現代に求められる mathematical discussion の構築
― 小学校４年生における話し合い活動の分析を通して ―

板垣大助*

Daisuke ITAGAKI

Constructing the mathematical discussion required in the modern age
―Through the analysis of 4th grade elementary school students' discussion―

ABSTRACT

本稿では，算数科授業にみる子ども同士の相互作用を数学的討議という概念で捉え，現代において求められる数学的討議のあり方を指摘することを目的とする．そこで，Pirie の“mathematical discussion”を本稿における理論枠組みとして援用した．研究目的の遂行にあたり，下位課題として「1 mathematical discussion の枠組みで捉えた現代の算数科授業における話し合いの様相を指摘すること」，「2 現代に求められる数学的討議の条件を整備すること」の２点について考察した．課題遂行のため，１については，実験授業を計画，実施し，そこで得られたグループ学習での発話を，Pirie の“mathematical discussion”の枠組みに基づいて分析することから話し合いの様相を捉えた．その結果，広く教室で日常的に行われている授業が“mathematical discussion”の枠組みに当てはまる可能性が高いことを指摘した．２については，Pirie の“mathematical discussion”の枠組みを参照し，合意形成を行いながら真となる事柄に向かうことを重視した数学的討議を真理志向数学的討議として，その条件整備を行った．

【キーワード：数学的討議，mathematical discussion，話し合い，相互作用，植木算】

1．研究の背景と目的

（1）研究の背景

日本では，古くから子ども同士の話し合いを取り入れた算数科授業が行われ，1990年代には諸外国から一定の評価を得てきた[1)]．一方で，「活動あって学びなし」[2)]という言葉に形容されるように，話し合うことが目的化し，子どもの理解に必ずしも良い影響を及ぼさない授業も散見される．このことから，本来あるべき，学習内容の理解を目的とした話し合いについて再考していく必要があるといえる．また，「令和の日本型学校教育」に向け，個別最適な学びと協働的な学びの一体化が叫ばれている[3)]．特に，「「個別最適な学び」が「孤立した学び」に陥らないよう」[3)]と指摘されていることからも，算数が分かることと子ども同士の話し合いとの関係についての解明が必要だといえよう．

よって本稿では，現代における算数が分かるための話し合いのあり方について追究していくこととする．次節より，他者との話し合いに関する先行研究を概観した上で，研究目的を設定する．

（2）先行研究と研究目的

これまでの数学教育においても，授業内の他者との相互作用に焦点を当てた国内外の研究を確認することができる．

イギリスの数学者，心理学者であるR.R.スケンプ[4)]は，心理学的側面から数学的概念の獲得に影響を及ぼす，相互作用の価値に言及している．中でも，学習者同士の討論においては，相手がもつ概念に自身の概念を合わせようとする作用が，よりよい概念の発達を促すと指摘している．その指摘は，話し合いの様相から学習の理解を探ろうとする本研究への示唆となるであろう．

国内における研究では，例えば，学習のプロセスの違いがグループでの話し合いにどのように影響するかを考察したり[5)]，相互作用を数学的交渉という観点から分析し，子ども同士の発話に込められた意図がどのような関連を示しながら認知に影響を与えたりするのかについて考察したり[6)]するものなどが確認される．両者ともに本研究と類似する点があるが，望ましい話し合いの様相や，それに向けた具体的な学習指導については言及されていない．今後，話し合いを重視した授業を展開していくにあたっては，期待する相互作用に向けての意図的な働きかけの検討が必要になると考える．

下村ら[6)]が算数科授業における他者との相互作用を数学的交渉と規定したように，相互作用といってもその在り方や捉え方は討論，教え合い，協働等様々である．中でも，Pirie[7)]は，当時の数学授業への問題意識から，数学的で双方向的な話し合いを目指し，相互作用を数学的討議として捉え，研究を行っている．そこで構築された枠組みが，“mathematical discussion”と呼ばれる，「生徒による本質的な貢献と相互作用のある数学的教材による目的のある話し合い」である．

この枠組みを，中原[8)]は構成主義の立場から援用し，数学的知識の構成において重要な役割をなす反省的思考の促進をねらい，次に示す構成的討議の枠組みを提出している．

* 島根大学大学院教育学研究科院生

〈構成的討議〉
子どもの考えがいくつかに分化し，論点が明確にされ，そのもとで子どもの意見が対立的に交換され，洗練され，やがて合意に至るような…（中略）…話し合い．
〈構成的討議の要件〉
1数学的知識の構成に関するものであること．
2学級の子ども一人一人に共通な目的があること．
3学級の子ども一人一人が同等な資格で参加すること．
4子どもによる本質的な貢献があること．
5子ども同士の間に相互作用があること．
6教師は司会者的役割，さらに「指さし，導く」役割を果たすこと．
7子どもの考えが分化，対立し，合意へ向けての考えの交換がなされること．

