

説明タイプの変容に寄与する相互作用のあり方に関する一考察 —図形の包摂関係の理解を目的とした授業を通して—

板垣 大助*

Daisuke ITAGAKI

A Study on Interaction for the Transformation of Explanation Types
—Through a Classes aimed at Understanding Subsumption Relations among Figures—

ABSTRACT

本研究の目的は、二つの図形間における正しい包摂関係を捉える際に求められる、よりよい説明への変容に影響する子ども同士の相互作用の特徴を指摘することである。下位課題として、「1 包摂関係の理解に至りやすい説明のタイプを指摘すること」、「2 望ましい説明タイプへの変容を促す、子ども同士の話し合いで示される情報の特徴を指摘すること」の2点を設定した。そこで本稿では、小学校6年生に対して、調査授業を計画、実施し、そこで得られたデータの分析を行った。下位課題1については、「状態4'eへの移行を促す3つの要因（松尾, 1997）」を参照することから、子どもが記述した包摂関係の説明を3つの説明タイプに分け、説明タイプと包摂関係の理解との関係を捉えた。そこから、操作的活動を根拠に説明をする子どもよりも、図形の性質や条件付加を根拠に説明をする子どもの方が、正しく包摂関係を捉えていることを指摘した。下位課題2については、望ましい説明タイプに変容した子どものグループにおける話し合いの発話を分析することから、説明の変容を促す話し合いで示される情報の特徴として5点を指摘した。

【キーワード：図形の概念形成、包摂関係、説明、相互作用、話し合い】

1. 研究の背景と目的

(1) 研究の背景

中学校2年生では、平行四辺形を一般とみなし、長方形、ひし形、正方形を特殊と捉える、平行四辺形の包摂関係を学習する。このような、図形同士の包摂関係を捉える学習は、昭和30年代から実施されている。その後、60年以上が経過し、包摂関係の理解に関する数多くの研究の蓄積は確認されるが、子どもの理解の実態は好ましい状態にあるとは言い難い。例えば、中学校2年生を対象に、過去3回に渡って行われた調査結果からは、全ての調査において、十分な理解の状況を示している生徒の割合はごくわずかであった実態が報告されている¹⁾²⁾³⁾。さらに、上記の調査における中学校2年生の約半数近くの生徒が、平行四辺形を、箱を上からつぶして横から見たような「つぶれた平行四辺形」のみと捉えていることから、平行四辺形の概念形成は小学校4年生時点で止まっていると捉えてよいだろう。

実際、中学校2年生で包摂関係を扱う授業時数は数時間であり⁴⁾、そこでの学習だけで図形同士の関係を包摂関係として捉えていくことは困難性が高いものと推察される。1980～1990年代頃までは、小学校においては、2つの図形同士の関係を捉える相互関係が学習に位置づけられていて、小学校高学年における学習について盛んに研究がなされていた^{5) 6)}。小学校での指導の実際をみると、最初に小学校低・中学年において、図形の性質から図形そのものを捉える、対象概念としての図形概念が形成され、その後、対角線や線対称・点対称、求積公式

等から図形同士の関係を捉える指導が行われている。しかし、1989年の学習指導要領改訂以降、小学校では学習内容として図形の相互関係を取り扱わなくなったことから、関係概念に関する指導の塩梅は授業をする教師に委ねられているところが大きい。例えば、面積の学習において、平行四辺形と長方形の求積公式をそれぞれ独立に指導されるか、長方形の縦の長さを高さ、横の長さを底辺と捉え、長方形の面積が平行四辺形の面積公式で導けるといった同類として捉える指導がなされるかによって、概念形成は異なる様相を示すと予想できる。

これらのことから、依然として十分な図形の概念形成がなされていない現在の状況においては、中学校への接続のため、小学校高学年における図形の概念形成について、より精緻な考察がなされる必要があるとの見解に至る。

そのような問題意識を前提とし、次節からは、先行研究を概観することから、研究課題を焦点化していくこととする。

(2) 図形の概念形成に関わる先行研究

過去には、図形の概念形成に関わる多くの研究が国内外に存在する。

国外においては、van Hiele, P.M.⁷⁾が、幾何学習における5つの思考水準を構築しており、適切な学習指導、支援により、段階的に高い水準へ移行していくことを示している。この水準は、学習者の図形概念の状態を特定でき、さらには教師の指導・支援が適切かを省察する上でも、価値ある理論的枠組みだといえよう。ただし、対

* 島根大学大学院教育学研究科教育実践開発専攻

象が幼稚園から大学生までというように、幅広く捉えられているため、数時間の授業内における概念の変容を捉えていくには、それに適した枠組みが必要だと捉えられる。

松尾⁸⁾は、小学生から中学生を対象とし、二つの図形間における図形概念がより高次な状態へと変容していく過程を表1、図1のような理論的枠組みによって示している。松尾⁸⁾は、この枠組みの構築にあたって、図形概念の状態を「頭に浮かぶイメージ」と「言語による説明」の両側面から捉えようとした。この枠組みでは、図形概念における言語面を概念定義(状態a~e)、頭に浮かぶイメージの面を概念イメージ(状態1'~4')としている。

表1 概念イメージと概念定義の状態⁶⁾

概念イメージの状態	概念定義の状態
1: 二つの図形を弁別できない	a: 二つの図形の関係を説明できない
2: 二つの図形を弁別できる	b: 二つの図形の関係を類似点から説明できる
3: 二つの図形を相違点で弁別しつつ、類似点で同類とみなす	c: 二つの図形の関係を相違点から説明できる
4: 二つの図形を包摂関係として捉える	d: 二つの図形の関係を類似点、相違点、共に説明できる
	e: 二つの図形の包摂関係を説明できる

両者は影響し合い、変化していくため、両側面から図形概念を捉えることで、概念の状態や概念形成の過程を詳細に捉えることができると考えられる。よって、表1のような概念イメージと概念定義の状態は組み合わせられ、例えば、「2'a」のような状態が設定される。この枠組みにおける最も高次の状態は、包摂関係を捉え、一般と特殊の状態を説明できる状態(4'e)であり、そこに到達するための道筋は以下のように設定されている。

