

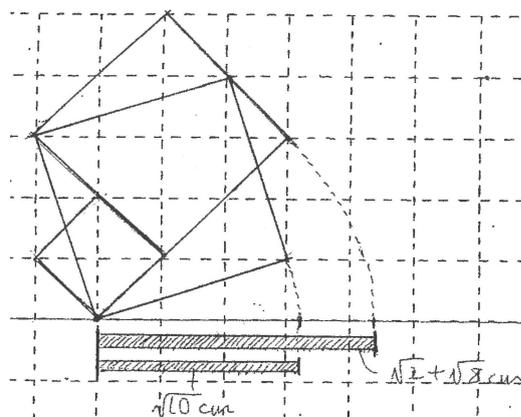
豊かに考え、表現する算数・数学学習

— 学び合いの中で、数学的な思考力・判断力・表現力を高める授業づくり —

1 算数・数学科で願う豊かな学びの姿

本学校園算数・数学科では、18年度より幼小中一貫教育を進める中で、11年間の子どもたちの学びを考えたときに、「算数・数学の学習を通して、一貫教育の中で発達段階に応じてどのような力をつけていくことが大切であるのか」、また「算数・数学の授業の中における子どもたちの豊かな学びの姿とは一体どのような姿なのか」などを中心的な課題として、授業実践を通して研究を重ねてきている。

実際の授業を行う中で、見ることでできた子どもの姿から、これからめざす姿について考えてみたい。右は、中学3年生「平方根」の学習の際に生徒がかいたワークシートの一部である。平方根の学習では、算数の学習から自然数、小数、分数、さらに数学の学習で負の数へと広げてきた数の世界を、さらに有理数だけでなく無理数を含む実数の世界へと広げていくことになる。平方根というのは、生徒にとって初めて出会う新しい概念であり、新しい数の世界における乗除法や加減法の構造や計算の



の仕方を学習することになる。実際の授業では、「 $\sqrt{2} + \sqrt{8} = \sqrt{10}$ は正しいだろうか」という学習課題に対して、これまで学習してきた知識や技能、数学的な考え方を活用しながら自分たちで加法の構造を追求していく学習に取り組んだ。中にはすぐに、既習の乗法 $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16}$ での学習から類推的な考え方をを用いることによって正しいと判断する生徒もいた。しかし多くの生徒は正しくないと感じ、その正しくないことを演繹的な考え方をを用いてどのように説明するかを考えていった。生徒のワークシートをみると、「平方根の近似値から計算していく方法」や「乗法の説明のときのように、左辺と右辺を2乗することによって比較していく方法」、「 $\sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5$ となり $\sqrt{13}$ にはならないといった具体的な反例を用いて説明しようとする方法」など多様な説明方法を用いて考えていた。また、この単元の導入で取り上げた「正方形の面積と一辺の長さに注目した図」を用いて説明しようとしているのが、上記のワークシートである。この生徒は、ただ単に面積が2, 8, 10の正方形を3つかくのではなく、2つの正方形を用いて $\sqrt{2} + \sqrt{8}$ という長さをどのように表すことができるのか、また $\sqrt{2} + \sqrt{8}$ と $\sqrt{10}$ の大きさを比べるにはどのように表現したらよいのかなどを工夫し、一目見ただけで学習課題が解決できるような図を表現することができていた。このように豊かに考え、判断したことを表現することによって、ただ単に計算方法を習得するだけでなく、新しい数である平方根の加法の構造や計算の仕方について多くの生徒がより理解を深めることができたといえる。

算数・数学科では、11年間の学びを通して、

○学び合う関係の中で、友だちの様々な考えを受け止め、算数・数学のよさに気づき、活用して、さらに発展させていこうとする姿（を土台として、）

「豊かに考え」・・・○これまでに習得した知識や技能、また類推、帰納、演繹などの数学的な考え方を活用しながら、自分（たち）の力で問題解決を進めていこうとする姿

「表現する」・・・○言葉や数、式、図、表、グラフ、記号、用語などの数学的な表現を用いて、自分の考えを整理しながら、他者にわかりやすく説明しようとする姿

を豊かな学びの姿ととらえている。そして、研究テーマである「豊かに考え、表現する算数・数学学習」を追究していくことが、単に「計算ができる」「図形の証明問題ができる」というレベルで満足するのではなく、子どもたちにとってもっと広い意味での算数・数学の力がつくことにつながると考えている。

