma(\tilde{u}_i^{c\dagger} \to Q_l^u + \tilde{H}^0) \tag{3.27}$$

$$= \frac{1}{16\pi m_{\tilde{u}_i}} \left(1 - \frac{|\mu|^2}{m_{\tilde{u}_i}^2}\right) |\mu| \left[\sum_{r=1}^{3} 2i \left\{ y_{li}^{u*}\ (Y^d Y^{d\dagger})_{lr} (A_{ri}^u - \mu^* y_{ri}^u) - y_{li}^u\ (Y^d Y^{d\dagger})_{lr}^* (A_{ri}^{u*} - \mu\, y_{ri}^{u*}) \right\} \right. \tag{3.28}$$

$$\times \left\{ \int \frac{\mathrm{d}^4\ell}{(2\pi)^4} (2q\cdot\ell - 2q^2)(-i\pi)^2 \delta\left(\ell^2 - m_H^2\right) \delta\left((\ell-q)^2\right) P \frac{1}{(\ell-p)^2 - m_{\tilde{Q}_r}^2} \right. \tag{3.29}$$

$$+ \int \frac{\mathrm{d}^4\ell}{(2\pi)^4} (2q\cdot\ell - 2q^2)(-i\pi)^2 P \frac{1}{\ell^2 - m_H^2} \delta\left((\ell-q)^2\right) \delta\left((\ell-p)^2 - m_{\tilde{Q}_r}^2\right) \tag{3.30}$$

$$\left. + \int \frac{\mathrm{d}^4\ell}{(2\pi)^4} (2q\cdot\ell - 2q^2)(-i\pi)^2 \delta\left(\ell^2 - m_H^2\right) P \frac{1}{(\ell-q)^2} \delta\left((\ell-p)^2 - m_{\tilde{Q}_r}^2\right) \right\} \tag{3.31}$$

$$+ \sum_{s=1}^{3} 2i \left\{ y_{li}^{u*}\ y_{ls}^d\ (Y^{d\dagger} Y^u)_{si}\ \mu - y_{li}^u\ y_{ls}^{d*}\ (Y^{d\dagger} Y^u)_{si}^*\ \mu^* \right\}$$

$$\times \left\{ \int \frac{\mathrm{d}^4\ell}{(2\pi)^4} (-2q\cdot\ell + 2q\cdot p)(-i\pi)^2 \delta\left(\ell^2 - |\mu|^2\right) \delta\left((\ell-q)^2 - m_{\tilde{d}_s}^2\right) P \frac{1}{(\ell-p)^2} \right. \tag{3.32}$$

$$+ \int \frac{\mathrm{d}^4\ell}{(2\pi)^4} (-2q\cdot\ell + 2q\cdot p)(-i\pi)^2 P \frac{1}{\ell^2 - |\mu|^2} \delta\left((\ell-q)^2 - m_{\tilde{d}_s}^2\right) \delta\left((\ell-p)^2\right) \tag{3.33}$$

$$\left. \left. + \int \frac{\mathrm{d}^4\ell}{(2\pi)^4} (-2q\cdot\ell + 2q\cdot p)(-i\pi)^2 \delta\left(\ell^2 - |\mu|^2\right) P \frac{1}{(\ell-q)^2 - m_{\tilde{d}_s}^2} \delta\left((\ell-p)^2\right) \right\} \right] \tag{3.34}$$

P は主値，m_H はヒッグス粒子の質量である．$p, q, p-q$ はそれぞれ外線の squark $\tilde{u}^c$，quark Q，ヒグシーノ $\tilde{H}$ の 4 元運動量, l はループ中の 4 元運動量である（図 4.2 参照）．なお，ループ中の quark 質量は squark 等と比べて相対的に軽いため無視する．

各積分の計算をおこなうとそれぞれ次のようになる．ここには結果のみを示す．

詳細は §4.3.6 から §4.3.9 にまとめた．

$$(3.29) = -\frac{m_H^2}{32\pi(m_{\tilde{u}_i}^2 - |\mu|^2)} \log \left| \frac{\left\{(m_{\tilde{Q}_r}^2 - |\mu|^2)(m_{\tilde{u}_i}^2 - |\mu|^2) + |\mu|^2 m_H^2\right\} M_{u_l}^2}{m_H^2 (m_{\tilde{u}_i}^2 - |\mu|^2)^2} \right| \tag{3.35}$$

$$(3.30) = -\frac{1}{32\pi(m_{\tilde{u}_i}^2 - |\mu|^2)|\mu|^2} \left\{ \left| m_{\tilde{Q}_r}^2 - |\mu|^2 \right| (m_{\tilde{u}_i}^2 - |\mu|^2) \right.$$
$$\left. -\mathrm{Sgn}\left(m_{\tilde{Q}_r}^2 - |\mu|^2\right) \ |\mu|^2 m_H^2 \log \left| 1 + \frac{(m_{\tilde{Q}_r}^2 - |\mu|^2)(m_{\tilde{u}_i}^2 - |\mu|^2)}{|\mu|^2 m_H^2} \right| \right\} \tag{3.36}$$

$$(3.31) = \frac{1}{32\pi(m_{\tilde{u}_i}^2 - |\mu|^2) m_{\tilde{u}_i}^2} \left\{ F(m_H, m_{\tilde{Q}_r}, m_{\tilde{u}_i})(m_{\tilde{u}_i}^2 - |\mu|^2) \right.$$
$$\left. -m_{\tilde{u}_i}^2 m_H^2 \log \left| \frac{(m_{\tilde{u}_i}^2 - m_{\tilde{Q}_r}^2 + m_H^2) - F(m_H, m_{\tilde{Q}_r}, m_{\tilde{u}_i}) - \frac{2m_{\tilde{u}_i}^2 m_H^2}{m_{\tilde{u}_i}^2 - |\mu|^2}}{(m_{\tilde{u}_i}^2 - m_{\tilde{Q}_r}^2 + m_H^2) + F(m_H, m_{\tilde{Q}_r}, m_{\tilde{u}_i}) - \frac{2m_{\tilde{u}_i}^2 m_H^2}{m_{\tilde{u}_i}^2 - |\mu|^2}} \right| \right\} \tag{3.37}$$

$$(3.32) = \frac{m_{\tilde{u}_i}^2 + m_{\tilde{d}_s}^2 - 2|\mu|^2}{32\pi(m_{\tilde{u}_i}^2 - |\mu|^2)} \mathrm{Sgn}\left(m_{\tilde{d}_s}^2 - |\mu|^2\right) \log \left| \frac{(m_{\tilde{u}_i}^2 + m_{\tilde{d}_s}^2 - 2|\mu|^2)(m_{\tilde{u}_i}^2 m_{\tilde{d}_s}^2 - |\mu|^4) M_{u_l}^2}{(m_{\tilde{u}_i}^2 - |\mu|^2)^2 (m_{\tilde{d}_s}^2 - |\mu|^2)^2} \right| \tag{3.38}$$

$$(3.33) = \frac{1}{32\pi(m_{\tilde{u}_i}^2 - |\mu|^2)|\mu|^2} \left\{ \left| m_{\tilde{d}_s}^2 - |\mu|^2 \right| (m_{\tilde{u}_i}^2 - |\mu|^2) \right.$$
$$\left. -\mathrm{Sgn}\left(m_{\tilde{d}_s}^2 - |\mu|^2\right) \ |\mu|^2 (m_{\tilde{u}_i}^2 + m_{\tilde{d}_s}^2 - 2|\mu|^2) \log \left| 1 + \frac{(m_{\tilde{d}_s}^2 - |\mu|^2)(m_{\tilde{u}_i}^2 - |\mu|^2)}{|\mu|^2 (m_{\tilde{u}_i}^2 + m_{\tilde{d}_s}^2 - 2|\mu|^2)} \right| \right\} \tag{3.39}$$

$$(3.34) = -\frac{1}{32\pi(m_{\tilde{u}_i}^2 - |\mu|^2) m_{\tilde{u}_i}^2} \left\{ (m_{\tilde{u}_i}^2 - |\mu|^2)^2 + m_{\tilde{u}_i}^2 (2|\mu|^2 - m_{\tilde{u}_i}^2 - m_{\tilde{d}_s}^2) \log \left| 1 - \frac{(m_{\tilde{u}_i}^2 - |\mu|^2)^2}{|\mu|^4 - m_{\tilde{u}_i}^2 m_{\tilde{d}_s}^2} \right| \right\} \tag{3.40}$$

ここで，$F(a,b,c) = \sqrt{|a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2b^2 - 2b^2c^2 - 2c^2a^2|}$ で定義され，Sgn は，シグナムである．式 (3.35) と (3.38) のみにあらわれる M_{u_l} は，崩壊先の quark doublet Q のここでは上成分の質量である．なお，他の式では，対数の中における寄与が大きくないので無視できる（式中に現れない）．

3.5.2 $\tilde{u}_i^c \to Q_l^{d\dagger} + \tilde{H}^-$

$\tilde{u}$ の下成分への崩壊モードを考える．反粒子の場合の崩壊幅との差，すなわち $\Gamma(\tilde{u}_i^c \to Q_l^{d\dagger} + \tilde{H}^-) - \Gamma(\tilde{u}_i^{c\dagger} \to Q_l^d + \tilde{H}^+)$ については，ダイヤグラムは当然ながら上成分への崩壊モード図 3.1と同じであり，coupling part，spinor part も同じとなり（§4.3.2 および §4.3.3 参照），結局，表式としても式 (3.29)〜 式 (3.34) は同じであって，これの積分式を計算した結果の式 (3.35)〜式 (3.40) について，外線の質量 m_b (図 4.1 参照) のみが異なることとなる．結局，式 (3.35) と式 (3.38) にて，$M_{u_l} \to M_{d_l}$ とすればよいことがわかる．

3.5.3 $\tilde{d}_i^c \to Q_l^{d\dagger} + \tilde{H}^{0\dagger}$

続いて，$\tilde{d}^c$ の崩壊を考える．doublet の下成分への崩壊モードについて，反粒子の場合の崩壊幅との差，すなわち $\Gamma(\tilde{d}_i^c \to Q_l^{d\dagger} + \tilde{H}^{0\dagger}) - \Gamma(\tilde{d}_i^{c\dagger} \to Q_l^d + \tilde{H}^0)$ は，$\tilde{u}^c$ の場合と同様にして，次のとおりとなる．なお図 3.2に崩壊（$\tilde{d}_i^c \to Q_l^\dagger + \tilde{H}^{d\dagger}$）のダイヤグラムを示した．ここで，はじめの 1-loop ダイヤグラム（ループ I）についての A-term が関わるカプリングの符号が逆になる点に留意する（§4.1 参照）．

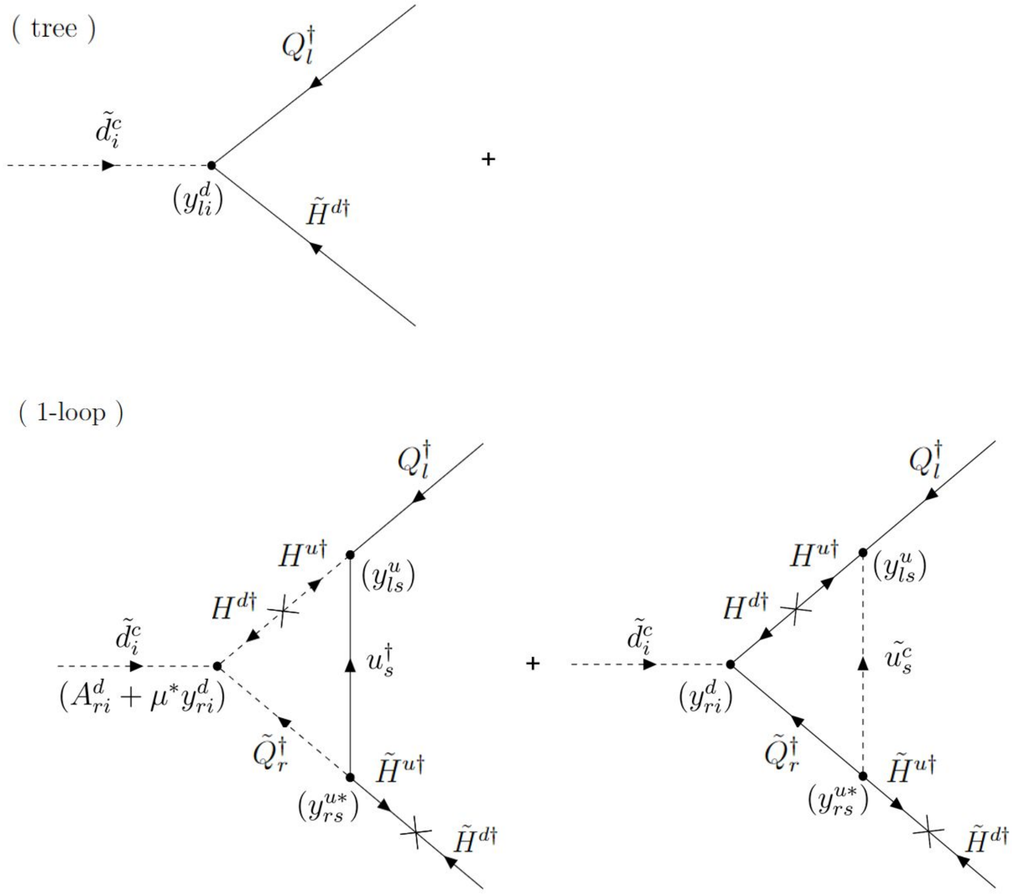

図 3.2: $\tilde{d}_i^c \to Q_l^\dagger + \tilde{H}^{d\dagger}$ の崩壊を示す 1-loop までのファインマンダイヤグラムである．点線はボゾン，実線はフェルミオンを示す．Q，$\tilde{H}^d$ は doublet であるので，それぞれ上下の成分 $(Q^u, Q^d)^T$，$(\tilde{H}^0, \tilde{H}^-)^T$ をもち，２つの崩壊モードが存在する．
ダイヤグラム中の ( ) は結合係数であり，A は A-term 由来 (式 (3.5))，y は湯川カプリングである．そのうち，down 系（up 系）については肩に $d(u)$ を付している．§4.1 参照
右下の添字は世代を示し，外線で $i, l,$ 内線で $r, s,$ を用いている．

$$\Gamma(\tilde{d}_i^c \to Q_l^{d\dagger} + \tilde{H}^{0\dagger}) - \Gamma(\tilde{d}_i^{c\dagger} \to Q_l^d + \tilde{H}^0) \tag{3.41}$$

$$= \frac{1}{16\pi m_{\tilde{d}_i}} \left(1 - \frac{|\mu|^2}{m_{\tilde{d}_i}^2}\right) |\mu| \left[\sum_{r=1}^{3} 2i \left\{ y_{li}^{d*}\ (Y^u Y^{u\dagger})_{lr} (A_{ri}^d + \mu^* y_{ri}^d) - y_{li}^d\ (Y^u Y^{u\dagger})_{lr}^* (A_{ri}^{d*} + \mu\, y_{ri}^{d*}) \right\}\right. \tag{3.42}$$

$$\times \left\{ \int \frac{\mathrm{d}^4\ell}{(2\pi)^4} (2q\cdot\ell - 2q^2)(-i\pi)^2 \delta\left(\ell^2 - m_H^2\right) \delta\left((\ell-q)^2\right) P \frac{1}{(\ell-p)^2 - m_{\tilde{Q}_r}^2} \right. \tag{3.43}$$

$$+ \int \frac{\mathrm{d}^4\ell}{(2\pi)^4} (2q\cdot\ell - 2q^2)(-i\pi)^2 P \frac{1}{\ell^2 - m_H^2} \delta\left((\ell-q)^2\right) \delta\left((\ell-p)^2 - m_{\tilde{Q}_r}^2\right) \tag{3.44}$$

$$\left. + \int \frac{\mathrm{d}^4\ell}{(2\pi)^4} (2q\cdot\ell - 2q^2)(-i\pi)^2 \delta\left(\ell^2 - m_H^2\right) P \frac{1}{(\ell-q)^2} \delta\left((\ell-p)^2 - m_{\tilde{Q}_r}^2\right) \right\} \tag{3.45}$$

$$+ \sum_{s=1}^{3} 2i \left\{ y_{li}^{d*}\ y_{ls}^u\ (Y^{u\dagger} Y^d)_{si}\ \mu - y_{li}^d\ y_{ls}^{u*}\ (Y^{u\dagger} Y^d)_{si}^*\ \mu^* \right\}$$

$$\times \left\{ \int \frac{\mathrm{d}^4\ell}{(2\pi)^4} (-2q\cdot\ell + 2q\cdot p)(-i\pi)^2 \delta\left(\ell^2 - |\mu|^2\right) \delta\left((\ell-q)^2 - m_{\tilde{d}_s}^2\right) P \frac{1}{(\ell-p)^2} \right. \tag{3.46}$$

$$+ \int \frac{\mathrm{d}^4\ell}{(2\pi)^4} (-2q\cdot\ell + 2q\cdot p)(-i\pi)^2 P \frac{1}{\ell^2 - |\mu|^2} \delta\left((\ell-q)^2 - m_{\tilde{d}_s}^2\right) \delta\left((\ell-p)^2\right) \tag{3.47}$$

$$\left.\left. + \int \frac{\mathrm{d}^4\ell}{(2\pi)^4} (-2q\cdot\ell + 2q\cdot p)(-i\pi)^2 \delta\left(\ell^2 - |\mu|^2\right) P \frac{1}{(\ell-q)^2 - m_{\tilde{d}_s}^2} \delta\left((\ell-p)^2\right) \right\}\right] \tag{3.48}$$