中原[8]が明言する構成主義の立場では，数学的知識が構成されるための話し合いが目指されているという点からも，教師の立場や子どもの思考の交換のあり方が条件に加えられたことは必要かつ意義ある試みであったといえるであろう．ただし，算数が分かるための話し合いという点に言及した際，Pirie[7]のいう本質的な貢献のあり方については詳細に語られてはいない．

これについて，板垣ら[9]は，授業における実際の話し合い活動を分析することで，Pirieの“mathematical discussion”の枠組みにおける再解釈を行っている．そこでは,生徒による本質的な貢献となりうる要素として,「1真である内容に基づく飛躍のない推論による情報提供」「2音声言語を補完する視覚的媒介物を用いた情報提供」の2点を報告している．この報告は要件の一つであるPirie[7]の本質的な貢献をより明確に捉えていく上で価値があるといえる．しかし，現代における算数科の話し合いを捉えるには，要件だけではなく枠組みそのものに対する検討が必要といえるだろう．

よって，本稿では，算数科授業にみる子ども同士の相互作用を数学的討議という概念で捉え，現代において求められる数学的討議のあり方を指摘することを目的とする．次章では，理論的視座とするPirie[7]の枠組みに考察を加えることから，研究課題を焦点化する．

2．理論的枠組み

本章では，本稿で新たな枠組みの構築を試みる際に援用する，Pirieの“mathematical discussion”[7]について述べる．mathematical discussionは数学的討議と数学的理解の関連性を調査する研究の中でPirieが提唱した概念である．そのPirie は“mathematical discussion”の条件を以下のように定めている．

【Pirieの“mathematical discussion”】[7]
1目的のある話し合い（purposeful talk）
2数学的教材（mathematical subject）
3生徒による本質的な貢献（genuine pupil contributions）
4相互作用（interaction）

この研究がなされた当時は，教師主導で展開される算数科授業が一般的であり，算数・数学科授業での子ども同士の話し合いは新規性があったものと推測される．そして，あくまで数学的で双方向的な話し合いに焦点を絞り，構築されたのがこの理論枠組みである．さらにPirieは，この4つの条件について以下のような説明を加えている（筆者訳）．

1　目的のある話し合い
つまり，すべての参加者が意識していなくても，明確な目的がある．
これらの目的は，グループによって設定されたものかもしれないし，教師によって設定されたものかもしれない．暗黙的または明示的に，グループ全体として受け入れられている．
2　数学的教材
つまり，目的そのもの，または話の過程で現れる補助的な目標のどちらかが数学的な内容や過程で表現されている．
3　生徒による本質的な貢献
つまり，少なくとも何人かの生徒からの情報提供が，話や思考の前進を助ける．これは，討議に新しい要素を導入することと，教師の質問に対する事実の回答など単なる受動的な反応を区別しようとするものである．
4　相互作用
つまり，話の中の動きが他の参加者に伝わったことを示す．これは，グループ内の態度の変化や，精神的な承認を示す言語的な手がかり，あるいは批判的な聞き方が行われたことを示す身体的な反応によって証明されるかもしれないが，教師や他の生徒から指示されたことに対する単なる道具的な反応によって証明されるわけではない．

現代の日本の算数科授業では子ども同士の話し合いによる展開が一般的であり，教師が一方的に教えこむような授業は減少傾向にあるのが実際であろう．他方で，本当に子どもにとって価値のある話し合いになっているかは疑問であり，話し合った上での解が真とならなかったり，合意に至らずに終わってしまったりする場面も目にする．そういったことから各条件を考察すると，「1目的のある話し合い」や「2数学的教材」といった話し合いの目的，目標に関わる側面については，現代の多くの授業で当てはまると予想される．一方，「3生徒による本質的な貢献」，「4相互作用」は話し合いの様相を直接的に表すため，これらは学習の理解に大きく関わっていると考えられる．さらにそれぞれの条件について，考察を加えると「4相互作用」はこの枠組みにおいては,グループ内の参加者の発言に対する反応を意味するため，「3生徒による本質的な貢献」が学習の理解に大きく関わっていると考えられる．そこで，「3生徒による本質的な貢献」を詳しくみると，ここでは思考を前進させるための情報提供が複数の生徒から語られることが述べられてはいるものの，情報提供そのものについては単なる受動的な反応ではないという説明に止まっている．学習の理