- 状態 1'a: 2つの図形を弁別できず、説明もできない
- 状態 2'a: 相違点に基づいて弁別できるが、関係は説明できない
- 状態 2'c: 相違点に基づいて弁別し、相違点のみ説明できる
- 状態 2'd: 相違点に基づいて弁別し、相違点も類似点も説明できる
- 状態 3'd: 類似点に基づいて同類とみなし、相違点も類似点も説明できる
- 状態 4'e: 包摂関係を捉え、2つの図形の一般と特殊に関して説明できる

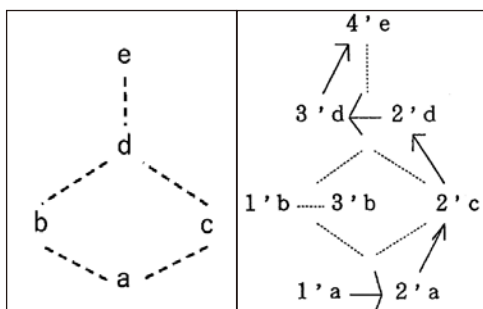


図1 概念定義の状態の向上(左)⁶⁾
望ましい図形概念の状態への道筋(右)⁸⁾

「望ましい図形概念の状態への道筋⁸⁾」の点線は、「概念定義の状態の向上⁶⁾」の道筋を示したものである。概念定義に概念イメージの状態を加え、分析を加えることから、状態4'eへ到達するための道筋が明らかとなり、それが矢印によって示されている。

小学生から中学生を想定し、細かな水準設定がなされているこの枠組みは、授業内における学習者の変容について捉えやすいものだと見える。

さらに、松尾⁹⁾は、状態3'dから状態4'eへの移行を促す要因として、次の3つを提示している。

- 〈要因1〉相違点を関係づけて捉えること
- 〈要因2〉一般と特殊の関係についての明確なイメージをもつこと
- 〈要因3〉定義の意味を正確に捉えること

本研究で目指す、状態4'eにおける概念定義は、その子どもがより強く影響を受けている要因によって、異なる様相を示すことが想定される。例えば、包摂関係の理解において、要因1である図形間の性質の比較に影響を受けた子どもと、要因2である操作的活動の経験に影響を受けた子どもとでは、包摂関係の説明で述べられる内容はおそらく異なるものになるであろう。また、子どもの説明をそのような視点で捉えていくことで、包摂関係の理解に至るのに必要な事柄についても明らかになると捉えられる。

このように松尾⁸⁾⁹⁾の研究によって、二つの図形同士を包摂関係と捉えるに至るための道筋や、それに至るための3つの要因は明らかにされているものの、3つの要因の中でも、より包摂関係の理解に寄与しやすい要因や、子ども同士の話し合いの中で理解に寄与する説明のあり方などは明らかになっていない。

よって、本稿では、松尾⁸⁾⁹⁾の枠組みを理論的視座とすることから、そこでの子どもの説明の根拠としている事柄に着目することで、上記のことを明らかにしていきたい。

また、子どもが図形について行う説明は、教師だけでなく、子ども同士による情報のやりとりからも影響を受けると予想される。よって、次節では概念形成に影響を及ぼす、子ども同士による相互作用について、先行研究を概観する。

(3) 概念形成に影響する社会的相互作用

R.R.スケンプ¹⁰⁾は、心理学におけるシエマという側面から数学的な概念を捉え、子ども同士の討論との関係について考察を行っている。討論を行う中で、自身のシエマを他人に合うように調節し拡大することで、互いのシエマに柔軟性をもたらすということから、討論の価値に言及している。

川崎¹¹⁾は、教師と子どもの形成する図形概念の間には、ずれが生じやすいことを指摘し、さらに、小学生は客観性を捉える際に、教師による教え込みではなく、共同体における間主観的な認識を重視することを主張する。

R.R.スケンプ¹⁰⁾と川崎¹¹⁾の主張より、子ども同士が話し合うことで概念の変容が比較的容易になり、その後

の合意形成により、子どもがより納得した形で新たな概念を獲得できると捉えられる。よって、子ども同士の話し合いを有効的に活用し、図形概念形成が図られる必要があるといえる。

過去にも、授業における子ども同士の相互作用と、図形概念形成との関連について言及した研究がみられる。小関・榎戸⁵⁾は、小学校6年生を対象とした討論型授業を通じた概念変容の結果から、その有効性を事例的に明らかにしている。ただし、ここでは、学級全体の話し合いを調査の対象としているため、子どもの発言がもたらす集団への認知の影響は述べられているものの、各個人の相互作用と認知の関係は詳細には明らかにされていない。

山本¹²⁾は、グループ学習が及ぼす平行四辺形概念への影響を明らかにすることを目的として、中学1年生を対象に調査を実施している。しかし、ここでは、グループ学習時の発話は示されておらず、話し合いのあり方と認知の関係については触れられていない。

以上より、図形概念形成に影響する、子ども同士の相互作用の影響については、過去にもいくつかの研究がなされているものの、相互作用内におけるどのような種類の情報が個人の概念の変容に影響を及ぼすか、ということに言及している研究は見当たらない。

よって、本稿では、二つの図形間における正しい包摂関係を捉える際に求められる、よりよい説明への変容に影響する子ども同士の相互作用の特徴を指摘することを目的とする。下位課題として、「1 包摂関係の理解に至りやすい説明のタイプを指摘すること」、「2 望ましい説明タイプへの変容を促す、子ども同士の話し合いで示される情報の特徴を指摘すること」の2点を設定した。

なお、本稿では、図形の包摂関係に関わる説明を、「状態3'dから状態4'eへの移行を促す要因⁹⁾」によって3つに分類し、説明タイプと呼ぶこととする。

2. 調査の概要と分析の手順

(1) 調査の対象と記録の方法

調査対象は、2024年5月7日から6月18日に行われた、島根県公立小学校6年生1学級(計21人)を対象に行われたプレテスト、ポストテスト、全3時間分の算数科授業である。また授業は、本稿の筆者である教諭歴13年目の教諭によって行われた。全ての時間において筆者によって作成されたワークシートが使用された。