6 つの積分 (3.43)〜 (3.48) について，quark 質量が相対的に軽いものとして計算

すると，それぞれ次が得られる．

$$(3.43) = -\frac{m_H^2}{32\pi(m_{\tilde{d}_i}^2 - |\mu|^2)} \log \left| \frac{\left\{(m_{\tilde{Q}_r}^2 - |\mu|^2)(m_{\tilde{d}_i}^2 - |\mu|^2) + |\mu|^2 m_H^2\right\} M_{d_l}^2}{m_H^2 (m_{\tilde{d}_i}^2 - |\mu|^2)^2} \right| \tag{3.49}$$

$$\begin{aligned}(3.44) = -\frac{1}{32\pi(m_{\tilde{d}_i}^2 - |\mu|^2)|\mu|^2} &\left\{ \left| m_{\tilde{Q}_r}^2 - |\mu|^2 \right| (m_{\tilde{d}_i}^2 - |\mu|^2) \right. \\ &\left. -\mathrm{Sgn}\left(m_{\tilde{Q}_r}^2 - |\mu|^2\right) \ |\mu|^2 m_H^2 \log \left| 1 + \frac{(m_{\tilde{Q}_r}^2 - |\mu|^2)(m_{\tilde{d}_i}^2 - |\mu|^2)}{|\mu|^2 m_H^2} \right| \right\}\end{aligned} \tag{3.50}$$

$$\begin{aligned}(3.45) = \frac{1}{32\pi(m_{\tilde{d}_i}^2 - |\mu|^2) m_{\tilde{d}_i}^2} &\left\{ F(m_H, m_{\tilde{Q}_r}, m_{\tilde{d}_i})(m_{\tilde{d}_i}^2 - |\mu|^2) \right. \\ &\left. - m_{\tilde{d}_i}^2 m_H^2 \log \left| \frac{(m_{\tilde{d}_i}^2 - m_{\tilde{Q}_r}^2 + m_H^2) - F(m_H, m_{\tilde{Q}_r}, m_{\tilde{d}_i}) - \frac{2 m_{\tilde{d}_i}^2 m_H^2}{m_{\tilde{d}_i}^2 - |\mu|^2}}{(m_{\tilde{d}_i}^2 - m_{\tilde{Q}_r}^2 + m_H^2) + F(m_H, m_{\tilde{Q}_r}, m_{\tilde{d}_i}) - \frac{2 m_{\tilde{d}_i}^2 m_H^2}{m_{\tilde{d}_i}^2 - |\mu|^2}} \right| \right\}\end{aligned} \tag{3.51}$$

$$(3.46) = \frac{m_{\tilde{d}_i}^2 + m_{\tilde{u}_s}^2 - 2|\mu|^2}{32\pi(m_{\tilde{d}_i}^2 - |\mu|^2)} \mathrm{Sgn}\left(m_{\tilde{u}_s}^2 - |\mu|^2\right) \log \left| \frac{(m_{\tilde{d}_i}^2 + m_{\tilde{u}_s}^2 - 2|\mu|^2)(m_{\tilde{d}_i}^2 m_{\tilde{u}_s}^2 - |\mu|^4) M_{d_l}^2}{(m_{\tilde{d}_i}^2 - |\mu|^2)^2 (m_{\tilde{u}_s}^2 - |\mu|^2)^2} \right| \tag{3.52}$$

$$\begin{aligned}(3.47) = \frac{1}{32\pi(m_{\tilde{d}_i}^2 - |\mu|^2)|\mu|^2} &\left\{ \left| m_{\tilde{u}_s}^2 - |\mu|^2 \right| (m_{\tilde{d}_i}^2 - |\mu|^2) \right. \\ &\left. -\mathrm{Sgn}\left(m_{\tilde{u}_s}^2 - |\mu|^2\right) \ |\mu|^2 (m_{\tilde{d}_i}^2 + m_{\tilde{u}_s}^2 - 2|\mu|^2) \log \left| 1 + \frac{(m_{\tilde{u}_s}^2 - |\mu|^2)(m_{\tilde{d}_i}^2 - |\mu|^2)}{|\mu|^2 (m_{\tilde{d}_i}^2 + m_{\tilde{u}_s}^2 - 2|\mu|^2)} \right| \right\}\end{aligned} \tag{3.53}$$

$$(3.48) = -\frac{1}{32\pi(m_{\tilde{d}_i}^2 - |\mu|^2) m_{\tilde{d}_i}^2} \left\{ (m_{\tilde{d}_i}^2 - |\mu|^2)^2 + m_{\tilde{d}_i}^2 (2|\mu|^2 - m_{\tilde{d}_i}^2 - m_{\tilde{u}_s}^2) \log \left| 1 - \frac{(m_{\tilde{d}_i}^2 - |\mu|^2)^2}{|\mu|^4 - m_{\tilde{d}_i}^2 m_{\tilde{u}_s}^2} \right| \right\} \tag{3.54}$$

なお，上成分への崩壊モード，すなわち $\Gamma(\tilde{d}_i^c \to Q_l^{u\dagger} + \tilde{H}^+) - \Gamma(\tilde{d}_i^{c\dagger} \to Q_l^u + \tilde{H}^-)$ については，式 (3.49) と式 (3.52) にて，$M_{d_l} \to M_{u_l}$ とすればよい．

3.5.4 非対称性パラメータ ϵ_ϕ の評価

udd インフラトン ϕ の崩壊による CP violation の程度を示すパラメータ（非対称性パラメータ）ϵ_ϕ は，式 (3.27) と，これに対になる崩壊モード（式 (3.23) 参照）に由来

する崩壊幅の差を含め，次となる [7]．

$$\epsilon_\phi \equiv \frac{1}{\Gamma_\phi}\sum_{l=1}^{3}\frac{1}{6}\Big\{\Gamma(\tilde{u}_i^c \to Q_l^{u\dagger}\tilde{H}^{0\dagger}) + \Gamma(\tilde{d}_j^c \to Q_l^{d\dagger}\tilde{H}^{0\dagger}) + \Gamma(\tilde{d}_k^c \to Q_l^{d\dagger}\tilde{H}^{0\dagger})$$
$$+\Gamma(\tilde{u}_i^c \to Q_l^{d\dagger}\tilde{H}^-) + \Gamma(\tilde{d}_j^c \to Q_l^{u\dagger}\tilde{H}^+) + \Gamma(\tilde{d}_k^c \to Q_l^{u\dagger}\tilde{H}^+)$$
$$-\Gamma(\tilde{u}_i^{c\dagger} \to Q_l^{u}\tilde{H}^0) - \Gamma(\tilde{d}_j^{c\dagger} \to Q_l^{d}\tilde{H}^0) - \Gamma(\tilde{d}_k^{c\dagger} \to Q_l^{d}\tilde{H}^0)$$
$$-\Gamma(\tilde{u}_i^{c\dagger} \to Q_l^{d}\tilde{H}^+) - \Gamma(\tilde{d}_j^{c\dagger} \to Q_l^{u}\tilde{H}^-) - \Gamma(\tilde{d}_k^{c\dagger} \to Q_l^{u}\tilde{H}^-)\Big\} \tag{3.55}$$

udd インフラトンの崩壊は，式 (3.20) に示した様に，その全崩壊率が宇宙の拡大率より十分大きい ($\Gamma_\phi \gg H(\phi_{\rm end})$) ため一度期に生じ，熱平衡になくバリオン数を生成する（non-thermal baryogenesis).

ここで，後に数値的にも検証する，バリオン数密度 n_B をエントロピー密度 s で割った値 n_B/s を，バリオンエントロピー比と称することとする．なお，エントロピー密度 s で割るのは，n_B は宇宙の膨張によって減少するものの，宇宙全体のエントロピーは保存していると考えられるため，ともに減少する s でわったバリオンエントロピー比は不変量として扱えるからである．

インフラトン Φ が崩壊した際のバリオンエントロピー比は，次のように表される．

$$\left.\frac{n_B}{s}\right|_{\rm reheating} = -\frac{1}{3}\epsilon_\phi \left.\frac{n_\Phi}{s}\right|_{{\rm at}\,\phi\,{\rm decay}} \tag{3.56}$$

n_Φ は，udd インフラトンの数密度である．-1/3 は崩壊先の quark $Q^\dagger$ のバリオン数である．
右辺の n_Φ/s は，再加熱温度 T_R とインフラトン質量 m_Φ により次式で表される．

$$\left.\frac{n_\Phi}{s}\right|_{{\rm at}\,\phi\,{\rm decay}} = \frac{3}{4}\frac{g_{\rm eff}}{g_{\rm eff,S}}\frac{T_R}{m_\Phi} \tag{3.57}$$

ここで $g_{\rm eff,S}$ は $T = T_R$ におけるエントロピーの有効自由度である [8]．

[7] 分母は，式 (3.18) または (3.19) であり，グルイーノ $\tilde{g}$ を伴う崩壊モードの総和である点に留意が必要である．

[8] $T = T_R$ におけるエネルギー密度 ρ は，次のように表すことができる．

$$\rho = \frac{\pi^2}{30}g_{\rm eff}T_R^4 = m_\Phi n_\Phi$$

再加熱の高温期から現在の宇宙の温度 T_0=2.73K に至るまでにスファレロン過程を経るため [58–60]，現在のバリオンエントロピー比は，以下で与えられる．

$$\left.\frac{n_B}{s}\right|_{\text{present}} = \frac{8}{23}\left.\frac{n_B}{s}\right|_{\text{reheating}} \tag{3.58}$$

観測値は PDG の 2022 年の公表データ [48],

number density of baryons: $n_b = 2.515(17) \times 10^{-7}\mathrm{cm}^{-3}$ (from CMB),

entropy density/Boltzmann constant: $s/k = 2891.2$ $(\mathrm{T}\ /2.7255\ \mathrm{K})^3\mathrm{cm}^{-3}$ より

$$\left.\frac{n_B}{s}\right|_{\text{present}} = 8.699 \times 10^{-11} \tag{3.59}$$

となる．

3.6 バリオンエントロピー比 n_B/s の具体的評価（数値解析）

最後に，観測量である，スカラーパワースペクトル $P_\zeta(k_*)$，スペクトル指数 n_s，テンソルスカラー比 r およびバリオンエントロピー比 n_B/s を再現するベンチマークパラメータセットの一例を示す．

ベンチマークは以下の通りである．

udd インフラトンは，singlet up, down, strange のパートナーである squark から構成されていると仮定する．すなわち $i=1$, $j=1$, $k=2$ とする．

また，関連するパラメータが多く，ここでは提唱したモデルがうまくバリオンエント

後段の＝については，このエネルギー密度 ρ が，熱平衡にない静止した squark の集まりになり，これらの squark が SM 粒子に崩壊し温度 T_R に至るため，非相対論的に扱える点を考慮した．
一方，エントロピー密度 s については，エントロピーに対する有効自由度を $g_{\text{eff,S}}$ として以下が成り立つ．

$$s = \frac{4}{3}\frac{\pi^2}{30} g_{\text{eff,S}} T_R^3$$

これら 2 つから式 (3.57) が得られる．ただし，g_{eff} と $g_{\text{eff,S}}$ が異なるのは，軽いニュートリノが熱浴から decouple した後にエネルギー密度を比較する場合のみであり，ここではともに MSSM 全粒子の寄与に基づく自由度すなわち 915/4 である．

ロピー比 n_B/s を再現できるかを重要視することとし，A^u, $A^d = 0$ や，squark の質量を同じとするなど，以下の設定とした．なお，LHC の実験結果に基づき，squark 質量は 2000GeV 以上で，同レベルの値（大きく乖離した値ではない）とした．

$$
\begin{aligned}
&\lambda = 3.87 \\
&m_{\tilde{u}_1} = m_{\tilde{u}_2} = m_{\tilde{u}_3} = m_{\tilde{d}_1} = m_{\tilde{d}_2} = m_{\tilde{d}_3} = 3000 \text{ GeV} \\
&m_{\tilde{Q}_1} = m_{\tilde{Q}_2} = m_{\tilde{Q}_3} = 4000 \text{ GeV} \\
&M_{\tilde{g}} = 2000 \text{ GeV} \\
&\mu = e^{-i\,0.0000850} \cdot 2000 \text{ GeV} \\
&A^u = A^d = 0 \\
&m_{H^\pm} = m_{H^0} = m_A = 4000 \text{ GeV} \\
&\tan\beta = 3 \\
&\frac{\phi_* - \phi_0}{\phi_0} = -1.07 \times 10^{-11}
\end{aligned}
\tag{3.60}
$$

$m_{H^\pm}, m_{H^0}, m_A$ はそれぞれ charged, heavy CP-even, CP-odd のヒッグスボゾンである．また，湯川カプリング y^u, y^d および QCD ゲージカプリング g_s は，文献 [62] に基づいて繰り込み群方程式 RGE で走らせ，繰込スケール μ_E =2000 GeV における値を用いた．それぞれ §4.4 に示している．

質量が縮退しているとある程度数値計算が簡単になる．湯川カプリングの割り付けもあわせて，式 (3.27) 等の計算を §4.5 に示した．

このパラメータセットは，式 (3.20) も満たし，再加熱の際，インフラトンが一気に SM 粒子に崩壊する描像も保証する．pivot scale k_* が horizon を出てからの e-folding number $N(\phi_*)$ も (2.32) を用いて計算される．

以上のベンチマークに対して，宇宙論的観測量に対する計算数値はそれぞれ次と

なる．

$$
\begin{aligned}
&P_\zeta(k_*) = 2.1 \times 10^{-9} \\
&n_s = 0.9649 \\
&r = 9.3 \times 10^{-31} \\
&\left.\frac{n_B}{s}\right|_{\text{present}} = 8.7 \times 10^{-11}
\end{aligned} \tag{3.61}
$$

これらはすべて現在の観測データに合致する [40, 42]．

この結果は，$n = 6$ となる udd flat direction をインフラトンとした q-IPI モデルによる non-thermal baryogenesis のシナリオが，現段階において観測と無矛盾であることを示している（無矛盾である，そのようなパラメータ領域が存在することを示している）[9]．

3.7 小括

$n = 6$ の flat direction のうち，$B - L \neq 0$ である udd インフラトンを考察した．

主たる崩壊モードはグルイーノ $\tilde{g}$ を伴う崩壊である．一方，粒子と反粒子との間で崩壊幅に差が生じるヒグシーノ $\tilde{H}$ を伴う崩壊モードも考慮した．これらからバリオン数生成に必要な非対称性パラメータ ϵ_ϕ を求め，現在のバリオンエントロピー比 n_B/s に結びつけた．

そしてこの udd インフラトンが招来する non thermal な Baryogenesis によって，現在の宇宙のバリオン数は説明可能であることを確認した．すなわち，本論のインフレーションモデル「MSSM flat direction をインフラトンとした quasi-inflection point inflation モデル」は現在の宇宙観測結果に整合的であることを確認した．

[9] 本文に示したベンチマークにて，再加熱温度は $T_R = 2.58 \times 10^8$ GeV となる．

Chapter 4

数式章

前章における，各種式の導出をここにまとめる．本論文では udd flat direction のみを取り上げるが，表 (2.1) に基づき別の方向を計算する際にも適用できる．

4.1　スカラー３点カプリング

図 3.1にて，$\tilde{u}^c$ の崩壊に関する，ループ中のスカラー３点カプリングが $(A^u_{ri} - \mu^* y^u_{ri})$ と与えられる点を説明する．

まず，式 (3.5) に基づき V_{soft} から導出されるスカラー３点カプリングの $\tilde{u}^c$ に関する係数は A^u である（このセクションでは，足を適宜省略する）．

一方，式 (3.4) は，超場にて記述されており，今着目する $\tilde{u}^c$ が含まれる部分が残るポテンシャルは，

$$W_{\mathrm{MSSM}} \supset y^u (QH_u) U^c + \mu H_u H_d = y^u (Q^u H^0_u - Q^d H^+) U^c + \mu (H^+ H^- - H^0_u H^0_d) \quad (4.1)$$

である．ここでは，Q^u,Q^d，H^+,H^0_u，H^0_d,H^- はそれぞれ超場 Q, H_u, H_d の上成分下成分である．説明の便宜上，スーパーポテンシャル W_{MSSM} に基づくポテンシャル V_F について，スカラー場 $\tilde{u}^c$ とスカラー場 $\tilde{q}^u$ が残る部分のみを考える．そのポテンシャルは下式となる．

$$\begin{aligned} V_F^{H^0_u} \equiv \left| \frac{\partial W_{\mathrm{MSSM}}}{\partial H^0_u} \right|^2 = \left| y^u Q^u U^c - \mu H^0_d \right|^2 \supset y^u Q^u U^c \cdot (-\mu^* H^{0*}_d) + \text{h.c.} \\ \supset (-\mu^* y^u) \tilde{u}^c H_0 \tilde{q}^u + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (4.2)$$

最後の式は，その上の超場表現 $y^u Q^u U^c \cdot (-\mu^* H_d^{0*})$ から，スカラー場 $\tilde{u}^c$ とスカラー場 $\tilde{q}^u$ を含み質量次元が 4 である組み合わせを抜き出したものである．H_0 はここでは，スカラー場であるヒッグス場を示す．
したがって，式 (4.2) から W_{MSSM} に基づくスカラー 3 点カプリングの $\tilde{u}^c$ に関する係数は $-\mu^* y^u$ となる．よって，両者の寄与を足し合わせて，係数は $(A_{ri}^u - \mu^* y_{ri}^u)$ と与えられる．

