

意欲の向上を促す教材と発問の工夫

原 浩

はじめに

現在の中学生に必要な数学の力は何かということをついといういろいろな方と話をすると二つの意見が出る。一つは「数学的な考え方」を伸ばす指導が必要であるといった意見、そしてもう一つは基礎・基本を大切に、「計算力」をつけなければいけないというもの。そこには、数学の基礎・基本はいわゆる「計算力」であり、数学的な考え方を扱った問題は「応用問題」であるといった認識の人が少なくないということを感じる。本来は数学の四観点の中の「数学的な考え方」、「表現・処理」、「知識・理解」のいずれにも基礎・基本になる部分と応用・発展にあたる部分があるはずで、どちらが大切であるのかといった二者択一で語られるものではない。生徒の実態によって、先にあげた三つの観点のバランスが大切であり、数学の教員は、今、目の前にいる生徒にはどの部分の力が必要なのかを見極め、身につけさせていくことが重要であると思う。現在の附属中学校の生徒の実態を考えたときに、本校の生徒は選抜されて入学しているため、「表現・処理」や「知識・理解」といった力はかなり身に付いている生徒が多いと感じられる。特に四則演算はもちろん「流水算」、「植木算」といった問題も受験勉強として解き方をマスターしている生徒が多い。しかしその反面、授業をしていて危惧するのは、「自分でアイデアを出していくことを苦手とする生徒がいること」、「定規・コンパスといった道具を使うのが非常に苦手な生徒がいること」、「計算問題を解くことに飽き飽きしている生徒がいること」などである。特に数学の授業に対して興味・関心の部分は観点の「関心・意欲」といった学習をする上での一番ベースになる部分であり、どの生徒にも必要かつ大切なものである。特に本校の生徒の中には入学したとたんに受験の重圧から解放されて学習意欲が薄らぐ生徒もいると思われるし、数学は高校入試に必要なだけだからしょうがないから学習をしているという生徒もいる。

その原因を考えると、原因の一つに「小学校の時にいろいろな考え方ができる問題に触れる機会が少なかったこと」、「操作活動を通しての課題追求や概念の理解等が少なかったこと」、「数学の楽しさやおもしろさを体感する量が少なかったこと」などがあるのではないかと考える。そこで昨年1年生を担当したことから、3カ年の学習の中で、教材を工夫することによって生徒の関心・意欲を高めようと考えた。特に操作活動を取り入れた学習や、多様な考え方ができる課題を扱う実践をしていくこととした。また、本校が昨年まで三カ年取り組んできた「学びのコラボレーション」の研究とあわせて実践しようと考え、多様な考えがができる問題を扱うことによってグループ活動を活発にし、より課題が深まっていくことをねらった。

1. 研究主題

意欲的に課題に取り組む生徒の育成
～操作活動や多様な考え方ができる問題を通して～

2. 研究の仮説

教材の工夫をすれば、生徒が数学に興味・関心を持ち、意欲的に数学に取り組むであろう。

- (1) 多様な考え方ができる問題や操作活動を取り入れた授業をすれば、生徒が意欲的に取り組むであろう。
- (2) グループ活動を行えば、課題への関心が高まったり、自分の考えが深まったりするであろう。

3. 研究の内容

各仮説を検証するために以下の実践を行った。

(1) 多様な考え方ができる問題

- ① 基石の数を求める問題 (1年 式の計算の利用)
- ② 正方形を重ねて周囲の長さを求める問題 (1年 方程式の利用)
- ③ 立方体の展開図を考える問題 (1年 空間図形)
- ④ 星形五角形の内角の和を求める問題 (2年 平行線と角)

操作活動を取り入れた題材

- ⑤ へこみサッカーボール作り (1年 空間図形)

(2) グループ活動を取り入れた学習

上記の①②③④において個人追求の後にグループ活動を行ってから全体での課題追求に進んだ。

取り組みの実際

① 基石の数を求める問題 (1年 式の計算の利用)

課題1 図のように基石を並べる。1辺が5個の場合、基石は全部で何個必要か。いろいろな求め方を考えよう。

【生徒の解答より】

| | | | | |
|-------------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------------|------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| | | | | |
| $4 \times 4 = 16$ | $5 \times 4 - 4 = 16$ | $3 \times 4 + 4 = 16$ | $5 \times 2 + 3 \times 2 = 16$ | $5^2 - 3^2 = 16$ |