2 昨年度までの研究の経緯

幼小中一貫教育を追究していく中で、算数・数学科では20年度から研究テーマを「豊かに考え、表現する算数・数学学習」と設定している。上述した豊かな学びの姿を算数・数学の授業において実現するためには、子どもたちが数学的な考え方を駆使して問題解決の過程をつくりあげる構えと、その授業が一体となるように構成していくことが大切であると考えた。そこで、この課題解決における探求の過程において、主体的に、これまでに習得した知識や技能、数学的な考え方を活用し、自分の考えを表現することが、学級集団全体の理解を深めることにつながるととらえ、先の研究テーマを掲げている。

また21年度からは、一貫教育における研究主題との関連から、また学習指導要領の改訂等をふまえ、算数・数学科における思考力・判断力・表現力を明確にするとともに、これらの力を発達段階に応じてどのように伸ばしていくのかについて明らかにすることをめざした研究に取り組んでいる。

(1) 算数・数学科における思考力・判断力・表現力

算数・数学学習の中で高めていきたい思考力・判断力・表現力を、「数学的な思考力・判断力・表現力」として、次のようにとらえた。

- 「数学的な思考力」とは、「これまでに習得した数量や図形に関する知識や技能、また類推、帰納、演繹、統一的、発展的な考え方などの数学的な考え方を活用しながら問題解決をめざす力」
- 「数学的な判断力」とは、「問題解決に向けての見通しや筋道を立てたり、数学的な根拠をもとに正しいものを見つけ出そうとしたり、様々な解決方法を比較しよりよいものを選択しようとする力」
- 「数学的な表現力」とは、「言葉や数、式、図、表、グラフ、記号あるいは数学用語や数学特有の言い方など、多様な表現方法を適切に用いて、自分の考えを表現しようとする力」

算数・数学の学習において、子どもたちは思考、判断したことを、自分の言葉や数、式、記号などを用いて表現していく。また線分図や表、グラフなど数学的な表現を用いることによって思考が深まり、さらに他者によって表現されたことがらを読みとることから判断したことをふりかえて確かめることも可能になる。よって数学的な思考力・判断力・表現力は、互恵的な関係であり、相互作用し合うことでそれぞれの力を伸ばしていくことができると考えている。

(2) 数学的な思考力・判断力・表現力についての11年間のつながり

一貫教育の中で、それぞれの発達段階でめざしていきたい、また高めていきたい数学的な思考力・判断力・表現力を次のようにとらえた。

発達段階	算数・数学学習における「数学的な思考力・判断力・表現力」
初等部 前期	生活上における問題を、具体物を用いた活動などを通して思考し、考えたことを自分なりの言葉で表現していく過程において、半具体物、絵、図、数、式などを用いながら説明することができる。
初等部 後期	具体的な問題において、めあてをもち、きまりや関係を見つけ出すような類推的な考え方や帰納的な考え方などの思考の過程や判断の根拠を、言葉や数、式、図、表、グラフなど多様な表現方法を用いて、工夫して説明することができる。
中等部	数学的な問題において、課題を明確にし、類推的な考え方や帰納的な考え方から演繹的な考え方による論理的な思考を展開することで一般化を図るために、その思考の過程や判断の根拠を、言葉や数、式、図、表、グラフあるいは数学用語や数学特有の言い方など多様な表現方法を適切に用いて、それらに関連させながら説明することができる。

(3) 学び合いの中で数学的な思考力・判断力・表現力を高めるための具体的方策

昨年度（22年度）は、数学的な思考力・判断力・表現力を高めるための具体的方策として、授業の中

で学級全体での学び合いを活性化させるために、次の①～③について重点的に取り組んだ。

- ①学習の中から生まれた数学的な思考と関わる「問い」を大切につないでいく。
- ②数学的な表現を用いて、自分やまわりの友だちと共に考えたことや判断したことを「表現する」活動を充実させていく。
- ③(上記の①, ②を基盤として) 自分(たち)の考えたことや判断したことを伝え合い、互いに自分(たち)の考えたことを広め、深めていけるような学級全体での「学び合い」の場を設定していく。

