算数科における見取図の認識に関する調査研究 — 視点論を視座とする見取図の分析を通して —

箕矢明音

はじめに

見取図は、現実の立体物を2次元平面上で表現したものであり、空間図形の学習において重要な役割を果たす.小・中学校では、実物や模型を活用して立体図形の構造を具体的に理解する学習が行われるが、その中で見取図は、立体を2次元平面に表現し、構造を視覚的に把握するための重要な手段として活用される(近藤ら、2019).そのため、見取図を用いることで、子どもは立体の特徴を平面上に表現された図からよみとる経験を通じて、空間的なイメージを形成する力を養うことができると考える.この力は、日常生活の中でも活用される場面が多く、空間的なイメージを形成する力は学びの場を超えて、実生活における問題解決や意思決定の基盤となる力でもあると考えられる.

しかし、教育の場において、見取図の理解に困難性を示す児童が多いことが指摘されてきている(e.g. 国立教育研究所、2010:下村・近藤、2015). そのような見取図には、様々な困難性があるものの、対象のもつ幾何学的性質の一部が失われたり、余分な情報が含まれたりする場合があることに起因する点は大きいと考えられる(影山、1998). すなわち、見取図上では、情報の欠落が生じたり、対象が必ずしももっていない性質や情報が2次元表現の中に余分に表されたりする場合があるが、その点を考慮した見取りが必要になるのである(影山、1998). この見取図の理解が乏しいと、空間認識力が十分に育成されない要因となったり、図形の面積や体積を求める際、適切に求められなかったりすることにも繋がりかねない.

そのため、見取図をよむ力を育成することは、上述の数学における空間図形の基盤となることもさることながら、ひいては日常生活を豊かに過ごすうえでも重要な力であると考える。そこで本研究の目的は、算数科における見取図をよむことに関する子どもの実態を明らかにし、見取図をよむ力を育成する学習指導を提案することである。このような目的の達成に向けて、以下の研究課題に取り組む。

- (1) これまでの研究や大規模調査の結果をもとに、見取図をよむ力に関する子どもの現状と課題について整理すること.
- (2) 見取図の特徴及び、それをよむことに関する基礎的考察をもとに、見取図をよむ力の育成に向けた理論的視座について検討すること.
- (3) 先の理論枠組みに基づく調査の実施、分析を通すことから、見取図をよむ力の育成を目指した学習指導の方略について提案すること.

1. 子どもの見取図をよむ力の実態

本章では、小学校終了段階における見取図をよむ力に関する子どもの実態を把握するとともに、見取図をよむ力の育成を目指した学習指導の方略について検討することを試みる。そこで、質問紙調査を計画、実施し、その結果をもとに見取図をよむ際の課題を考察することから、学習指導の方略についても検討していく。

(1)調査の概要

質問紙調査は、島根県公立小学校(1校)の第6学年の計3学級82名を対象に、2023年7月にかけて実施された調査である。なお、本稿で行われた質問紙は、図1に示されている八田ら(2006)「立体の投影的な見方」の枠組みを参考にしながら、筆者が測りたい点を検討したうえで作成したものである。

- ①立体について正面、上、横、それぞれの方向から見た図をかくことができる.
- ②立体を正面、上、横のいずれか1方向、あるいは複数の方向から見た図から、それに当てはまる立体をいろいろと想起することができる.
- ③1方向や2方向から見た図だけでは、立体は一意に定まらないこと、また、見る方向を増やして図を得ると立体がより的確に確定されることを理解する.
- ④①~③を使って問題を解決することができる.

図1 「立体の投影的な見方」の枠組み (八田ら(2006) p. 386 をもとに筆者作成)

(2) 結果と考察

八田ら (2006) の枠組み①を評価する問題④「円柱を,真横,真上,正面から見た時の形を児童に記述させる問題」では、真横と正面の記述をする問題の正答率はどち

らも 52.4%であり、半数の児童が、円柱をまっすぐに見た時の形を長方形と判断することが困難であることや、曲線部分を直線と見ることが認められていないと推察する. 問題⑤「20個の立方体を積み上げた立体を、真横、真上、正面から見た時の平面図を記述する問題」でも、奥行きや凸凹があることから、立体から平面としてかき表すことが困難である児童が確認された.