上の解き方の中で自分が、よいと思う解き方を選び、付箋紙をはりましょう。

課題2 1辺の基石の数が n 個の時、基石は全部で何個必要か。自分が良いと思った解き方で求めてみましょう。

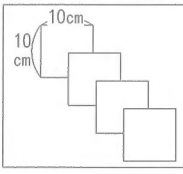
【生徒の解答より】

| | | | | |
|------------------------------|------------------------------|--|--|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| | | | | |
| $(n-1) \times 4$ $= 4n-4$ | $n \times 4 - 4$ $= 4n-4$ | $(n-2) \times 4 + 4$ $= 4n-8+4$ $= 4n-4$ | $n \times 2 - (n-2) \times 2$ $= 2n + 2n - 4$ $= 4n-4$ | $n^2 - (n-2)^2$ $= n^2 - (n^2 - 4n + 4)$ $= 4n-4$ |

文字を使うと、どの解法も同じ式で表せることを確認する。

②正方形を重ねて周囲の長さを求める問題（1年 方程式の利用）

学習過程 1時間目

| 学習活動(学習形態) | 生徒の活動と意識 | 教師の支援(○)と留意点(・)コラボレーションにかかわる【見取り】と【手立て】(◎) |
|--|--|--|
| <p>【課題1】を提示する</p>  <p>左の図のように1辺が10cmの正方形を対角線の交点に折り紙の角がくるように重ねていく。4枚重ねたときに周囲の長さは何cmになりますか。</p> | <p>一斉</p> <ul style="list-style-type: none"> ・各自で解法を考える。 | <ul style="list-style-type: none"> ・生徒活動を円滑に進めるために【課題1】の図を黒板に提示する。 ○折り紙と短い棒を準備し、生徒が操作的に活動できるよう支援する。 ・各自が課題に対する考え方を1通りは持てるよう、机間支援をする。 ◎次にグループで自分の解法を発表することを示し、発表の準備をする。 ・なるべく上手に発表できるように準備することを伝える。 ・「もっといろんなやり方はないか」と言っ、なるべく多様な考え方を引き出す。 |
| <p>【課題2】</p> <p>【課題1】をn枚重ねます。このとき周囲の長さが180cmになった。このときの枚数nを求めなさい。</p> <p>課題の追求 一斉</p> | <ul style="list-style-type: none"> ・各自で問題を考える。(個人) ・自分の考え方を他の人に説明できるように図を作成し、説明の準備をする。(個人) | |

2時間目

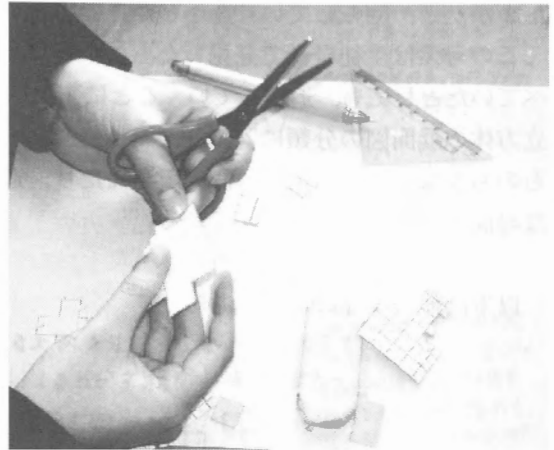
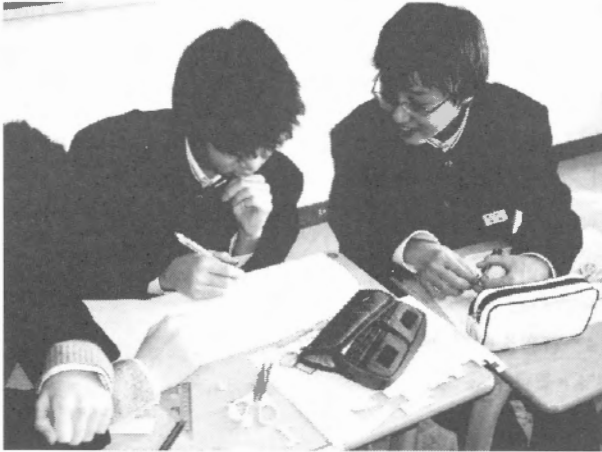
| 学習活動(学習形態) | 生徒の活動と意識 | 教師の支援(○)と留意点(・)コラボレーションにかかわる【見取り】と【手立て】(◎) |
|---|---|--|
| <p>グループ</p> <p>発問1 グループでこれがいいと思う解法を決定しましょう。</p> | <ul style="list-style-type: none"> ・グループでお互いの考えを発表し合う。 | <ul style="list-style-type: none"> ○発表は図等を書いた用紙を使いながら発表をする。 ・発表のよいところを考えながら聞くように指示をする。 ◎グループの話し合いの様子を観察し、どのような視点で話し合い、着目しているかを把握する。 ○生徒がつくった説明の用紙を掲示しながら発表を進める。 ◎いろいろな考え方を学級全体で比較 ・検討しながら数学的な考え方を深めていくために、生徒一人一人の考えを適宜生徒へ問い直しをしたり、学級全体へ広げたりする。 ・理解不十分な生徒に対応するため、十分に時間をかけて学習を深めていく。 ・必要に応じて小集団の話し合い等も取り入れる。 ・本時の学習におけるお互いの関わり方を振り返る。 |
| <p>グループ</p> <p>発問2 グループで選んだ解法を発表しましょう。</p> | <ul style="list-style-type: none"> ・選んだ理由も明確にする。(すっきりしている、わかりやすい、方程式が作りやすい等) ・いろいろな考え方を発表する。 ・いろいろな考え方を比較・検討する。 ・本時のまとめをする。 ・本時の学習を振り返る。 | |

