

課題解決の中で確率を根拠として用いて説明できる子ども

— 中学2年「確率」の実践から —

1 授業の構想

(1) 子どものとらえについて

生徒は、2年生最初の単元として「式の計算」の学習をした後に、「カレンダーの規則性」を教材として、数の並びについて、どの場所でも成り立つ性質を予想し、文字を使って説明する活動を行った。生徒は、数の並びをを3数、4数、5数と増やしたり、形を縦、横、斜め、四角にしたり、自分で具体的な数字を使って予想したことに対して、文字を使って説明し、自分の言葉でレポートにまとめることができた。その後、班の中で友だちのレポートを見合う場面を設定し、一人では気づかなかった新しい視点の考え方を知る機会を与えた。ふりかえりでは、「数を文字に置き換えるだけで、いろんな数に対応でき、わかりやすい」、「文字式を使って説明するのはすごく論理的でスカッとしました」など、文字を用いた式を使って一般的に説明することの有用性と意味を感じた生徒が多かった。また、友だちのレポートを見て、「同じ性質を説明しているのに、何を文字で置くかによって計算や式の変形が変わっている」、「最後の変形のところを変えると、ちがうことがいえる」など、目的に応じて文字の置き方や式の変形をすることのよさを感じた生徒がいた。

このように既習の数学を基にして、数の性質を見出し、事象を数理的に考察し表現する活動を取り入れた授業を通して、生徒は学習活動に興味をもち意欲的に取り組むことができた。上記のレポートのように自分の考えを追求することができる生徒がいる一方、文字を用いること自体に抵抗を感じている生徒もいる。また、レポートとして書くことはできるが、それを発表すること、友だちの考えを聞いてさらに考えを発展させることを苦手としている生徒は多い。そのため、数学を活用して考えたり判断したりする活動に重点をおき、言葉、数、式、図、表、グラフなどを用いて論理的に考えたり、筋道を立てて説明したり、そのことで互いに自分の考えを表現し、伝え合ったりする活動を意図的に設定していく必要がある。

このような実態をふまえ、本単元の学習を通して、確率を求めることだけでなく、自分の予想や判断について根拠を明らかにして説明することができる生徒を育てていきたい。そのために、学習の中から生まれてきた「問い」に対して、自分の考えをしっかりとつことができる場面、あるいは班や学級全体でのかかわり合いからさらに思考する場面を取り入れながら授業を構想した。

(2) 本単元の目標や内容と算数・数学科で考える思考力・判断力・表現力との関わりについて

数学の授業では、答えや結論があるような確定した事象を取り扱うことが多い。しかし、我々の日常生活においては、不確定な事象について判断しなければならないことが少なくない。急速に発展しつつある情報化社会においては、確定的な答えを導くことが困難な事柄についても、目的に応じて資料を収集して処理し、その傾向を読み取って判断することが求められている。

本単元の目標は、不確定な事象についての観察や実験などの活動を通して、確率について理解し、それをを用いて考察し表現することができるようにすることである。また、中学校第2学年においては、思考の過程や判断の根拠などを数学的に表現するためには、数学的な推論、例えば、帰納や類推、演繹の

資料1 レポート カレンダーの規則性

【問題】
カレンダーの数の並びについて、どの場所でも成り立つ性質を見つけてみましょう。

日	月	火	水	木	金	土
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

＜自分の考え＞
 $9+10+16+22+27=84$
 $12+13+17+25+26=93$ } 5の倍数になる
 $17+23+24+30+31=125$

＜考えた性質＞
 斜線に3つ並ぶ数と、その真ん中にある数に同じように並ぶ数と、お上りの3つの数の総和は、5の倍数になる。

＜説明＞
 左側の数と右側の数、その上の数は $n-7$, $n-6$, その下の数は $n+6$, $n+7$ と表せる。このとき、5数は n である。

$$(n-7)+(n-6)+n+(n+6)+(n+7)$$

$$=n-7+n-6+n+n+6+n+7$$

$$=5n$$

n は自然数なので、5×自然数は5の倍数である。
 よって、5数は5の倍数である。

【感想】
 日中は、普段使っていないカレンダーこそ、本当にその人の規則性が隠れているなと思いました。今回は斜めに並ぶ数が1~31までしかないカレンダーでやりましたが、これを50~100まで広げて、13個ずつおきに斜線、もっとおもしろい事が分かるのではないかと、これから数学に関することを調べていきたいです。

