

## 日常の事象を数理的に捉え、見通しをもち筋道を立てて考える力を育む算数・数学学習 — 第6学年の単元「拡大と縮小」における問題解決的な学習を通して —

### 1 単元のねらい

拡大図や縮図の意味や性質について理解するとともに、拡大図や縮図を作図したり、拡大図や縮図の考え方を活用して測定しにくい長さを計算で求める方法を考えたりすることができる。

### 2 授業の構想

#### (1) 子どものとらえと資質・能力について

理科『ものの溶け方』の単元末に「ミョウバン、食塩、砂が混ざった粉からミョウバンを取り出す方法」を考えた。子ども達はこれまで学習してきたことを使うと解決できそうだと動き出したが、うまくいかない。そこで、一度失敗したことから隠れている条件を学級全体で洗い出し、方法や手順を見直して再挑戦した。友だちと試行錯誤しながら一つの班が解決できたとき、自然と拍手が沸き上がった。その後「どうしたら解決できたのか」と問題解決のために必要となる条件を積極的に共有し合うことができた。

算数科においては、全国学力調査の結果から『図形』領域の正答率が低い「考え方を過不足なく説明することが難しい」「図を根拠にして考えることができない」ことが課題にあがっている。これらの力は、上記の理科の学習のような、友だちと粘り強い問題解決の中で育まれると考える。そこで本単元においても、問題解決的な学習を通して、日常生活や社会の事象を数理的に捉えて、数学的に処理するために必要な条件をそろえ、筋道を立てて考えていくことを大切にしていくことにした。

#### (2) 資質・能力を育むために

本単元は、形が同じで大きさがちがう図形について調べたり作図をしたりする活動を通して、対応する辺の長さの比がすべて等しく、対応する角の大きさもそれぞれ等しいという拡大図や縮図の意味や性質を理解できるようにすることをねらいとしている。また、地図やスマートフォンなど日常生活のいろいろな場面で拡大図や縮図が活用されていることを知り、拡大図や縮図の考え方を活用すると測定しにくい長さを計算で求めることができることに気づき、進んで生活にいかそうとする態度を育てることも大切なねらいである。

さらに本単元は、問題解決的な学習を通して、図を根拠にして考えたり、考え方を過不足なく説明したりする力を育むことに適している。それは、次の理由からである。

- ・「合同な図形の作図の仕方をいかして拡大図の作図を考えること」や「等しい比の見方で計算して辺の長さを出すこと」など、既習内容を活かして自分で解決しやすい。
- ・「対応する辺の長さの比がすべて等しい」や「対応する角の大きさは等しい」など、単元の中で発見した「拡大図や縮図の考え方」を根拠にして解決したり、図を用いて説明したりしやすい。
- ・拡大図や縮図を利用した考え方は、日常生活にある実際に測ることができない長さや角度を測るときに使うことができる便利さに気づきやすい。

そこで本単元では、日常にある測定しにくい角度や長さについて興味をもち、拡大図や縮図の考え方を使うと解決できるのではないかと見通しをもち、必要な条件をそろえて問題を筋道を立てて考える過程を大切にしたい。そのため次の手立てを重視することにした。

まず、導入で取り上げる題材を工夫した。第1時では、子どもの身近にあって感覚の違いを感じるであろう「ベタ踏み坂（八束町）の傾斜角度」を、第8時では、実際に測ることが難しい「ピラミッドの高さ」を取り上げた。特に後者の題材は、先人の数学者タレスの考え方と既習内容とのつながりに自ら気付くことができる魅力ある題材であり、必要な情報（条件）をそろえて考えようと自ら動き出すことができる題材と考えた。

次に、その提示の仕方を工夫した。条件不足の状態や情報過多の状態では提示し、子どもが問題解決のために必要な条件を考え情報を整理していこうと、自ら問題に働きかけることができるようにした。特に第8時では、条件不足の状態（数値なし・ピラミッドの影なし）でピラミッドを提示した。そして、子どものつぶやきをもとに棒やその影の情報（数値も含む）を加えていき、既習事項とのつながりに気付くようにした。誰もが解けない状況から、「棒とその影が三角形になっているぞ」「縮図の考え方が使えるかも・・・」と段々と解決の見通しをもつことができるようにすることで、友だちと筋道を立てて考えようと動き出す状況をつくっていきたいと考えた。