③立方体の展開図を考える問題（1年 空間図形）

学習過程（本時の学習）

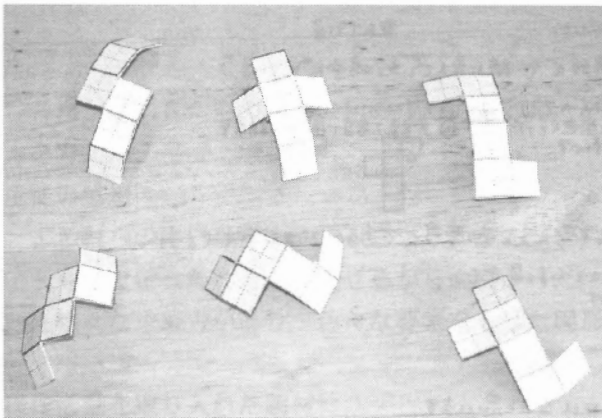
| 生徒の活動と意識 | 教師の支援(○)と留意点(・) | コラボレーションにかかわる見取りと手だて |
|---|---|--|
| 課題 1 | | |
| 立方体の展開図は全部で何種類あるか考えよう。 | | |
| <p>本時の課題の把握をする。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ いろいろな種類を考える。 ・ 同じ性質をもつ展開図をグループ化したりして、整理しながら考える。 <p>○最初は個別学習から入り、その後4人グループでの班別学習を行う。</p> <p>○グループで話し合い、より多くの考え方を見つける。</p> <p>○グループで考えた展開図を発表する</p> <p>○いろいろな考えを比較・検討する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 本時のまとめをする。 ・ 本時の学習を振り返る。 | <ul style="list-style-type: none"> ・ 全員が題意を理解したかを確認する。 <p>○立方体の展開図の代わりとなる教具を配布し、一人ひとりが具体的な活動をとおして考えることができるようにする。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ ワークシートによって生徒が自分のアイデアや意見に根拠をもっているか把握する。 <p>・ グループでの話し合いの様子から一人ひとりの考えを把握する。</p> <p>○いろいろな考え方を学級全体で比較・検討しながら数学的な考え方を深めていくことができるよう、生徒同士の対話の方法を工夫する。</p> | <ul style="list-style-type: none"> ・ 指導において、座席表を利用して生徒の考え方等を確認する【見取り】 ・ グループや学級全体の話し合いにおいて、座席表や生徒の発言の状況から生徒一人ひとりの考え方の真意を理解・判断し、適宜発言した生徒へ問い直したり、学級全体へ一人の考えを広げていく。【手だて】 ・ 本時の学習におけるお互いの関わり方を振り返る。 |