授業において収集されたデータは、プレテスト・ポストテスト・ワークシートの記録、固定ビデオカメラ(教室前方に1台と後方に1台設置)・360°カメラ6台(→6つの班に1台ずつ)によるビデオ記録、ICレコーダーによる音声記録である。

(2) 質問紙の意図

本調査の質問紙は、小関他¹⁾の質問紙を参考に作成された。

1-1 ア〜ウの中で、自分の考えに合うものを選び、○をしましょう。
 ア ひし形と平行四辺形とは別のものである。
 イ 「ひし形は平行四辺形にふくまれる」といいよ。
 ウ 「平行四辺形はひし形にふくまれる」といいよ。

1-2 1-1で、なぜそのように考えたのかを書きましょう。

2-1 ア〜ウの中で、自分の考えに合うものを選び、○をしましょう。
 ア 長方形と平行四辺形とは別のものである。
 イ 「長方形は平行四辺形にふくまれる」といいよ。
 ウ 「平行四辺形は長方形にふくまれる」といいよ。

2-2 2-1で、なぜそのように考えたのかを書きましょう。

図2 質問紙

(3) 授業の設計

全3時間の単元となる本授業は、松尾⁸⁾の枠組みを参照し、以下のように設計された。

全3時間のうち、第1時は状態3'dに到達することをねらって行われた。松尾⁸⁾の枠組みを参照すると、状態が2'a, 2'cの子どもは2'dに高まり、さらに3'dに到達しなければならない。そのように、概念定義の面がaからdへと上昇していくためには、言語的なアプローチが必要だと考えられる。そこで、言語的なアプローチとして、図形同士を性質で捉え直し、類似点や相違点を整理し、他者に説明する活動を設定した。具体的には、それぞれの図形の特徴を図3のように整理した。その後、同じ性質をもつ図形同士をグルーピングする活動を行った。

表2 図形の特徴を性質によって整理した表

	1	2	3	4	5
角が等しい	向かい合う (2)組の角	(4つ)の角	(4つ)の角	向かい合う (2)組の角	(2つ)の角
辺が等しい	向かい合う (2)組の辺	向かい合う (2)組の辺	(4つ)の辺	(4つ)の辺	等しくない
辺が平行	向かい合う (2)組の辺	向かい合う (2)組の辺	向かい合う (2)組の辺	向かい合う (2)組の辺	向かい合う (1)組の辺

第2時は、平行四辺形とひし形、第3時は平行四辺形と長方形について状態4'eに到達することをねらいとして行われた。3'dから4'eへ状態が変化するためには、概念定義、概念イメージの両面が変化が必要がある。これについては、例えば、「猫と犬がいます。猫の数は犬よりも多いですが、猫と動物ではどちらが多いですか。」のような類包含を扱う課題を捉えたい。こういった課題の解決においては一般的に言語の役割が優勢となるということが主張されている¹³⁾。しかし、状態3'dから状態4'eへ変化するような高度に抽象の進んだ段階では、言語面における変化と同様な変化がイメージにおいても生じる⁶⁾といわれている。よって、概念定義と概念イメージの両側面が変化するよう授業を構成した。

まず、概念定義の側面について述べる。状態eに至るためには、相違点への着目と一般と特殊の理解が必要だといえるだろう。この達成のために、3つの手立てを講じた。第一に、相違点への着目のため、図3を用いて、

相違点を明確に捉えられるようにしたことである。第二に、一般と特殊の関係が理解できるよう、身近な生き物の例を提示したことである。なお、集合でとらえれば、鳥とカラスの関係も、平行四辺形と長方形の関係も包摂関係にあるととらえることができる。しかし、鳥やカラスの場合は、図形のように明確に定義することは難しく、松尾⁹⁾が〈要因3〉で示した「定義の意味を正確に捉えること」に関する検討は困難である可能性がある。しかし、児童は生活経験などから、鳥はカラスの上位概念であることに納得しやすいと考え、包摂関係を理解するための教材として用いることにした。

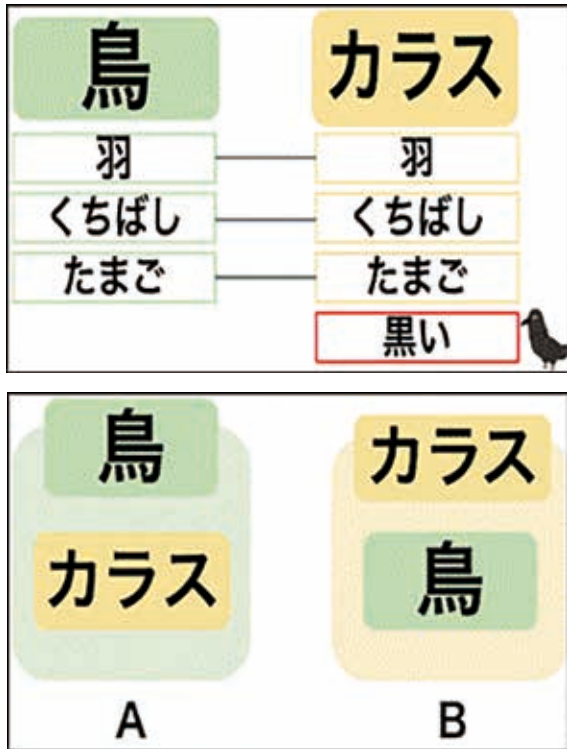


図3 包摂関係の理解のためのスライド

第三に、それらを他者へ説明する機会を設け、言語化が図られるようにしたことである。班内でどちらの図形が上位概念となるかということと、その理由を話し合わせた。

次に、概念イメージの側面である。これについては、概念イメージそのものを変化させるというよりも、概念定義との関連を意識した。そこで、まずは操作的活動として、GeoGebraを用いて「つぶれた平行四辺形」と長方形を図4のように変形させる活動を行った。

