

# 問いをもち、分類・整理しながら、論理的に考察し表現する能力を高める子ども

— 中学1年「空間図形」の実践から —

## 1 単元のねらい

観察、操作や実験などの活動を通して、空間図形を直線や平面図形から構成されているものととらえ、空間図形の性質について論理的に考察する能力を伸ばす。

## 2 授業の構想

### (1) 子どものとらえ

文字の式の学習後に「基石の総数」を題材に課題学習に取り組んだ。実際に基石を使って正三角形の形に並べ、そのときの基石の総数を求めていく活動を行った(図1)。生徒たちは正三角形の1辺となる部分の基石の数を3個、4個、・・・と変えていくと、基石の総数が規則的に変化していくことに着目し、「1辺に並べた基石の数と総数にはどんな関係があるのか」という問いが生まれた。そこで「正三角形の1辺に $n$ 個の基石を並べたときの基石の総数を求めよう」という課題を設定した。授業のねらいに迫るために、「その $(n-1)$ は何を表しているのか」と問いかけ、図と式を関連させながら説明するように促した。多様な考え方が発表された後、「似ている考え方はあるか」と問いかけると、生徒たちは式の形や基石の図の囲み方などの特徴をもとに分類していった。「 $n$ が1つしかないので代入して確かめやすい」「図に重なりがないのでわかりやすい」など図と式の価値付けする活動につながった。その中で、

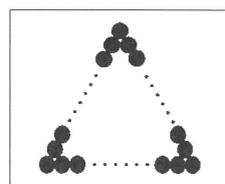


図1

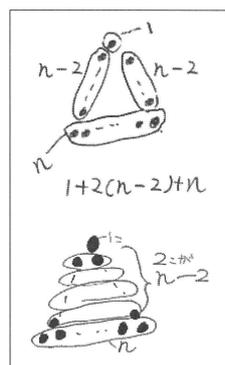


図2

「 $1 + 2(n-2) + n$ の式は同じだけど囲み方が違うのはなぜか」という生徒の発言から、その式と図に注目した(図2)。式の $2(n-2)$ の部分が表している意味の違いやどちらの囲み方が美しいかななどを議論し、式のもつ意味を考えるきっかけになった。授業のふりかえりでは、「同じ式でも違う考え方があったので面白かったです。正三角形の考え方が正方形や正五角形でも使えるのかやってみたいです」とあり、その後の課題として、正三角形と正方形を組み合わせるときの(家の形)の基石の総数を求めるレポート作成を行った。このような姿こそ、本学校園算数・数学科が考える問いをもち、主体的に追求する姿の一つだと考える。

### (2) 本単元(題材)において求めたい姿とそのための手立て

本単元では、「既習事項を用いて解決しようとする姿」「自分の考えをもち、他者に分かりやすく説明しようとする姿」を引き出したい。そのために、生活の中にある具体物に出会わせ、生徒たちが自ら立体の特徴や性質によって分類したくなるような活動を想定する。その中で生まれた生徒の追究してみたい

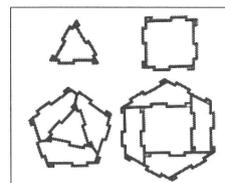


図3

問いを取り上げながら学習を進めていく。そして、実際に自分の手で立体的な模型を作り、論理的に考察、説明ができるようにする。道具として、正三角形、正方形、正五角形、正六角形の基本図形を組み合わせ、立体的な模型を作ることのできるジオフィクス(図3)と出会わせる。これらの手立てにより、具体から抽象への思考がスムーズになり、生徒が立体への興味を高めて主体的に追求していくと考える。

第1次では、まず生活の中にある立体を探す活動を行う。お菓子などの箱や袋を用意し、特徴により分類・整理していく。既習事項である立方体や円柱などだけでなく、円錐や三角錐、円錐台な

どもにも出会わせる。そうすることで、「立体の名前が知りたい」「どこが底面なのか」などといった  
 当惑や欲求を学級全体で共感できる。それを主体的な追求につなげていきたい。