生徒の活動の様子



操作活動をすることによって自然と生徒同士の会話も生まれ、いろいろな考え方について意見交換が行われた。

紙に書くだけでなく、実際に自分で工作用紙を切って展開図を作った。そして自分で組み立てて、立方体になるかならないかを吟味していった。このような経験が不足していると思われる。



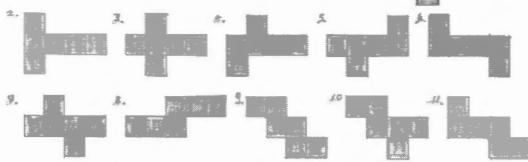
実際に工作用紙を切って展開図を作ったことにより、合同な図形同士や、実際にできない形がわかり、次に示す展開図の考え方の場面で作業が活きてきたようである。

実際に11種類の展開図を切って作った後、どうすれば順序よく展開図を考えることができるのかを考え、レポートにまとめた。

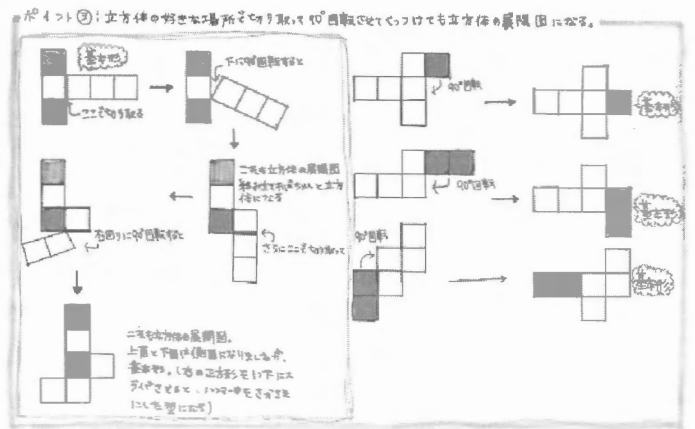
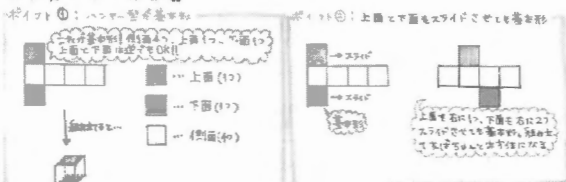
以下は2名の生徒のレポートである。

立方体の展開図

●立方体の展開図は11通りある●



●性質・見つけ方●



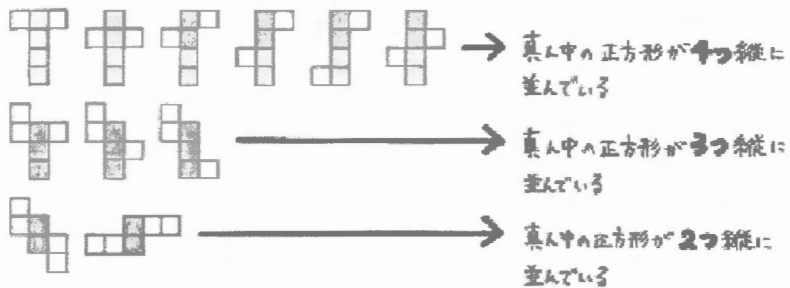
この生徒は、動かない部分と動く部分に分けて考えている。そして動く部分もスライドしていく動かしかたと、回転していく動かしかたで考え、順序よく整理して考えている。

この考えは生徒自身で発見したものかどうかは定かではないが、仮に文献やパソコン等を使って調べていたとしても、追求していくことに変わりはなく、その姿勢を評価していきたいと考える。特に、立方体の展開図の分類にはこれといったパターンはなく、分類は難しい。生徒の考えの中には稚拙なものも少なくなかったが、個人で考えたり、追求していく場面は有効であると考えており、いろいろな場面でそうしたいと考えている。