なお，$\tilde{d}^c$ の崩壊に関する，ループ中のスカラー 3 点カプリングが（$A_{ri}^d + \mu^* y_{ri}^d$）と与えられる点については，議論はほぼ同様であるが，式 (4.1) にかえ，

$$W_{\mathrm{MSSM}} \supset y^d (QH_d) D^c + \mu H_u H_d = y^d (Q^u H^- - Q^d H_d^0) D^c + \mu (H^+ H^- - H_u^0 H_d^0) \quad (4.3)$$

であるので，$V_F^{H_d^0}$ の計算でマイナスでなく係数が（$+\mu^* y^d$) となる．V_{soft} と合わせて，係数は（$A_{ri}^d + \mu^* y_{ri}^d$）となる．

4.2 Γ_ϕ(分母) の導出

式 (3.55) の非対称性パラメータ ϵ_ϕ を求める際，分母 Γ_ϕ については，次に説明する分子と異なり，各崩壊モードの和であるので，tree レベルの寄与のみを考えればよい．

その前にまず二体崩壊を一般的に論じる．４元運動量 p の質量 a の粒子が崩壊して，４元運動量 q の質量 b，４元運動量 $p-q$ の質量 c の 2 粒子に崩壊する場合，その際のカプリングを g とすると，崩壊幅 Γ は，振幅を $\mathcal{M}$ として次のように表すことができる (図 4.1参照)．

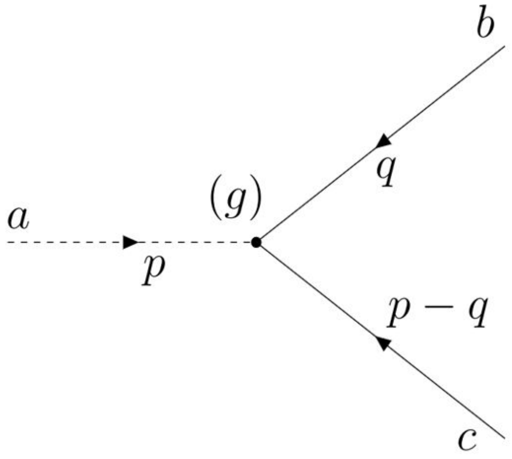

図 4.1: 質量 a, 4 元運動量 p の 1 粒子が，質量 b, 4 元運動量 q と質量 c, 4 元運動量 $p-q$ の 2 粒子へ崩壊するファインマンダイヤグラムである．図では本文の udd にあわせて，点線（ボゾン）と実線（フェルミオン）とを描画しているが，崩壊幅 Γ と崩壊振幅 $\mathcal{M}$ との関係式の算出においては特段に区別する必要はない．

$$\Gamma(a \to b+c) = \frac{|\boldsymbol{q}|}{8\pi a^2} \left|\mathcal{M}(a \to b+c)\right|^2 \tag{4.4}$$

p を rest frame とすると $p = (p_0, \boldsymbol{p}) = (a, \boldsymbol{0})$, $q = (q_0, \boldsymbol{q})$, $p - q = (p_0 - q_0, \boldsymbol{0 - q})$ である．

$p^2 = a^2$ と $q^2 = b^2$ を用い，$(p-q)^2 = c^2 \to a^2 - 2(p_0 q_0 - \boldsymbol{0} \cdot \boldsymbol{q}) + b^2 = c^2$ から $q_0 = (a^2 + b^2 - c^2)/2a$ が求まる．これより，

$$|\boldsymbol{q}| = \frac{F(a,b,c)}{2a}$$

が求まる．ただし，$F(a,b,c) \equiv \sqrt{a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2b^2 - 2b^2c^2 - 2c^2a^2}$ である．以上から二体崩壊についての一般論としての崩壊幅の式 (4.4) は次となる．

$$\Gamma(a \to b+c) = \frac{F(a,b,c)}{16\pi a^3} \left|\mathcal{M}(a \to b+c)\right|^2 \tag{4.5}$$

続いて頭書に示した tree レベルの寄与を考える．すなわち $\mathcal{M}(a \to b+c) \fallingdotseq \mathcal{M}_{\text{tree}}(a \to b+c)$ を考える．以降，$\mathcal{M}_{\text{tree}} = 2gg^*(p-q)q = gg^*(a^2 - b^2 - c^2)$ となることを見ていく．

図 4.1のダイヤグラムから，次が成り立つ [1]．

$$i\mathcal{M}_{\rm tree} = v_{p-q}^{T}\,(-ig)\,\boldsymbol{\varepsilon}\,L\,v_q \tag{4.6}$$

ここで，

$$\boldsymbol{\varepsilon} \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},\quad L \equiv \frac{I_4-\gamma^5}{2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},\quad R \equiv \frac{I_4+\gamma^5}{2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{4.7}$$

である．$\boldsymbol{\varepsilon}$ は，left handed と right handed の存在する 4 成分波動関数の出入をつなげる反対称テンソルであり，L, R は，left handed と right handed への射影演算子である．また，v は波動関数であり，下付き文字はここではその波動関数が表す粒子の 4

[1] $\boldsymbol{\varepsilon}$ は slow-roll parameter $\varepsilon(\phi)$ と異なる．太字にて表記する．

元運動量を示すものとする．よって，$|\mathcal{M}_{\rm tree}|^2$ は次のように計算される．

$$
\begin{aligned}
|\mathcal{M}_{\rm tree}|^2 &= gg^*\,\mathrm{Tr}\,\{\,(v_{p-q}^T\,\boldsymbol{\varepsilon}\,L\,v_q)\,(v_{p-q}^T\,\boldsymbol{\varepsilon}\,L\,v_q)^*\,\}\\
&= gg^*\,\mathrm{Tr}\,\{\,v_{p-q}^T\,\boldsymbol{\varepsilon}\,L\,v_q\,v_q^\dagger\,L\,(-\boldsymbol{\varepsilon})\,v_{p-q}^*\,\}\\
&= gg^*\,\mathrm{Tr}\,\{\,\gamma_0^2\,v_{p-q}^*\,v_{p-q}^T\,\boldsymbol{\varepsilon}\,L\,v_q\,v_q^\dagger\,\gamma_0^2\,(-\boldsymbol{\varepsilon})\,L\,\} \qquad \leftarrow 1=\gamma_0^2,\ \mathrm{Tr}(abc)=\mathrm{Tr}(cab)\\
&= gg^*\,\mathrm{Tr}\,\{\,\gamma_0(\,\bar{v}_{p-q}^T\,v_{p-q}^T\,)\,\boldsymbol{\varepsilon}\,L\,v_q\,\bar{v}_q\,R\,\gamma_0\,(-\boldsymbol{\varepsilon})\,\} \qquad \leftarrow \gamma_0\boldsymbol{\varepsilon}=\boldsymbol{\varepsilon}\gamma_0,\,\gamma_0 L=R\gamma_0\\
&= gg^*\,\mathrm{Tr}\,\{(\,v_{p-q}\,\bar{v}_{p-q}\,)^T\,\boldsymbol{\varepsilon}\,L\,(\,v_q\,\bar{v}_q\,)\,R\,\gamma_0\,(-\boldsymbol{\varepsilon})\,\gamma_0\}\\
&= gg^*\,\mathrm{Tr}\,\{-\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}(\,v_{p-q}\,\bar{v}_{p-q}\,)^T\,\boldsymbol{\varepsilon}\,L\,(\,v_q\,\bar{v}_q\,)\,R\,\boldsymbol{\varepsilon}\} \qquad \leftarrow 1=-\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon},\ \gamma_0\,(-\boldsymbol{\varepsilon})\,\gamma_0=\boldsymbol{\varepsilon}\\
&= gg^*\,\mathrm{Tr}\,\{\,(\,\not{p}-\not{q}+c)\,L\,(\not{q}-b)\,R\,\} \qquad \leftarrow \boldsymbol{\varepsilon}(\,\not{p}-\not{q}-c\,)^T\boldsymbol{\varepsilon}=\not{p}-\not{q}+c\\
&= gg^*\,\mathrm{Tr}\left[\begin{pmatrix} c & 0\\ (p-q)\bar{\sigma} & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & q\sigma\\ 0 & -b\end{pmatrix}\right]\\
&= 2gg^*\,(p-q)q \qquad (4.8)\\
&= 2gg^*\,(pq-q^2)\\
&= 2gg^*\,(aq_0-\mathbf{0}\cdot\boldsymbol{q}-b^2)\\
&= gg^*\,(a^2-b^2-c^2) \qquad \leftarrow q_0=(a^2+b^2-c^2)/2a \qquad (4.9)
\end{aligned}
$$

よって，式 (4.5) は最終的に次のように表すことができる．

$$
\begin{aligned}
\Gamma(a\to b+c) &= \frac{gg^*}{16\pi}\frac{a^2-b^2-c^2}{a^3}F(a,b,c) &(4.10)\\
&\simeq \frac{gg^*}{16\pi}\,a\left(1-\frac{c^2}{a^2}\right)^2 \qquad (b\ll 1\text{の場合}) &(4.11)
\end{aligned}
$$

以上から，Γ_ϕ 式 (3.19) に関しては，$a\to m_\Phi,\ c\to M_{\tilde{g}},\ gg^*\to 8g_s^2/3$ と置き換えればよい．

4.3　$\Gamma-\bar{\Gamma}$（分子）の導出

次に非対称性パラメータ ϵ_ϕ(式 (3.55)) の分子を導出する．
まずは，$\Gamma(\tilde{u}_i^c\to Q_l^{u\dagger}+\tilde{H}^{0\dagger})$ を求め，ついで式 (3.29)〜式 (3.34) を導出し，これらから式 (3.35)〜式 (3.36) を導く．あわせて，対応する反粒子の崩壊についても言及する．なお，本文の通り，崩壊先（またはループ中）の quark の質量は軽いものとして適宜

0とおく．すると，分母についての式 (4.5) と同様にし，また，$b \sim 0$ として，次式が成り立つ．

$$\Gamma(\tilde{u}_i^c \to Q_l^{u\dagger} + \tilde{H}^{0\dagger}) = \frac{1}{16\pi m_{\tilde{u}_i}} \left(1 - \frac{|\mu|^2}{m_{\tilde{u}_i}^2}\right) |\mathcal{M}(\tilde{u}_i^c \to Q_l^{u\dagger} + \tilde{H}^{0\dagger})|^2 \tag{4.12}$$

同様に，反粒子について次が成り立つ．

$$\Gamma(\tilde{u}_i^{c\dagger} \to Q_l^{u} + \tilde{H}^{0}) = \frac{1}{16\pi m_{\tilde{u}_i}} \left(1 - \frac{|\mu|^2}{m_{\tilde{u}_i}^2}\right) |\mathcal{M}(\tilde{u}_i^{c\dagger} \to Q_l^{u} + \tilde{H}^{0})|^2 \tag{4.13}$$

両者には振幅 $\mathcal{M}$ 部分の違いしかない．以下，この振幅を計算していく．なお，説明の見通しをよくするため，適宜，spinor part，coupling part，積分パート，に分けて説明していく．

また，表示の簡略化のため，粒子についての崩壊幅 $\Gamma(\tilde{u}_i^c \to Q_l^{u\dagger} + \tilde{H}^{0\dagger})$，振幅 $\mathcal{M}(\tilde{u}_i^c \to Q_l^{u\dagger} + \tilde{H}^{0\dagger})$ を単に Γ, $\mathcal{M}$ と，対応する反粒子についての崩壊幅及び振幅を，単にアッパーバーをつけ $\bar{\Gamma}$, $\bar{\mathcal{M}}$ と，適宜表記することとする．

4.3.1 振幅 $\mathcal{M}(\tilde{u}_i^c \to Q_l^{u\dagger} + \tilde{H}^{0\dagger})$

まず $\mathcal{M}(\tilde{u}_i^c \to Q_l^{u\dagger} + \tilde{H}^{0\dagger})$ を求める．
最終的に粒子の崩壊幅から反粒子の崩壊幅，すなわち，$\Gamma(\tilde{u}_i^c \to Q_l^{u\dagger} + \tilde{H}^{0\dagger}) - \Gamma(\tilde{u}_i^{c\dagger} \to Q_l^{u} + \tilde{H}^{0})$ を計算するが，tree 同士の振幅は相殺され，tree と 1-loop のクロスタームの振幅部分の差がリーディングオーダーとなりここから CP$\neq 0$ が出てくる．したがって，振幅 $\mathcal{M}$ については 1-loop まで求めておく．

表記の簡便化，また，他の粒子崩壊の際への適用も考慮し，図 3.1に対応させ，ダイアグラムを図 4.2に示すように，外線の粒子の質量を m_a, m_b, m_c，これらの粒子に対応する４元運動量をそれぞれ $p, q, p-q$ とし，ループ I(II) 内の粒子の質量を $m_1(m_4), m_2(m_5), m_3(m_6)$，それらの４元運動量を $l, l-q, l-p$ とすると，振幅は次のように表すことができる．なお，フェルミオン（質量次元 3/2）については，分母を４元運動量の２乗にて表記し分子にガンマ行列で潰した４元運動量があらわれるようにしておく（なお，フレバーないし世代を示すインデクス l と運動量 l は混同しな

いため同時に用いた．図中のダイヤグラムについては，他の図と同様に点線はボゾン，実線はフェルミオンを示す)．

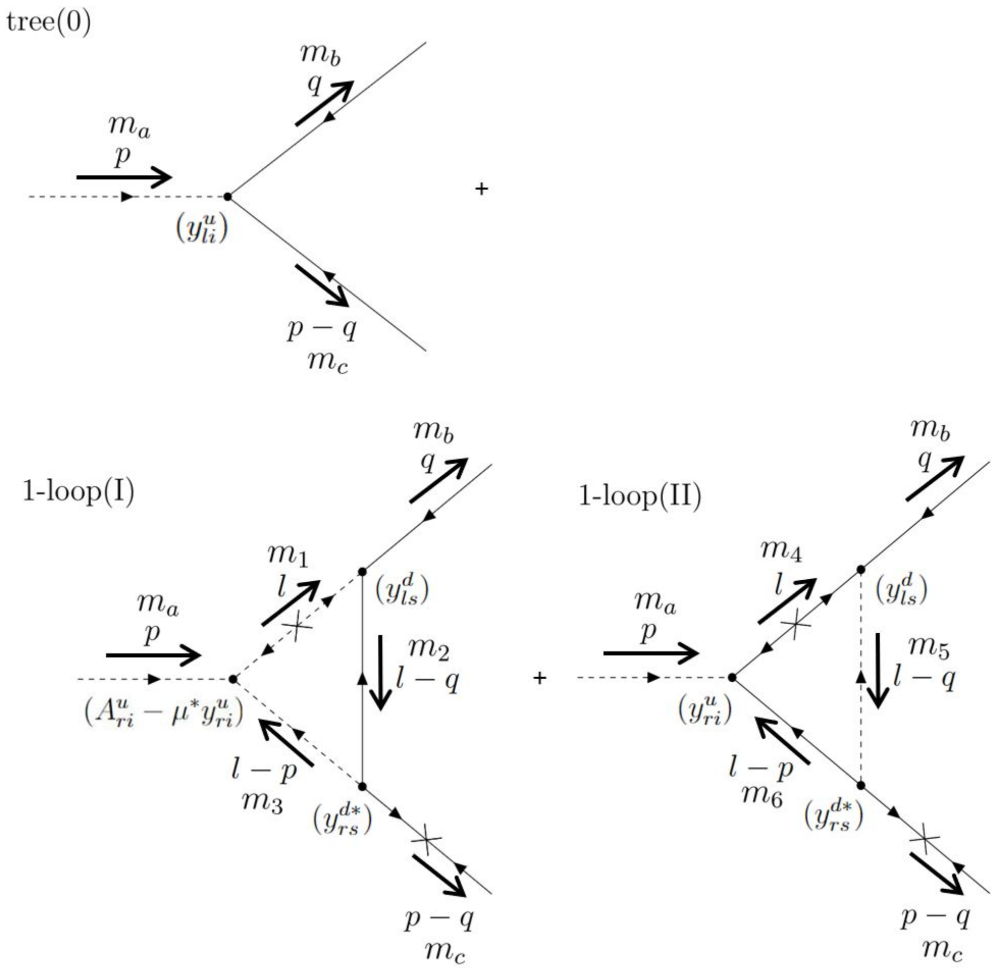

図 4.2: 外線内線の 4 元運動量および質量関係を示したダイヤグラムである．() 内は結合係数を示す．右下の添字は世代を示し，外線で i, l, 内線で r, s, を用いている．なお，運動量 l と世代の l は混同しないので同時に用いた．

$$
\begin{aligned}
i\mathcal{M} = \quad & v_{p-q}^{T}(-iy_{li}^{u})\boldsymbol{\varepsilon}Lv_q \qquad \leftarrow \mathrm{tree}(0) && (4.14)\\
& + (-i(A_{ri}^{u} - \mu^{*}y_{ri}^{u}))(-iy_{ls}^{d})(-iy_{rs}^{d*})\\
& \quad \times \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4}\Big\{ (\, v_{p-q}^{T}\boldsymbol{\varepsilon}R(\not{l} - \not{q} + m_2)Lv_q\,)\\
& \qquad \cdot \frac{i}{l^2 - m_1^2 + i\epsilon}\,\frac{i}{(l-q)^2 - m_2^2 + i\epsilon}\,\frac{i}{(l-p)^2 - m_3^2 + i\epsilon}\Big\} \quad \leftarrow 1 - \mathrm{loop}\ (\mathrm{I}) && (4.15)\\
& + (-iy_{ri}^{u}))(-iy_{ls}^{d})(-iy_{rs}^{d*})\\
& \quad \times \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4}\Big\{ (\, v_{p-q}^{T}R(\not{l} - \not{p} + m_6)^{T}\boldsymbol{\varepsilon}L(-\not{l} + m_4)Lv_q\,)\\
& \qquad \cdot \frac{i}{l^2 - m_4^2 + i\epsilon}\,\frac{i}{(l-q)^2 - m_5^2 + i\epsilon}\,\frac{i}{(l-p)^2 - m_6^2 + i\epsilon}\Big\} \quad \leftarrow 1 - \mathrm{loop}\ (\mathrm{II}) && (4.16)\\
& + (2 - \mathrm{loop}) + \cdots
\end{aligned}
$$