3 本年度の研究

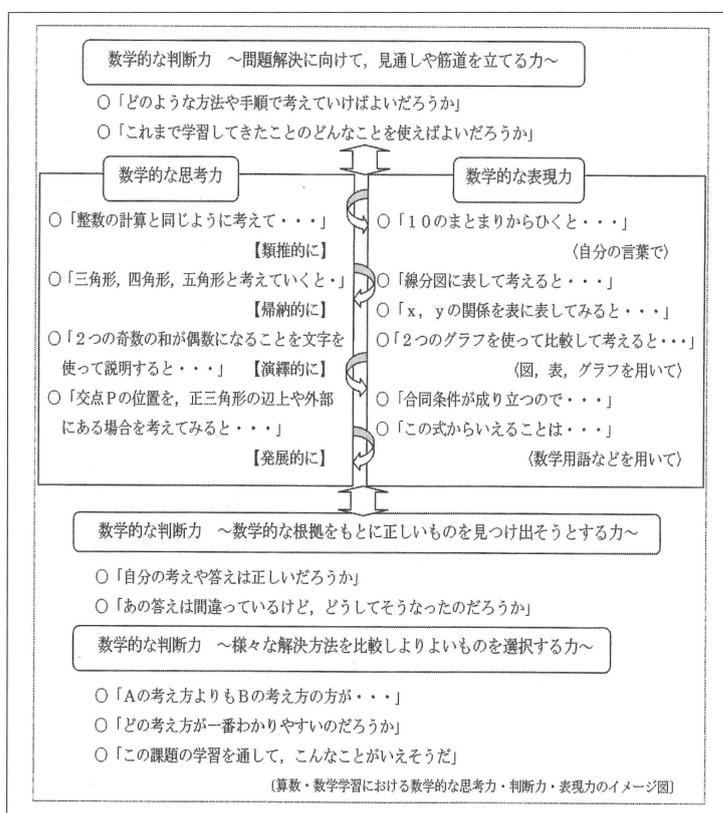
昨年度までの取り組みから、算数・数学学習において、どのような学習場面で学び合いを取り入れていくことが数学的な思考力・判断力・表現力を高めるために有効であるかを考えたとき、特に子どもたちが問題解決に向けて数学的な判断をしなければならない場面の重要性がみえてきた。そこで今年度は、授業の中で数学的な判断力が必要とされる場面における学級全体での学び合いをめざした授業づくり、また、その際の教師のはたらきかけの在り方について授業実践を通して追究していく。一方、子どもたちの学び合いによる数学的な思考力・判断力・表現力の高まりをどのように評価していくのかという点についても、より具体的な評価規準・評価資料・評価基準の作成についての方向性を提案していく。そしてこれらの研究をもとに、数学的な思考力・判断力・表現力を高めるための学習指導と評価の一体化をめざしていきたいと考えている。

(1) 数学的な思考力・判断力・表現力を高めるための授業づくり

まず算数・数学学習において、問題解決の過程で求められる数学的な思考力・判断力・表現力について、これまでの取り組みをもとに、実際の授業の中で問題解決に取り組んでいる子どもたちの姿からより具体的に考えていき、「算数・数学学習における数学的な思考力・判断力・表現力イメージ図」(右図)としてまとめた。

イメージ図をもとに実際の授業を考えたとき、問題解決の過程の中で子どもたちが数学的な判断をしなければならない場面は数多く見出される。具体的には、「学習課題が明らかになり問題解決に向けての見通しや筋道を立てようとするとき」、また「数学的な思考や表現によって導き出されたものに対して正しいかどうかを考えるととき」、あるいは「複数の考え方の中からよりよいものを選択するとき」などが考えられる。こうした数学的な判断を必要とする場面において、「自分の考えを説明する」、「話し合う(議論する)」、「他者を説得する」、「他者の説明に対し、質問する」、「他者の意見に改善提案をする」、「複数の意見を統合する」、「違った視点から検討し直す」、「新しいアイデアを提案する」など、学び合いにかかわる学習活動を取り入れた授業を構想していく。