以下は他の生徒の考えである。

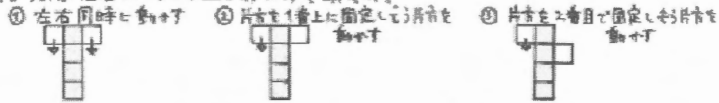
2. どのように考えれば11種類良く考えることができるか。

・考えられる11種類を分けると、それぞれへた通点は



となります。なので、例えば「真ん中の正方形が4つ縦に並んでいる」場合だと、

動かすのは左右にくっつく正方形のみで済みます。



という具合に、少しずつ正方形を動かして考えれば効率よくできるのではないのでしょうか。

真ん中の正方形が「3つ」「2つ」縦に並んでいる場合も、

・片方を固定し、片方を動かす ・同時に動かす



というように、これも少しずつ動かしてあげれば良いと思います。

この分類は生徒自身で考えたものであると思われる。前述の生徒の分類と比較すると物足りない感じがするが、この生徒が自分自身で考え出したことに価値があるのであり、このような生徒は、他の問題と遭遇したときも自分自身で考え、解決をしていこうとすると考えられる。最近の生徒には普段の授業においてもすぐに解答を見たがる生徒もいる。それも一つの方法であるとは思いますが、一つの問題にねばり強く取り組んでいく姿勢も大切ではないだろうか。

生徒の感想

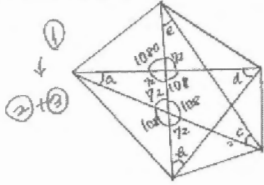
- ・組み立てれば同じものでも、展開図はたくさんあって、それをたくさん考えるのが新鮮だった。
- ・頭の中で想像するのが面白かった。
- ・思っていた以上に種類があって面白かった。
- ・立方体の展開図は一般的なものしか見たことがなかったため面白かった。
- ・とても難しく感じたけれど、少しずつずらしながら探し続けていくことが楽しかったし、やり終わった時の達成感がありよかった。
- ・一つのことから考えるのが楽しかった。
- ・想像どおりにできると、とてもよい気持ちになれた。
- ・いろいろな可能性を探るのは面白かった。
- ・クイズのような感じで面白かった。
- ・いろいろな求め方があり面白かった。

④ 星形五角形の内角の和を求める問題 (2年 平行線と角)

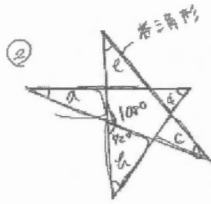
個人学習シート 検出用 番号 [] 氏名 []

次のような図形がある。印をつけた5つの角の和を「いろいろな方法で」求めなさい。友達と相談してはいいです。

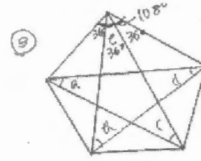
$a + b + c + d + e = ?$



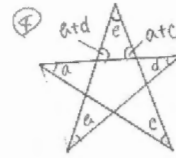
五角形の内角の和は 540° を
5で割ると $540 \div 5 = 108^\circ$
 $360 - (108 + 108) = 144^\circ$
 144° を2で割ると $144 \div 2 = 72^\circ$
そして記号以外以外の角は 72° にな
ります。 $180 - (72 + 72) = 36^\circ$
 $36 \times 5 = 180^\circ$
A. 180°



五角形の内角の和は
 540° である。 540° を5で割ると
 108° になる。 180° から 108° をひくと
 $180 - 108 = 72$ として各三角形の
記号の高五角以外の角は 72° にな
ります。 $180 - (72 + 72) = 36^\circ$
 $36 \times 5 = 180^\circ$
A. 180°



五角形の内角の和は
 540° である。 540° を5
で割ると $540 \div 5 = 108^\circ$
 108° を3で割ると $108 \div 3 = 36^\circ$
 $36^\circ \times 5 = 180^\circ$
A. 180°



三角形の2つの内角の和は、
残りの角の外角に等しい。
それを利用して5つの角を
1つの三角形の中に集める。
三角形の内角の和は 180°
なので答えは 180° である
A. 180°



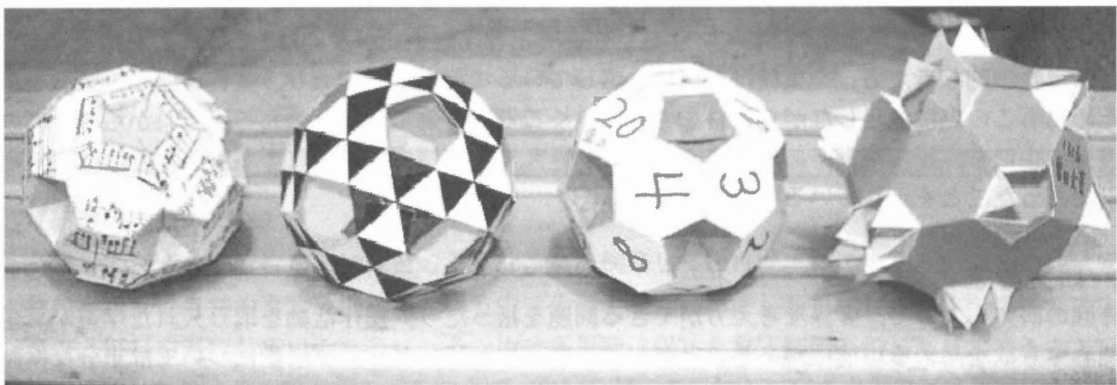
各自が星形五角形の内角の和の求め方を考え、その考え方を利用して星形七角形の内角の和の求め方を考えた。