解ということを念頭に置くならば，その情報提供のあり方についても要件に加えていく必要があるだろう．

このように，Pirieの“mathematical discussion”[7]の枠組みは，当時の算数・数学科授業における子ども同士の話し合いを規定していく上で価値があったものと推察される．しかし，学習内容の理解に至るための話し合いという点から考察を加えると，十分ではないことが明らかとなった．

よって，本稿では，算数科授業にみる子ども同士の相互作用を数学的討議という概念で捉え，現代において求められる数学的討議のあり方を指摘することを目的とする．研究目的の遂行にあたり，下位課題として「1 mathematical discussionの枠組みで捉えた現代の算数科授業における話し合いの様相を指摘すること」，「2現代に求められる数学的討議の条件を整備すること．」の2点について考察を行う．研究課題1については，実験授業を計画，実施し，その結果を数学的討議の枠組みをもとに分析し，様相を考察する．研究課題2については，研究課題1からみられた数学的討議の様相をふまえ，新たな数学的討議の条件の規定を試みる．

3．調査の概要と分析の手順

（1）教材設定の理由

本研究は双方向の数学的な話し合いを考察対象とするものであるため，調査を実施するに当たっては，情報提供や相互作用が抽出しやすい単元での実施を意図した．より具体的には，意見の対立が生まれる可能性のある単元を検討することから，「間の数」の単元での調査を実施することとした．本単元は，植木算ともいわれる教材であり，木の本数と木と木の間の数が一致していないため，問題文から立式しただけでは誤謬につながってしまうことが多い教材となっている．その具体的な学習指導の方略としては，問題場面を正確に把握するために，図の活用が考えられる．子どもが図を活用して話し合う中での認知の変容を追跡し，本質的な貢献が特定できるのではないかと考えた．

（2）分析対象としたデータ

①分析の対象と記録の方法

分析対象は，2023年6月6日から6月13日に行われた，島根県公立小学校第4学年1学級（計24人）のプレテストと授業である．調査内容は，「間の数」（植木算）の単元を対象に調査とした学習にあたる全3時間分の算数科授業，プレテスト，授業後のインタビュー記録である．授業は，本稿の第一著者である教諭歴12年目を終えた教諭によって行われた．全ての時間において筆者らによって作成されたワークシートが使用された．授業において収集されたデータは，プレテスト・ワークシートの記録，固定ビデオカメラ（教室前方に1台と後方に1台設置）・360°カメラ6台（A～Fの各グループに1台）によるビデオ記録，ICレコーダーによる音声記録である．なお，筆者は前年度，本学級の子どもたちと関わってきた経緯があり，全員の顔や名前はお互いに知っており，会話も成立する関係にある．

②授業の概要

授業中に意見を変えた児童の多かった第2時の授業を，本稿の分析対象として定めた．その第2時の授業は，以下に示す教材を用いて行われた授業である．

> あおいさんたちは，7本の木を1列にならべて植えました．木は2mずつはなれています．両はしの木の間は何mですか．（木の太さは考えない．）

上記の教材では，木と木の間を数直線として表現させることを意図して授業を計画した．具体的には「数と量を一つのまとまりと考えて問題場面を捉えることができる」ことを本時の授業の目標とし，以下のように授業設計を行った．

第一に，個人が各々の数学的知識を構成する段階として個人解決の時間を設けることとした．

第二に，個人内に構成されている数学的知識をグループ内で検討し，議論できる時間を設けることとした．そのため，A3サイズのホワイトボードを各グループに一つずつ配付し，問題の答え，式，図をまとめるよう指示した．そうすることで，異なる意見があった場合には，合意しようと働きかけあう姿を期待した．

第三に，グループ討議の後，黒板に図を示しながら，学級全体で数と量のまとまりを確認する時間をとった．ここには，一部の児童だけでなく全ての児童に本時で学ぶべき数学的知識に気づかせたいという意図があった．以上，三点が，本授業構成の大枠である．

また，授業の流れは，ジェームズらが示す日本の授業の基本型[1]を参照した．

【日本の授業の基本型】[1]

1　前時の振り返り
2　本時問題の提示
3　生徒の個別，またはグループによる取り組み
4　解決法の練り上げ
5　要点の強調とまとめ

この授業の流れは，1990年代にジェームズらが行った各国の比較調査により明らかになったものであり，現在も多くの教室で同様の授業展開がなされているように見受けられる．つまり，この授業展開によって授業を行うことで，多くの教室でなされる算数科授業がmathematical discussion[7]の枠組みに当てはまるかどうかを検討する手がかりとなると考えられる．

さらに，授業の最後にはどのような数学的知識を構成していたかを確認するため，以下の適用題に取り組んだ．

> 木の数が11本のときは何mですか．図と式で説明しましょう．

③分析の手順

実験授業を実施した後，行った分析の手順は以下の通りである．

第一に，授業の映像，音声を参照し，トランスクリプトを発話に区切った．作成された発話は，一人の参加者のひとまとまりの音声言語連続を基本単位とし，他の参加者の音声言語連続やポーズ，及び内容が転換する発話の変わり目を区切りとした．

第二に，第2時のグループ（4人組，A～Fの6班編成）

での話し合いの発話記録を参照し，Pirieの提唱する“mathematical discussion”の枠組みからそれぞれのグループでの話し合いの様相を捉えた.