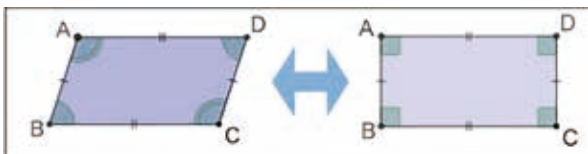


図4 操作的活動（図形の変形）

これによって、概念イメージだけでなく、概念定義の変化につながるようにするためには、相違点である性質が言語化されることが必要だと考えられる。よって、操作的活動後に、平行四辺形がどのような性質の変化でひ

し形に変化したかということワークシートに記述させるようにした（図5の設問2）。

また、授業の冒頭にて平行四辺形、ひし形、長方形の定義を確認している。なお、定義としては教科書の文言を参照した¹⁴⁾。ただし、小学校では、図形の定義と性質とを明確に区別することなく扱う。本実践においても、児童は、図形の定義ではなく、性質を図形の決定条件として用いている。

平行四辺形とひし形はどのような関係だろうか。

1 AとB, どちらの関係が正しいと思うか, しかくの中に書こう

平行四辺形

ひし形

A

ひし形

平行四辺形

B

理由

2 図形を動かして, 考えたことを書こう
平行四辺形の辺の長さが,
 とき, .

3 もう一度, AとB, どちらの関係が正しいと思うか, しかくの中に書こう

理由

4 グループで話し合っ, AとB, どちらの関係が正しいと思うか, しかくの中に書こう

理由

◇ 参考になった友達の考えを書こう。

図5 第2時のワークシート

本稿の分析の中心である第2時、第3時の流れは以下の通りである。

【第2時の流れ（第3時も同様）】

- 〈1〉本時の課題「平行四辺形とひし形はどのような関係だろうか」を確認する。
- 〈2〉鳥とカラスの例を提示し、条件が付加されているものが下位概念となることを確認する。
- 〈3〉ひし形と平行四辺形の類似点、相違点を確認した上で、ワークシートの1の欄を記入する。
- 〈4〉一人一台端末のアプリで平行四辺形とひし形の図形の変形を体験し、スライドで確認した後で、ワークシートの2の欄を記入し、全体で共有した後、ワークシートの3の欄を記入する。
- 〈5〉3人～4人の班でAかBかを話し合って選択させ、結果をミニホワイトボードに記入する。その後、個人でワークシート4の欄に記入する。
- 〈6〉全体で考えを共有する。

(4) 分析の手順

本調査における分析手順は次の通りである。

第一に、授業の映像、音声を参照し、トランスクリプトを発話に区切った。作成された発話は、一人の参加者のひとまとまりの音声言語連続を基本単位とし、他の参加者の音声言語連続やポーズ、及び内容が転換する発話の変わり目を区切りとした。

第二に、児童のワークシートやポストテストにおける、包摂関係について説明された記述を分類し、説明タイプを設定した。分類の際は「状態4'eへの移行を促す3つの要因」⁹⁾を参照した。

第三に、説明タイプごとの包摂理解の回答を集計し、より包摂関係の理解に至る可能性の高い説明タイプを特定した。

第四に、説明タイプが変容した児童の班における発話プロトコルから、包摂理解に至る説明への変容を促す話し合いの特徴について考察した。

3. 結果の分析

(1) 包摂関係の根拠を捉える説明タイプ

松尾(1997)の、状態4'eへの移行を促す3つの要因を参照し、二つの図形を包摂関係として捉えている記述を次の3つの説明タイプに分類した。また、ここでは、上位、下位概念の決定を、どのような根拠に基づいて行っているかによってタイプを分けている。

表3 包摂関係に関する説明タイプ

<p>説明タイプ1: 図形間の相違点・条件を捉えた説明 ◇二つの図形の相違点を比較している説明 ◇ある図形(下位概念)の存在をもう一方の図形(上位概念)に条件が付加されることから捉えている説明 (例) ・ひし形の4つの辺の長さが等しいは、平行四辺形の向かい合う2組の辺の長さが等しいにふくまれると思うから。 ・長方形の4つの角が等しいより、平行四辺形の向かい合う2組の角が等しいの方が条件がゆるいから。 ・平行四辺形がひし形になるときは条件付きだから。</p> <p>説明タイプ2: 操作的活動を根拠とする説明 ◇図形の性質への言及の有無に関わらず、ある図形から別の図形へと変化することを根拠にしている説明 (例) ・平行四辺形の向きを変えたり大きさを変えたりするとひし形になるから。 ・平行四辺形の辺がすべて等しくなったときひし形になるから。</p> <p>説明タイプ3: 図形の定義を根拠とする説明 ◇図形の定義によって、二つの図形の間を捉えている説明</p>
--

(例)

・平行四辺形がひし形にふくまれるとすると、平行四辺形は、4つの辺の長さがすべて等しいということになってしまうから。

(2) 説明タイプと包摂理解との関係

ポストテストにおける、包摂関係の理由に関する記述(設問2-3, 3-3)を説明タイプごとに分類し、包摂理解(図2質問紙2-2, 3-2)の回答との関連を以下の表に集計した。また、ポストテストにおいては説明タイプ3の記述は見られなかった。

※ア: 二つの図形の包摂関係を認めない

イ: 上位・下位概念を正しく捉える

ウ: 上位・下位概念を逆に捉える

表4 説明タイプと包摂理解の関係(平行四辺形-ひし形)(人)

	ア	イ	ウ	計
説明タイプ1	0	4	1	5
説明タイプ2	0	4	8	12
その他・無回答	0	3	1	4

表5 説明タイプと包摂理解の関係(平行四辺形-長方形)(人)

	ア	イ	ウ	計
説明タイプ1	1	6	0	7
説明タイプ2	1	5	7	13
その他・無回答	0	1	0	1

表4, 5の集計結果より、平行四辺形とひし形、平行四辺形と長方形のどちらの関係においても、説明タイプ1の方が説明タイプ2よりも、イ(上位・下位概念を正しく捉える)を選択する割合が高いことが分かった。このことから、より包摂関係の理解に至る可能性の高い説明タイプを説明タイプ1とし、次節では説明タイプ1の出現に係る班を抽出する。