よって，$|\mathcal{M}|^2$ については，図 4.2 の tree(0) 部分の振幅を (0), 1-loop(I) 部分の振幅を (I), 1-loop(II) 部分の振幅を (II) とそれぞれ簡略して表記し，クロスタームの

$(\mathrm{I})\cdot(0)^* + (\mathrm{I})^*\cdot(0)$ と $(\mathrm{II})\cdot(0)^* + (\mathrm{II})^*\cdot(0)$ を計算していく．

$$
\begin{aligned}
&(\mathrm{I})\cdot(0)^* + (\mathrm{I})^*\cdot(0):\\
&\quad (-i(A^u_{ri} - \mu^* y^u_{ri}))(-iy^d_{ls})(-iy^{d*}_{rs})\cdot(-iy^u_{li})^*\\
&\quad \times \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4}\Big\{(\, v^T_{p-q}\boldsymbol{\varepsilon} R(\not{l} - \not{q} + m_2)Lv_q\,)\cdot(v^T_{p-q}\boldsymbol{\varepsilon} Lv_q)^*\\
&\qquad\qquad \cdot\frac{i}{l^2 - m_1^2 + i\epsilon}\,\frac{i}{(l-q)^2 - m_2^2 + i\epsilon}\,\frac{i}{(l-p)^2 - m_3^2 + i\epsilon}\Big\}\\
&\quad + h.c.\\
&= i\\
&\quad \times (A^u_{ri} - \mu^* y^u_{ri})(y^d_{ls})(y^{d*}_{rs})\cdot(y^u_{li})^* \quad (\leftarrow \text{coupling part I}) && (4.17)\\
&\quad \times \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4}\Big\{\\
&\qquad\qquad v^T_{p-q}\boldsymbol{\varepsilon} R(\not{l} - \not{q} + m_2)Lv_q\cdot(v^T_{p-q}\boldsymbol{\varepsilon} Lv_q)^* \quad (\leftarrow \text{spinor part I}) && (4.18)\\
&\qquad\qquad \cdot\frac{1}{l^2 - m_1^2 + i\epsilon}\,\frac{1}{(l-q)^2 - m_2^2 + i\epsilon}\,\frac{1}{(l-p)^2 - m_3^2 + i\epsilon}\Big\}\\
&\quad + h.c.\\
&(\mathrm{II})\cdot(0)^* + (\mathrm{II})^*\cdot(0):\\
&\quad (-iy^u_{ri}))(-iy^d_{ls})(-iy^{d*}_{rs})\cdot(-iy^u_{li})^*\\
&\quad \times \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4}\Big\{v^T_{p-q} R(\not{l} - \not{p} + m_6)^T\boldsymbol{\varepsilon} L(-\not{l} + m_4)Lv_q\cdot(v^T_{p-q}\boldsymbol{\varepsilon} Lv_q)^*\\
&\qquad\qquad \cdot\int\frac{i}{l^2 - m_4^2 + i\epsilon}\,\frac{i}{(l-q)^2 - m_5^2 + i\epsilon}\,\frac{i}{(l-p)^2 - m_6^2 + i\epsilon}\Big\}\\
&\quad + h.c.\\
&= i\\
&\quad \times (y^u_{ri}))(y^d_{ls})(y^{d*}_{rs})\cdot(y^u_{li})^* \quad (\leftarrow \text{coupling part II}) && (4.19)\\
&\quad \times \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4}\Big\{\\
&\qquad\qquad v^T_{p-q} R(\not{l} - \not{p} + m_6)^T\boldsymbol{\varepsilon} L(-\not{l} + m_4)Lv_q\cdot(v^T_{p-q}\boldsymbol{\varepsilon} Lv_q)^* \quad (\leftarrow \text{spinor part II})\\
&&& (4.20)\\
&\qquad\qquad \cdot\frac{1}{l^2 - m_4^2 + i\epsilon}\,\frac{1}{(l-q)^2 - m_5^2 + i\epsilon}\,\frac{1}{(l-p)^2 - m_6^2 + i\epsilon}\\
&\quad + h.c.
\end{aligned}
$$

反粒子の $\bar{\mathcal{M}}$ および対応するクロスターム $(\bar{\mathrm{I}})\cdot(\bar{0})^* + (\bar{\mathrm{I}})^*\cdot(\bar{0}),\ (\bar{\mathrm{II}})\cdot(\bar{0})^* + (\bar{\mathrm{II}})^*\cdot(\bar{0})$ についも示しておく．カプリングについてはエルミート共役となるが，粒子，反粒子の質量は同じであるため，積分部分等の他のパートは同じである．また，ファインマンルールで付加される $-i, i$ も複素共役とならない点に留意が必要である．

$$i\bar{\mathcal{M}} = \quad v_{p-q}^T(-iy_{li}^{u*})\boldsymbol{\varepsilon}Lv_q \qquad \leftarrow \mathrm{tree}(\bar{0}) \tag{4.21}$$

$$\begin{aligned}
&+(-i(A_{ri}^{u*}-\mu y_{ri}^{u*}))(-iy_{ls}^{d*})(-iy_{rs}^{d})\\
&\quad\times\int\frac{d^4l}{(2\pi)^4}\left\{(\,v_{p-q}^T\boldsymbol{\varepsilon}R(\not{l}-\not{q}+m_2)Lv_q\,)\right.\\
&\qquad\qquad\left.\cdot\frac{i}{l^2-m_1^2+i\epsilon}\,\frac{i}{(l-q)^2-m_2^2+i\epsilon}\,\frac{i}{(l-p)^2-m_3^2+i\epsilon}\right\}\qquad\leftarrow 1-\mathrm{loop}\ (\bar{\mathrm{I}})
\end{aligned}\tag{4.22}$$

$$\begin{aligned}
&+(-iy_{ri}^{u*}))(-iy_{ls}^{d*})(-iy_{rs}^{d})\\
&\quad\times\int\frac{d^4l}{(2\pi)^4}\left\{(\,v_{p-q}^TR(\not{l}-\not{p}+m_6)^T\boldsymbol{\varepsilon}L(-\not{l}+m_4)Lv_q\,)\right.\\
&\qquad\qquad\left.\cdot\frac{i}{l^2-m_4^2+i\epsilon}\,\frac{i}{(l-q)^2-m_5^2+i\epsilon}\,\frac{i}{(l-p)^2-m_6^2+i\epsilon}\right\}\qquad\leftarrow 1-\mathrm{loop}\ (\bar{\mathrm{II}})
\end{aligned}\tag{4.23}$$

$$+(2-\mathrm{loop})+\cdots$$

$(\bar{\mathrm{I}}) \cdot (\bar{0})^* + (\bar{\mathrm{I}})^* \cdot (\bar{0}) :$

$$
\begin{aligned}
&(-i(A^{u*}_{ri} - \mu y^{u*}_{ri}))(-iy^{d*}_{ls})(-iy^{d}_{rs}) \cdot (-iy^{u*}_{li})^* \\
&\times \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \Big\{ (\, v^T_{p-q} \boldsymbol{\varepsilon} R(\not{l} - \not{q} + m_2) L v_q \,) \cdot (v^T_{p-q} \boldsymbol{\varepsilon} L v_q)^* \\
&\qquad\qquad \cdot \frac{i}{l^2 - m_1^2 + i\epsilon} \, \frac{i}{(l-q)^2 - m_2^2 + i\epsilon} \, \frac{i}{(l-p)^2 - m_3^2 + i\epsilon} \Big\} \\
&+ h.c.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
=&i \\
&\times (A^{u*}_{ri} - \mu y^{u*}_{ri})(y^{d*}_{ls})(y^{d}_{rs}) \cdot (y^{u*}_{li})^* \quad (\leftarrow \text{coupling part } \bar{\mathrm{I}}) && (4.24) \\
&\times \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \Big\{ \\
&\qquad\qquad v^T_{p-q} \boldsymbol{\varepsilon} R(\not{l} - \not{q} + m_2) L v_q \cdot (v^T_{p-q} \boldsymbol{\varepsilon} L v_q)^* \quad (\leftarrow \text{spinor part } \bar{\mathrm{I}}) && (4.25) \\
&\qquad\qquad \cdot \frac{1}{l^2 - m_1^2 + i\epsilon} \, \frac{1}{(l-q)^2 - m_2^2 + i\epsilon} \, \frac{1}{(l-p)^2 - m_3^2 + i\epsilon} \Big\} \\
&+ h.c.
\end{aligned}
$$

$(\bar{\mathrm{II}}) \cdot (\bar{0})^* + (\bar{\mathrm{II}})^* \cdot (\bar{0}) :$

$$
\begin{aligned}
&(-iy^{u*}_{ri}))(-iy^{d*}_{ls})(-iy^{d}_{rs}) \cdot (-iy^{u*}_{li})^* \\
&\times \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \Big\{ v^T_{p-q} R(\not{l} - \not{p} + m_6)^T \boldsymbol{\varepsilon} L(-\not{l} + m_4) L v_q \cdot (v^T_{p-q} \boldsymbol{\varepsilon} L v_q)^* \\
&\qquad\qquad \cdot \int \frac{i}{l^2 - m_4^2 + i\epsilon} \, \frac{i}{(l-q)^2 - m_5^2 + i\epsilon} \, \frac{i}{(l-p)^2 - m_6^2 + i\epsilon} \Big\} \\
&+ h.c.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
=&i \\
&\times (y^{u*}_{ri}))(y^{d*}_{ls})(y^{d}_{rs}) \cdot (y^{u*}_{li})^* \quad (\leftarrow \text{coupling part } \bar{\mathrm{II}}) && (4.26) \\
&\times \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \Big\{ \\
&\qquad\qquad v^T_{p-q} R(\not{l} - \not{p} + m_6)^T \boldsymbol{\varepsilon} L(-\not{l} + m_4) L v_q \cdot (v^T_{p-q} \boldsymbol{\varepsilon} L v_q)^* \quad (\leftarrow \text{spinor part } \bar{\mathrm{II}}) \\
& && (4.27) \\
&\qquad\qquad \cdot \frac{1}{l^2 - m_4^2 + i\epsilon} \, \frac{1}{(l-q)^2 - m_5^2 + i\epsilon} \, \frac{1}{(l-p)^2 - m_6^2 + i\epsilon} \\
&+ h.c.
\end{aligned}
$$

4.3.2 coupling part

ここで，粒子の coupling part I, II と反粒子の coupling part $\bar{\mathrm{I}}$, $\bar{\mathrm{II}}$ を計算する．

式 (4.17), (4.19) についてそれぞれ次のとおりとなる．

$$
\begin{aligned}
&(4.17): \\
&\sum_{r,s=1}^{3}(A^u_{ri}-\mu^* y^u_{ri})(y^d_{ls})(y^{d*}_{rs})\cdot(y^u_{li})^* = \sum_{r=1}^{3}(A^u_{ri}-\mu^* y^u_{ri})(Y^d Y^{d\dagger})_{lr} y^{u*}_{li} \qquad (4.28)\\
&(4.19): \\
&\sum_{r,s=1}^{3}(y^u_{ri})(y^d_{ls})(y^{d*}_{rs})\cdot(y^u_{li})^* = \sum_{s=1}^{3} y^d_{ls}(Y^{d\dagger}Y^u)_{si} y^{u*}_{li} \qquad (4.29)
\end{aligned}
$$

上の式で s について，下の式で r について，それぞれ和を取っているのは，ループ中の $m_2(=m_{d^\dagger_s})$，$m_6(=m_{Q^\dagger_r})$ が相対的に無視できる程度に軽いとの仮定に基づく (図 4.2および 図3.1参照)．また，Y^d, Y^u は，繰り込み群方程式 RGE で調整された湯川行列である (§4.4 参照)．

反粒子についての coupling part $\bar{\mathrm{I}}$, $\bar{\mathrm{II}}$，式 (4.24), (4.26) については上記それぞれの結果の複素共役をとればよい．

4.3.3 spinor part

次に，spinor part I,II を計算する．これらは，質量，４元運動量の関数であるので粒子・反粒子の区別がない．式 (4.18), (4.25), (4.20) (4.27) についてそれぞれ次のとおり

となる．

(4.18), (4.25) :

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{Tr}\{v_{p-q}^T \boldsymbol{\varepsilon} R(\not{l}-\not{q}+m_2)Lv_q \cdot (v_{p-q}^T \boldsymbol{\varepsilon} L v_q)^*\} \\
=&\mathrm{Tr}\{v_{p-q}^T \boldsymbol{\varepsilon} R(\not{l}-\not{q}+m_2)Lv_q \cdot \bar{v}_q R\gamma_0(-\boldsymbol{\varepsilon})v_{p-q}^*\} \quad \to v_{p-q}^* \text{を前に, 頭に} 1=\gamma_0^2 \text{を挿入} \\
=&\mathrm{Tr}\{\gamma_0(\bar{v}_{p-q}^T v_{p-q}^T)\boldsymbol{\varepsilon} R(\not{l}-\not{q}+m_2)L(v_q\bar{v}_q)R\gamma_0(-\boldsymbol{\varepsilon})\} \quad \to \gamma_0(-\boldsymbol{\varepsilon})\text{を前に,}\gamma_0(-\boldsymbol{\varepsilon})\gamma_0=\boldsymbol{\varepsilon} \\
=&\mathrm{Tr}\{\boldsymbol{\varepsilon}(\not{p}-\not{q}-m_c)^T\boldsymbol{\varepsilon} R(\not{l}-\not{q}+m_2)L(\not{q}-m_b)R\} \\
=&\mathrm{Tr}\{(\not{p}-\not{q}+m_c)R\cdot(\not{l}-\not{q}+m_2)L\cdot(\not{q}-m_b)R\} \\
=&\mathrm{Tr}\left[\begin{pmatrix} 0 & (p-q)\sigma \\ 0 & m_c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} m_2 & 0 \\ (l-q)\bar{\sigma} & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & q\sigma \\ 0 & m_b \end{pmatrix}\right] \\
=&\mathrm{Tr}\begin{pmatrix} 0 & \square \\ \square & m_c\cdot(l-q)\bar{\sigma}\cdot q\sigma \end{pmatrix} \\
=&2m_c(l-q)\cdot q
\end{aligned}
\tag{4.30}
$$

$$(=2|\mu|(l-q)\cdot q, \quad \tilde{u}_i^c \to Q_l^{u\dagger}+\tilde{H}^{0\dagger}\text{の場合．反粒子についても同じ．）} \tag{4.31}$$

同様にして，

(4.20), (4.27) :

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{Tr}\{v_{p-q}^T R(\not{l}-\not{p}+m_6)^T\boldsymbol{\varepsilon} L(-\not{l}+m_4)Lv_q \cdot (v_{p-q}^T \boldsymbol{\varepsilon} L v_q)^*\} = \dots \\
=&-\mathrm{Tr}\{(\not{p}-\not{q}+m_c)R\cdot(\not{l}-\not{p}-m_6)L\cdot(-\not{l}+m_4)L\cdot(\not{q}-m_b)R\} \\
=&-\mathrm{Tr}\left[\begin{pmatrix} 0 & (p-q)\sigma \\ 0 & m_c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -m_6 & 0 \\ (l-p)\bar{\sigma} & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} m_4 & 0 \\ -\bar{\sigma} & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & q\sigma \\ 0 & -m_b \end{pmatrix}\right]
\end{aligned}
\tag{4.32}
$$

$$
\begin{aligned}
=&-\mathrm{Tr}\begin{pmatrix} 0 & \square \\ \square & m_c m_4\cdot(l-p)\bar{\sigma}\cdot q\sigma \end{pmatrix} \\
=&-2m_c m_4(l-p)\cdot q
\end{aligned}
\tag{4.33}
$$

$$(=-2|\mu|\mu(l-p)\cdot q, \quad \tilde{u}_i^c \to Q_l^{u\dagger}+\tilde{H}^{0\dagger}\text{の場合．反粒子についても同じ．）} \tag{4.34}$$

なお，一般に複素数であり得る μ については，外線としてあらわれる場合は $|\mu|$ であり，ループ中では μ である．

4.3.4　振幅差 $|\mathcal{M}|^2 - |\bar{\mathcal{M}}|^2$

以上から，$\tilde{u}_i^c \to Q_l^{u\dagger} + \tilde{H}^{0\dagger}$ とその反粒子の崩壊についての振幅の差は，次のように表現される．

$$
\begin{aligned}
|\mathcal{M}|^2 - |\bar{\mathcal{M}}|^2 = \quad & \{ \, (\, (\mathrm{I}) \cdot (0)^* + (\mathrm{I})^* \cdot (0) \,) + (\, (\mathrm{II}) \cdot (0)^* + (\mathrm{II})^* \cdot (0) \,) \, \} \\
& - \{ \, (\, (\bar{\mathrm{I}}) \cdot (\bar{0})^* + (\bar{\mathrm{I}})^* \cdot (\bar{0}) \,) + (\, (\bar{\mathrm{II}}) \cdot (\bar{0})^* + (\bar{\mathrm{II}})^* \cdot (\bar{0}) \,) \, \} \\
= & i \cdot \sum_{r=1}^{3} \Big((A_{ri}^u - \mu^* y_{ri}^u)(Y^d Y^{d\dagger})_{lr} y_{li}^{u*} \, - \, (A_{ri}^{u*} - \mu y_{ri}^{u*})(Y^d Y^{d\dagger})_{lr}^* y_{li}^u \Big) \cdot 2\mathrm{Re} \int_{\mathrm{I}} \\
& + i \cdot \sum_{s=1}^{3} \Big(y_{ls}^d (Y^{d\dagger} Y^u)_{si} y_{li}^{u*} \, - \, y_{ls}^{d*} (Y^{d\dagger} Y^u)_{si}^* y_{li}^u \Big) \cdot 2\mathrm{Re} \int_{\mathrm{II}}
\end{aligned}
\tag{4.35}
$$

$$
\int_{\mathrm{I}} \equiv \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \cdot (\, 2|\mu|(l-q) \cdot q \,) \cdot \frac{1}{l^2 - m_1^2 + i\epsilon} \, \frac{1}{(l-q)^2 - m_2^2 + i\epsilon} \, \frac{1}{(l-p)^2 - m_3^2 + i\epsilon} \tag{4.36}
$$

$$
\int_{\mathrm{II}} \equiv \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \cdot (\, -2|\mu|\mu(l-p) \cdot q \,) \cdot \frac{1}{l^2 - m_4^2 + i\epsilon} \, \frac{1}{(l-q)^2 - m_5^2 + i\epsilon} \, \frac{1}{(l-p)^2 - m_6^2 + i\epsilon} \tag{4.37}
$$

以下，この積分をおこなう．

4.3.5　integral part

積分部分を計算する．Cauchy の主値積分を利用する．下式で $\mathcal{P}$ は主値を示す．

$$
\frac{1}{x \pm i\epsilon} = \mathcal{P}\frac{1}{x} \mp i\pi\delta(x)
$$

これを利用し，式 (4.36), (4.37) はそれぞれ次のとおりとなる [53] - [57].