第2次では、ジオフィクスを使って正多面体の秘密を探る活動を行う。第2次第5時では、立方  
 体の展開図について扱う。ジオフィクスの模型を崩し展開図のように開く活動を行うことで、様々  
 な展開図ができる。自分と友だちの展開図が違うことから、「立方体の展開図は何種類あるのだろ  
 うか」という問いが生まれるだろう。この問いを学級全体で共有し、課題とする。追求する場面  
 では、「他には展開図はないのか」と問いかけ、たくさん見付けるように促していく。また手際よく、  
 重なりや不足のないように展開図を見付けることができるように「展開図にきまりはないのか」と  
 問いかける。ずらす、回す、裏返すなどの既習事項を使って展開図が11種類しかないことを説明す  
 る姿を期待したい。ふりかえりでは「正方形以外のピースで多面体を作り展開図を考えてみたい」  
 「立方体のような多面体は他にもあるのか」などの生徒自ら解決したい願いや問いを取り上げる。  
 そうすることで生徒の興味を高めて問いが繋がると考える。

第2次第6時では、正三角形と正方形のジオフィクスを使って多面体を作る活動を行う。正三角  
 形と正方形の2種類に限定して作った多面体に出会わせることで、図形のもつ性質に着目できるよ  
 うにする。その後、自分たちの作った多面体を定義に基づいて正多面体かどうか分類していく。実  
 際に自分たちの作った多面体を観察、操作する中で、「他には正多面体はないのか」という生徒の  
 問いから、「正多面体は何種類あるのか考えよう」という課題を設定する。前時の学習を根拠に、  
 1つの頂点に集まる面の数や角度などを使って、正多面体が正方形からは立方体しかできないこと  
 を説明していく。これをきっかけに正多面体の面の形や数、辺や頂点の数に着目できるようにす  
 る。正三角形からできる正多面体を追求する際には、闇雲に探すのではなく、1つの頂点に集まる  
 面の数や角度を変化させながら規則的に考える力を伸ばすことができる。その後、「違う形からも  
 正多面体ができるのか」「正六角形からはできないと思う」などの新たな問いや予想をもち、ジオ  
 フィクスや図、式を使って、正多面体がなぜ5種類しかないのかを根拠を明らかにして説明しよう  
 とする姿を期待したい。また、「6種類目は作れないのか」「なぜ5種類しかないのか」など問い  
 かけ、正多面体が5種類しかないことを確認する。

第2次第8時では、「正多面体の秘密を探ろう」と題してレポートを作成する。本時の学習であ  
 る正多面体が5種類しかないことを説明したり、頂点と辺の数、面の数に着目しオイラーの定理に  
 ついて調べたり、立方体の展開図を利用して、正八面体の展開図も11種類しかないことを説明し  
 たり、立方体と正八面体の関係から、正十二面体と正二十面体にも何か関係はないのかと追求し  
 たりする姿を期待したい。

### 3 展開計画（全9時間）

次	時	主な学習と具体的な学習・内容	◇追求する子どもの姿
1	1 2 3 4	○いろいろな立体について調べよう ・生活の中にある立体を仲間分けしよう。 ・面の形、辺や頂点等から立体を分類し、仲間 分けしよう。 ・立体を観察しながら、角柱や角錐等の特徴を 理解しよう。 ・角柱、円柱、角錐、円錐の模型から、展開図 や見取図で表そう。	◇身近な立体を観察し、特徴で仲間分けをする。 ◇いろいろな視点や方法で分類、整理する。  ◇立体の面の形や面と辺の関係などの特徴を見付ける。
2	5 6 7	○正多面体について探ろう ・ジオフィクスを使って、立方体の展開図を考 えよう。 ・正多面体は何種類あるのか考えよう。	◇立方体の展開図が11種類あることを説明する。 ◇多面体と正多面体の違いを正多面体の定義に基づいて分類し、正多面体であるこ とを説明する。 ◇正多面体の面の形や数、辺や頂点の数に着目し、分類・整理しながら、正多面体 が5種類しかないことを、根拠を明らかにして他者に分かりやすく説明する。

8	・正多面体についてレポートをかこう。	◇頂点、辺、面の数に着目しオイラーの定理を調べる。 ◇立方体の展開図を利用して、正八面体の展開図も11種類しかないことを説明する。 ◇正六面体と正八面体の関係から、正十二面体と正二十面体にも何か関係はないかと追求する。
9	・レポート発表会をしよう。	