生徒の感想

- これらの中に必ずルール(きまり)があって、それを見つけたときにうれしかった。
- 今まで習ったことを生かせるから面白かった。
- 様々な求め方があり、色々な要素をもった図形だから面白かった。

操作活動を取り入れた題材

⑤ へこみサッカーボール作り (1年 空間図形)



生徒の感想

- サッカーボールを作りながら、性質や条件などを知ることができ、作ることで印象にも残って楽しかった。また、一人ひとりの個性があらわれて面白かった。
- 難しい立体を組み立てていく過程が面白かった。
- 工作気分を楽しみながら、展開図などを考えることができた。
- 複雑なものを完成させた時の達成感がなんとも言えなかった。

4. 結果の考察

本校第2学年生徒160名に対し数学の授業や内容に関する以下のような質問を行い事前調査を行った。

- ア「あなたはなぜ数学を勉強すると思いますか」
- イ「あなたは数学のおもしろさはなんだと思いますか」
- ウ「あなたがこれから受けてみたい数学の授業や内容があれば書いてください」

各質問に対する回答の結果は以下の通りであった。

ア「あなたはなぜ数学を勉強すると思いますか」

- ・日常生活に利用できるから (36名)
- ・将来に役に立つから (28名)
- ・考え方が身に付く (16名)

その他 創造力が身に付く、他の教科を学ぶときに必要など

イ「あなたは数学のおもしろさはなんだと思いますか」

- ・問題が解けたときの達成感がある (48名)
- ・いろいろな解き方があるところ (17名)
- ・自分で答えを探すところ (12名)
- ・いろいろ考えて、頭の体操になるところ (6名)

その他 数学の無限の可能性 (3名)、規則性を見つけるところ (1名)、複雑さ (1名)

ウ あなたがこれから受けてみたい数学の授業や内容があれば書いてください

- ・図形の問題 (9名)
- ・ひねった問題 (7名)
- ・立体 (6名)
- ・各単元で習ったことを使う応用(発展)問題 (6名)
- ・自分で考える授業 (6名)

その他 生活と関連づけた問題、数の不思議を感じる問題、基礎の問題、作る授業、など

上記の結果の中で数学を学習する理由として、日常生活生活に役に立つと答えた生徒が多くいた。中学校で学習する内容は学年が進むにしたがって抽象的になり、日常と離れていくことも多い。しかし、この結果はできるだけ日常生活と関連づけて構成していくことが大切であることを示している。また、学習する理由として、「考え方が身に付く」とした生徒や、数学のおもしろさとして、いろいろな解き方があり、その過程が面白く、達成感があると答えた生徒が多くいた。このことは我々が狙っている「数学的な考え方」を生徒は面白いと感じていることを示しており、生徒の関心・意欲を高めるためにもこの点に注目しながら教材を考えていくことが有効であると考えられる。これから受けてみたい授業の中にも、操作活動がある授業や、自分で考えていく授業が含まれており、今回の取り組みが有効であったことを示しているものと思われる。

5. 研究のまとめ

今回の研究を通して、多様な考え方ができる問題を扱ったり、操作活動を取り入れた学習が、生徒の関心・意欲を高める可能性があることがわかった。しかし、グループ活動については十分な検証ができなかった。今後もこの研究を続けていくとともに、グループ活動についても研究を行い、検証していきたいと思う。

6. 資料・引用文献

「生きる力」を育む学びのコラボレーション 島根大学教育学部附属中学校 (平成16年6月)

(はら ひろし 数学科 hara1967@edu.shimane-u.ac.jp)