(4.36) :

$$
\begin{aligned}
\int_{\mathrm{I}} &= \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \cdot (\, 2|\mu|(l-q)\cdot q\,) \cdot \frac{1}{l^2 - m_1^2 + i\epsilon} \, \frac{1}{(l-q)^2 - m_2^2 + i\epsilon} \, \frac{1}{(l-p)^2 - m_3^2 + i\epsilon} \\
&= \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \Bigg\{ (\, 2|\mu|(l-q)\cdot q\,) \cdot \left(\mathcal{P}\frac{1}{l^2 - m_1^2} - i\pi\delta(l^2 - m_1^2) \right) \\
&\qquad \times \left(\mathcal{P}\frac{1}{(l-q)^2 - m_2^2} - i\pi\delta(\,(l-q)^2 - m_2^2) \right) \left(\mathcal{P}\frac{1}{(l-p)^2 - m_3^2} - i\pi\delta(\,(l-p)^2 - m_3^2) \right) \Bigg\}
\end{aligned}
$$

これを展開し，real part のみを拾いあげる．すなわち $-i\pi\delta$ が 2 つかけ合わさる部分を足しあげ，次が得られる．

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{Re} \int_{\mathrm{I}} = \\
&\int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \, (\, 2|\mu|\,(l-q)\cdot q\,)\,(-i\pi)^2\, \delta(l^2 - m_1^2)\, \delta(\,(l-q)^2 - m_2^2)\, \mathcal{P}\frac{1}{(l-p)^2 - m_3^2} && (4.38) \\
&+ \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \, (\, 2|\mu|\,(l-q)\cdot q\,)\,(-i\pi)^2\, \mathcal{P}\frac{1}{(l^2 - m_1^2)}\, \delta(\,(l-q)^2 - m_2^2)\, \delta((l-p)^2 - m_3^2) && (4.39) \\
&+ \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \, (\, 2|\mu|\,(l-q)\cdot q\,)\,(-i\pi)^2\, \delta(l^2 - m_1^2)\, \mathcal{P}\frac{1}{(l-q)^2 - m_2^2)}\, \delta((l-p)^2 - m_3^2) && (4.40)
\end{aligned}
$$

同様に計算して，

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{Re} \int_{\mathrm{II}} = \\
&\int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \, (\, -2|\mu|\mu(l-p)\cdot q\,)\,(-i\pi)^2\, \delta(l^2 - m_4^2)\, \delta(\,(l-q)^2 - m_5^2)\, \mathcal{P}\frac{1}{(l-p)^2 - m_6^2} && (4.41) \\
&+ \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \, (\, -2|\mu|\mu(l-p)\cdot q\,)\,(-i\pi)^2\, \mathcal{P}\frac{1}{(l^2 - m_4^2)}\, \delta(\,(l-q)^2 - m_5^2)\, \delta((l-p)^2 - m_6^2) && (4.42) \\
&+ \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \, (\, -2|\mu|\mu(l-p)\cdot q\,)\,(-i\pi)^2\, \delta(l^2 - m_4^2)\, \mathcal{P}\frac{1}{(l-q)^2 - m_5^2)}\, \delta((l-p)^2 - m_6^2) && (4.43)
\end{aligned}
$$

式 (4.35) に，式 (4.38)〜式 (4.43) を代入し，$m_1 = m_H$，$m_2 = m_d \sim 0$，$m_3 = m_{\tilde{Q}}$，$m_4 = |\mu|$，$m_5 = m_{\tilde{d}}$，$m_6 = m_Q \sim 0$ を代入すると，式 (3.29)〜式 (3.34) が得られ

る．次に，この式 (4.38)〜式 (4.43) の具体的な運動量積分をおこなう．

4.3.6　運動量積分 1 （loop I）: 式 (3.29)→ 式 (3.35)

次に運動量積分を行う．合計 6 つの積分があるが，このうち図 4.2に示した 1-loop(I) についての積分すなわちはじめの 3 つの積分について説明する．それぞれ rest frame の取り方が異なり，また，最初の積分については他では無視できる崩壊先の軽量 quark の質量が効いてくる．1-loop(II) についての積分すなわち残りの 3 つの積分は同様にすれば導出できるので結果のみ記すこととする．

なお，$F(a,b,c)$ を再記し，$G(a,b,c)$ を次のように定義しておく．

$$F(a,b,c) \equiv \sqrt{a^4+b^4+c^4-2a^2b^2-2b^2c^2-2c^2a^2}$$

$$G(\pm a,\pm b,\pm c) \equiv \pm a^2 \pm b^2 \pm c^2$$

: 右辺の符号は G 内の対応する変数の符号に合わせる．たとえば $G(-a,-b,c) = -a^2-b^2+c^2$である．

まずひとつ目の積分，式 (3.29) から式 (3.35) を導出する．なお，ここでは，一般性を持たせるために再び質量表示を $m_a \sim m_c$, $m_1 \sim m_6$ に戻しておく．

このひとつ目の積分については，4 元運動量 q を rest frame にとる．すなわち，

$q=(q_0,\mathbf{0})=(m_b,\mathbf{0})$ とする．

$$
\begin{aligned}
(4.38):\int_{\mathrm{I1}} &\equiv \frac{(-i\pi)^2 2m_c}{(2\pi)^4}\int d^4l\,(\,l\cdot q-m_b^2\,)\,\delta(l^2-m_1^2)\,\delta(\,(l-q)^2-m_2^2)\,\mathcal{P}\frac{1}{(l-p)^2-m_3^2}\\
&=\frac{(-i\pi)^2 2m_c}{(2\pi)^4}\int d^4l\,(\,l_0 m_b-m_b^2\,)\,\delta(l^2-m_1^2)\,\delta(\,(l-q)^2-m_2^2)\,\mathcal{P}\frac{1}{(l-p)^2-m_3^2}\\
&\qquad\qquad\int d^4l\to\int dl_0\int(2\pi)|\boldsymbol{l}|^2 d|\boldsymbol{l}|\sin\theta d\theta\text{に分けて積分する}\\
&=\int dl_0\,\delta(l^2-m_1^2)\times(\text{残余})\\
&=\frac{1}{2\sqrt{|\boldsymbol{l}|^2+m_1^2}}\times(\text{残余})\,|_{l_0=\sqrt{|\boldsymbol{l}|^2+m_1^2}}\qquad\leftarrow l_0^2-|\boldsymbol{l}|^2-m_2^2=0,\int dx\delta(x^2-a^2)=\frac{1}{2|a|}\\
&\qquad\qquad\delta(\,(l-q)^2-m_2^2)=\delta\left(G(m_1,-m_2,m_b)-2m_b\sqrt{|\boldsymbol{l}|^2+m_1^2}\right)\text{より}\\
&=\int d|\boldsymbol{l}|\delta\left(G(m_1,-m_2,m_b)-2m_b\sqrt{|\boldsymbol{l}|^2+m_1^2}\right)\times(\text{他の部分})\\
&\qquad\qquad\text{変数変換し}\sqrt{|\boldsymbol{l}|^2+m_1^2}=y\text{とおく．}\ |\boldsymbol{l}|d|\boldsymbol{l}|=ydy\text{を用いる}\\
&=\int dy\frac{y}{\sqrt{y^2-m_1^2}}\delta\,(\,G(m_1,-m_2,m_b)-2m_b y)\times(\text{他の部分})\\
&=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{G(m_1,-m_2,m_b)}{2m_b}\right)^2-m_1^2}}\cdot\frac{G(m_1,-m_2,m_b)}{2m_b}\cdot\frac{1}{2m_b}\times(\text{他の部分})_{|\boldsymbol{l}|=\frac{F(m_1,m_2,m_b)}{2m_b}}\\
&=\frac{G(m_1,-m_2,m_b)}{F(m_1,m_2,m_b)}\cdot\frac{1}{2m_b}\times(\text{他の部分})_{|\boldsymbol{l}|=\frac{F(m_1,m_2,m_b)}{2m_b}}\\
&\qquad\qquad\text{なお}|\boldsymbol{l}|=\frac{F(m_1,m_2,m_b)}{2m_b}\text{は，}\delta\left(G(m_1,-m_2,m_b)-2m_b\sqrt{|\boldsymbol{l}|^2+m_1^2}\right)\\
&\qquad\qquad\text{から求まる．また}l_0=\frac{G(m_1,-m_2,m_b)}{2m_b}\text{となる．}
\end{aligned}
$$

主値積分の分母を計算する．なお，4 元運動量 $p-q$ にもとづき，あらかじめ $p_0,|\boldsymbol{p}|$ を求めておく．

$$
(p-q)^2=m_c^2\quad\to\quad p^2-2p\cdot q+q^2=m_c^2\quad\to\quad m_a^2-2p_0m_b+m_b^2=m_c^2\text{より}
$$

$$
p_0=\frac{G(m_a,m_b,-m_c)}{2m_b},\quad\text{また}|\boldsymbol{p}|=\sqrt{p_0^2-m_a^2}\text{より}\quad|\boldsymbol{p}|=\frac{F(m_a,m_b,m_c)}{2m_b}\quad\text{が得られる．}
$$

$$
\begin{aligned}
\text{分母} &= l^2 - 2l\cdot p + p^2 - m_3^2 \\
&= m_1^2 - m_3^2 + m_a^2 - 2(l_0 p_0 - |\boldsymbol{l}||\boldsymbol{p}|\cos\theta) \\
&= G(m_1,-m_3,m_a) - \frac{G(m_1,-m_2,m_b)G(m_a,m_b,-m_c)}{2m_b^2} + \frac{F(m_1,m_2,m_b)F(m_a,m_b,m_c)}{2m_b^2}\cos\theta
\end{aligned}
$$

以下表記の簡略化のため，G，F 中の m を省略し添字のみで表して

$$
= G(1,-3,a) - \frac{G(1,-2,b)G(a,b,-c)}{2m_b^2} + \frac{F(1,2,b)F(a,b,c)}{2m_b^2}\cos\theta
$$

以上をまとめると，軽い質量の quark も含めた（省略しない）積分値が得られる．

$$
\begin{aligned}
\int_{\mathrm{I1}} &= \frac{(-i\pi)^2 2m_c}{(2\pi)^4}(\,l_0 m_b - m_b^2\,)\frac{1}{2\sqrt{|\boldsymbol{l}|^2+m_1^2}}\frac{G(1,-2,b)}{F(1,2,b)}\frac{1}{2m_b} \\
&\quad \times \left(-\int_{-1}^{1} d(\cos\theta)(2\pi)|\boldsymbol{l}|^2 \frac{1}{G(1,-3,a) - \frac{G(1,-2,b)G(a,b,-c)}{2m_b^2} + \frac{F(1,2,b)F(a,b,c)}{2m_b^2}\cos\theta}\right) \\
&\quad \text{ここに} l_0 = \frac{G(1,-2,b)}{2m_b},\ |\boldsymbol{l}| = \frac{F(1,2,b)}{2m_b} \text{を代入しまとめる．} \\
&= -\frac{G(1,-2,-b)F(1,2,b)}{64\pi m_b^2}\left(\int_{-1}^{1} d(\cos\theta)\frac{1}{G(1,-3,a) - \frac{G(1,-2,b)G(a,b,-c)}{2m_b^2} + \frac{F(1,2,b)F(a,b,c)}{2m_b^2}\cos\theta}\right) \\
&= -\frac{G(1,-2,-b)F(1,2,b)}{64\pi m_b^2} \\
&\quad \times \frac{2m_b^2}{F(1,2,b)F(a,b,c)}\log\left|\frac{2m_b^2 G(1,-3,a) - G(1,-2,b)G(a,b,-c) + F(1,2,b)F(a,b,c)}{2m_b^2 G(1,-3,a) - G(1,-2,b)G(a,b,-c) - F(1,2,b)F(a,b,c)}\right| \\
&= -\frac{1}{32\pi}\frac{G(1,-2,-b)}{F(a,b,c)}\log\left|\frac{2m_b^2 G(1,-3,a) - G(1,-2,b)G(a,b,-c) + F(1,2,b)F(a,b,c)}{2m_b^2 G(1,-3,a) - G(1,-2,b)G(a,b,-c) - F(1,2,b)F(a,b,c)}\right|
\end{aligned}
\tag{4.44}
$$

4.3.7 運動量積分 2（loop I）：式 (3.30)→ 式 (3.36)

次に 2 番目の積分，式 (3.30) から式 (3.36) を導出する．この積分については，4 元運動量 $p-q$ を rest frame にとる．すなわち，$q = (p_0 - q_0, \mathbf{0}) = (m_c, \mathbf{0})$ とする．積分変数

である運動量 l を変数変換する点と分母にも $\cos\theta$ があらわれる点が積分 1 と異なる．

$$(4.39): \int_{\mathrm{I2}} \equiv \frac{(-i\pi)^2 2m_c}{(2\pi)^4}\int d^4l\,(\,l\cdot q - m_b^2\,)\,\mathcal{P}\frac{1}{(l^2-m_1^2)}\,\delta(\,(l-q)^2-m_2^2)\,\delta((l-p)^2-m_3^2)$$

$$\text{変数変換し}l-q=l'\text{とおく．また}q^2=m_b^2\text{より}$$

$$= \frac{(-i\pi)^2 2m_c}{(2\pi)^4}\int d^4l'\,(\,l'\cdot q\,)\,\mathcal{P}\frac{1}{((l'+q)^2-m_1^2)}\,\delta(\,(l')^2-m_2^2)\,\delta((l'+q-p)^2-m_3^2)$$

$$= \int dl'_0\,\delta(l'^2-m_2^2)\times(\text{残余}) = \frac{1}{2\sqrt{|\boldsymbol{l'}|^2+m_2^2}}\times\left(\text{残余}\right)|_{l'_0=\sqrt{|\boldsymbol{l}|^2+m_2^2}}$$

$$\delta(\,(l'+q-p)^2-m_3^2) = \delta\left(G(2,-3,c)-2m_c\sqrt{|\boldsymbol{l'}|^2+m_2^2}\right)\text{より}$$

$$= \int d|\boldsymbol{l'}|\delta\left(G(2,-3,c)-2m_c\sqrt{|\boldsymbol{l'}|^2+m_2^2}\right)\times(\text{他の部分})\quad \sqrt{|\boldsymbol{l'}|^2+m_2^2}=y\text{とおく}$$

$$= \int dy\frac{y}{\sqrt{y^2-m_2^2}}\,\delta\,(\,G(2,-3,c)-2m_c y)\times(\text{他の部分})$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{G(2,-3,c)}{2m_c}\right)^2-m_2^2}}\cdot\frac{G(2,-3,c)}{2m_c}\cdot\frac{1}{2m_c}\times\left(\text{他の部分}\right)_{|\boldsymbol{l'}|=\frac{F(2,3,c)}{2m_c}}$$

$$= \frac{G(2,-3,c)}{F(2,3,c)}\cdot\frac{1}{2m_c}\times\left(\text{他の部分}\right)_{|\boldsymbol{l'}|=\frac{F(2,3,c)}{2m_c}},\quad \text{なお}l'_0=\frac{G(2,-3,c)}{2m_c}\text{となる．}$$