(3) 説明タイプの変容

班の話し合いの前後とポストテストで、児童が記述した説明のタイプがどのように変化したのかを以下の表6に示す。なお、空欄は無回答、またはその他の回答を示す。

表6をみると、話し合い前に説明タイプが2の児童だけで構成された班は話し合い後にも説明タイプは変化せず2のままである。また、表7の2班にみられるように、話し合い後に説明タイプが1に変化しても、ポストテストでは、説明タイプ2に戻っている場合もある。よって、次章から、説明タイプが2の児童だけで構成された班を除き、説明タイプ1へと変容した話し合い(1, 3, 6班)に限定して分析を行うこととする。

表6 説明タイプの変容(平行四辺形-ひし形間)

班	名前	前	後	ポストテスト
1	km	2	1	
	Tm	1	1	1
	Ms	3	1	1
	Ma		2	
2	Un	2	2	2
	Kk	2	2	2
	Nm	2	2	2
3	Ak	2	3	2
	Ss	2	2	2
	Ns	3	3	1
4	Iy	2	2	2
	Nk	2	2	2
	Nm		2	2
	Hr	2	2	2
5	Or		2	
	Om	2		2
	Ks	2	2	
	Mr	2	2	2
6	Nr	2	1	1
	Yk	2	2	2
	Wt	1	1	1

表7 説明タイプの変容(平行四辺形-長方形間)

班	名前	前	後	ポストテスト
1	Km	1	1	1
	Tm	1	1	1
	Ms	3	1	1
	Ma	2	1	2
2	Un	2	1	2
	Kk	2	1	2
	Nm	2	2	2
3	Ak		3	2
	Ss	2	1	2
	Ns	1	1	1
4	Iy	2	2	2
	Nk	2	2	2
	Nm	2	2	2
	Hr	2	2	2
5	Or	2	2	
	Om		2	2
	Ks	2	2	
	Mr	2	2	2
6	Nr			1
	Yk	2		2
	Wt	2	1	1

(4) 説明タイプ1へと変容した話し合いの様相

① 6班における説明の変容と話し合い

6班は、話し合い前はNr, Ykの二人が説明タイプ2であり, Wtのみが説明タイプ1だった. 話し合い後には, Nrの説明タイプは1に変化したが, Ykは変化しなかった. 以下に, Nrに影響を与えたと思われる第2時における6班での話し合いの様相を示す.

◇: 動作の記述, () : 子どもの発話の補完

【6班における第2時の話し合いの様相】

- 1 Wt だって, ちがうのだけ見るとさあ, 絶対おれBだと思っただけど.
- 2 Nr もともとは平行四辺形なのに?
- 3 Wt だってさあ, ひし形って4つの辺があるわけじゃん.
- 4 Nr うん, もともとは平行四辺形じゃん. 平行四辺形からひし形になってるんじゃないの?
- 5 Wt だったらひし形, 平行四辺形にできる.
- 6 Nr でも, もともとは平行四辺形やん.
- 7 Yk うちもNrの意見に賛成かもしれん.
- 8 Nr へー, Wtはなんで?
- 9 Wt おれはあの4つの辺の長さが一緒じゃん. 4つの辺の長さが一緒, 一緒以外違わないじゃん. だから向かい合う2組の辺(が等しい)も4つの辺が等しいと同じじゃん.
- 10 Nr だとAじゃん.
- 11 Wt だとAか. だとAだ.
- 12 Nr ようこそAへ.
- 13 Wt だからつまり, 等しい4つの辺っていうのが, 新しくプラスされたって思えばいいんじゃない?
- 14 Nr 平行四辺形に4つの辺が等しいが追加されたでいいじゃん.
- 15 Wt だからあの, 鳥とカラスでいったら, 黒が追加されたみたいなもん
- 16 Nr うん.
- 17 Wt 黒が追加されたみたいなもん, 黒が.
- 18 Nr だからAじゃん.
- 20 Wt 黒を追加したんだよね.
- 21 Nr だから, この場合は4つの辺の長さが等しいっていう条件を追加したんでしょ?
- 22 Wt うん.

6班はNrとWtのやりとりを中心に話し合いがなされた. Wtは当初はB(平行四辺形がひし形に包摂される)だと主張していたが, Nr, Ykと話し合う中でA(ひし形が平行四辺形に包摂される)に考えを変えていく様子が確認された.

話し合いの冒頭で, Nrは, GeoGebraを用いた操作的活動による, 図形を変形させた順序を根拠にAだと主張する(4)が, ひし形を平行四辺形に変形することもできるとWtが反論する(5). 次にWtはBである理由として, 対辺の長さが等しいことと4つの辺の長さが等しいことが同じだと主張する(9)も, それだと結論はA

になるとNrは反論する(10)。その後、授業冒頭に提示した、鳥とカラスの関係を参照し、鳥に体が黒いという条件が付加されたものがカラスであるということから、平行四辺形に4つの辺の長さが等しいという条件が付加されたものがひし形であるという結論に至った(21)。こうした話し合いが展開されたのち、Nrのワークシートにおける記述は、以下のように説明タイプ2から説明タイプ1へ変容した。

ももとは平行四辺形だからから辺の長さが等しくな。たときにひし形になるから

ひし形は4つの辺が等しいという条件があるから

図6 Nrの説明(上:話し合い前 下:ポストテスト)

第2時では、Ykの説明タイプに変容は確認されなかったが、第3時においても、Ykだけは説明タイプは2のままであった。以下、第3時における6班での話し合いの様相である。

【6班における第3時の話し合いの様相】

- 23 Wt Bの理由、まずどうぞ。
 24 Yk 平行四辺形の角度が90度になったら長方形に変わるじゃん。
 25 Wt え、だから特徴増えるから、Aじゃないの？
 26 Yk どういうことよ。
 27 Wt だから、前言ったじゃん。カラスは黒い特徴が増えてるから、あれでしょ？
 28 Yk ああ。
 29 Wt だけど、平行四辺形より、あの増えてるじゃん。特徴が。だって、四つの角って向かい合う2組の角と同じだから。
 30 Nr 私はAでいい。
 31 Yk なんで？
 32 Nr ひし形のときの理由とほとんど一緒。
 33 Wt だってカラスは黒じゃん。向かい合う2組の辺がカラスじゃん。4つの角と同じじゃん。だから新しい特徴加わってるからAじゃないの？ぜったいA、ぜったいA。
 34 Yk えー？