その際の教師のはたらきかけも大切にしたい。子どもは「なぜだろう」「解決したい」と強く思えば思うほど、粘り強く解決しようとする。そこで特に、自力解決の段階で困っていることを言葉に表すように促していくことにした。その困りが子どもの中にあるものであれば、それを解決しようと学級全体で動き出すことができると考えた。また、「なぜそう考えたのか」と根拠を聞いたり、友だちの考えを再現させたりすることも大切にしたい。既習事項とのつながりになかなか気付くことができない子どもが、本質部分に目を向け、次は自らで解決しようと動き出すことができるようにしていきたいと考えた。

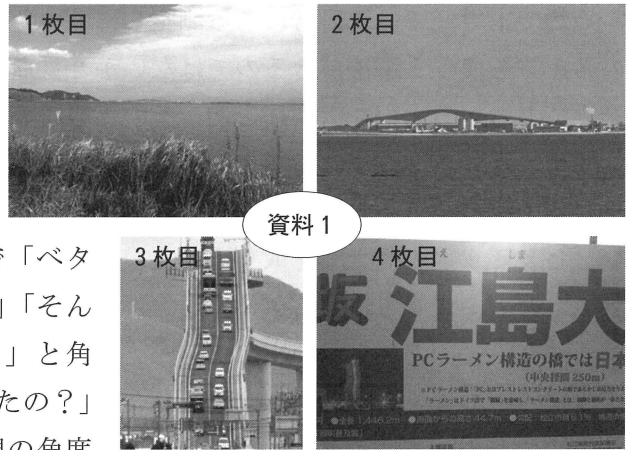
### 3 活動展開計画（全9時間）

次	時	主な学習と具体的な学習・内容	◇願う子ども姿
1	1	・「ベタ踏み坂」の角度の求め方をいろいろと考える活動を通して、形が同じで大きさがちがう図形をかきよきよきに気づくとともに「拡大図や縮図を調べたい」「それを使って解決してみたい」気持ちを高める。	◇日常の事象を数学的に進んで考えている姿
2	2	・拡大図（縮図）でない理由を考えることを通して、拡大図や縮図の性質を見つける。	◇拡大図や縮図の性質を見だし、それをもとにかき方を試行錯誤しながら考えている姿
3	3	・拡大図や縮図の性質をもとに、方眼のマス目を使って拡大図や縮図のかき方を考える。	
4	4	・拡大図や縮図の性質をもとに、合同な三角形のかき方をいかして拡大図や縮図のかき方を考える。	
5	5	・拡大図や縮図の性質をもとに、一つの点を中心とした拡大図や縮図のかき方を考える。	
6	6	・これまで学習してきた拡大図や縮図のかき方を通して、その意味を確かなものにする。また、身の回りで使われている拡大図や縮図を探し、これらを使いたい気持ちを高める。	
3	7	・実際に測定しにくい「家から学校までの道のり」について、地図をつかってどのように求めるかを考える活動を通して、縮図の考え方をつかって実際の長さの求め方を考える。	◇既習事項をもとに、見通しをもち、筋道を立てて協働的に考えている姿
8	8	・実際に測定しにくかったピラミッドの高さについて、数学者のタレスはどうやって求めたかを考える活動を通して、三角形の相似をもとにした実際の長さの求め方を考える。	
9	9	・実際に測定しにくいけど拡大図や縮図を使うと求められそうな長さを見つけ、その求め方を説明する。	

## 4 授業の実際

### (1) 題材とその提示の仕方の工夫

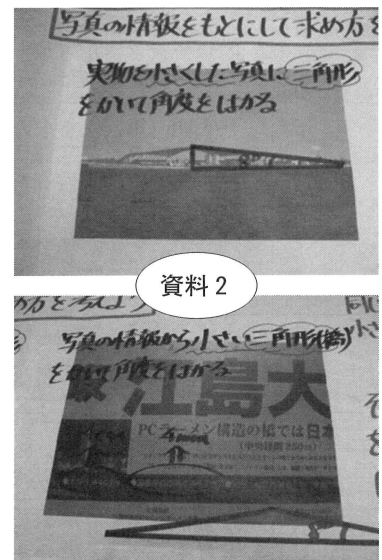
第1時では、右の写真4枚（資料1）にしぼり、スライドの形で「ベタ踏み坂」を提示した。子ども達は2枚目から見たことがある風景であることに気付き、3枚目で「ベタ踏み坂だ!」「80°ぐらいあるんじゃない?」「そんなにあるわけじゃないじゃない!」「60°かな?」と角度を予想し始めた。「どうして60°って考えたの?」と問い返すと、「なんとなく…でも三角定規の角度から60°ぐらいかなと思いました」と返答。それに対し、「それなら30°の方が近い気がする」など、根拠をもって考え出した。そこで子ども達の感覚の違いをより明確にするために、予想した角度を挙手するように促した。案の定、予想はバラバラ。その違いに「実際は何度なのか」「調べることはできないか」と角度を知りたい気持ちが強くなっていった。①そこで、「どうやって調べたらいいのかな?」と問うと、次のような考えが出た。



