算数・数学科で「問いをもち，主体的に追及する姿」を具現化するには

本年度の附属学校園の公開研究会で取り組んだテーマである「問いをもち，主体的に追及する姿」を具現化するには，どのような授業をデザインすればよいのだろうか。本稿では，算数・数学教育にかかわる理論面と専門的な数学の面から考察していきたい。

1．算数・数学教育にかかわる理論面からの考察（数学的な考え方と批判的思考）

教科構想では，まず「問い」をもつことを大切にしている。それは，子どもたちの目の前で起こる事象や，子どもたちの中に入ってくる様々な情報について，真偽や妥当性などを検証することといってもよいだろう。つまり，批判的思考を働かせることができるかどうかが重要なポイントである。

小学校では，ビー玉の重さを測定するのに，容器に入れた状態で測り，そこから容器の重さを引く必要があった。直観的には，このような方法で良いと納得しがちであるが，本当に，重さを足したり，引いたりして良いのかは，一度議論する必要があるだろう。このような疑問をもつためには，批判的な思考が必要である。ここでは，これまで扱ってきた数の量での加法・減法が，新たに扱う「重さ」でも適用できるのかと疑問に思うことが必要であろう。もう少し，「思考」の観点からみてみると，ビー玉の場面での減法を使おうとすることは類推的な考え方（過去にうまくいった方法を，似たような場合に適用しようとする思考）を活用しているといえる。しかし，類推は常に正しい結果が得られるとは限らない。そういったことが，追及につながる原動力になりうる。

他にも帰納的な考え方（多くの事例から一般法則を見いだす）を行う場面も同様である。見いだされた法則がいつでも成り立つのかと思うことが，証明をはじめとする論証へつながっていく。

2．専門的な数学の面からの考察（空間図形と位相幾何学を例に）

中学校では，ジオフィックスを用いて，空間図形の性質を追及した。数学の分野としては，位相幾何学が背景となる。幾何学はもともと図形を何らかの基準で分類する分野である。さまざまにある図形を特徴づける量を不変量という。位相幾何学での不変量のひとつに，「オイラー数」がある。球面のオイラー数は２である。また，凸多面体のオイラー数は（頂点の個数）－（辺の個数）＋（面の個数）である。位相幾何学では，３次元空間内の凸多面体と球面は，連続的に変形することで同じ図形とみなせる（これを同相であるという）ということから，本時のあとに迫ろうとしたオイラーの多面体公式「（頂点の個数）－（辺の個数）＋（面の個数）＝２」を導くことができる。

第２学年，第３学年で学習する合同，相似は図形を形や大きさ（数学的には，移動，拡大，縮小などが許される可逆アフィン変換）の基準で分類しており，合同は相似よりも強い基準であるといえる。基準の強弱を踏まえ，いろいろな立体を自分の見方で分類し，その根拠や良さを伝える活動は，幾何学の本質に迫り，抽象化の考え方を育成できると期待される。

こういった空間図形の数学的な背景を理解することで，本質にせまる授業がつくりやすくなる。生徒に限らず教師も問いをもち，主体的に追求する姿を目指していく必要があるだろう。

（共同研究者：島根大学教育学部数理基礎教育講座，御園　真史・柿澤　亮平）

【参考文献等】

［1］田村一郎，トポロジー（岩波全書），岩波書店，1972年.