第3時は、YkのみがBという意見を主張し、その理由を説明することから議論は始まっている。ここで、YkはGeoGebraによる操作的説明を根拠に説明を行っている(23)。しかし、Wtは第2時の話し合いで用いた、鳥とカラスの包摂関係の例を再度参照しつつ、長方形は平行四辺形に特徴が加わっているため、Aが正しいということを主張する(29, 33)。しかし、Ykはこの説明に対して、賛意は示さず(34)、これ以降、議論はなされなかった。以下は、話し合いの前後における、Ykの説明だが、説明タイプの変容は見られなかった。

そう考えた理由 平行四辺形の角度が90°になったら、長方形に変わるから。

平行四辺形の角度をかえると長方形になるから。(キはよるが)

図7 Ykの説明(上:話し合い前 下:ポストテスト)

② 1班における説明の変容と話し合い

1班については、話し合い前はKm, Tmが説明タイプ1であり、Maが説明タイプ2, Msが説明タイプ3だった。話し合い後には、Ma, Msの説明タイプが1に変容した。Ma, Msに影響を与えたであろう、第3時の話し合いの様相を以下に示す。

【1班における第3時の話し合いの様相】

- 35 Km いいじゃん、Msの(ホワイトボードに)書かん？ Msのが一番シンプルで分かりやすい、ていうか王道でいい。
 36 Tm 〈Msのワークシートを読む〉長方形は4つの角が等しくないといけいけないけど、
 37 Km 平行四辺形は二つの角の大きさが等しければいいじゃない？
 38 Tm よくわかんなくなった。えっと、Aでしょ？ Aで、平行四辺形の方が条件がゆるいと思ったからってこと？
 39 Ms そういうこと。
 40 Km じゃあ、平行四辺形は、向かい合う…〈Msのワークシートを読む〉
 41 Ms 〈ホワイトボードに説明を書く〉
 42 Tm, Km 長方形は4つの角の大きさが等しくないといけいけないけど。
 43 Km 平行四辺形は向かい合った2組の角の大きさが等しいというのが、2つと4つで、2つである平行四辺形の方が条件がゆるいと思ったから。

1班は、全員がAの意見に一致していることを共有した上で、誰の意見を代表としてホワイトボードに記載するかについて話し合いが行われた。まず、Kmの提案(35)により、Msの意見「長方形は4つの角の大きさが等しくないといけいけないけど、平行四辺形はそうではないから」をもとにして、他の意見を組み合わせつつ、ホワイトボードへの記入を進めた。

発話(36~38)をみると、Msの意見はTmやKmに理解されにくいものだったと予想される。Msの意見は本来、「(もしも長方形に平行四辺形がふくまれるとすると、)長方形は4つの角の大きさが等しくないといけいけないけど、平行四辺形はそうではないから(Bは違う。よってAである。)」という意図を込めたものだったのではないだろうか。ただ、実際はMsの意見をKmやTmが解釈することで、話し合い全体として、長方形と平行四辺形の比較が行われることとなった。具体的には、Km, Tmによって、長方形と平行四辺形の相違点である「全ての角の大きさが等しい」と、「向かい合う角の大きさが等しい」を比較し、後者の方が「条件がゆるい」という表現がなされている(36, 37, 38, 43)。この話し合いの後には、1班の全員が「条件がゆるい(厳しい)」という言葉を使いつつ、相違点の比較についての説明を

記述している。説明タイプが変容したMaとMsの話し合い前後のワークシートへの記述を以下に提出する。なお、Maについては読み取りにくかったため、Maのワークシートをもとに筆者が書き起こしたものが以下である。

平行四辺形は角を動かせば長方形になるから

長方形は4つの角の大きさが等しくないといけなく、平行四辺形は向かい合った2組の角の大きさが等しくて平行四辺形の方がゆるいから

図8 Maの説明(上:話し合い前 下:話し合い後)

最初と同じで、長方形は4つの角の大きさが等しくないといけなく、平行四辺形はそうではないから。

長方形は4つの角の大きさが等しくないといけなく、平行四辺形は向かい合った2組の角が等しく、条件がゆるいから。

図9 Msの説明(上:話し合い前 下:話し合い後)

③ 3班における説明の変容と話し合い

3班は、話し合い前はNsが説明タイプ1、Ssが説明タイプ2、Akが無記入であった。話し合い後には、Ssが説明タイプ1、Akが説明タイプ3へと変容した。Ss、Akに影響を与えたと捉えられる、第3時の話し合いの様相を以下に示す。

【3班における第3時の話し合いの様相】

- 44 Ss 平行四辺形の図形を動かしたときに、長方形になっていったから。
- 45 Ns でもさ、そしたらさ、別に、長方形を平行四辺形にすることもできる。こうやってぶーんって。(腕で長方形の形を示してから、平行四辺形に変形させる。)
- 46 Ns 私(の説明)は長いんだけどまた…。長方形の特徴として、全ての角の大きさが等しいでしょ。
- 47 Ss うん。
- 48 Ns で、平行四辺形は向かい合った2組の角の大きさが等しい。この中で条件が厳しいのは、全ての角の大きさが等しい長方形だから、A。
- 49 Ss あー。これはNsに納得だ。
- 50 Ak もう一回言って。
- 51 Ns 簡単に言えば、〈Bの図を指さしながら〉もしBだったら、長方形は4つの角の大きさが等しいでしょ？
- 52 Ak 〈うなづく〉
- 53 Ns 平行四辺形は4つの角の大きさが全て等しくないでしょ？
- 54 Ak 〈うなづく〉
- 55 Ns 〈Bの図の長方形を指さしながら〉この仲間にいるってことは、同じ特性プラス何かが平行四辺形にあるってこと。
- 56 Ak あー！たしかに！
- 57 Ns だからBじゃないから、こっち〈Aを指差す〉。わかった？