これらの結果から、「①立体について、正面、上、横それぞれの方向から見た図を書くことができる.」(八田ら、2006:386) についての理解は、小学校段階における学習が十分に影響を及ぼしていないことも示唆される。特に、曲線を含む図形の認識に困難が伴い、「b 形、長さや角度が正確に表現させる部分とそうでない部分があること.」(熊倉ら、2021:3) の指摘とも一致する.

以上のことから、曲線や凹凸を含む立体が、平面図上で直線や異なる形状に見える場合でも、その対応関係を正確に理解できるような教材が必要であると考えられる.

2. 見取図をよむ力の育成に向けた学習指導の示唆

本章では、見取図をよむ力を育成するための具体的な学習指導への示唆について、 先行研究を概観する中で、見取図をよむ力を育成するための学習指導のあり方を検討 する.

(1) 空間図形の学習指導の示唆

空間図形の学習において、子どもたちの空間思考を高めることは重要である.空間図形の特性を理解するには、視覚的観察に加えて具体的な操作や念頭操作を通じて柔軟な見方や考え方を養うことが求められる.この点で、田中・上村(1989)は、子どもたちが立体をいろいろな角度から見る経験が不足していることや、隠れた部分を想像・洞察する力が十分でないことを指摘している.その結果、立体を固定的に扱うのではなく、様々な角度から観察する機会を与えることや、立体の具体的操作活動が重要であることが示された.

藤原(2021)は、このような操作活動の重要性を踏まえ、空間図形の平面と空間を相互に関連付けて考察し表現する力を育成する学習指導を提案している。さらに、近藤ら(2011)は、見取図や展開図、立体との行き来を活発に行いながら、空間図形に対する直観的な理解を論理的に深めることが重視されている。

他にも宮脇ら(2024)は、模型を用いて図形を動かすことや、自分の視点を変更し

ながら問題解決の手掛かりを見出す活動と、模型を用いずに推論力を伸ばす活動を適切に組み合わせる学習指導が効果的であることを示している.

以上の先行研究から、立体図形の特徴を理解するためには、具体的な操作活動と視覚的な観察が不可欠であり、これらの活動を通じて子どもたちが立体図形を多角的に捉える力を育むことが求められる。また、空間図形の学習においては、立体図形とそれを平面上に表現した見取図との往復をしながら、空間的な認識を深める活動が求められる。そして、これらの活動を通して、学習者は図形の性質を多面的に理解する素地を培うことができると考えられる。本研究では、特に見取図を活用した学習指導の意義に注目し、見取図の特徴や活用方法を踏まえた指導の可能性について考察する。

(2) 見取図をよむ力を育成する学習指導の示唆

空間図形の学習において、見取図を正しく理解し活用する力を育成することは、空間認識の発達において重要な役割を果たす. 八田ら (2005) は、それまで多くの見取図を見てきた子どもたちでも、自ら正しい見取図をかける子どもは少なく、見取図の辺の平行性に意識を向けることが必要であると指摘されている。また、見取図において辺の等長性が保たれないことを理解することも重要であると述べており、「立体のもつ性質のうち、見取図上で保たれるものと保たれないものがあること」(八田ら、2005:342) を理解する授業が必要であることを示唆している。また、近藤ら (2010) は、空間図形の問題解決において1つの平面に着目することが重要であると述べている。従来の小・中学校の算数・数学教育では、子どもたちが空間図形を1つの平面に着目して考える機会が少ないこと、また問題解決では必要なものが整えられたうえで与えられる場合が多いことを指摘されている。

次に、下村・近藤(2015)は、見取図と実物を比較しながら考える活動が、見取図の特徴や立体図形の性質を理解する上で効果的であることを示している。具体的には、子どもの思考を揺さぶることや、見取図と実物を見比べながら考えるようにするという学習指導に取り入れられた結果、子どもたちは見かけだけで判断することの誤りに気づき、見取図上で保たれる性質と保たれない性質を区別しながら考える力を育むことができたと報告している。

さらに、近藤ら(2019)は、見取図に基づく推論の重要性を指摘している。この調査では、見取図から立方体の内部に一平面を想定し、その形をよみ取ることが不十分であることが確認される。また、見取図を「見かけ」で判断するのではなく、「推論」

によって捉える力を育てる必要性が述べられており、実物を用いるだけでなく念頭操作を取り入れた学習活動の必要性が示されている.