第三に，mathematical discussion”の枠組みを見直し，現代に求められる数学的討議のあり方を思考し，その条件の規定を行った.

4. 結果の分析と考察

グループでの話し合い後，全てのグループがホワイトボードに真となる解である12mを記入し提出した. 以降，グループでの話し合いの様相を分析することから，下位課題（1），(2）を指摘する.

(1) 数学的討議からみる話し合いの様相

Pirieの提唱する“mathematical discussion”の条件をもとに発話を捉えると，6つのグループ全てが“mathematical discussion”に当てはまることが分かった. 以下，発話をそれぞれの条件に照らして分析を行った.

①「1目的のある話し合い」と「2数学的教材」

全6グループのうち，2種類以上の異なる解（無回答を含む）があったことが認められた. その中のAグループの発話記録を取り上げ，以下に分析を記述する.

C：児童，〈〉：動作の記述，()：子どもの発話の補完

【Aグループにおける発話の様相】

1 C1 14m. えーそんな・・・6m，おれ5mになった. おれ5mになった. 14m ？なんで，そんな…2かける7….
2 C2 みんな違うじゃん.
3 C3 みんな違う. どういうこと？
・・・(中略)・・・
4 C2 どっちからやる？じゃああたしからやるね. 2 cmの幅が7個で2×7＝14になるから答えは14 cmじゃないかなと思いました.
5 C1 14m ？
6 C2 あ，14mだと思いました. 多分違うかもしれんけど.

Aグループでは，話し合いの冒頭において，互いのワークシートを確認しながら解答を確認し合う様子が見られた（1～3）. その後の話し合いではそれぞれの式や解法の仕方を説明していく様相に移行していく様相を示した(4).

次に取り上げるFグループは，Aグループと異なり，互いの解答の確認から話し合いを始めたわけではなかった. 以下にFグループの発話記録を提出する.

【Fグループにおける発話の様相】

7 C4 じゃあぼくからいくよ.
8 C4 木と木の間が2mだからそのまま続けて2mにしてもいいけど，わかりにくくて，この木をかいたんだけど，でこの答えの求め方は，7本木があって，そこに2mずつあるからかけ算になって「ずつ」っていうのはぼくてきにはかけ算だと思ってて，だからぼくはかけ算で・・・答えを求めました.
9 C5 ぼくはかけ算っていう答えは一緒なんですけど，ちょっと答えが違って.
10 C5 えーと，に，し，ろ，なな，あるじゃないですか. その間隔が2mなんですよ. その間隔が2mだから. 一本と一本の間に2m，一本と一本の間に2m. たぶん，これほぼほぼ合ってる？〈C4を見る〉
11 C4 あってるでしょ. ま，いいじゃない.
12 C6 わたしは木が7本あるでしょ？7本. で，二人とは全然違うんで. 足し算にしたんよ.
13 C5 ほお足し算.
14 C6 2を6.
15 C4 2を7本，7じゃないの？
16 C6 1，2，3，4，5，6，6個かいて，あの，こっちにはもう2mないじゃん，もういっこないから.
17 C4 あーそういうことか.

話し合う前は，C4，C5の2人が14mという解を記述していたのに対し，C6は木の本数と，間隔の個数が異なることに気づき，12mという解を記述している.

Fグループでは，C4，C5が自身の解法を説明し，最後にC6が説明をしたことで(16)，C4は誤謬に気づく(17)という話し合いの様相を示したが，C，D，Eグループも同様であった.

ここで，“mathematical discussion”における「1目的のある話し合い」と「2数学的教材」の条件から発話の様相を捉える. まず，「1目的のある話し合い」については，全てのグループが本時の問題に対する解答式，問題場面を表した図を明らかにし，合意形成を図るという明確な目的のもと，話し合いが行われていた. これは教師によって明示されたものであり，グループの参加者に意識されていたものであった. よって，「1目的のある話し合い」の条件を全てのグループが満たしていたといえるだろう.