## 4 授業の実際

### (1) 生活の中にある立体を仲間分けしよう

#### (第1次第1時)

本学習の導入では、まず生活の中にある立体を探す活動を行った。以下は課題設定までの授業記録である。

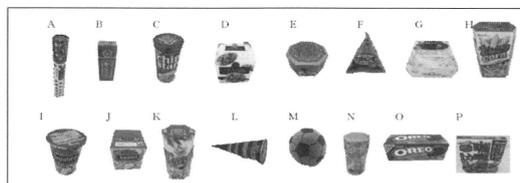


図4：お菓子の箱や袋

T1	：みんなの身の回りに立体ってありますか。
生徒A	：教室にいっぱいある。例えば、時計は円柱。
生徒B	：教科書も辞書も四角柱。鉛筆は六角柱。
T2	：身の回りには、いろいろな立体があるんだね。先生も立体を探していて、そしたら、スーパーのお菓子コーナーに行ったら、いろいろな種類の箱があったよ。(図4の実物を見せる)
生徒C	：いろいろな形があるな～。似ているものもある。
T3	：Cさん、似ているって何が？
生徒C	：箱の形です。AとCは同じだと思うけど、Iは微妙……。
生徒D	：KとHも同じっぽい。
生徒E	：じゃ、Mは何？
T4	：みんなは立体を仲間分けしているんだけど、グループ分けできそう？
生徒	：できそう。
T5	：じゃあ、立体をいろいろな視点で分類してみよう。

課題を「A～Pの立体を仲間をどんな見方で、どのように分類したのか説明しよう」と設定すると、生徒たちは、実際に触ったり、比べたりしながら分類していった(図5)。

分類の視点としては、名前を知っている立体とそうでない立体、底面の形、側面の形、面の数などが挙げられた。立体の中ではI(円錐台)に興味を示す生徒が多かった。紙コップやプリンなどの形など生活の中でよく目にする形であるが、「立体の名前」や「どうやって容積を求めるのか」など問いが生まれた。すると、生徒Fが次のように発言した(図6)。



図5：立体を比べる様子

Iの名前は分からないけど、L(円錐)と関係があると思います。なぜかという、Iを逆さにして底面だった所と、Lの底面の部分をくっつけると、1つの円錐になるからです。だから、Iは円錐だと思います。(生徒F)



図6：実物を使ってIとLの関係を説明する生徒

この発言から、「とがっていないのに円錐と言ってよいのか」「どこを底面と言うのか」など、さらに生徒たちの問いは広がっていった。次時につながるように「さらに追求してみたいこと」を視点にふりかえりを行ったところ、次のようなことが挙げられた(波線部がさらに追求してみたいこと：以下同様)。

- ・僕は立体の名前にこだわって分類していたけど、それは底面の形に分類した人と同じ分け方でした。立体の名前は、底面の形に関係しているものもあるのかなと思いました。一番気になったのは底面でした。立体の置き方によって、底面が変わるのはおかしいので、何かきまりがあるのかなと思っています。(生徒D)
- ・Iは日常生活の中でよく見る形だから、とても興味があります。体積とかどうやって求めるのか知りたいです。FさんのようにIを円錐の一部と見るのはすごいと思いました。でもそうすれば、円錐をの体積を求めればよいので、体積も求めることができそうな気がします。(生徒B)
- ・立体の面の形や数、頂点の数とかにきまりがあるか知りたいです。もっと面の数が多い立体があるのかも知りたいです。今日はできている立体だったので、今度は自分で立体を作りたいです。(生徒F)

既習事項である立体以外に、円錐や三角錐、円錐台などにも出会ったことで、「立体の名前が知りたい」「どこが底面なのか」などといった当惑や欲求を学級全体で共感でき、追求の方向が

はっきりした。

## (2) ジオフィクスを使って、立方体の展開図を考えよう（第2次第5時）

授業の始めに前時の生徒Fのふりかえりを紹介し、課題を設定するまでの授業記録である。

～前略～

T7 : 立体の展開図を学習したね。昨日のふりかえりを紹介するね。

「展開図をかいたのですが、やっぱり展開図なので実際に作ってみたいと意味がないと思います。技術の時間に木材で棚を作るので、そのときに展開図や見取図は生かせそうです。正四角錐の展開図は、底面にくっつけるタイプと、側面をくっつけていくパターンがあって、展開図は一体何種類かけるのかなと思いました。三角柱も底面をつける場所を変えればいろいろできると思いました。展開図の種類が知りたいです。」