必要性やそのよさを理解し、これらを用いることを重視する。本単元では、確率の求め方を習得することだけを目的とするのではなく、不確定な事象に関する問題解決を重視し、生徒が確率を根拠として説明できることを重視する。そのために、場合の数や樹形図といった既習事項をもとに課題に取り組み、その取り組みや結果について学び合う場を設定する。それにより、見出したことの正しさや妥当性をその根拠を明らかにして説明するなどの必要性が増し、論理的に説明することの重要性も高まる。よって今回の学習は、算数・数学科の考える思考力・判断力・表現力を育成することにつながると考える。また、確率を用いて不確定な事象をとらえ、説明することを通して、「必ず～になる」とは言い切れない事柄についても、数を用いて考えたり判断したりすることができることを理解し、数学と実生活や社会とのつながりを実感できるよう工夫する。

(3) 11年間で育てる思考力・判断力・表現力の育成に関する学び合う場面の構想について

数学での学び合いを活性化させるためには、学習の中から生まれた数学的な思考と関わる「問い」を大切につなぎ、数学的な表現を用いて、自分やまわりの友だちと共に考えたことや判断したことを表現する活動を充実させていくことが必要であると考え。それを基盤として、自分の考えたことや判断したことを伝え合い、互いに広め、深めていけるような学級全体での学び合いの場を設定していく。本学校園算数・数学科で作成した「算数・数学学習における数学的な思考力・判断力・表現力のイメージ図」をもとに授業づくりを行うこととする。

第1次では、起こりうる場合を順序よく整理するために、樹形図や二次元の表などを利用して、場合の数を考察していく。

第2次では、不確定な事象のうち、確率が予想できる事象と予想できない事象で確率を考えるために、身近な事象（硬貨、サイコロ、くじ、画鋏など）で実際に試行して統計的確率を求める活動を行う。班で課題を設定し、実験や観察を行い、その結果や考察について話し合う場を設定する。求めたデータから算出された統計的確率と計算上で明らかになった数学的確率とを比較することで、自分の経験を数学的に実感できるように取り組ませる。

第3次では、いろいろな確率の求め方を学習していく。サイコロや硬貨、玉など考えやすい事象で確率の求め方について、樹形図や表を使って考えていくことを大切にしたい。また、乗法などの計算を使って求める生徒の考えを取り上げ、その考え方を説明させる場面を取り入れることで、確率のよさをより実感できる場としていきたい。

第4次では、「くじは引く順番によってあたりやすさに違いがあるか」という課題を取り上げ、確率を用いてくじの公平性について考える。数学的な表現となる樹形図や式などを用いて説明した自分の意見や、友だちの考えを聞き様々な考えを比較することにより、「どんな説明なら納得できたか」、「どのように判断してよいのか」などを視点にあてた学び合いの場を設定していく。

2 展開計画

次	主な活動	時	具体的な学習・内容（◇印は、学級全体の学び合いの場面）
1	数え方のくふう	1 2	<ul style="list-style-type: none"> 具体的な場面で、起こり得る順番や組み合わせにはどんな場面があるかを知る。 起こりうる場合を順序よく整理するために、樹形図や表などを利用して、場合の数を考察する。
2	確率の意味	3 4	<ul style="list-style-type: none"> 身近な課題を設定し、確率実験を行い、レポートをまとめる。 実験結果から、確率の意味を話し合う。 ◇まとめたレポートから実験の結果について話し合い、確率の意味を考察する。
3	確率の求め方	5 6 7 8	<ul style="list-style-type: none"> 同様に確からしいときの確率の求め方と確率の範囲を知り、簡単な場合の数の求め方を考える。 さいころの性質を調べることを通じて確率に関心をもち、表や樹形図を使って起こり得る場合を順序よく整理する方法を見つける。 既習事項を使って確率を求める。 「あることがらが起こらない確率」を考えることにより、確率の意味を深める。
4	確率の利用	9	<ul style="list-style-type: none"> くじ引きの公平性について考える。 ◇日常生活の中にある「くじ引き」を、確率を用いて説明することによって、確率のよさを味わう。