次に，「2数学的教材」についてであるが，Aグループの場合は「本時の問題の解答」を明らかにすることが話し合いの冒頭では目的となっていたが，後に関心は「問題の解法の仕方」に移行していった. 一方，Fグループに代表される他のグループは，その二つを同時に進めていったといえるだろう. よって，「目的そのもの」，「話の過程で現れる補助的な目標」はどちらとも数学的な内容や過程で表現されていたということができ，「2数学的教材」の条件についても全てのグループが満たしていたといえるだろう.

②「3生徒による本質的な貢献」と「4相互作用」

先述したFグループにおける，学習の理解に与えた話し合いの影響を分析するため，以下にC4のワークシートへの記述の変容を捉えることを試みる.

C4は個人解決の時点では図1のように木の本数と間の数が一致するものとして捉え，14mという誤答を導いていた. 描かれた図を見ると，右端の木と捉えられるものの隣にさらに2mが記述されていることから，C4が問題場面を正確に捉えられていない様子が読み取れる.

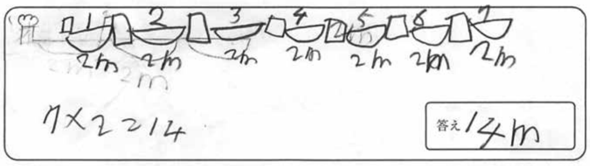

図１　C4の個人解決時のワークシートへの記述

そのようなC4は，グループや学級全体での話し合いを経た後，図2のように記述し正答を得ている．C4が描いた図は，L字のように縦線（木）と間部分を囲むことでそれらを対応させているが，右端はL字で囲むことはしていない．このことから，個人解決時とは異なり，木の本数と間隔の個数が一致しないことを捉えることができるようになり，学習の理解に至ったと考えられる．

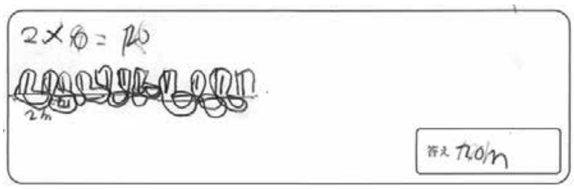

図２　C4の適用題の記述

ここでFグループによる発話記録を参照すると，C4やC5の発話（5, 7）は，木と木の間隔が2mという確認，「ずつ」という言葉から乗法の式になるという推測については思考を前進させているようにも考えられる．しかし，そういった情報提供に止まっては上記のようにC4の学習の理解は進められなかったと推察される．今回，C4の学習の理解に最も影響を及ぼしたのは，「こっちにはもう2mないじゃん，もういっこないから.」と木の本数と間の個数が異なることを指摘しているC6の発話（16）であろう．つまり，本質的な貢献とはC4に学習の理解を促したC6のような情報提供（16）であり，これが真となる事柄に至るための情報提供にあたる．

一方，「4相互作用」については，本質的な貢献に対してだけでなく，様々な情報提供に対して現れると捉え，C4とC5の発話に見られるような同意的な反応（11, 17）や質問（15）も「4相互作用」と認めた．

これらのことをふまえ，他のグループについても分析を加えるべく，Cグループの発話の様子に着目したい．Cグループでは，C9が話し合い活動によって学習の理解を促進したと認められた．よって，まずは，ワークシートを参照することから，C9の学習の理解の変容を捉えていく．

個人解決の時点で，C9は問題場面を図には表せているものの2×7と立式し，14mという誤答の状態にあった（図3）．図3にみる「7本の」という記述からは，木の本数が間隔の個数と一致するという誤認をしていたものと推察される．

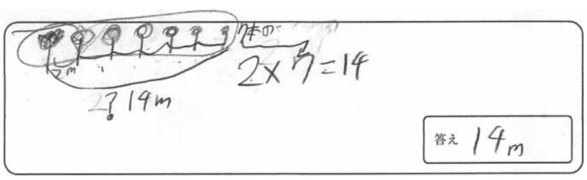

図３　C9の個人解決時のワークシートへの記述

そのようなC9も，先述のC4同様グループや学級全体での話し合いを経ることで適用題を図4のように立式し，正答に至っている．図4からは，11－1といった立式を確認することができ，全ての木の本数から1を除きながらその間の数が10であることを記述している．ここからは，C9の個人解決時における木の本数＝間の数という誤謬が解消した姿と捉えられる．