これらの先行研究に基づき,見取図をよむ力を育成する学習指導においては,立体と見取図を行き来しながら,立体の性質を深く理解することが求められる.特に,立体図形の性質のうち,見取図上で保たれるものと保たれないものがあることを明確に理解するためには,1つの平面に着目することが重要である.このような学びを促進するには,投影や切断などの操作を自分の手で行う具体的な活動が不可欠である.また,立体図形と見取図を行き来する中で,視覚に頼るだけでなく,念頭操作を活用しながら図形の性質を探求する学習が求められる.

3. 見取図をよむ力を捉える視点論

本章では、佐伯(1978)の視点論について考察を進める。氏は、認識の過程において、対象の実在を確認し、その本質を理解する視点のあり方が重要であると指摘している。その中で、対象を認識する過程において、「包囲型」の視点と「湧き出し型」の視点という2つの視点の動かし方を提示している。

(1)「包囲型」の視点

氏は、「包囲型」の視点について、「1つの認識対象のまわりを、くまなく、すき間なく、連続的に包囲する動かし方」(佐伯、1978:214)と述べている。この視点では、観察者が対象を外部から観察し、その全体像を認識するために視点を移動させることが重視される。また、この視点の活動において、氏は、「この場合の知識というのは、『全体をどこからでもたどれる』状態をさし、実際に『たどる』場合の『前提』なのである。」(佐伯、1978:251)と述べている。これは、対象を外から囲むように視点を移動させ、実在を確かめることで、対象の多様な側面を把握しようとするものである。この視点では、知識を前提にして視点を移動させることで、認識が深まる過程が重視されている。本研究では、このようなことから、「包囲型」の視点を算数科の立体図形において、「既存の知識を基盤として、対象を外側から把握する視点」と操作的に定義した。

(2)「湧き出し型」の視点

一方で、視点の移動によって対象を包囲するとき、その対象が包囲できない場合が ある. そこで氏は、頭の中で「包囲」できないのならば、認識対象をモデル化する必 要があるといった説明を与えている. そこで、氏は2つ目の「湧き出し型」の視点を提示している.「湧き出し型」の視点とは、「『モノになる』ことによって、そのモノ自体の活動として次々と視点を発生させ、湧き出させること」(佐伯、1978:217)である. 例えば、直方体の想像上のイメージでカンオケやサイコロとして連続的に変形していく時、私たち自身がその直方体になり、膨らむことや縮むことを行うということである. つまり、実在するものを理解するときにそのモノになって可能的な変形活動を行うということである. さらに佐伯は、イメージを単なる視覚的な像を映し出すものではなく、創造的活動として捉え、その過程において必然的(本質的)に見られるものと可能的(偶然的)に見られるものを区別することが可能であると述べている. このようなことから、「湧き出し型」の視点を算数科の立体図形において、「対象を内面で動的に捉え、その性質や構造を頭の中で展開していく過程を通じて、対象の実在を確認する視点」と定めた.

4. 曲線が含まれた立体を平面としてみる認知の変容過程の実際

本章では、曲線が含まれた立体を平面としてみる認知の変容過程から、事例分析を通して、学習指導の示唆を得ることを試みる。そこで、調査IIを計画、実施し、佐伯の視点論を視座とすることから、曲線が含まれた立体を平面としてみる認知の変容の要因及び学習指導について考察する。

(1)調査Ⅱの概要

調査IIは、島根県公立小学校(1 校)の第 6 学年の計 1 学級(19 名)を対象に、2024 年 3 月 13 日に行われた算数科授業である. 授業では、円柱を平面としてみたときに、長方形として捉えられることを目指して活動を設定した. そこで、まず円柱を平面としてみるために、実物を使用し実際にカードに通すことや、影絵装置を用いて円柱の側面を投影し、長方形があることを確認した. また、数具を見ながらイメージだけで長方形がどこにあるかを個人で考えた後、グループで自身のイメージを共有した. さらに、そのイメージを確認するために、円柱を実際に切断する活動を行った.

授業の実施後、行った分析の手順は次の通りである。第一に、プレテスト、授業内に用いられた児童が記入したワークシート及び、ポストテストデータを表に整理することから分析及び、考察を行った。第二に、1時間分の授業の映像、音声を参照しながら、トランスクリプトを発話に区切った。第三に、選定されたグループ2組を抽出

児童として選定し、授業内での発話をもとに、「包囲型」の視点と「湧き出し型」の 視点へと分類し、グループの認識の変容について分析及び考察を行った.

