

小・中・高の関連教材の指導法についての一考察 ～「わかる・できる・いかす」数学の授業をめざして～

神 田 裕 之

はじめに

数学教育における小・中・高の連携が叫ばれてから久しいが、平成24年度から完全実施の新学習指導要領では、PISA2003、PISA2006による国際学力調査で数学的リテラシーや読解力リテラシーの順位が低下したことや、数学の学習に対する意識調査で「数学は嫌い」「数学はできてもおもしろいとは思えない」「受験があるからしかたなく」「数学が役に立つとは思えない」などの生徒の反応も起因して、その目標に「数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる」と、「活用」というカテゴリーが新たに加わるようになった。

筆者は以前から、《数学的な見方・考え方を重視した授業や教材開発》に取り組んできたが、その基盤には、数学の授業において、具体物を準備したり、生徒自身に作成させたり、PCソフト、IT機器を活用したりするなどの数学的な活動を重視した授業を構築することによって、生徒の豊かな数学思考活動が展開されていくものであると実感しているからである。そして、授業後に「今日の数学の授業はおもしろかった、楽しかった」というような抽象的な感想ではなくて「数学が、世の中の事象を読み取るために役に立っていることを知ってびっくりした」「数学のもつ不思議さ、美しさを知ることができて楽しかった」というような感想が出てくるようにしたいと考えているところである。今回は、中学校の数学の教材の中に、小・中・高で学習する関連教材に焦点を当てて、学習の連続性を意識した授業を工夫することにより、「活用」型の学習のあり方について研究することにした。

1 研究のねらい

本研究では、小・中・高の関連教材の一つとしての「円」に、学習の連続性を大切にしたい「活用」型の学習展開を図ることから、問題を解決する過程で生徒の知的好奇心を醸成する指導法について考察する。

2 研究の方法

筆者は、これまで「円」の学習において、具体物の作成やPCの活用などを通して、円周角と中心角の関係を見出していくという学習の展開を行ってきた。しかし、現行の指導要領の範疇では断片化した知識の獲得しか生徒に獲得させられない感が否めなかった。そこで、生徒の知的好奇心にさらに刺激を与えて、生徒たちが自ら動き出し追究していこうとする学習をするために、中学1年生～高校生までの学習内容の連続性を意識し、実生活と関連があって、しかもStory性を重視した教材を提示し、実証研究を進めていくことにする。

- (1) 具体的な事象から小中高の学習の連続性をふまえた教材・教具を開発する。
- (2) 個人追究から、小グループ活動、全体での共有、そして一斉指導という学習形態を工夫して授業中における豊かな思考活動ができるようにする。
- (3) 生徒自己評価表の記入や相互交流・学習リフレクション活動により、教材や学習内容が本研究の目標を達成するものと成り得たかどうかを検証する。

3 教材開発

社会生活における現実の問題場面を設定し、その問題を解決するプロセスから数学のもつ美しさ、不思議さを感じるとともに、数学を学ぶよさを知ることができるように、教材にStoryをもたせた