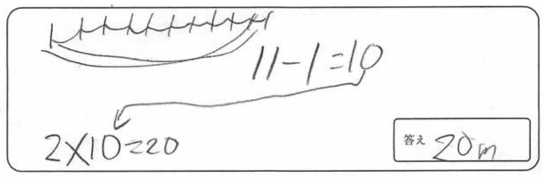

図４　C9の適用題の記述

以下に，C9に影響を与えたと思われるCグループにおける話し合いの様相を提出する．

【Cグループにおける話し合いの様相】

18 C7 木が7本あって，その間に2mずつあいているから，2mが6個あるから，2×6をして12になりました．
19 C8 どうがいいと思う？多数決しても2対2だから．だって14と14，12と12じゃん．どうする？
20 C9 でも，ほんとは14だと思うから．
21 C7 なんで14になるの？
22 C9 たとえるならここから，この間の木を消して．ここからここで2mでしょ．2m，2m，2m，2m，このふわってなってるのが2mだから，それを全部たしていけばいいだけだよ．
23 C9 ににんが4，ここで4mになるでしょ．しにが8，はちに16，なんかおかしな計算になった．ここで6，6，8，12，ん？いや10か，ん？あ，ちがう，ちゃう，ちゃう，ちゃう．ふふふふ，2，4，6，8，10，12．あー．答え，にろく12だ．
24 C7 おれも合ってるよ，これでいい？
25 C9 うん，合ってる合ってる．
26 C8 でも，そうしたら，2mの木が7本あるってことになるから，そうしたら本当はそういうなら．
27 C9 ここからここまでたしてみて
28 C8 2，4，6，8，10，12〈指で押さえながらC9が一緒に数える〉．

このグループでは，木の間の合計を14mと主張する児童（C8，C9）と12mと主張する児童（C7）がいる中で話し合いが始められた．初めにC7が，12mとである理由を述べるものの（18），その直後は，C7の情報提供に対する相互作用は見られなかった．その後，14mだと主張するC9（20）に対して，C7はその理由を質問している（21）．その質問にC9は，木の間の幅である2mを全てたしていけばよいと情報提供を行うものの（22），自身でそれに対する説明をし始めると14mが誤答であることに気づくという相互作用を示した（23）．しかし，この時点では，C8は14mが誤謬だということには納得できていなかった（26）ため，それに対してC9は図上の木と木の間の部分を指しながら，共に数えるよう促した（28）ことで，C8の理解に至ったのである．以下に

C8の理解の変容を示すため，ワークシートへの記述を提出する．

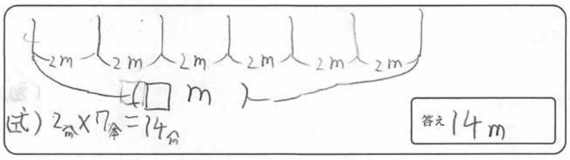

図５　C8の個人解決時のワークシートへの記述

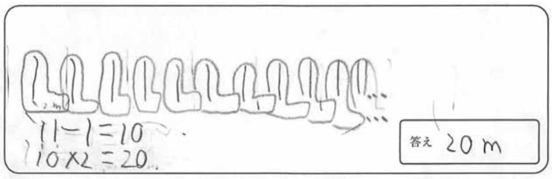

図６　C8の適応題の記述

図5では14mという誤答を記述していたC8だったが，図6では，正答を導いており，右端部分を点線で示して記述していることからも，木の本数と間の個数が一致しないという理解が促進されたと捉えられる．また，以下はグループでの話し合い後に記述されたC8の記述であり，C7やC9の相互作用がC8の理解に影響していると捉えられるものである．

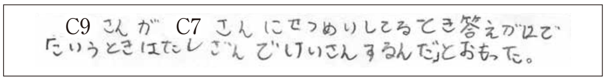

図７　C8の話し合い後の記述

図7より，C9からC7への説明によって，真となる解が12mであることに気づき，さらに累加によって真となる解が導けるという，解法の仕方も理解できたということが分かる．以上は，変容に作用したのが，Cグループの話し合いにおける発話（21 ～ 28）だと同定する根拠となりえるものである．

ここでの「3生徒による本質的な貢献」について考察を加えていきたい．まず，C7による，「木が7本あって，その間に2mずつあいているから，2mが6個あるから，2×6をして12になりました．」（18）という発話は，式，立式の理由，答え，どれも情報提供の内容は真であり，正答を得るうえで必要な情報はおおよそふくまれていると捉えられる．しかし，これに対してC9は同意しておらず（20），本質的な貢献とはなり得なかった．このように，どれだけ情報提供の内容が真となる事柄であったとしても，それが参加者にとって本質的な貢献となるかは，別の問題だと捉えておく必要があるだろう．