(2) 結果と考察

調査 II の曲線が含まれた立体を平面としてみる認知の変容過程の発話記録に対し、佐伯の視点論を用いて分析を行った。また、そこで確認された変容の要因を整理することから、 学習指導の示唆をとして、以下の知見を得た。

- ・「湧き出し型」の視点を促進するためには、児童の間でイメージを言葉や動作によって、 共有できる場を提供することが重要である。
- ・児童が切断や投影といった操作活動を通じて、対象を動的に捉える機会を提供することが必要である。
- ・教具を活用することで、視覚的情報の補完やイメージの共有を円滑にすることが可能である.

また、調査IIを通した分析結果を踏まえ、学習指導を整理することから、見取図をよむ力を育成するための、以下のモデルを得た。

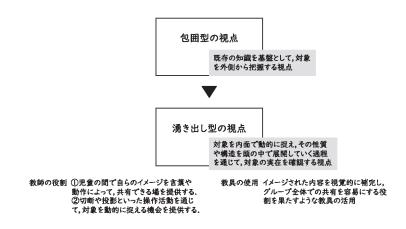


図2 見取図をよむ力を育成する学習指導の示唆(調査Ⅱを通して)

次章では、これらの結果を受け、「湧き出し型」の視点がどのように育成されるか、また、 認識の変容を促進するための具体的な学習指導の方法についてもさらに検討を行う.

5. 切断面における認知の変容過程の実際

本章では、切断面がえがかれている見取図をよむことができた変容過程から、事例 分析を通して、学習指導の示唆を得ることを試みる。そこで、調査Ⅲを計画、実施 し、佐伯の視点論を視座とすることから、立方体に切り口が示されている見取図をよ むことの認知の変容の要因及び学習指導について考察を行う.

(1) 調査Ⅲの概要

調査Ⅲは、島根県公立小学校(1 校)の第 6 学年の計 1 学級(10 名)を対象に、2024 年 6 月 18、19 日にかけて行われた算数科授業である.授業では、WS に示された立方体の切り口を正方形と捉えることを目指した活動が行われた.そこで、実際に立方体を観察し、イメージだけで切り口がどのような形かグループで話し合いを行った.その後、教具を使用して、切り口の形を確認した.

授業の実施後、行った分析の手順は次の通りである。第一に、プレテスト、授業内に用いられた児童が記入したワークシート及び、ポストテストデータを表に整理することから分析及び、考察を行った。第二に、1時間分の授業の映像、音声を参照しながら、トランスクリプトを発話に区切った。第三に、選定されたグループ3組を抽出児童として選定し、プレテスト・ポストテスト、授業内での発話をもとに、「包囲型」の視点と「湧き出し型」の視点へと分類し、グループの認識の変容について分析及び考察を行った。

(2) 結果と考察

以下は、抽出児童 C5, C8 (以下 C5, C8) の発話記録であり、立方体の教具を渡された後のグループ活動における話し合い活動である.

23C (C5): (模型の対角線をなぞる) うん. 正三角形かも. えー. 分かんない.

24C (C8): (15 秒間 WS を見つめながら) 正三角形ぽい.

25C (C5): 正三角形.

26C (C8): 正三角形ぽい.

27C (C5): (見取図の三角形の部分をなぞる) 普通にこうみたら, 二等辺三角形だ と思うけどな・・・. 【包囲型】

28C (C8): (見取図を見る) あれじゃない?図が斜めになってる. 【湧き出し型】

29C (C5): あー.

30C(C8):図が斜めになってる.正面じゃないけんさ.正面から見たらこうじゃん (見取図の正面にある正方形を鉛筆で示す).正面から見たらこうだけん,この部分がここだから(WSの切り口を示す水色の線と実物を交互に指す).【湧き出し型】

C5 は「包囲型」の視点(05C)であり、具体物では正三角形と考えることができた

が、もう一度 WS を見た際には、二等辺三角形と述べていた.これは、具体物よりも見取図にかいてある二等辺三角形から図形を判断したと考えられる.しかし、C5 の発言を受け、C8 は見たままの形ではなく、見取図と具体物を比較するために、可能的に動かす「湧き出し型」の視点を行うことで、見取図は具体物が斜めになっている図形だと気づくことができていた.佐伯は、「湧き出し型」の視点の説明の中で、「分かる」ことの1つの側面は、「違い」が分かることであると述べている.また、この「違い」が分かるためには、比較する対象を連続的に動かしていくことが必要であるとも指摘している(佐伯、1978).そこで、児童が見かけから正しい見方へと捉え直すためには、見取図と具体物を頭の中で動かす「湧き出し型」の視点によって、直観的から一度立ち止まって図形を見返すことができるようになると考えられる.