生徒C : 展開図の種類って、そんなにたくさんあるのかな？

生徒G : 調べてみたい。

T8 : では、展開図の種類を調べてみましょう。今日は立方体を取り上げて、みんなで考えたいと思います。じゃあ、ノートに、立方体の展開図をかいてみましょう。

生徒B : 先生、隣の人と違うのだけど、僕のあっていますか？

生徒C : 展開図はいろいろあるから、違っていいんじゃないの？

～中略～

生徒F : 僕の班は、みんな違うからもう4種類はあるよ。

生徒G : でもFさん、僕の向きを変えればFさんのになるよ。

T10 : 向きや表裏についてはどう考えますか？

生徒H : 向きが変わっても同じだから、裏返ししたりするのもしで、同じと考えたがよいと思います。

生徒 : その方がわかりやすい。

生徒I : じゃあ、けっこう少ないかな。

生徒J : いや、いっぱいあるよ。

T11 : じゃあ、立方体の展開図は何種類あるのか調べてみましょう。

生徒のふりかえりをもとに「立方体の展開図の種類を調べよう」と投げかけると、生徒は予想していった。予想を聞く中で、生徒Gの発言から向きや裏返す場合について疑問が出た。「向きや表裏についてはどう考えますか」と問いかけたところ、生徒たちの考えで向きや表裏を変えると同じになる形は同一のものであることを確認できた。また、「実際に切って作ってみたいとできるかどうか分からない」という意見が出たので、ジオフィクスに出会わせた。ジオフィクスを使うことで、自分の考えた展開図を組み立てることができるようになった。そこから、「なぜこの展開図はできないのか」「このパターンならもっと違う種類ができる」といった欲求が追求の方向をはっきりさせていった。個人で考える時間では「他には展開図はないのか」と問いかけ、たくさん見付けるように促した。その後、班の中で自分の考えを伝え合う時間では、「展開図にきまりはないのか」と問いかけ、展開図が11種類しかないことを説明する時間を設定した。この問いかけにより、生徒の思考に方向性を与えたことで、「12種類目はないと言い切れるのか」という生徒自身の問いが生まれた。その中で、何かきまりや規則を発見しようと試行錯誤する姿や、以下の授業記録の生徒Gのように自分の考えをもち、他者に分かりやすく説明しようとする姿が見られた。闇雲に作るのではなく、何かきまりや規則を発見しようと試行錯誤する姿が見られた。以下は、その場面の授業記録である。

T12 : 何種類できましたか？

生徒B : 6種類。

生徒K : 15種類。

生徒A : 15種類？それ同じがあるんじゃないの？

生徒L : 私もさっき見返して同じのがあって数が減って8種類です。

T13 : 同じのができたという人がいるみたいだけど、どうしたらいいかな？

生徒G : 僕はできないパターンを考えています。

T14 : できないってどういうこと？

生徒G : 縦に5枚つなげると一面が重なるのでできません。もちろん6枚も。だから4枚につないで、それにあと2枚をいろいろ付け替えてみてください。

T15 : 4枚つなげるときはできるの？



図7: ジオフィクスを使って説明する生徒

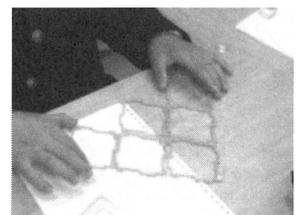


図8: ジオフィクスを使って確認する生徒

生徒M：縦に4枚はできるけど、2枚2枚の4枚はできません（図7）。これだと頂点ができないからです。  
 T16：頂点ができないってどういうこと？  
 生徒G：正方形の角は90°だから、それが4枚集まっているので、360°になるので、平面になってしまうからです。  
 生徒N：なるほど。だからこれはできないのか～（図8）。  
 生徒A：縦に4枚を基本として、あとの2枚を規則的にずらしていけば重複なくできると思うな。  
 生徒H：そうやったら、6種類できたよ。今、縦3枚シリーズをやっている途中です。  
 T17：縦4枚のシリーズが6種類できたって知っているけど、みなさんはどうですか？  
 生徒N：できました。3枚シリーズもずらしていけばできそうです。  
 生徒I：3枚のシリーズは4種類あった。  
 生徒O：2枚もあるよ。1種類できます。  
 T18：ということは、何種類あるの？  
 生徒：11種類。  
 T19：12種目はできないの？  
 生徒G：4枚の基本の形からずらしていったのでもれはないので、12種類目は存在しません。