次に，図7からも分かるように，C8の理解には，木と木の間の部分の2mを累加していったことが大きな影響を与えていると考えられる．そう考えると，累加という活動を促したC9による情報提供（27）や，図を指し示し一緒に数えたという行動（28）は本質的な貢献といえるだろう．これを先ほど取り上げた，本質的な貢献とは認められなかったC7による情報提供（18）と比較してみても，情報そのものが十分なものではないように見受けられる．しかし，C8にとって，真となる事柄に迫る情報としてより適していたのは，27や28のような情報提供だったということである．よって，情報提供そのものが真であり推論に飛躍がないものでなければ本質的な貢献にはならない[9] ことを認めつつも，それが参加者にとって必ずしも本質的な貢献にならない場合もあるということは，枠組みを構築するにあたって注意すべき点であろう．

このように分析を進めた結果，6グループ中，全グループにおいて，「3生徒による本質的な貢献」と「4相互作用」が見られた．よって，6グループのうち全グループにおける話し合いが，Pirieの提唱する“mathematical discussion”の枠組みに合致しているといえる．さらに，今回の調査結果は事例的に示したに過ぎないが，日本における多くの教室で行われている算数科授業もこの枠組みに当てはまるのではないかと推察される．次節では，現代における数学的討議における枠組みの構築を試行する．

（2）新たな数学的討議の枠組みの構築

前節で，算数科における話し合い活動の多くが“mathematical discussion”に当てはまると推察されることを受け，本節では新たな枠組みの構築を試みる．

枠組みの構築をするにあたって，広く教室で散見される，学習の理解に良い影響を及ばさない話し合いの問題点について考えたい．これにおいては，話し合う行為自体が目的化され，真となる事柄の追究に重きが置かれていないことが問題として挙げられると捉える．現代では，そういった状況から脱却すべく，話し合いの中で合意形成を行いながら，真となる事柄に向かうような数学的討議を行うべきだと考える．そのような枠組みの構築に向け，現在の“mathematical discussion”の枠組みでは不足していると考えられる点について考察する．

①合意のあり方について

全てのグループがホワイトボードに真となる解を記述していたが，Eグループの発話記録をみると決して全員の合意が得られたわけではないということが伺える．以下に示しているのは，Eグループにおける話し合いの終末場面である．

【Eグループにおける発話の様相】

29 C10 両端だよ．両端ってここからここだよ．ここからここならもう2mって分かってるじゃん．
30 C11 どういうこと？え両端の？これ両端じゃん両端じゃん．
31 C10 だから，んーそうだよ．だから12じゃん．
32 C11 だけん両端の木の間は何mですかでしょ．ほら間じゃん，10じゃん．ここないんでしょ？
33 C12 ここなくしても12だよ．
34 C11 なんで？なんでそうなる？
35 C12 にしろはとに12じゃん．
36 C11 だからたとえばここに1，2，3，4，5，6，7ってかいてここからここが2mじゃん．にしろはと…〈机に図をかきながら〉．
37 C11 わかった，わかった，わかった〈ホワイトボードに10mと記入しようとする〉．
38 C10 おまえ答え10じゃないって．

39 C11 答え10じゃない？なんで？ま，いいわ．もう分かった．

Eグループでは，C11以外の子どもは解を12mとすることに納得の反応を示していたが，C11は「両端」の捉えに誤謬があり，解を10mとしていた．C10，C12の説明がこの発話に至るまでにも繰り返されていたが，C10の反応からは納得が伺えず，最後には「なんで？ま，いいわ.」(39) という言葉に表現されるように，疑問を残したまま形式的に合意を示す結果となった．このように，形式的な合意に止まっては，学習の理解には及ばないであろう．また，これについては本質的な貢献が出現されなかったため，本質的な合意にも至らなかったという捉えもできるかもしれない．しかし，形式的な合意の出現を機に，他の参加者からの情報提供が停止する場合がありえる．よって，本質的な貢献がなされる可能性を断ち切らないためにも，形式的な合意ではなく，本質的な合意に至ることが目的とされるべきであろう．つまり，数学的討議の枠組みには，本質的な合意に至ることが話し合いの目的に含まれていることと，相互作用としてそのような反応が示されることが記述されるべきだと捉えられる．

②「話や思考の前進」の捉え

前節の「3生徒による本質的な貢献」に関わる分析で記述したが，「話や思考の前進」については明確に記述する必要があるだろう．Fグループにおける C4やC5の発話（8，10）は，部分的には真となる要素を情報として含んでいるものの，参加者の話や思考を前進させるものではなかった．よって，「話や思考の前進」を「真となる解を見出す」ことだと捉える記述が枠組みの説明に必要だと捉える．

ここまでの分析をふまえ，合意形成を行いながら，真となる事柄に向かうことを重視した数学的討議を真理志向数学的討議として，Pirieの“mathematical discussion”をもとに以下のように条件を設定した（下線部を2章の筆者訳の文言に加筆した）．