このような発話から、調査Ⅲで得られた学習指導として、以下のような知見が得られた.

- ・自身とは考えとは異なる他者の考えに触れ、自身の図形の見方を振り返る機会を 提供することが必要である.
- ・見取図と具体物を比較する活動を設け、2つの違いに気づかせるための指導が必要である.
- ・手振りや動作を伴う説明を意図的に促すことで、児童はどこを見るべきか、視点 を定める助けになる.

本研究のまとめと今後の課題

本研究は,算数科における見取図をよむことに関する子どもの実態を明らかにし, 見取図をよむ力を育成する学習指導を提案するものであった。そこで本稿では,調査

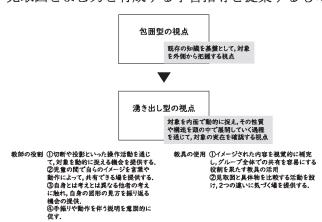


図3 見取図をよむ力を育成する学習指導の示唆 (調査Ⅱ・Ⅲを通して)

II, IIIにおいて授業を計画,実施し、話し合い活動の様相を第3章で定めた分析の観点をもとに分析を行った. さらに、分析の結果を踏まえ、見取図をよむ力を育成するための学習指導の示唆として左記のようなモデルを得た.子どもの認識の変容を捉える中で、学習

指導の示唆を得たことは、本研究の成果といえよう. ただし、他の問題における視点 論についての検討や、学年に応じた発達段階を考慮し、学習指導や教材の具体的な提 案していくことが課題として残されている.

主要参考引用文献

- ・影山和也(1998). 空間的思考の階層性に関する考察. 数学教育論文発表会論文集, 31,63-68.
- ・近藤裕,國宗進,八田弘恵,熊倉哲之,原欣嗣(2010).空間図形についての理解に関する研究-1つの平面に着目して考えることを中心に-.数学教育論文発表会論文集,43,163-168.
- ・近藤裕, 熊倉哲之, 國宗進, 藤田太郎 (2019). 空間図形の理解に関する調査研究-小・中学生の見取図の理解に関して-. 奈良教育大学紀要, 68, 147-156.
- ・熊倉啓之,近藤裕,藤田太郎,宮脇真一,國宗進(2021). 空間図形の理解に関する研究-小・中学生に対する投影的な見方に関する調査を通して-. 日本数学教育学会誌, 103, 9, 2-12.
- ・佐伯胖(1988). イメージ化による知識と学習, 東洋館出版社.
- ・下村岳人・近藤裕 (2015). 見取図を読む力の育成に関する実証的検証-立方体の見取図から辺や角の大きさの関係を読み取る授業―. 奈良教育大学時代教員養成センター研究紀要, 1, 173-182.
- ・田中修二・上村武治 (1989). 図形に対する見方を豊かにする立体の指導-六年「立体」の指導を通して-. 日本数学教育学会誌, 71(2), 38-47.
- ・八田弘恵,近藤裕,熊倉啓之,國宗進(2006).空間図形についての理解に関する研究 -立体の投影的な見方に焦点を当てて-.数学教育論文発表会論文集,39,385-390.
- ・藤原大樹 (2021). 平面と空間を相互に関連付けて考察し表現する学習指導-クリスマスツリーの模型制作を通して-. 日本数学教育学会誌, 103, 3-10.
- ・宮脇真一,近藤裕,藤田太郎,熊倉啓之,國宗進(2024).立方体の見取図に関する小学生の認識と推論の特徴-第6学年「見取図」の授業の事例分析-. 日本数学教育学会誌,57,337-340.
- ・文部科学省・国立教育政策研究所(2010). 平成 22 年度全国学力・学習状況調査報告書・中学校数学, 209.