主値積分の分母と，被積分関数中の $(l'\cdot q)$ を計算する．なお，4 元運動量 p, q にもとづき，下式が成り立つ．

$p_0-q_0=m_c,\ p_0^2-|\boldsymbol{p}|^2=m_a^2,\ q_0^2-|\boldsymbol{q}|^2=m_b^2,$ また$p-q$を rest frame にとっているので$\boldsymbol{p}=\boldsymbol{q}$．
これらを用いると　$p_0=\dfrac{G(a,-b,c)}{2m_c},\quad q_0=\dfrac{G(a,-b,-c)}{2m_c},\quad |\boldsymbol{p}|=|\boldsymbol{q}|=\dfrac{F(a,b,c)}{2m_c}$　が得られる．

$$\text{分母} = (l')^2+2l'\cdot q+q^2-m_1^2 = \cdots = G(-1,2,b)+\frac{F(2,3,c)F(a,b,c)}{2m_c^2}\cos\theta$$

$$\text{分子} = l'_0 q_0 - |\boldsymbol{l'}||\boldsymbol{q}|\cos\theta = \frac{G(2,-3,c)}{2m_c}\frac{G(a,-b,-c)}{m_c} - \frac{F(2,3,c)}{2m_c}\frac{F(a,b,c)}{2m_c}\cos\theta$$

以上をまとめると，軽い質量の quark も含めた（省略しない）積分値が得られる．

$$\int_{\mathrm{I2}} = \frac{(-i\pi)^2 2m_c}{(2\pi)^4}\frac{1}{2\sqrt{|\boldsymbol{l'}|^2+m_2^2}}\frac{G(2,-3,c)}{F(2,3,c)}\frac{1}{2m_c}$$
$$\times\left(-\int_{-1}^{1} d(\cos\theta)(2\pi)|\boldsymbol{l'}|^2 \frac{\frac{G(2,-3,c)}{2m_c}\frac{G(a,-b,-c)}{m_c}-\frac{F(2,3,c)}{2m_c}\frac{F(a,b,c)}{2m_c}\cos\theta}{G(-1,2,b)+\frac{F(2,3,c)F(a,b,c)}{2m_c^2}\cos\theta}\right)$$

ここに $|\boldsymbol{l'}| = \dfrac{F(2,3,c)}{2m_c}$ を代入しまとめる．

$$= -\frac{1}{32\pi}\frac{F(2,3,c)}{m_c^2}\left(1+\frac{m_c^2 G(-1,2,b)}{F(a,b,c)F(2,3,c)}\right.$$
$$\left.\times\log\left|\frac{2m_c^2G(-1,2,b)+G(a,-b,-c)G(2,3,-c)-F(a,b,c)F(2,3,c)}{2m_c^2G(-1,2,b)+G(a,-b,-c)G(2,3,-c)+F(a,b,c)F(2,3,c)}\right|\right) \tag{4.45}$$

4.3.8 運動量積分 3（loop I）：式 (3.31)→ 式 (3.37)

次に 3 番目の積分，式 (3.31) から式 (3.37) を導出する．この積分については，4 元運動量 p を rest frame にとる．すなわち，$p=(p_0,\mathbf{0})=(m_a,\mathbf{0})$ とする．分母に $\cos\theta$ があらわれる．

$$(4.40):\int_{\mathrm{I3}} \equiv \frac{(-i\pi)^2 2m_c}{(2\pi)^4}\int\frac{d^4l}{(2\pi)^4}\,(l\cdot q-m_b^2)\,\delta(l^2-m_1^2)\,\mathcal{P}\frac{1}{(l-q)^2-m_2^2}\,\delta((l-p)^2-m_3^2)$$
$$=\int dl_0\,\delta(l^2-m_1^2)\times(\text{残余}) = \frac{1}{2\sqrt{|\boldsymbol{l}|^2+m_1^2}}\times(\text{残余})\,|_{l_0=\sqrt{|\boldsymbol{l}|^2+m_1^2}}$$
$$\delta(\,(l-p)^2-m_3^2) = \delta\left(G(1,-3,a)-2m_a\sqrt{|\boldsymbol{l}|^2+m_1^2}\right)\text{より}$$
$$=\int d|\boldsymbol{l}|\,\delta\left(G(1,-3,a)-2m_a\sqrt{|\boldsymbol{l}|^2+m_1^2}\right)\times(\text{他の部分})\qquad \sqrt{|\boldsymbol{l}|^2+m_1^2}=y\text{とおく}$$
$$=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{G(1,-3,a)}{2m_a}\right)^2-m_1^2}}\cdot\frac{G(1,-3,a)}{2m_a}\cdot\frac{1}{2m_a}\times(\text{他の部分})_{|\boldsymbol{l}|=\frac{F(1,3,b)}{2m_a}}$$
$$=\frac{G(1,-3,a)}{F(1,3,a)}\cdot\frac{1}{2m_a}\times(\text{他の部分})_{|\boldsymbol{l}|=\frac{F(1,3,a)}{2m_a}}$$

なお $|\boldsymbol{l}|=\dfrac{F(1,3,a)}{2m_a}$ は，$\delta\left(G(1,-3,a)-2m_a\sqrt{|\boldsymbol{l}|^2+m_1^2}\right)$ から求まる．また $l_0=\dfrac{G(1,-3,a)}{2m_a}$ となる．

主値積分の分母と，被積分関数中の $(l\cdot q - m_b^2)$ を計算する．なお，4 元運動量 $q, p-q$ にもとづき，下式が成り立つ．

$$q_0^2 - |\boldsymbol{q}|^2 = m_b^2,\ (p-q)^2 = m_c^2 \text{また} p \text{を rest frame にとっているので} \boldsymbol{p} = \boldsymbol{0}.$$

$$\text{これらを用いると}\quad q_0 = \frac{G(a,b,-c)}{2m_a},\quad |\boldsymbol{q}| = \frac{F(a,b,c)}{2m_a}\quad \text{が得られる．}$$

$$\begin{aligned}
\text{分母} &= l^2 - 2l\cdot q + q^2 - m_2^2 = G(1,-2,b) - 2l_0q_0 + 2|\boldsymbol{l}||\boldsymbol{q}|\cos\theta \\
&= G(1,-2,b) - 2\frac{G(1,-3,a)}{2m_a}\frac{G(a,b,-c)}{2m_a} + 2\frac{F(1,3,a)}{2m_a}\frac{F(a,b,c)}{2m_a}\cos\theta \\
\text{分子} &= l_0q_0 - |\boldsymbol{l}||\boldsymbol{q}|\cos\theta - m_b^2 = \frac{G(1,-3,a)}{2m_a}\frac{G(a,b,-c)}{2m_a} - m_b^2 - 2\frac{F(1,3,a)}{2m_a}\frac{F(a,b,c)}{2m_a}\cos\theta
\end{aligned}$$

以上をまとめると，軽い質量の quark も含めた（省略しない）積分値が得られる．

$$\begin{aligned}
\int_{\mathrm{I3}} &= \frac{(-i\pi)^2 2m_c}{(2\pi)^4}\frac{1}{2\sqrt{|\boldsymbol{l}|^2 + m_1^2}}\frac{G(1,-3,a)}{F(1,3,a)}\frac{1}{2m_a} \\
&\quad\times\left(-\int_{-1}^{1} d(\cos\theta)(2\pi)|\boldsymbol{l}|^2 \frac{\frac{G(1,-3,a)}{2m_a}\frac{G(a,b,-c)}{2m_a} - m_b^2 - 2\frac{F(1,3,a)}{2m_a}\frac{F(a,b,c)}{2m_a}\cos\theta}{G(1,-2,b) - 2\frac{G(1,-3,a)}{2m_a}\frac{G(a,b,-c)}{2m_a} + 2\frac{F(1,3,a)}{2m_a}\frac{F(a,b,c)}{2m_a}\cos\theta}\right) \\
&\quad \text{ここに } |\boldsymbol{l}| = \frac{F(1,3,a)}{2m_a} \text{を代入しまとめる．} \\
&= \frac{1}{32\pi m_a^2}\left(F(1,3,a) + \frac{m_a^2 G(-1,2,b)}{F(a,b,c)}\right. \\
&\quad\left.\times\log\left|\frac{2m_a^2G(1,-2,b) - G(a,b,-c)G(1,-3,a) + F(a,b,c)F(1,3,a)}{2m_a^2G(1,-2,b) - G(a,b,-c)G(1,-3,a) - F(a,b,c)F(1,3,a)}\right|\right)
\end{aligned}\tag{4.46}$$

4.3.9 運動量積分 4,5,6（loop II）

図 4.2に示した 1-loop(II) についての積分すなわち残りの 3 つの積分については，被積分関数の spinor part の結果が $2m_c(l-q)\cdot q$ が $-2m_cm_4(l-p)\cdot q$ となる点のみことなり，運動量積分自体は同様に行うことができる．なお，1-loop(II) の spinor part の質量次元が 1-loop(I) と異なるが，これは coupling part との組み合わせで等しくなる（式 (4.17), 式 (4.19) 参照）．軽い質量の quark も含めた（省略しない）積分結果はそ

れぞれ次のとおりである．

$$(4.41):\int_{\mathrm{II4}}=\frac{1}{32\pi}\frac{G(1,-2,-b)-G(a,b,-c)}{F(a,b,c)}$$
$$\times\log\left|\frac{2m_b^2G(1,-3,a)-G(1,-2,b)G(a,b,-c)+F(1,2,b)F(a,b,c)}{2m_b^2G(1,-3,a)-G(1,-2,b)G(a,b,-c)-F(1,2,b)F(a,b,c)}\right| \tag{4.47}$$

$$(4.42):\int_{\mathrm{II5}}=\frac{1}{32\pi}\frac{F(2,3,c)}{m_c^2}\Bigg(1+\frac{m_c^2(\,G(-1,2,b)-G(-a,b,c)\,)}{F(a,b,c)F(2,3,c)}$$
$$\times\log\left|\frac{2m_c^2G(-1,2,b)+G(a,-b,-c)G(2,3,-c)-F(a,b,c)F(2,3,c)}{2m_c^2G(-1,2,b)+G(a,-b,-c)G(2,3,-c)+F(a,b,c)F(2,3,c)}\right|\Bigg) \tag{4.48}$$

$$(4.43):\int_{\mathrm{II6}}=\frac{1}{32\pi m_a^2}\frac{F(1,3,a)}{m_a^2}\Bigg(-1+\frac{m_a^2(\,G(1,-2,b)-G(a,b,-c)\,)}{F(a,b,c)F(a,b,c)}$$
$$\times\log\left|\frac{2m_a^2G(1,-2,b)-G(a,b,-c)G(1,-3,a)+F(a,b,c)F(1,3,a)}{2m_a^2G(1,-2,b)-G(a,b,-c)G(1,-3,a)-F(a,b,c)F(1,3,a)}\right|\Bigg) \tag{4.49}$$

なお，以上の運動量積分は，総ての質量を加味しているが，$\int_{\mathrm{I1}}$ (4.44) については，ループ中の $m_2\to m_d=0$，外線の $m_b\to m_Q=M_u\ll 1(\neq 0)$ として M_u^2 を残し $\mathcal{O}(M_u^4)$ から無視すると，式 (3.35) が得られる．

同様に，$\int_{\mathrm{I2}}$ (4.45), $\int_{\mathrm{I3}}$ (4.46) については，$m_2\to m_d=0$, $m_b\to m_Q=M_u=0$ とすると，それぞれ式 (3.36), (3.37) が得られる．

$\int_{\mathrm{II4}}$(4.47) については，ループ中の $m_3\to m_Q=M_u\ll 1(\neq 0)$，外線の $m_b\to m_Q=M_u\ll 1(\neq 0)$ として M_u^2 を残し $\mathcal{O}(M_u^4)$ から無視すると，式 (3.38) が得られる．

同様に，$\int_{\mathrm{II5}}$ (4.48), $\int_{\mathrm{II6}}$ (4.49) については，m_3, $m_b\to m_Q=0$ とすると，それぞれ式 (3.39), (3.40) が得られる．

4.4 adjusted CKM Matrix, g_s, etc

数値計算に用いる数値を記す．RGE [61] によって走らせた数値は，エネルギースケール μ_E=2000GeV における値である．なお，以下採用する値は文献 [62] に基づく．

$(Y^u)_{ij}=y^u_{ij},(Y^d)_{ij}=y^d_{ij},V_{CKM}\equiv V_L^uV_L^{d\dagger}$ として，湯川カプリングその他数値は次

の通りである．

$\tan\beta = 3;$

$$Y^u = \begin{pmatrix} 6.2099\cdot 10^{-6} & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0031669 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.85558 \end{pmatrix}, Y^d = \begin{pmatrix} 0.000041340 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.00082149 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.042678 \end{pmatrix}$$

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} -0.97435 & 0.22500 & 0.0037094 \\ -0.16047+0.15753i & -0.69426+0.68239i & -0.039296-0.015298i \\ 0.00027494-0.0086530i & 0.017662-0.037485i & -0.99910+0.00084031i \end{pmatrix}$$

$\tan\beta = 10;$

$$Y^u = \begin{pmatrix} 5.9206\cdot 10^{-6} & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0030194 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.81572 \end{pmatrix}, \quad Y^d = \begin{pmatrix} 0.00013141 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0026114 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.13567 \end{pmatrix}$$

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} -0.97435 & 0.22500 & 0.0037095 \\ -0.16047+0.15753i & -0.69426+0.68239i & -0.039296-0.015298i \\ 0.00027494-0.0086530i & 0.017662-0.037485i & -0.99910+0.00084031i \end{pmatrix}$$

$\tan\beta = 50;$

$$Y^u = \begin{pmatrix} 5.8924\cdot 10^{-6} & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0030050 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.81184 \end{pmatrix}, \quad Y^d = \begin{pmatrix} 0.00065396 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.012995 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.67512 \end{pmatrix}$$

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} -0.97435 & 0.22500 & 0.0037095 \\ -0.16047+0.15753i & -0.69426+0.68239i & -0.039296-0.015298i \\ 0.00027494-0.0086530i & 0.017662-0.037485i & -0.99910+0.00084031i \end{pmatrix}$$

また，g_s=1.009 である．

なお，相互作用の固有状態から質量固有状態に変換するユニタリ行列を $V_L^u, V_R^u, V_L^d, V_R^d$, ヒッグスボゾンの真空期待値に乗算して MS 粒子に質量を与え

る湯川カプリングをそれぞれ $y_t, y_c, y_u, y_b, y_s, y_d$ として，次が成り立つ．

$$Y^u \equiv V_L^u \begin{pmatrix} y_t & 0 & 0 \\ 0 & y_c & 0 \\ 0 & 0 & y_u \end{pmatrix} V_R^{u\dagger} (\equiv V_L^u Y^{tcu} V_R^{u\dagger}), \quad Y^d \equiv V_L^d \begin{pmatrix} y_b & 0 & 0 \\ 0 & y_s & 0 \\ 0 & 0 & y_d \end{pmatrix} V_R^{d\dagger} (\equiv V_L^d Y^{bsd} V_R^{d\dagger}) \tag{4.50}$$

ここで，$V_R^u, V_R^d = I_3$ とおき，$V_{CKM} = V_L^u V_L^{d\dagger}$ から Y^u, Y^d に具体的な数値を与えるために，次の 2 つの割り付けを用いる．

$$\text{割付 1:} \quad V_L^u = I, V_L^{d\dagger} = V_{CKM} \qquad \to Y^u = Y^{tcu},\ Y^d = V_{CKM}^\dagger V^{bsd} \tag{4.51}$$

$$\text{割付 2:} \quad V_L^u = V_{CKM}, V_L^{d\dagger} = I \qquad \to Y^u = V_{CKM} Y^{tcu},\ Y^d = V^{bsd} \tag{4.52}$$

4.5　質量が縮退している場合等における評価式

squark 等の質量の縮退がある場合の $\Gamma - \bar{\Gamma}$ をまとめておく．ここでは，$\Gamma(\tilde{u}_i^c \to Q_l^{u\dagger} + \tilde{H}^{0\dagger}) - \bar{\Gamma}(\leftarrow)$（$(\leftarrow)$ は前に記した相同部分を表す．以降同じ．この例では崩壊の反粒子バージョンを示す）を例に取り説明する．また，$\Gamma(\tilde{u}_i^c \to Q_l^{u\dagger} + \tilde{H}^{0\dagger})$ を説明の便宜上 Γ_{il} と示すこととする．