児童A：インターネットで調べればいいと思います。  
 児童B：実際に行ってみたらいいと思います。(多くの児童から「いいね～」の声)  
 T：でも行ってみてどうやって調べるの?  
 児童B：えっと…分度器で…調べられるのかな?  
 児童C：橋はとっても大きいから、測れないと思うよ。測れるかもしれないけど難しいと思うよ。  
 児童D：写真をとればいいんじゃない。(Tから「どうして?」と問い返そうと思ったが) ②  
 児童E：だったら、さっきの写真でわかるね。(多くの児童がうなずく)  
 T：もしかしてさっきの写真があれば角度を測ることができそうですか。(多くの児童がうなずく)  
 児童F：どの写真をつかってもいいんですか。  
 T：どういうこと?  
 児童F：4枚目には長さとかが書いてあるから…。  
 T：解決の見通しが持てているようですね。それでは、解決の見通しが持てた人から角度を調べてみましょう。見通しが持てない人は、友だちを参考に自分なりの求め方を考えてみましょう。

多くの子ども達は、2枚目の写真を取り、その上に三角形をかいて角度を調べ始めた。(資料2上) 4枚目に着目した児童も5名いた。記載されている実際の長さをどのように使えばよいか迷っていたので、その扱い方を学級全体で考えた。(資料2下) その後、2つの求め方の共通点を問うと、両方とも「ベタ踏み坂を小さくしたものをかいて調べている」ことに気付くことができた。そして、測りにくいものを調べるためには、実際のものを小さくをかいたり(縮図)、逆に大きくかいたり(拡大図)していくことが有効であることを確認し合うことができた。

第1時の題材とその提示の仕方により、子ども達は日常にある測定しにくい角度について興味をもつこと、友だちと筋道を立てて考えようとすることはできた。解決できた喜びや予想した角度との違いに対する驚き(たったの8°)から、教材に対する興味・関心は高めることができた。しかし、下線部①から



も、感覚の違いによって「実際は何度なのか」について興味をもつことができたが、「写真を使ってどのように解けばよいのか」と数学的に解決していくことへの関心が高まっていたかどうかは疑問である。もし下線部②の児童Dの意見の時点で、「どうして写真をとればよいと考えたの？」と尋ねていれば、「実物を小さくすれば解決できそう」「写真の情報を使えば解決できるかもしれない」と解決の見通しをもち、自ら必要な写真や情報をそろえようとすることができたと考える。

第8時では、子ども達が測りにくいものの一つに挙げた「高さ」を取り上げ、先人も興味をもった「ピラミッドの高さ」を提示した。ピラミッドの模型を見ながら確かに測りにくいことを確認すると、自然とその解決方法を予想し始めた。③

児童G：写真をとればわかるんじゃないの？④

児童H：この時代に写真は無いでしょ。

T：確かにこの時代には写真は無いね。また長さを測るのもローラーみたいな物を使っていたんだよ。

児童I：一段の長さを測ればいいじゃないの？

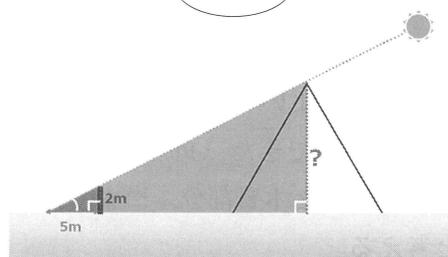
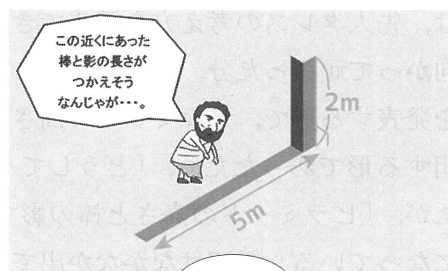
児童J：それで何段あるかで、かけるとわかるかもしれないね。

T：一段の長さはここではわからないな。でもそれでも求められたかもしれないね。このように数学者のタレスも高さの求め方に悩んだんです。(スライドを見せる)そして、影に注目したんです…