また、学習のふりかえりに生徒Fは次のように書いていた。

立方体の展開図が何種類あるのか調べました。もっとたくさんあると思っていたけど、11種類しかありませんでした。適当にやっていると同じものができてしまうので、4枚、3枚と規則的にやったり、1個ずつずらしていったりすると重複なく考えることができるので大事だと思いました。紙の上で考えるより、ずっと考えやすかったです。ジオフィクスを使って立方体以外の立体が作ってみたいです。

### (3) 正多面体は何種類あるのか考えよう（第2次第6時）

本学習の導入では、正三角形と正方形のジオフィクスを使って多面体を作る活動を行った。正多面体の定義には触れず、「同じ形のピースだけを使って多面体を作ろう」と投げかけ、まずは自由に作る時間を保障した。正三角形と正方形の2種類に限定して作った多面体に出会わせることで、図形のもつ性質に着目しながらの追求につながった。その後、正多面体の定義（図9）を確認し、正多面体かどうか分類していった。班で活動を行う場を設定したことで、個人で考える、それを友だちに伝える、気づきを共有する、ジオフィクスを使って複数で確認するなどできた（図10）。図11のような多面体を作った生徒が多かったため、学級全体に「なぜ正多面体でないのか」と問いかけたところ、多くの生徒が1つの頂点に集まる面の数に着目し、説明することができた（図12）。その後、「他には正多面体はないのか」という生徒の問いを取り上げ、「正多面体は何種類あるのか考えよう」という課題を設定した。授業のねらいに迫っていくために、まず「正方形からは立方体しかできないのか」と問いかけ、生徒の思考に方向性を与えた。生徒は、立方体の展開図の学習を根拠に、1つの頂点に集まる面の数や角度などを使って、正多面体が正方形からは立方体しかできないことを説明した。同じように、正三角形からは正四面体、正八面体、正二十面体の3種類ができることも説明していった。次に示すのは、その後の授業記録である。

多面体のうち、すべての面が合同な正多角形で、どの頂点に集まる面の数も等しく、へこみのないもの。

図9：正多面体の定義



図10：班で相談する様子

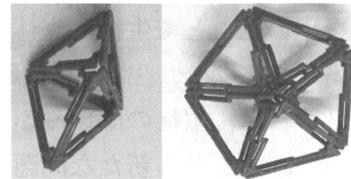


図11：生徒が作った多面体



図12：説明する場面

T20：正多面体は4種類でよいですか。  
 生徒B：正四面体、正八面体ときているから、正十二面体もあると思う。  
 生徒F：でも、もうできないことをさっき説明できたから、ないと思う。  
 生徒G：正五角形があればできると思う。  
 生徒A：他のピース（正三角形と正方形以外）も考えていいのですか。  
 T21：正五角形があればできるという意見が出たけど、他のピースがあればできますか。  
 生徒N：それもありなら、もっといっぱいできる。正八面体や正二十面体も余裕でできると思う。  
 生徒G：それはできないと思う。正六角形からは正多面体はできないから。

生徒多：なんで？ よくわからん。  
T22：じゃあ、他のピースから正多面体ができるのか考えてみましょう。

上記のように、生徒たちは「正三角形と正方形以外の図形から正多面体ができるのか」という新たな問いを追求し始めた。生徒に予想をもつように伝えると以下のようなものがあがった。

- 正多面体は無限にできる。
- 正五角形から正多面体が1つできる。
- 正六角形からはできない。
- 正五角形と正六角形から正多面体が1つずつできる。
- 正五角形からできると思うけど、正何面体ができるかわからない。