式 (3.55) では l について和をとるが，まず式 (3.27) について $i = 1$ すなわち Γ_{1l} を計算する．式 (3.27) について，前段の r，後段の s についてのそれぞれの和を計算していく．また湯川カプリングについては割付 1 を用いる．

$$
\begin{aligned}
\Gamma_{1l} - \bar{\Gamma}_{1l} =& \frac{1}{16\pi m_{\tilde{u}_1}} \left(1 - \frac{|\mu|^2}{m_{\tilde{u}_1}^2}\right) |\mu| \times [\\
& 2i\{ \quad \left(y_{l1}^{u*}\ (Y^d Y^{d\dagger})_{l1}(A_{11}^u - \mu^* y_{11}^u) - (\leftarrow)^*\right) \qquad\qquad (r=1) \\
& \qquad \times (F_{\mathrm{I}1}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{Q}_1}, M_{u_l}) + F_{\mathrm{I}2}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{Q}_1}) + F_{\mathrm{I}3}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{Q}_1})) \\
& \quad + \left(y_{l1}^{u*}\ (Y^d Y^{d\dagger})_{l2}(A_{21}^u - \mu^* y_{21}^u) - (\leftarrow)^*\right) \qquad\qquad (r=2) \\
& \qquad \times (F_{\mathrm{I}1}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{Q}_2}, M_{u_l}) + F_{\mathrm{I}2}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{Q}_2}) + F_{\mathrm{I}3}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{Q}_2})) \\
& \quad + \left(y_{l1}^{u*}\ (Y^d Y^{d\dagger})_{l3}(A_{31}^u - \mu^* y_{31}^u) - (\leftarrow)^*\right) \qquad\qquad (r=3) \\
& \qquad \times (F_{\mathrm{I}1}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{Q}_3}, M_{u_l}) + F_{\mathrm{I}2}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{Q}_3}) + F_{\mathrm{I}3}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{Q}_3})) \quad \} \\
& +2i\{ \quad \left(y_{l1}^{u*}\ y_{l1}^d\ (Y^{d\dagger} Y^u)_{11}\ \mu - (\leftarrow)^*\right) \qquad\qquad (s=1) \\
& \qquad \times (F_{\mathrm{II}4}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{d}_1}, M_{u_l}) + F_{\mathrm{II}5}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{d}_1}) + F_{\mathrm{II}6}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{d}_1})) \\
& \quad + \left(y_{l1}^{u*}\ y_{l2}^d\ (Y^{d\dagger} Y^u)_{21}\ \mu - (\leftarrow)^*\right) \qquad\qquad (s=2) \\
& \qquad \times (F_{\mathrm{II}4}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{d}_2}, M_{u_l}) + F_{\mathrm{II}5}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{d}_2}) + F_{\mathrm{II}6}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{d}_2})) \\
& \quad + \left(y_{l1}^{u*}\ y_{l3}^d\ (Y^{d\dagger} Y^u)_{31}\ \mu - (\leftarrow)^*\right) \qquad\qquad (s=3) \\
& \qquad \times (F_{\mathrm{II}4}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{d}_3}, M_{u_l}) + F_{\mathrm{II}5}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{d}_3}) + F_{\mathrm{II}6}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{d}_3})) \quad \} \quad]
\end{aligned}
\tag{4.53}
$$

なお，$F_{\mathrm{I}1}$ から $F_{\mathrm{II}6}$ は，式 (3.35) から (3.40) のそれぞれに，$m_{\tilde{u}_{i=1}}, m_{\tilde{Q}_{r=1,2,3}}, m_{\tilde{d}_{s=1,2,3}}$ を代入したものである．

次に $l = 1, 2, 3$ として和をとる．ここで割付 1 では Y^u は対角行列であるので，y_{l1}^{u*} は $l = 1$ すなわち y_{11}^{u*} しか残らない．また，$m_{\tilde{Q}_1} = m_{\tilde{Q}_2} = m_{\tilde{Q}_3}$, $m_{\tilde{d}_1} = m_{\tilde{d}_2} = m_{\tilde{d}_3}$ でありこれらをそれぞれ $m_{\tilde{Q}}$, $m_{\tilde{d}}$ と表すと，結局 $\Sigma_{l=1}^3(\Gamma_{1l} - \bar{\Gamma}_{1l})$ は次となる．なお，他の崩壊の場合と区別するため，これを $\Gamma_{u1\uparrow1}$ と表記するものとする．添字の $u1$ は $\tilde{u}_{i=1}^c$ の崩壊であることを示し，$\uparrow$ は崩壊先の doublet の上要素 $Q^{u\dagger}$ を示し，最後の 1 は割付

1 を用いたものであることを示す．

$$
\begin{aligned}
\Gamma_{u1\uparrow 1} &= \sum_{l=1}^{3}(\Gamma_{1l} - \bar{\Gamma}_{1l}) = \Gamma_{11} - \bar{\Gamma}_{11} \\
&= \frac{1}{16\pi m_{\tilde{u}_1}}\left(1 - \frac{|\mu|^2}{m_{\tilde{u}_1}^2}\right)|\mu| \times [\\
&\qquad 2i\{\ (y_{11}^{u*}\ (Y^dY^{d\dagger})_{11}(A_{11}^u - \mu^* y_{11}^u) - (\leftarrow)^* \\
&\qquad\quad + y_{11}^{u*}\ (Y^dY^{d\dagger})_{12}(A_{21}^u - \mu^* y_{21}^u) - (\leftarrow)^* \\
&\qquad\quad + y_{11}^{u*}\ (Y^dY^{d\dagger})_{13}(A_{31}^u - \mu^* y_{31}^u) - (\leftarrow)^*\ ) \\
&\qquad\quad \times (\ F_{\mathrm{I1}}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{Q}}, M_{u_1}) + F_{\mathrm{I2}}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{Q}}) + F_{\mathrm{I3}}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{Q}})\ )\ \} \\
&\quad + 2i\{\ (y_{11}^{u*}\ y_{11}^d\ (Y^{d\dagger}Y^u)_{11}\ \mu - (\leftarrow)^* \\
&\qquad\quad + y_{11}^{u*}\ y_{12}^d\ (Y^{d\dagger}Y^u)_{21}\ \mu - (\leftarrow)^* \\
&\qquad\quad + y_{11}^{u*}\ y_{13}^d\ (Y^{d\dagger}Y^u)_{31}\ \mu - (\leftarrow)^*\ ) \\
&\qquad\quad \times (\ F_{\mathrm{II4}}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{d}}, M_{u_1}) + F_{\mathrm{II5}}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{d}}) + F_{\mathrm{II6}}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{d}})\ )\ \}\ ]
\end{aligned} \tag{4.54}
$$

同様にして，doublet の下要素である $Q^{d\dagger}$ への崩壊で，割付 1 を用いた $\Gamma(\tilde{u}_1^c \to Q_l^{d\dagger} + \tilde{H}^-) - \bar{\Gamma}(\leftarrow)$ の和 $\Gamma_{u1\downarrow 1}$ は次となる（本ケースでは正確な積分である (4.44) から (4.49) について $b = m_b = m_{Q^d}$ が入り込むが，この質量が小さいため，結局近似式において (3.35) と (3.38) の M_{u_l} が $M_{d_l}(= m_{Q^d})$ に変わるだけである）．

$$
\begin{aligned}
\Gamma_{u1\downarrow 1} &= \frac{1}{16\pi m_{\tilde{u}_1}}\left(1 - \frac{|\mu|^2}{m_{\tilde{u}_1}^2}\right)|\mu| \times [\\
&\qquad 2i\{\ (y_{11}^{u*}\ (Y^dY^{d\dagger})_{11}(A_{11}^u - \mu^* y_{11}^u) - (\leftarrow)^* \\
&\qquad\quad + y_{11}^{u*}\ (Y^dY^{d\dagger})_{12}(A_{21}^u - \mu^* y_{21}^u) - (\leftarrow)^* \\
&\qquad\quad + y_{11}^{u*}\ (Y^dY^{d\dagger})_{13}(A_{31}^u - \mu^* y_{31}^u) - (\leftarrow)^*\ ) \\
&\qquad\quad \times (\ F_{\mathrm{I1}}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{Q}}, M_{d_1}) + F_{\mathrm{I2}}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{Q}}) + F_{\mathrm{I3}}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{Q}})\ )\ \} \\
&\quad + 2i\{\ (y_{11}^{u*}\ y_{11}^d\ (Y^{d\dagger}Y^u)_{11}\ \mu - (\leftarrow)^* \\
&\qquad\quad + y_{11}^{u*}\ y_{12}^d\ (Y^{d\dagger}Y^u)_{21}\ \mu - (\leftarrow)^* \\
&\qquad\quad + y_{11}^{u*}\ y_{13}^d\ (Y^{d\dagger}Y^u)_{31}\ \mu - (\leftarrow)^*\ ) \\
&\qquad\quad \times (\ F_{\mathrm{II4}}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{d}}, M_{d_1}) + F_{\mathrm{II5}}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{d}}) + F_{\mathrm{II6}}(m_{\tilde{u}_1}, m_{\tilde{d}})\ )\ \}\ ]
\end{aligned} \tag{4.55}
$$

次に，割付 2 を検討する．
割付はカプリングに関する事項であるので，先に示した $\Gamma_{1l}-\bar{\Gamma}_{1l}$ の表式自体は変わらない．割付 2 は Y^d が対角行列であることに注意すると，$r=1,2,3$ については $(Y^dY^{d\dagger})_{11},(Y^dY^{d\dagger})_{22},(Y^dY^{d\dagger})_{33}$ だけが残ることとなる．同様に $s=1,2,3$ では $y^d_{11},y^d_{22},y^d_{33}$ のみが残ることとなる．したがって，$\Gamma_{u1\uparrow 2}$ は次で与えられる．

$$
\begin{aligned}
\Gamma_{u1\uparrow 2} &= \sum_{l=1}^{3}(\Gamma_{1l}-\bar{\Gamma}_{1l}) \\
&= \frac{1}{16\pi m_{\tilde{u}_1}}\left(1-\frac{|\mu|^2}{m^2_{\tilde{u}_1}}\right)|\mu|\times[\\
&\quad 2i\{\ \ (\,y^{u*}_{11}\ (Y^dY^{d\dagger})_{11}(A^u_{11}-\mu^*y^u_{11})-(\leftarrow)^*) \\
&\qquad\qquad \times(\,F_{\mathrm{I}1}(m_{\tilde{u}_1},m_{\tilde{Q}},M_{u_1})+F_{\mathrm{I}2}(m_{\tilde{u}_1},m_{\tilde{Q}})+F_{\mathrm{I}3}(m_{\tilde{u}_1},m_{\tilde{Q}})\,) \\
&\qquad +(\,y^{u*}_{21}\ (Y^dY^{d\dagger})_{22}(A^u_{21}-\mu^*y^u_{21})-(\leftarrow)^*) \\
&\qquad\qquad \times(\,F_{\mathrm{I}1}(m_{\tilde{u}_1},m_{\tilde{Q}},M_{u_2})+F_{\mathrm{I}2}(m_{\tilde{u}_1},m_{\tilde{Q}})+F_{\mathrm{I}3}(m_{\tilde{u}_1},m_{\tilde{Q}})\,)\,\} \\
&\qquad +(\,y^{u*}_{31}\ (Y^dY^{d\dagger})_{33}(A^u_{31}-\mu^*y^u_{31})-(\leftarrow)^*) \\
&\qquad\qquad \times(\,F_{\mathrm{I}1}(m_{\tilde{u}_1},m_{\tilde{Q}},M_{u_3})+F_{\mathrm{I}2}(m_{\tilde{u}_1},m_{\tilde{Q}})+F_{\mathrm{I}3}(m_{\tilde{u}_1},m_{\tilde{Q}})\,)\,\} \\
&\quad +2i\{\ \ (\,y^{u*}_{11}\ y^d_{11}\ (Y^{d\dagger}Y^u)_{11}\ \mu-(\leftarrow)^*) \\
&\qquad\qquad \times(\,F_{\mathrm{II}4}(m_{\tilde{u}_1},m_{\tilde{d}},M_{u_1})+F_{\mathrm{II}5}(m_{\tilde{u}_1},m_{\tilde{d}})+F_{\mathrm{II}6}(m_{\tilde{u}_1},m_{\tilde{d}})\,)\,] \\
&\qquad +(\,y^{u*}_{21}\ y^d_{22}\ (Y^{d\dagger}Y^u)_{21}\ \mu-(\leftarrow)^*) \\
&\qquad\qquad \times(\,F_{\mathrm{II}4}(m_{\tilde{u}_1},m_{\tilde{d}},M_{u_2})+F_{\mathrm{II}5}(m_{\tilde{u}_1},m_{\tilde{d}})+F_{\mathrm{II}6}(m_{\tilde{u}_1},m_{\tilde{d}})\,)\,] \\
&\qquad +(\,y^{u*}_{31}\ y^d_{33}\ (Y^{d\dagger}Y^u)_{31}\ \mu-(\leftarrow)^*) \\
&\qquad\qquad \times(\,F_{\mathrm{II}4}(m_{\tilde{u}_1},m_{\tilde{d}},M_{u_3})+F_{\mathrm{II}5}(m_{\tilde{u}_1},m_{\tilde{d}})+F_{\mathrm{II}6}(m_{\tilde{u}_1},m_{\tilde{d}})\,)\,\}\,]
\end{aligned}
\tag{4.56}
$$

$\Gamma_{u1\downarrow 2}$ については，先に論じたのと同様に，上の式で M_{u_1},M_{u_2},M_{u_3} をそれぞれ M_{d_1},M_{d_2},M_{d_3} に変えればよい．

最後に，$\Gamma(\tilde{d}^c_i\to Q^{d\dagger}_l+\tilde{H}^{0\dagger})-\bar{\Gamma}(\leftarrow)$ の割付 2 の結果のみ，すなわち $\Gamma_{d1\downarrow 2}$ を示す [2]．$\Gamma_{d1\uparrow 2},\Gamma_{d1\downarrow 1},\Gamma_{d1\uparrow 1}$ また $\Gamma_{d2\downarrow 2},\Gamma_{d2\uparrow 2},\Gamma_{d2\downarrow 1},\Gamma_{d2\uparrow 1}$ についてはこれまでの議論を同様に当て

[2] 式 (4.54) を導く際と同様の議論に対応するのは $\Gamma_{d1\downarrow 2}$ であることに留意する．

はめればよい．

$$
\begin{aligned}
\Gamma_{d1\downarrow 2} = \frac{1}{16\pi m_{\tilde{d}_1}}\left(1-\frac{|\mu|^2}{m_{\tilde{d}_1}^2}\right)|\mu| \times [\\
&2i\{\ (\,y_{11}^{d*}\ (Y^u Y^{u\dagger})_{11}(A_{11}^d+\mu^* y_{11}^d) - (\leftarrow)^*\\
&\quad + y_{11}^{d*}\ (Y^u Y^{u\dagger})_{12}(A_{21}^d+\mu^* y_{21}^d) - (\leftarrow)^*\\
&\quad + y_{11}^{d*}\ (Y^u Y^{u\dagger})_{13}(A_{31}^d+\mu^* y_{31}^d) - (\leftarrow)^*\,)\\
&\quad \times (\,F_{\mathrm{I}1}(m_{\tilde{d}_1}, m_{\tilde{Q}}, M_{d_1}) + F_{\mathrm{I}2}(m_{\tilde{d}_1}, m_{\tilde{Q}}) + F_{\mathrm{I}3}(m_{\tilde{d}_1}, m_{\tilde{Q}})\,)\ \}\\
&+2i\{\ (\,y_{11}^{d*}\ y_{11}^u\ (Y^{u\dagger}Y^d)_{11}\ \mu - (\leftarrow)^*\\
&\quad + y_{11}^{d*}\ y_{12}^u\ (Y^{u\dagger}Y^d)_{21}\ \mu - (\leftarrow)^*\\
&\quad + y_{11}^{d*}\ y_{13}^u\ (Y^{u\dagger}Y^d)_{31}\ \mu - (\leftarrow)^*\,)\\
&\quad \times (\,F_{\mathrm{II}4}(m_{\tilde{d}_1}, m_{\tilde{u}}, M_{d_1}) + F_{\mathrm{II}5}(m_{\tilde{d}_1}, m_{\tilde{u}}) + F_{\mathrm{II}6}(m_{\tilde{d}_1}, m_{\tilde{u}})\,)\ \}\ ]
\end{aligned}
\tag{4.57}
$$

Chapter 5

まとめおよび考察

本論文では，まず，MSSM flat direction をインフラトンとみなし，inflection point inflation の条件を緩め，quasi-inflection point inflation モデルを構築した．インフラトンのポテンシャル V 中の高次項の次元 n は，flat direction の性質から $n = 4, 5, 6, 7, 9$ に限定してよく，これらを網羅的に扱った．

はじめに，宇宙論的な観測量に突き合わせ，高次項の結合係数 λ やインフラトン質量 m_Φ 等のパラメータの関係を導出し，制限を与えた．その結果 $n = 6$ は，結合係数 λ が自然な値をとりインフラトン質量 m_Φ が LHC により制限のついた質量下限に近いことがわかった．現象論的な観点から特に興味深く，この系をバリオン数生成の観点からさらに探求した．

具体的には flat direction のうち 0 でないバリオン数をもち，$n = 6$ の高次項を形成する udd 方向がインフラトンであるとして調べた．宇宙の再加熱時にインフラトンが崩壊し，その崩壊幅とハッブル定数とを比較すると，標準模型粒子が non-thermal に生成しうるということを確認した．このとき崩壊幅に差が生じるため非対称性を評価し，バリオンエントロピー比 n_B/s を算出したところ，現在の宇宙のバリオン数と整合的であることを確認した．

すなわち，udd インフラトンを用いた q-IPI モデルによるインフレーションは，モデルの確からしさを検証する宇宙論的観測量：スカラースペクトル $P_\zeta(k_*)$，スペクトル指数 n_s，テンソルスカラー比 r それぞれについて，計算値が観測数値内にあり，かつ，バリオンエントロピー比 n_B/s も整合的であることを確認した．

以上のように本論文では，最小超対称標準模型のスカラーポテンシャルの平坦方向が宇宙観測と無矛盾なインフラトンとして機能し，宇宙のバリオン数生成も説明可

能である，そのようなモデルないし理論を提唱した．

本研究に基づき，今後の検討課題としては次を挙げたい．

まず，udd flat direction については，パラメータセットのさらなる調査がある．たとえば，本論で挙げたベンチマークでは，$A^u, A^d = 0$ としたが，一般的には A^u, A^d は複素数であってよいので非対称性に寄与するものと考えられる．どの程度の絶対値，どの程度の位相範囲であれば，非対称性パラメータ ϵ_ϕ を満たしうるか，検討していきたい．同様に，μ の位相がより自然な値である場合がないか，なども検討したい．これらのパラメータは相互に関連すると考えられるが，ϵ_ϕ との整合の観点から，たとえば，どのパラメータが最も支配的あるか，ロバストであるか，など，傾向があるのであれば，これも検討し，さらにはなぜそうであるか，物理的な意味を理解していきたい．