【真理志向数学的討議の条件】

1．真となる事柄に至るための話し合い

すべての参加者が意識していなくても，明確な目的がある．これらの目的は，グループによって設定されたものかもしれないし，教師によって設定されたものかもしれない．暗黙的または明示的に，グループ全体として受け入れられている．また，これらの目的には真となる事柄を互いの本質的な合意の上で定めることに向かうということが含まれている．

2．真となる事柄が見出せる数学的教材

目的そのもの，または話の過程で現れる補助的な目標のどちらかが数学的な内容や過程で表現されている．また，それは個人の価値観に委ねられるものではなく，真となる事柄が明確に定まるものでなければならない．

3．真となる事柄の根拠となる情報の提示

少なくとも何人かの生徒からの情報提供が話や思考の前進（真となる事柄を見出すこと）を助ける．これは，討議に新しい要素を導入することと，教師の質問に対する事実の回答など単なる受動的な反応を区別しようとするものである．

4．真であるとする事柄の合意に至る相互作用

話の中の動きが他の参加者に伝わったことを示す（全員でなくともその参加者の立場が明らかになる反応が返される）．これは，グループ内の態度の変化や，精神的な承認を示す言語的な手がかり，あるいは批判的な聞き方が行われたことを示す身体的な反応によって証明されるかもしれないが，教師や他の生徒から指示されたことに対する単なる道具的な反応によって証明されるわけではない．

5．研究のまとめと今後の課題

本稿は，算数科授業にみる子ども同士の相互作用を数学的討議という概念で捉え，現代において求められる数学的討議のあり方を指摘することを目的とした．そこで，研究目的の遂行にあたり，下位課題として「1 mathematical discussionの枠組みで捉えた現代の算数科授業における話し合いの様相を指摘すること」，「2現代に求められる数学的討議の条件を整備すること」の2点について考察した．1については，Pirieの“mathematical discussion”の枠組みをもとにグループでの話し合いの様相を捉えた．その結果，広く教室で日常的に行われている授業がmathematical discussionの枠組みに当てはまる可能性が高いことを指摘した．2については，合意形成を行いながら，真となる事柄に向かうことを重視した数学的討議を真理志向数学的討議として，Pirieの“mathematical discussion”をもとに枠組みの構築を行った．

今回は調査の対象，学習内容ともに限定的であるため，事例的に数学的討議の枠組みを提出したに過ぎない．今後は，調査数を増やすことで，本稿で提出した数学的討議の枠組みをより精緻なものにしていく必要がある．

付記

本論文は，下記に示す国内学会で発表した内容に，新たな授業データ及びその分析を加えて加筆・修正し，まとめたものである．

板垣大助（2023）．グループ学習における数学的討議を捉える枠組みに関する一考察：小学4年生「間の数」を事例として，日本数学教育学会第56回秋期研究大会発表集録，433 − 436.

謝辞

本調査にご協力いただいた，島根県公立小学校の先生及び児童の皆様に，厚く御礼申し上げます．また，下村岳人先生に調査問題の作成及び，分析にてご指導いただきました．御礼申し上げます．

引用・参考文献

1）ジェームズ・W・スティグラー，＆ジェームズ・ヒーバート（2002）：日本の算数・数学教育に学べ　米国が注目するjyugyou kenkyuu，教育出版.

2）文部科学省（2021）:「令和の日本型学校教育」の構築を目指して（答申）.

3）文部科学省（2017）：平成29年度小・中学校新教育課程説明会（中央説明会）における文科省説明資料.

4）R．R．スケンプ（1974）．数学学習の心理学, 新曜社.

5）石田淳一（2022）．異なるグループ学習プロセスがグループ対話に及ぼす影響の事例的検討：6年算数「比とその利用」における解法探索型と解法発表型のグループ学習の比較．科学教育研究，46（3），258-270.

6）下村岳人・岡部恭幸・下村勝平（2020）．数学的知識の協定過程における数学的交渉にみる発言の意図に関する一考察：第6学年「分数の除法」単元を事例として．科学教育研究，44（4），271-288.

7）Pirie，S.E.，＆ Schwarzenberger，R.L.E.（1988）. Mathematical discussion and mathematical understanding. *Educational Studies in Mathematics*，19，459-470.

8）中原忠男（1995）. 算数・数学教育における構成的アプローチの研究．聖文新社.

9）板垣大助・下村岳人（2024）．算数科授業における数学的討議の本質的な貢献と相互作用に関する一考察：第４学年「間の数」単元を事例として．島根大学教育学部附属教育支援センター紀要『教育臨床総合研究』，23，63-73.