3 学び合いによる思考力・判断力・表現力の評価

単元を通して評価活動を行うために、次の2点を実践する。1点目は、何をどのように説明するのかを明確にして発問することである。どのような思考や表現を用いることを期待しているのか、そして、学び合いによってどのような思考と表現の広がりや深まりを期待しているのかを、事前に明確しておく。生徒に思考・判断したことを説明させることや記述させることから評価していく。2点目は、数学的な思考力・判断力・表現力の高まりを評価する具体的な手段として、学び合いを取り入れた学習後に評価問題を取り組ませることによって思考や表現の変容をみることや学習のふりかえりの際に、思考や判断、表現方法に関して、自分の考えと他者の考えを比較する視点を取り入れて記述させることで評価をする。また、学び合いを構想した時間については、下記の評価規準によって、生徒のワークシートや類題、ふりかえりの記述などで評価する。

次	時	学習活動	学習活動における具体的な評価規準	評価資料	評価基準		
					A	B	C
2	4	◇まとめたレポートから実験の結果について話し合い、確率の意味を考察する。	複数の実験の結果から傾向を読み取り、確率の意味を考えたり表現したりしている。	レポート 発言 ふりかえり	実験結果から傾向を読み取り、確率の意味を考えようとしている。	実験結果をもとにして、確率の意味を考えようとしている。	実験結果をもとにして、確率の意味を考えようとしていない。
4	9	◇日常生活の中にある「くじ引き」を、確率を用いて説明することによって、確率のよさを味わう。	説明し伝え合う活動を通して、他者の考えと関わらせながら確率を用いて考えたり表現したりしている。	ワークシート 類題 ふりかえり	くじの公平性について、他者の考えと比較し、確率を用いて新たな考えを生み出したり、よりわかりやすく自分の考えを説明したりしている。	くじの公平性について、他者の考えと比較し、確率を用いて自分の考えを説明している。	くじの公平性について確率を用いて説明するとき、他者の考えと自分の考えを比較して考えることができない。

4 授業の実際

数学的な思考力・判断力・表現力を高めるための授業づくりとして、根拠を明らかにし筋道を立てて説明し合う活動を取り入れた。ここでは、この単元の第2次の「確率の意味」についての授業と、第4次の「くじ引きの公平性」についての授業を紹介する。

(1) 確率の実験を行い、確率の実験や結果、確率の意味について話し合おう（第3・4時）

①展開

(i) 実験を行い、自分の考えをまとめる場

第3時では、確率の実験を行った。生徒から実験したいと出てきた事象から画びょう、ペットボトルのキャップ、さいころ、硬貨、くじ引きの5種類の事象で行うことにした。すべての種類をそれぞれに試行させたかったが時間が相当かかることになるので、分担して実験を行い、その実験や結果についてレポートを作成し、発表する場を設けることにした。まず、班で1つ実験したいものを選び、予想を立て実験のデータをとっていく。1人100回の試行を行い、他の生徒の分を累加していくことで回数を増やした。その後、実験のデータをもとにそれぞれがレポートを作成した。

(ii) 数学的な表現を用いて説明し、伝え合う場

第4時では、自分や周りの友だちと共に考えたことや判断したことを説明し、伝え合う場を設定した。まず、実験の異なるもの同士で班を編成し、自分なりに考えたことをまとめたレポートを使いながら説明する活動となった。

②考察

資料2は生徒Aが作成したレポートである。「さいころを投げたときの1の目の出やすさについて」という課題に対して、生徒は「17%で出る」と予想を立てた。その意味を尋ねると、「6分の1の割合。0.166…。6回投げれば1回出ると思う。…いや、連続で出るときもあるしな…。」と困惑した。生徒Aは、「さいころを投げたときの1の目の出やすさは6分の1。この6分の1はどういう意味をもつのだろう」という「問い」をもって実験を行った。実験では自分の予想と一致しないデータに疑問をも

ちながら進めていき、個人データでは得られなかった傾向がデータ量が多くなるにつれて一定の傾向を示すことに興味をもち、それをレポートには「個人記録の拡大図」として表現した。

班の中での発表では、多くの生徒が自分の実験結果や考察を自ら作ったレポートを使いながら、自分の言葉で説明することができた。班での話し合いは実験結果の考察に着目し、ホワイトボードにまとめさせ、その記述をもとに学級全体での話し合いを深めていった。それぞれの考察を実験の種類や結果などに注