3班では、NsのみがAの意見で、Ak、SsはBの意見であった。Ssは、GeoGebraを用いた操作的活動に依拠し、図形を変形させた順序を根拠にBであることを主張する(44)。それに対し、Nsは変形の順序を逆にすることも可能であると反論する様子が確認される(45)。その後、Nsは長方形と平行四辺形の相違点である「全ての角の大きさが等しい」と、「向かい合う角の大きさが等しい」を比較し、前者の方が「条件が厳しい」という表現をしている(46, 48)。その主張に対して、Ssは同意を示す(49)が、AkはNsに対し、再度説明を求めた(50)。それに対して、Nsは、下位概念にあたる図形は上位概念の図形に条件が付加されたものであることを、「同じ特性プラス何か」という表現で言い表し(55)、Bの図が成立しないことを説明している(57)。次に示すのは、この話し合いを通しての、Ss、Akのワークシートの記述である。

平行四辺形を動かしたときに長方形になるときがあったから

長方形の条件が厳しいから

図10 Ssの説明(上:話し合い前 下:話し合い後)

Bに移し平行四辺形も4つの角が同じになるから
A

図11 Akの話し合い後の説明(話し合い前は無記入)

4. 議論

本章では、分析結果をもとに、包摂関係の説明が説明タイプ1に変容することに影響する、話し合いで示された情報について考察するとともに、タイプの変容に至らなかった事例から、その話し合いで示されるべきだったと想定する情報の特徴について考察する。

(1) 説明タイプの変容に影響する情報の特徴

① 性質同士を条件の厳しさ(ゆるさ)という視点から比較する

1班では、話し合いを通して、MaやMsの説明が変容した。両者の説明に共通して、図形同士の相違点を捉え、どちらの性質の方が図形の成立する条件として厳しいか(ゆるいか)を比較するものであった。こういった説明の変容に影響したのは、Km(43)による、「2組の対角の大きさが等しい」と「全ての角が等しいこと」を比較し、前者について条件がゆるいと認めた発話だと推察される。

3班では、班での話し合い後に、Ssの説明が説明タイプ1へと変容しているが、これにはNsによる情報が影響を及ぼしたものと捉えられる。Nsによる情報(46, 48)は、二つの図形の性質のうち、どちらが図形の成り立つ条件としてより厳しいかという視点で比較しているが、これはKm(43)による情報と酷似している。

1班及び3班の事例より、話し合いで示された情報の一

つとして、図形の相違点となる性質同士を、その条件に合致するか否かの厳しさ（ゆるさ）を視点として比較し、上位・下位概念を決定することが挙げられる。

② 性質同士を条件の個数という視点から比較する

6班における、第2時の班での話し合いによって、Nrの説明タイプは1へ変容した。Nrの説明の変容には、Wtとの相互作用が影響していると推察される。NrはWtとのやりとりによって、ひし形と平行四辺形の関係を鳥とカラスの関係に当てはめることから思考している。それによって、カラスにおける「黒」という条件付加から、ひし形における「4つの辺が等しい」ということも同様に条件付加と捉えられ、Aの関係が正しいという結論に至っている。また、6班の第3時におけるWtの発話をみると、「特徴が増えてるからA」(25, 33)という発言を繰り返していることから、条件の個数が多いものが下位概念となることを捉えていると推察される。

3班でも、Akに対するNsの発話で、条件付加について説明されることで、Akの説明タイプが変容したと捉えられる。Nsは、「この仲間にいるってことは同じ特性プラス何かがあるってこと」(55)と述べることで、上位概念に条件付加されたものが下位概念になりえることを説明している。こうして、Akによって条件付加と上位・下位概念の関係が明らかにされたことで、Akは説明タイプ1にはならなかったものの、Aの意見に同意する結果となった。

6班と3班の事例より、話し合いで示された情報の2つ目として、図形の相違点となる性質同士を条件の個数、条件付加という視点で比較し、上位・下位概念の決定をすることが挙げられる。

③ 変形の順序を根拠にしている説明への指摘

3班のSsや6班のNrは、GeoGebraを用いた操作的活動による、図形を変形させた順序を根拠に説明を記述していた(4, 44)。具体的には、「変形を始める前は平行四辺形だったのだから」という説明である。これに対して、3班のNs、6班ではWtが、ひし形や長方形から平行四辺形へと変形することも可能であり、変形の順序には左右されないという反論を加えている(5, 45)。NrやSsの場合、こうした反論によって、飛躍した根拠による説明が棄却され、1節・2節で述べたような説明タイプ1への転換が図られることとなった。よって、説明タイプ2から説明タイプ1への変容には、変形の順序を根拠にした説明に対する、根拠の飛躍を指摘する情報が影響すると捉えられる。

(2) 説明タイプの変容に至らなかった話し合いの特徴

6班の第3時における話し合いでは、Ykの合意は得られず、第2時、第3時のどちらにおいても説明タイプの変容が見られなかったことから、6班の話し合いの特徴について考察を加える。第3時でWtはYkに対し、平行四辺形に比べ長方形は特徴が増えていることを繰り返し主張している(25, 27, 29, 33)。しかし、どのような特徴や条件が付加されているかは具体的に述べられていない。

ここで、6班の話し合いで中心的に発言をしていたWtの包摂関係の捉えについて考察を試みる。第2時で、Wtは、ひし形は平行四辺形に「等しい4つの辺ってのが、新しくプラスされた(13)」ものだと発言しているが、これについては厳密には正しいとはいえない。なぜなら、本来は、平行四辺形とひし形の相違点である「向かい合う2組の辺が等しい」と「全ての辺が等しい」において、「向かい合う2組の辺が等しい」という共通点を抽象し、ひし形には「隣り合う辺が等しい」という条件が付加されていると捉えられなければならないからである。よって、Wtの発言を訂正するならば、「ひし形は平行四辺形に隣り合う辺が等しいという条件が新しくプラスされたもの」となるだろう。