子ども達は、スライド(資料3)を見ながら、ピラミッドや棒の影を使った求め方に興味をもち、どのように考えたか予想し始めた。縮図の考え方をを使うと解決できるのではないかと見通しをもつことができた子どもは、「下の長さはわかりますか？」など条件不足の状態から必要な数値が欲しくなった。そのような発言から、ピラミッドにできた影を数理的に捉えて、数学的に処理するため解決の見通しが全体に広がり、自力解決に向かっていくことができた。

第8時の題材とその提示の仕方により、測ることが難しい高さを解決したい気持ちを高めたこと、複数の子どもが先人の数学者タレスの考え方と既習内容とのつながりに気付くことができたこと、そして解決の見通しをもち、必要な情報(条件)をそろえて考えようと自ら動き出すことができたことはよかったと考える。しかし、子どものつぶやきをもとに情報を加えていく導入にはとても時間がかかった。下線部③から、ピラミッドの模型を見たときに、自然と解決の見通しを持ち始めている。また、下線部④のような考えが一番出てくることは、既習内容とのつながりを子ども自身が感じている証拠である。これまでの学習を通して、子ども達は日常の事象を数理的に捉え、見通しをもち筋道を立てて考える喜びを得ていたことをいかにすれば、児童Iの考え方をいかにすることができたのではないかと考える。「どうして写真をとればよいと考えたの？」と問い返すことで、縮図の考え方をいかにすれば解決できるのではないかとつながり、よりタレスの考え方と既習内容とのつながりに気付くことができたのではないかと考える。

(2) 問題解決に向けて活用させたい数学的な考え方を明確にした教師のはらたきかけの工夫  
自力解決の際に困っていることを言葉に表すように促したことによって、本質部分、つまり



活用させたい数学的な考え方をもとに学級全体で解決しようと動き出すことにつながったこと、つながらなかった事例を紹介する。

第6時では、1つの頂点を中心にした拡大図や縮図のかき方を考えた。それまで拡大図をかき際には、長さや角度が明記されていたり、区切りのよい数値になっていたりしたために測定に困ることはなかった。しかし今回は、もとのなる三角形の長さがはっきりしない数値にしたため、自力解決の際に子どもの手が止まった。そこで、手が止まったことを言葉に表すように促すと、「長さがはっきりしない」「2倍の長さが出せない」の声。すると、それを解決しよう、説明しようと動き出す子どもが出てきた。そして、合同な図形の作図の際にも役立つコンパスを使うよさを再確認することにつながった。

第7時では、地図をつかって家から学校までの実際の距離の求め方を考えた。25000分の1の縮尺の地図を使ったことで、25000倍することができたが、その後どうしたらよいか困っていた。そしてその子の「25000をかけた後に出た数字の単位がわからない」問いを取り上げると、その困りを解決しようと動き出す子どもが出てきた。10cm×25000は250000cm、つまり2500m(2.5km)であることにつながると、縮尺と実際の長さとの関連を肌で感じるようになって満足していた。

第8時では、ピラミッドの高さの求め方を考えた。(前頁の続き)題材と出会った子ども達は、先人タレスの考え方を予想できそうな子から自力解決に向かった。子ども達は自力解決に向かって頑張った分、困っていることを言葉に表そうとしなかった。そこで、予想した考え方を発表する形で、ピラミッドの高さの求め方を説明した。子ども達の説明は、計算の仕方を説明する形であったため、「どうしてその計算の仕方になったのか」と根拠の説明を求めようとしたが、「ピラミッドの高さと棒の影でできた三角形によってできた三角形は拡大と縮小の関係になっている」説明はなかなか出てこなかった。それは、説明する必要感が子どもに弱かったのではないかと考える。そう考えると、意図的に子どもの困り感を表現する機会をつくる必要があった。図に長さを書き込んで次に動くことが出来ない友だちの困り感を学級全体で予想させることもよいであろう。そうすることによって、「ピラミッドの高さと棒の影でできた三角形によってできた三角形は拡大と縮小の関係になっていることに気付いていないのではないか」といった本質部分、つまり拡大図・縮図の考え方に目を向けることができたのではないかと考える。

このように仲間は困っていることを表現する機会をもつことは、活用させたい数学的な考え方をもとに学級全体で解決しようと動き出し、友だちと粘り強く取り組み、根拠を明確にして解決していくことにつながることを確認することができた。

## 5 おわりに

縮図の学習で学んだことを使うと、測ることが難しい長さも測ることができて、便利だと思った。生活の中でまだまだ使えるような気がするので、もっと勉強してみたい。

第8時後の子どものふりかえりである。このように日常の事象を数理的に捉え、見通しをもち筋道を立てて考える力を育むことをこれからも大切にしたい。

(文責 徳永 勝俊)