目し、共通性、相違性、整合性、一般性などを見つけ出していく姿が見られた。実験結果から出た誤差について「問い」を持ち、回数を増やすことで解決できると判断したり、予想と結果があっていたものといないものに分けたりする中で、なぜ予想が違っていたかなどを新たな「問い」に発展した。「どの実験も回数が少ないとばらつきがあるが、回数が増すとグラフが安定していく。それは、一定の値になるのではなく、ばらつきが少なくなっていくからだ」、「近づいている値をそれが出る確率といってもよい」、「6分の1は、6回に1回ではなく、数を多くやったとき1が出るのが期待できる確率である」などを考察した。また、実験の中に多数回の試行から求めた数値と、樹形図などを使って求めることができた数値が一致しているものと一致しないものがあることに「問い」をもち、そこから同様に確からしい場合のみ、数学的確率を用いることができると判断した。

硬貨や画びょうなど多数回投げの実験やその結果について話し合うことを通して、多数回の試行で、ある事柄の起こる割合が一定の値に近づくことを実感できたようである。また、数学的確率を求める際には、計算だけでなく数え上げが重要であることを意識でき、個別の事象における確率の意味やそれらを求める方法についての理解につながったと感じている。

(2) くじは引く順番によってあたりやすさに違いがあるか説明しよう (第9時)

①展開

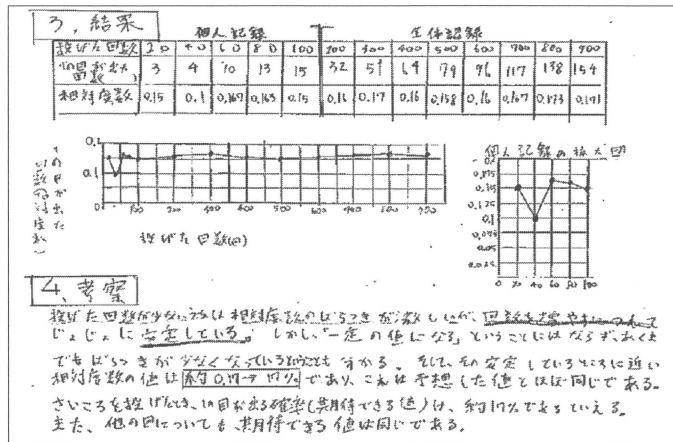
(i) 予想を立て、「問い」をつかむ場

まず、実際にくじを用意し、引いたくじをもとにもどさないことやくじが同様に確からしいことを確認しながら、3人でくじ引きをするとき自分なら何番目に引くかを考えた。「1番初めに引きたい」、「残りものには福があるから最後に引く」などとそれぞれの考えを発表するなかで、「くじは引く順番によってあたりやすさに違いはあるのか」、「あたりやすさはくじの総数とあたりの数の割合で有利さが変わってくるのではないか」という「問い」をもつ生徒が見られた。

(ii) 自分で考える場

班ごとにくじの総数とあたりの数を決め、それぞれの班でその説明を考える場面を設定した。実際にくじ引きを行い、統計的確率から求めようとする班や樹形図を使って説明しようとする班が見られた。樹形図をかく班の中には、くじを10本中5本あたりと設定したが、樹形図をかく際に困難が生じ、くじを4本中2本と単純化して考えていった。1通りの場合で結論を出している班には、「あたりのくじが増えて(減って)もいえるかな」と投げかけ、「他の場合はどうなるだろう」といった新たな「問い」に向かっていった。このように、様々な数で考える必要があることを意識させ、生徒の考えをつないでいった。

資料2 実験レポート(一部分)



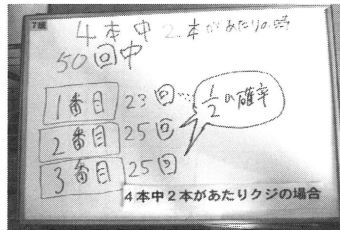
資料3 生徒の予想

引く順番	割合	理由
最初	26%	必ずあたりがあるから。確率が高そう。選べるから。
2番目	12%	真ん中が良い。様子が分かるから。
最後	43%	残り物には福があるから。後の方があたりが出やすそう。迷わず引ける。
何番でもよい	5%	何番目でもあたる確率は変わらない。運だから。
わからない	14%	あたりとはずれの本数で違ってくるから。