その後、正五角形と正六角形のジオフィクスを渡し、「正多面体は6種類目は作れないのか」「なぜ5種類しかないのか」と問いかけ、実際に模型を作ったり、できないことを説明したりする場を設定した。生徒は図13のようにジオフィクスや正多角形の画用紙を使いながら説明した。学級全体に「正七角形ではどうだろうか」と問いかけることで、正六角形での説明を使いながら正六角形以上の多角形からは正多面体ができないことも生徒が説明した。頂点に集まる面の数や角度などから、正三角形からは3種類、正方形からは1種類、正五角形からは1種類と整理することで、正多面体が5種類しか存在しないことを理解していった。

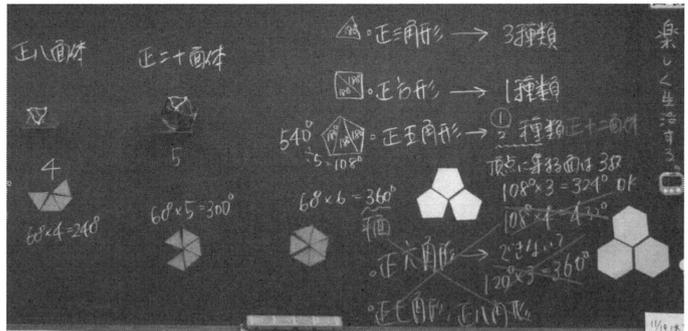


図13：板書の一部

## 5 おわりに

単元を通して、2つのことを行った。1つ目は、生活の中にある具体物に出会わせ、ジオフィクスを使い模型を作る活動を行った。また、教室にジオフィクスを置き、自由に使える環境を作った。生徒たちは休み時間などを利用し、正五角形と正六角形からサッカーボールを作ったり、正八面体の展開図の種類を調べたりしていた(図14)。ジオフィクスを用いたことで生徒が立体への興味を高め、具体から抽象への思考がスムーズになり、生徒が自ら追求するようになった。

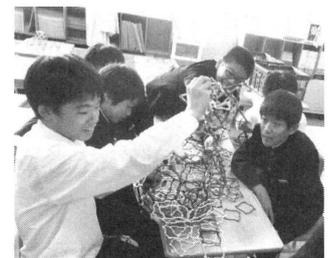


図14：休み時間にも試行錯誤する様子

2つ目は、生徒の問いやふりかえりを大切に扱い、そこから新たな問題を解決するために必要な課題を設定した。その活動を繰り返し行うことで、生徒は問題を解決した後に自らの次の問いを意識するようになった。単元の終わりに作成したレポートには、「身近な正多面体ってある?」と問いをもち、生活の中に使われている正多面体を見つけ、正多面体の利便性を挙げる生徒が多くいた(図15)。

このように、生徒が自ら追求するようになり、学んだことをいかして日常生活に目を向けることができたことから、今回の実践が学ぶ続ける生徒の育成につながったといえる。

(文責 大谷 由香)

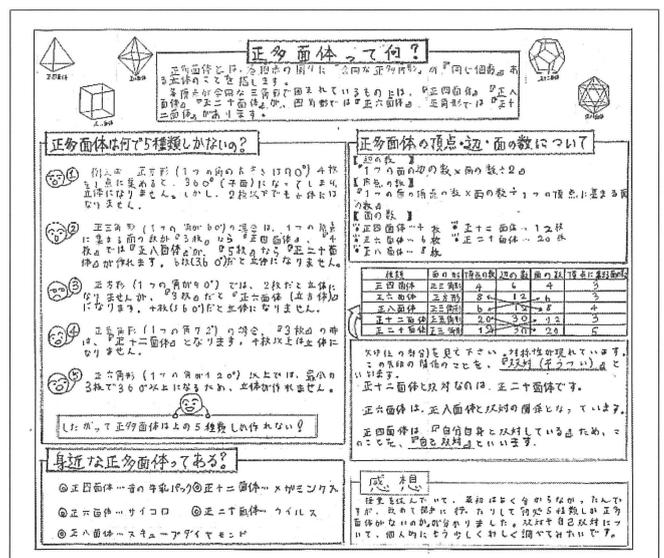


図15：生徒のレポート