また，まずは本モデルが観測に合致しうるかを見ることとし，質量を縮退させるなどパラメータを少なくしたが，階層性がある場合等にはどうなるかも検討したい．

つぎに，udd 方向を手がかりないし手はじめとして，flat direction を系統的に調べ上げていきたい．

具体的には，$B-L \neq 0$ である $n=6$ の残余の方向，LLe flat direction ，QdL flat direction を取り上げる計画である．特に前者は slepton のみの構成からの崩壊となるので，崩壊幅の分母に新たな考察が必要となる．後者は squark slepton の混在した崩壊となるので，別途慎重な考察が必要となる．

以上は matter parity の観点から同じ方向を重ね合わせた $(LLe)(LLe)$または$(QdL)(QdL)$による $n=6$ の flat direction であるが，表 (2.1) に挙げた $n=6$ の flat direction 4 つ（$uudQdH_u$, $(QQQ)_4LLH_u$, $(QQQ)_4LH_uH_d$, $(QQQ)_4H_uH_uH_d$）も検討しなければならない．ただし，$n=6$ が偶数であるため，matter parity even であるためには，H_u, H_d の入り込んでよい数は 2 となり，$(QQQ)_4LH_uH_d$ のみが候補となる．しかしながら，この方向は $B-L=0$ であるので，直接的にはバリオン数生成には寄与しないことがわかる．本研究の発展としてはこれら 4 つの方向は検討しなくてもよいといえる．

更には，$n=6$ を離れて $n=4,5,7,9$ についてはどの様になるかも大変興味深く，今後の研究としたい．本論文で指摘したように，$n=4$ については結合係数 λ がほと

んど 0 となり，また，$n = 9$ については，M_p のサプレションがきつくなるため，まずは $n = 5$ ついで $n = 7$ を研究したい．

なお，$n = 4$ については，$B - L \neq 0$ である LH_u 方向に基づく $(LH_u)(LH_u)$ の高次項を考えることができる．この系は，rihgt handed マヨラナニュートリノ N [1] の $N \to L + H_u$, $N \to L^\dagger + H_u^\dagger$ に関係し，マヨナラであることについて粒子と反粒子の取り扱いに留意が必要である．加えて left handed ニュートリノ ν にかかわる $N \to \nu + H_u^0$, $N \to \nu^\dagger + H_u^{0\dagger}$ は，シーソー機構によるニュートリノ ν の質量説明とも関連する事項であるため [63], [64]，§2.6.2 において結合係数 $\lambda = 10^{-7.1 \sim -7.5}$ が小さく物理的な探求動機が低くならざるを得ないと評した点は誤りで，かえって深遠な物理がここに存在する可能性もある．いずれにせよ，この系は別途特に慎重に取り扱い，研究を進めたい．

[1] N の lepton 数 =1, ハイパーチャージ =0 と考えられている．

謝辞

著者は，いわゆる社会人学生として博士課程に入学しました．物理の修士過程を終了してから 25 年以上経過しており，かつ，修士課程とは異なる素粒子物理分野の研究でしたので，初歩的なところも含めて学習する必要があり，学位取得は当初から履修年限との戦いになることが予想されました．

また，在学中はコロナ禍と重なり，研究室のみなさんに気軽に質問したり，自分の理解を確認したりするような，簡単なディスカッションがしにくい環境でもありました．

そのようななか，指導教官である波場直之教授には，オンラインを含めて常日頃根気よくご指導いただきました．また，田中宏志教授には，波場教授が大阪公立大学に異動されてから，著者の指導教官となっていただき，適時進捗管理その他ご指導いただきました．

山田敏史戦略的研究推進センター特任助教 (本学在籍時)，清水康弘同センター研究員（本学在籍時）には，在籍中はもとより島根大学からの異動後も，モデルの細かな式確認を含め，様々にご指導いただきました．

また，著者が博士課程へ入学する際，修士課程にて進学・入学してきた，長野佳輔さん，池本純平さんは，年齢は離れているものの，事実上の同期であり，ときにオンライン輪講をおこない，ときに励まし合い，大変お世話になりました．

以上の方々，また，職場に関連しご配慮いただいた方々をふくめ，著者の学業を修める上でお世話になった総ての方々に，厚くお礼を申し上げます．

Bibliography

[1] G. Lemaître, “Un Univers homogène de masse constante et de rayon croissant rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extra-galactiques ”, Annales de la Société Scientifique de Bruxelles, A47, p. 49-59 (1927).

[2] E. Hubble, “A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae” , Proc. Natl. Acad. Sci., 15(3), 168-173 (1929).

[3] A. A. Penzias, and R. W. Wilson, “A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s”, Astrophys. J., 142, 419-421 (1965).

[4] A. H. Guth, “The Inflationary Universe: A Possible Solution to the Horizon and Flatness Problems”, Phys. Rev. D 23, 347-356 (1981).

[5] The Super-Kamiokande Collaboration, “Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos”, Phys.Rev.Lett.81:1562-1567 (1998), [arXiv:hep-ex/9807003].

[6] Y. A. Golfand and E. P. Likhtman, “Extension of the Algebra of Poincaré Group Generators and Violation of P Invariance”, JETP Lett., 13, 323-326 (1971).

[7] J. Wess and B. Zumino, “Supergauge Transformations in Four Dimensions”, Nucl. Phys. B, 70, 39-50 (1974).

[8] S. P. Martin, “A Supersymmetry Primer”, Adv. Ser. Direct. High Energy Phys., 21, 1-153 (1998), [arXiv:hep-ph/9709356].

[9] R. A. Alpher, H. Bethe, and G. Gamow, “The Origin of Chemical Elements”, Phys. Rev., 73, 803-804 (1948).

[10] P. J. E. Peebles, “Primordial Helium Abundance and the Primordial Fireball. I”, Phys. Rev. Lett., 16, 410-413 (1966).

[11] M. Dine and A. Kusenko, “The origin of the matter-antimatter asymmetry”, Rev.Mod.Phys. 76:1 (2004), [arXiv:hep-ph/0303065].

[12] A. D. Sakharov, “Violation of CP Invariance, C Asymmetry, and Baryon Asymmetry of the Universe”, Sov. Phys. Usp., 34, 392-393 (1967).

[13] T. Gherghetta, C. Kolda, and S. Martin, “Flat directions in the scalar potential of the supersymmetric standard model”, Nucl.Phys. B468 (1996) 37-58, [arXiv:hep-ph/9510370].

[14] M. Dine, L. Randall and S. Thomas, “Baryogenesis from Flat Directions of the Supersymmetric Standard Model”, Nucl. Phys. B 458 (1996) 291-326, [arXiv:hep-ph/9507453].

[15] K. Enqvist and A. Mazumdar, “Cosmological consequences of MSSM flat directions”, Phys. Rept., 380, 99-234 (2003), [arXiv:hep-ph/0209244].

[16] K. Enqvist, A. Jokinen, and A. Mazumdar, “Dynamics of MSSM Flat Directions Consisting of Multiple Scalar Fields”, Phys. Rev. D, 68, 103507 (2003), [arXiv:hep-ph/0311336].

[17] R. Allahverdi, K. Enqvist, J. Garcia-Bellido and A. Mazumdar, “Gauge invariant MSSM inflaton”, Phys. Rev. Lett. 97, 191304 (2006), [arXiv:hep-ph/0605035].

[18] D. H. Lyth, “MSSM inflation”, JCAP 04, 006 (2007), [arXiv:hep-ph/0605283].

[19] J. C. Bueno Sanchez, K. Dimopoulos and D. H. Lyth, “A-term inflation and the MSSM”, JCAP 01, 015 (2007), [arXiv:hep-ph/0608299].

[20] R. Allahverdi, K. Enqvist, J. Garcia-Bellido, A. Jokinen and A. Mazumdar, “MSSM flat direction inflation: Slow roll, stability, fine tunning and reheating”, JCAP 06, 019 (2007), [arXiv:hep-ph/0610134].

[21] D. Baumann, A. Dymarsky, I. R. Klebanov, L. McAllister and P. J. Steinhardt, “A Delicate universe”, Phys. Rev. Lett. 99, 141601 (2007), [arXiv:0705.3837 [hep-th]].

[22] K. Enqvist, L. Mether and S. Nurmi, "Supergravity origin of the MSSM inflation", JCAP 11, 014 (2007), [arXiv:0706.2355 [hep-th]].

[23] R. Allahverdi, B. Dutta and A. Mazumdar, "Unifying inflation and dark matter with neutrino masses", Phys. Rev. Lett. 99, 261301 (2007), [arXiv:0708.3983 [hep-ph]].

[24] R. Allahverdi, B. Dutta and A. Mazumdar, "Attraction towards an inflection point inflation", Phys. Rev. D 78, 063507 (2008), [arXiv:0806.4557 [hep-ph]].

[25] C. M. Lin and K. Cheung, "Reducing the Spectral Index in Supernatural Inflation", Phys. Rev. D 79, 083509 (2009), [arXiv:0901.3280 [hep-ph]].

[26] R. Allahverdi, B. Dutta and Y. Santoso, "MSSM inflation, dark matter, and the LHC", Phys. Rev. D 82, 035012 (2010), [arXiv:1004.2741 [hep-ph]].

[27] K. Enqvist, A. Mazumdar and P. Stephens, "Inflection point inflation within supersymmetry", JCAP 06, 020 (2010), [arXiv:1004.3724 [hep-ph]].

[28] S. Hotchkiss, A. Mazumdar and S. Nadathur, "Inflection point inflation: WMAP constraints and a solution to the fine-tuning problem", JCAP 06, 002 (2011), [arXiv:1101.6046 [astro-ph.CO]].

[29] S. Choudhury and S. Pal, "Fourth level MSSM inflation from new flat directions", JCAP 04, 018 (2012), [arXiv:1111.3441 [hep-ph]].

[30] S. Choudhury, A. Mazumdar and S. Pal, "Low & High scale MSSM inflation, gravitational waves and constraints from Planck", JCAP 07, 041 (2013), [arXiv:1305.6398 [hep-ph]].

[31] S. M. Choi and H. M. Lee, "Inflection point inflation and reheating", Eur. Phys. J. C 76, no.6, 303 (2016), [arXiv:1601.05979 [hep-ph]].

[32] N. Okada and D. Raut, "Inflection-point Higgs Inflation", Phys. Rev. D 95, no.3, 035035 (2017), [arXiv:1610.09362 [hep-ph]].

[33] A. Ferrantelli, "Reheating, thermalization and non-thermal gravitino production in MSSM inflation", Eur. Phys. J. C 77, no.10, 716 (2017), [arXiv:1702.01051 [hep-ph]].

[34] N. Okada, S. Okada and D. Raut, “Inflection-point inflation in hyper-charge oriented $U(1)_X$ model”, Phys. Rev. D 95, no.5, 055030 (2017), [arXiv:1702.02938 [hep-ph]].

[35] G. Weymann-Despres, S. Henrot-Versillé, G. Moultaka, V. Vennin, L. Duflot and R. von Eckardstein, “MSSM inflation revisited: Toward a coherent description of high-energy physics and cosmology”, Phys. Rev. D 108, no.2, 023511 (2023), [arXiv:2304.04534 [hep-ph]].

[36] J. G. Rodrigues, V. Oliveira, R. von Marttens, C. A. d. S. Pires and J. Alcaniz, “CMB constraints on inflection-point inflation with a pseudo-scalar dark matter”, [arXiv:2309.09842 [astro-ph.CO]].

[37] S. Choudhury, A. Mazumdar and S. Pal, “Low and High scale MSSM inflation, gravitational waves and constraints from Planck”, JCAP 07, 041 (2013), [arXiv:1305.6398 [hep-ph]].

[38] A. D. Linde, “A New Inflationary Universe Scenario: A Possible Solution of the Horizon, Flatness, Homogeneity, Isotropy and Primordial Monopole Problems”, Phys. Lett. B, 108, 389-393 (1982).

[39] A. Albrecht and P. J. Steinhardt, “Cosmology for Grand Unified Theories with Radiatively Induced Symmetry Breaking”, Phys. Rev. Lett., 48, 1220-1223 (1982).

[40] Y. Akrami *et al.*, “Planck 2018 results. X. Constraints on inflation”, Astron. Astrophys. 641, A10 (2020), [arXiv:1807.06211 [astro-ph.CO]].

[41] P. A. R. Ade *et al.*, “Planck 2013 results. XXII. Constraints on inflation”, Astron. Astrophys. 571 (2014) A22, [arXiv:1303.5082 [astro-ph.CO]].

[42] M. Tristram *et al.*, “Improved limits on the tensor-to-scalar ratio using BICEP and Planck data”, Phys. Rev. D 105, no.8, 083524 (2022), [arXiv:2112.07961 [astro-ph.CO]].

[43] E. W. Kolb and M. S. Turner, “The Early Universe”, Addison-Wesley, (1990).

[44] T. S. Coleman and M. Roos, “Effective degrees of freedom during the radiation era”, Phys.Rev. D68 (2003) 027702, [arXiv:astro-ph/0304281].

[45] L. Husdal, “On Effective Degrees of Freedom in the Early Universe”, Galaxies, 4, 78 (2016), [arXiv:1609.04979].

[46] A. R. Liddle and S. M. Leach, “How Long Before the End of Inflation Were Observable Perturbations Produced?”, Phys. Rev. D, 68, 103503 (2003), [arXiv:astro-ph/0305263].

[47] L. Kofman, “Aspects of Preheating after Inflation”, (1998), [arXiv:astro-ph/9802221].

[48] R.L. Workman *et al.*, “Reviw of Particle Physics”, Prog. Theor. Exp. Phys. 2022, 083C01 (2022).

[49] M. Y. Khlopov and A. D. Linde, “Is It Easy to Save the Gravitino?”, Phys. Lett. B 138, 265-268 (1984) .

[50] J. R. Ellis, J. E. Kim and D. V. Nanopoulos, “Cosmological Gravitino Regeneration and Decay”, Phys. Lett. B 145, 181-186 (1984) .

[51] F. Su, Y. Wu, Ya. Yang, C. Zhuang, “Large Strong Phases and CP Violation in the Annihilation Processes”, Eur.Phys.J.C48:401-411, (2006), [arXiv:hep-ph/0604082].

[52] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, “An Introduction to Quantum Field Theory”, Addison-Wesley, (1995).

[53] R.E. Cutkosky, “Singularities and Discontinuities of Feynman Amplitudes”, J. Math. Phys. 1 (1960) 429-433.

[54] H.Ghaderi, S.Leupold, “Triangle Loop in Scalar Decay and Cutting Rules”, Uppsala University, (2013).

[55] Y. Zhou, “Imaginary Part of Feynman Amplitude, Cutting Rules and Optical Theorem”, Phys. Rev. D, 85, 105005 (2012), [arXiv:hep-ph/0412204].

[56] B. A. Kniehl, “Dispersion Relations in Loop Calculations”, Phys. Rept., 240, 211-295 (1994), [arXiv:hep-ph/9607255].

[57] R. J. Eden, P. V. Landshoff, D. I. Olive, and J. C. Polkinghorne, “The Analytic S-Matrix”, Cambridge University Press (1966).

[58] S. Y. Khlebnikov and M. E. Shaposhnikov, “The Statistical Theory of Anomalous Fermion Number Nonconservation”, Nucl. Phys. B 308, 885-912 (1988) .

[59] J. A. Harvey and M. S. Turner, “Cosmological baryon and lepton number in the presence of electroweak fermion number violation”, Phys. Rev. D 42, 3344-3349 (1990).

[60] W. Buchmuller and S. Fredenhagen, “Elements of Baryogenesis”, Phys. Lett. B, 483, 217-224 (2000), [arXiv:hep-ph/0001098].

[61] P. Kielanowski, S. R. Juárez W., and J. G. Mora H., “Theorems on the Renormalization Group Evolution of Quark Yukawa Couplings and CKM Matrix”, Phys. Rev. D, 72, 096003 (2005), [arXiv:hep-ph/0002062].

[62] N. Haba and T. Yamada, “Conditions for suppressing dimension-five proton decay in renormalizable SUSY SO(10) GUT”, JHEP 02, 148 (2023), [arXiv:2211.10091 [hep-ph]].

[63] M. Fukugita and T. Yanagida, “Baryogenesis Without Grand Unification”, Phys. Lett. B, 174, 45-47 (1986).

[64] R. Allahverdi, A. Kusenko, and A. Mazumdar, “A-term Inflation and the Smallness of the Neutrino Masses”, J. Cosmol. Astropart. Phys., 0707, 018 (2007), [arXiv:hep-ph/0608138].

[65] N. Haba, Y. Shimizu, Y. Tanabe, T. Yamada, “Confronting Minimal Supersymmetric Standard Model Flat Direction Inflation with Planck/BICEP Data”, Prog. Theor. Exp. Phys., Vol 2024, Issue 9, Sept. 2024, 093C01, [arXiv:2405.00918 [hep-ph]].

[66] N. Haba, Y. Shimizu, Y. Tanabe, T. Yamada, “Non-thermal baryogenesis from MSSM flat direction”, Prog. Theor. Exp. Phys., Vol 2024, Issue 11, Nov. 2024 ,113C01, [arXiv:2408.00228 [hep-ph]].