(iii) 数学的な表現を用いて説明し、伝え合う場

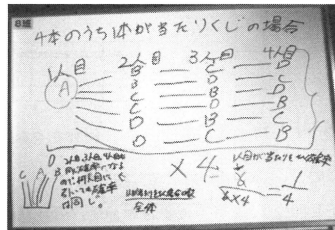
各班の説明をホワイトボードに書き、黒板に掲示し、生徒に説明させた。

【4本のうち2本があたるくじの場合】



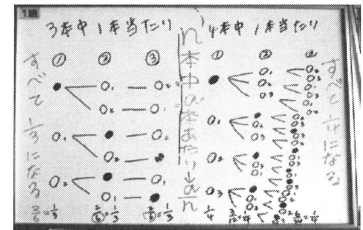
生徒Bの説明：
実際に50回の実験をしました。1番目の人が23回、2番目と3番目の人が25回。だから3人ともほぼ $\frac{1}{2}$ の確率あたりが出ます。だから、引く順番に関係はありません。

【4本のうち1本があたるくじの場合】



生徒Cの説明：
1人目がA（あたり）を引く引き方は、この樹形図のように全部で6通りです。1番目の人がB（はずれ）を引くのも6通り、みんな同じで 6×4 で全部で24通りです。1人目があたる確率は $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$ です。どの順番の人もあたりを引くのは $\frac{1}{4}$ になります。

【3本のうち1本と4本中1本があたるくじの場合】



生徒Dの説明：
樹形図を書いて考えました。初めは3本でやって、次に4本でも考えてみました。そうすると、本数が変わっても引く順番に変わりはありませんでした。 n 本中 a 本あたりだったら、あたる確率は何番目でも $\frac{a}{n}$ になるのかなと思いました。

②考察

学級全体での学び合いでは、数学的な表現となる樹形図や式などを用いて説明した自分の意見や、友だちの考えを聞き様々な考えを比較することにより、「どんな説明なら納得できたか」、「そのように判断してよいのか」などを視点にあてて思考を深めた。また、「くじの総数とあたりの数の割合で有利さが変わってくるのではないか」という生徒の「問い」があったため、「他の場合もいえるのか」、「どんなときでもいえるのか」という視点で話し合いを進めていった。生徒Bの説明に対して、「他の場合を説明するのに、また実験をしては時間がかかる」、「ほぼというのは根拠として弱い」などの意見が出た。また、「くじ引きは同様に確からしいから実験をしなくても求めることができるから、わざわざ実験しなくても計算で求めることができる」という声があったため、生徒Cの説明を聞いた。生徒Cの説明に対しては、「樹形図の方がわかりやすい」、「樹形図だけでなく計算を組み合わせている」などの意見に対して、「他の場合をいうにはまた樹形図をかくのは大変」と言う生徒もいた。生徒Dの説明に対して、「文字でいえるとすごい」という生徒が多かった。

学習後のふりかえりでは以下の内容のものがあった。

- ・今まで「くじ＝運」だと思っていたので、引く順番によって…なんて考えたことがありませんでした。樹形図にすると、とてもスッキリまとめることができました。樹形図は説得力がありました。
- ・私の予想は、くじを引く順番はあたりやすさに関係ないでしたが、それを「なぜか」説明するのは最初どうしてよいかわかりませんでした。実際にくじを使って「1番の人が・・・」と友だちに説明したけど、わかってもらえませんでした。他の人の説明で、樹形図を利用して説明しているのを聞いてすごく納得できたのでよかったです。
- ・いろいろ考えたけど、くじは引く順番に関係なく公平だということがわかりました。だけどわかっている私も「最初に引きたい」と思うってしまうのは何でかな。心理学の世界かな??
- ・生活のたくさんの場面でくじが使われています。今日の授業で、その理由がわかりました。それはくじが平等だからです。「最後に引いたけんはずれた」というのは理由にならないことがわかりました。
- ・樹形図を使って説明すれば、くじ引きに順番は関係ないことがわかりました。確率を知っていれば、得できるなと思いました。他にも確率を知っていれば得をできそうなことが世の中にはありそうです。
- ・友だちの説明で、樹形図の説明はとてもわかりやすかったです。数が多いくじを考えていたので樹形図が書けませんでした。数の小さいものからやればよかったなと思いました。 n 本中 a 本あたりだったら、 $\frac{a}{n}$ になるのは証明できるのかなと思いました。

このふりかえりから、学び合いを通してくじの公平性を説明するには樹形図（確率）を用いることでわかりやすく伝えることを実感できたようである。また、日常生活の他の場面でも確率を用いて考察していこうという姿勢が見られた。