また、学び合いをより活性化させるための教師のはたらきかけとして、授業のねらいに迫っていくような数学的な思考、表現に関わる「問い」を大切につないでいきたい。実際の授業の中での数学的な思



考、表現に関わる問いについて考えると、次のような具体例が考えられる。

「なぜそうなるのか」	「似ているところはあるか」
「違うところはあるか」	「他の場合も同じように考えられるのか」
「いつでもできるのか」	「もっと簡単にできないのか」
「例えば？」	「他の考え方はないのか」
「もっとわかりやすく説明できないか」	「わかりやすい表し方はないか」
「以前に学習したことは使えないか」	「もっとよい解決方法はないのか」
「この考え方のよい点はどんなところだろうか」	

子どもの思考を深め、より質の高い学び合いを実現するためには、学習課題を解決していく上での、教師からの意図的な問いの投げかけや、子どもから生まれた問いをつないでいくことが重要である。実際の授業の中で生まれる問いでもっとも多いのが、自分が予想したことや他人が考えたことについて「なぜそうなるのか」ということであり、これは、これまでに習得した知識や技能、数学的な考え方を生かした説明を促すものである。この根拠を問い、説明する活動は、数学の授業における柱である。そしてここで学習を終えるのではなく、そこからさらに学び合いを活性化させるための問いとして、「他の場合も同じように考えられるか」「もっとよい方法はないのか」など、子どもの思考を広げるような問いや、「似ているところはあるか」「いつでもできるのか」などの授業のねらいに迫っていくような問いを意図的に投げかけていく。また、こうした問いを教師が連続させていくことで、やがて子ども自身からの問いへと変容していくことをめざしていきたいと考えている。

そしてこうした取り組みの一貫性・系統性をより重視するため、単元・題材配列表の中の全学年・全領域において「数学的な思考力・判断力・表現力を育成する上で大切にしたいこと」について、学習指導要領に示されている算数的活動・数学的活動の趣旨もふまえながら作成していきたい。

(2) 「学び合い」による数学的な思考力・判断力・表現力の評価

数学的な思考力・判断力・表現力の評価を考えると、従来から行われてきた「数学的な見方や考え方」の評価のあり方を見直していくことが必要である。具体的には、(日常の)事象の分析や解釈を通じて規則性を見出しているか、学習課題を発展的に考察しているかなど、これまでに習得した数量や図形に関する知識や技能、数学的な考え方を活用して、思考・判断したことを説明させることや記述させることから評価していくことになる。また、算数・数学科の特性として、式、図、表、グラフ等を用いて表現することで思考を深めているところを評価していくことなども考えられる。

実際の授業を通して適切な評価活動を行うために、次のような取り組みを実践し検証していく。

- ①まず学習課題から問題解決をする際に、どのような思考や表現を用いることを期待しているのか、そして学び合いによってどのような思考や表現の広がりや深まりを期待しているのかを、事前に明確にしておく。
- ②数学的な思考力・判断力・表現力の高まりを評価するための具体的な手段として、
 - 学び合いを取り入れた学習後に評価問題に取り組みさせることによって思考や表現の変容をみること
 - 自己評価(学習の振り返り)の際に、思考や判断、表現方法に関して、自分の考えと他者の考えを比較する視点を取り入れて記述をさせること などを行う

4 成果と課題

算数・数学学習の中で、問題解決の過程で高めていきたい数学的な思考力・判断力・表現力について、イメージ図をもとに単元や授業構想をし、評価に関する視点などを明らかにしたことによって、実際の授業の中で高めていきたい力をより明確化させることができた。こうした力を発達段階に応じてさらに伸ばすために、学び合いを取り入れた学習指導とその評価の在り方を追究していきたい。

(文責 後藤 幸広)