さらに、Wtの包摂関係の捉えについて考察すると、「向かい合う2組の辺(が等しい)も4つの辺が等しいと同じじゃん(9)」「4つの角って向かい合う2組の角と同じだから(29)」という発言から、二つの性質が何らかの共通点をもっていることは捉えていたと推察する。しかし、共通点が抽象されているかどうかは発話データからは読み取れない。また、付加された条件である「隣り合う辺が等しい」や「隣り合う角が等しい」について捉えていたかは不明である。しかし、「特徴が増えてるからA」(25, 33)のような発言があることから、条件の個数が増えていることは捉えていることが窺える。

よって、Wtの包摂関係の捉えを調査データから全て把握することはできないが、Wtの図形間における性質同士の比較においては、未だ理解に至っていない部分や言語化が不十分な点があると推察される。もしも、6班の話し合いの中で、Wtによって示されなかった以下のような情報があつたならば、Ykの説明タイプの変容を促進させるものとなったかもしれない。

A: 二つの図形の相違点を捉え、その相違点同士における共通点が示されること

例: (平行四辺形—ひし形)

「〈向かい合う2組の辺が等しい〉と〈全ての辺が等しい〉を比べると、〈向かい合う2組の辺が等しい〉という点は同じ」

I: 条件付加の内容が示されること

例: 「ひし形は平行四辺形に隣り合う辺が等しいという条件が加わっている」

5. 成果と今後の課題

本研究の目的は、二つの図形間における正しい包摂関係を捉える際に求められる、よりよい説明への変容に影響する子ども同士の相互作用の特徴を指摘することであった。下位課題として、「1 包摂関係の理解に至りやすい説明のタイプを指摘すること」、「2 説明タイプ1への変容を促す、子ども同士の話し合いで示される情報の特徴を指摘すること」の2点を設定した。そこで、本稿では、小学校6年生を対象に、2つの図形を包摂関係として捉えることをねらいとした授業を計画、実施し、

そこで得られたデータを分析した。下位課題1については、「状態4 eへの移行を促す3つの要因（松尾，1997）」を参照することから、子どもが記述した包摂関係の説明を3つの説明タイプに分け、説明タイプと包摂関係の理解との関係を捉えた。ここでは、説明タイプ2（操作的活動を根拠にする説明）よりも説明タイプ1（図形の性質や条件付加を根拠にする説明）の子どもの方が、正しく包摂関係を捉えていることを指摘した。下位課題2については、説明タイプ1に変容した子どもの班における話し合いの発話を分析することから、説明タイプ1への変容を促す話し合いで示される情報の特徴として、次の3点を指摘した。

- 1 図形の相違点となる性質同士を、その条件に合致するか否かの厳しさ（ゆるさ）を視点として比較し、上位・下位概念が決定されること
- 2 図形の相違点となる性質同士を条件の個数、条件付加という視点で比較し、上位・下位概念が決定されること
- 3 変形の順序を根拠にした説明に対しては、根拠の飛躍について指摘があること

また、説明タイプ1に変容しなかった子どもの班における話し合いの発話を分析することから、説明タイプ1への変容を促す可能性のある情報の特徴として、次の2点を指摘した。

- 4 2つの図形の相違点となる性質において、抽象した共通点の内容が示されること
- 5 条件付加の内容が示されること

ただし、本稿で得られた結果は、対象人数、調査時間数など対象がごく狭いため、仮説的に示した程度にすぎない。今後は、より多くの対象からデータを採取することで、包摂関係の理解に影響する相互作用の特徴を指摘するとともに、望ましい相互作用を引き出すための学習指導の検討が残された課題である。また、本稿では説明タイプ1、2についての議論が中心であり、説明タイプ3について取り上げる機会が少なかった。図形の定義をどのように捉えるかという点は、包摂関係の理解において重要な事柄だと考えられるため、今後は説明タイプ3が表出されるような実験授業を計画、実施していくことも課題の一つである。

謝辞

本研究の調査にご協力いただいた島根県公立小学校の先生方及び児童の皆様、調査問題の作成及び、分析にてご指導いただきました下村岳人先生に、御礼申し上げます。

引用・参考文献

- 1) 小関熙純・家田靖行・国宗進（1984）. 図形認知の発達的研究：「平行四辺形」概念の形成過程について. 日本数学教育学会誌数学教育学論究, 66 (R4142), 3-23.
- 2) 国宗進（2000）. 図形の論証に関する理解度の変化. 日本数学教育学会誌数学教育, 82 (3), 66-76.
- 3) 近藤裕・熊倉啓之・藤田太郎・宮脇真一・國宗進（2024）. 中学生の平行四辺形概念の理解：同一問題による3回の調査の結果とその経年変化. 日本数学教育学会誌数学教育, 106, (7), 2-10.
- 4) 啓林館（2021）. 未来へひろがる数学2 朱註編.
- 5) 小関熙純・榎戸章仁（1987）. 図形認知の発達的研究. 図形の論証指導（pp.90-128）. 明治図書.
- 6) 松尾七重（2000）. 算数・数学における図形指導の改善. 東洋館出版社.
- 7) van Hiele, P.M. (1986) : Structure and insight: A theory of mathematics education. Academic Press.
- 8) 松尾七重（1996）. 図形概念形成の望ましい状態に到達するための道筋の解明. 日本数学教育学会第29回数学教育論文発表会論文集, 175-180.
- 9) 松尾七重（1997）. 図形概念の包摂関係の理解を促す要因の検証 - 中学校2年生の平行四辺形に関する授業を通して -. 日本数学教育学会第30回数学教育論文発表会論文集, 397-402.
- 10) スケンプ, R.R. (1973). 数学学習の心理学(藤永保・銀林浩訳). 新曜社. (原著出版 1971年)
- 11) 川崎道広（2002）. 図形指導における図形概念の理念性と客観性の認識について. 全国数学教育学会誌数学教育学研究, 8, 69-81.
- 12) 山本信也（1993）. 社会的相互作用における平行四辺形認識の変容に関する研究. 数学教育学研究紀要, (19), 45-52.
- 13) ドゥニ, M. (1989). イメージの心理学 心像論のすべて (寺内礼訳). 勁草書房. (原著出版 1979年)
- 14) 清水美憲他（2024）. 新しい算数1～6, 東京書籍.