学習後に以下の評価問題に取り組ませ、思考や表現の変容をみることができた。

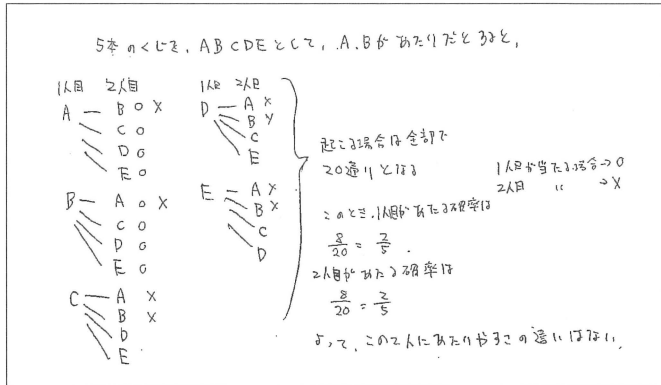
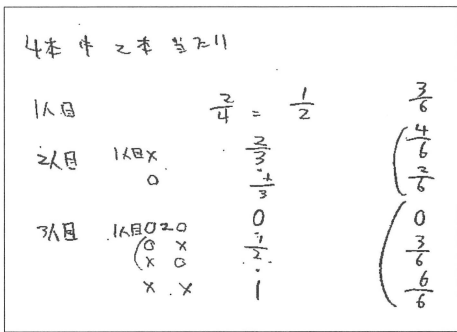
授業（生徒の最初の記述）

くじは引く順番によって、あたりやすさに違いがあるか考えよう。

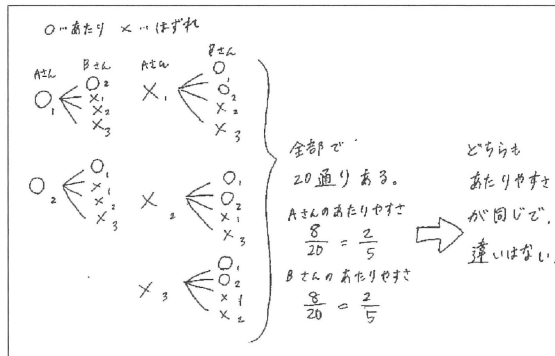
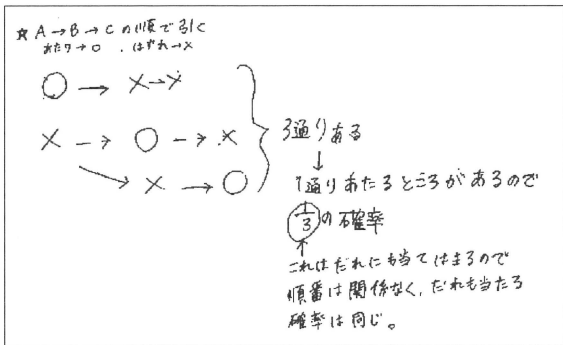
評価問題（授業後）

5本のうち、2本のあたりがはいっているくじがあります。このくじを、まず1人目が引き、続いて2人目が1本ひくとき、この2人にあたりやすさに違いがあるか説明しなさい。

生徒E



生徒F



授業の初めでは、確率を用いてあたりやすさを説明しようとするが、数学的な表現を用いて説明することができなかった。学び合いを通して、あたりやすさに違いがあるかどうか説明するためには、確率に基づいて判断することができることを知り、それを説明するための手段として樹形図と言葉を使って説明する生徒が多かった。

4 成果と課題

単元を通して、確率を求めることで終わるのではなく、不確定な事象に対する問題解決を重視し、確率を根拠として説明し合う活動を取り入れた。生徒自身が予想し、既習事項をもとにして課題に取り組み、その取り組みや結果を説明し考えを深めていく活動は、生徒が目的意識をもって主体的に取り組むことができ、生徒の思考を深めることができ有効であったと思われる。学び合いの中で生まれる「問い」や教師から意図的な「問い」の投げかけを行うことで、「もっとわかりやすく説明できないのか」、「いつでもいえることなのか」など学びを活性化させるものとなった。

今後の学習においても、生徒から生まれてくる「問い」をつなぎ、授業のねらいにせまれるような意図的な「問い」を投げかけ、「説明し伝え合う活動」を意識した授業づくりを通して思考力・判断力・表現力の育成を図っていきたい。

（文責 大谷 由香）