教材を開発し、実践してみることにした。

(1) 「神田家に代々伝わる家宝の皿（通称：けわたの器）の復元」

① 教材のStory

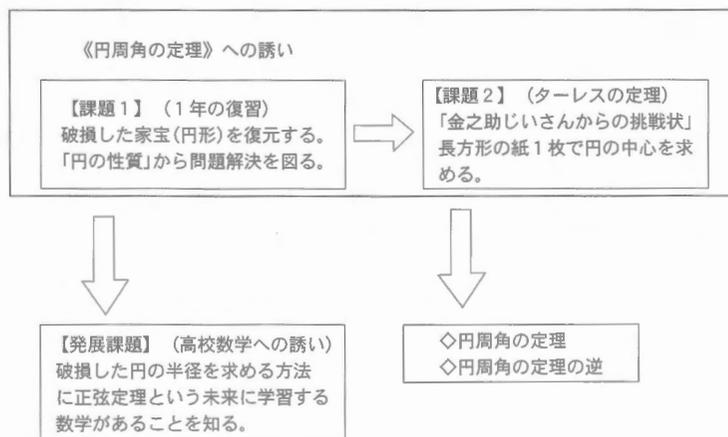
「神田家には、先祖代々家宝にしている〈けわたの器〉（本当は、食器棚にあるごくふつうの皿）があった。しかし東京大空襲で破損してしまったために、最近までそのままの状態で購入してあったが、思い切って家宝の復元を行うこととなった。そして、復元された光り輝く眩しいばかりの家宝を眺めていた筆者に、親戚の「金之助」おじいさんが数学の挑戦状を出してきた。それは…」というStoryの設定である。中学1年の「円」の学習から高校1年の「正弦定理」までの一連の学習を関連づけた内容にしている。「東京大空襲」が登場するのは、この時期にちょうど社会科の歴史学習で「東京大空襲」の学習をしていたからである。この題材に対する関心を高めさせるために、昭和19年当時の物価と現在の物価とどのくらいの差異があるのか、数値計算を施してみることも行った。中学1年で学習した「円の弦の2本の垂直二等分線の交点」が、その円の中心となる」ことを利用して円を復元する。そして、復元された器を眺めながら、親戚の「金之助」おじいさんの登場である。日本の数学教育に多大なる功績を残した小倉金之助を登場させたかったという筆者の意図がある。金之助おじいさんは問いを投げかける。「長方形の紙1枚で、円の中心を求めることができるか」と。現行の学習指導要領の内容からすると、中学2年生の学習内容である「円周角の定理」の活用である。その中でも円周角の大きさが 90° になる「ターレスの定理」の活用となるが、学習内容としては、円周角の定理の学習が終わったところでやるのではなくて、この家宝の皿の復元という一連の学習の流れから、生徒に知的好奇心を醸成しようとの意図に基づくものであった。そして、学習内容は高校1年で学習する「正弦定理」にまで及んでいく。

② 題材のねらうところ

中学1年生で「円」の学習が取り扱われる。小学校内容を一部重複したものになっているが、それほどの発展性は見受けられない。続いて、2年生で「円周角の定理」が登場する。しかし、現行の指導要領では、円周角の定理の不思議さ、美しさを感じ得るだけに留まり、かつて学習した「円周角の定理の逆」「接弦定理」「円に内接する四角形の定理」などもなくなり、その内容の希薄さが昨今問われてきている。また、「正弦定理」にいたっては、高校の内容として学習するも、そのよさや美しさが高校生にとってどれだけ感じ取られているのか、筆者は以前から気にしていたところである。

そこで、今回の「壊れた家宝の皿」で中学1年の「円」中学2年の「円周角の定理」高校1年の「正弦定理」を関連づけて学習することによって、昨今問われている数学への関心の低下、数学の断片的

知識の改善、そして今回の新学習指導要領の目玉ともいえる「数学を活用する力」へと結びつくような題材開発とその指導法について考察したいということが主たるねらいである。現行の指導要領の「正弦定理」を中学2年で扱うのはもちろん、高校数学の内容を先取りしようということもねらったものではない。小学校で学習がスタートする一連の円の学習が、「正弦定理」



によって一応の終着点を迎えるということを知らせるということであり、この定理の内容理解に必要不可欠な「三角関数」(高校数学で、この三角関数で躓いたために、数学嫌いになる高校生は今も多い。)の将来の学習への関心をつなげておきたいという気持ちがあるからのことである。

③ 学習の流れ

【課題1】は中学1年生の内容のリフレクションもかねて取り組ませる。

現実味(?)を持たせるために、昭和時代と平成時代の現在における「企業物価指数」を比較させるなど、単に「円」の作図問題としての扱いはなくて、総合的な学習内容にしておく。

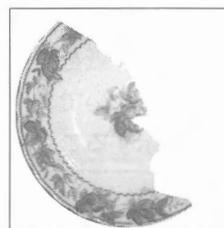
【課題2】では、復元された皿を見ながら、金之助おじいさんが数学の挑戦を仕掛けてくる。ここの内容が、今回の題材のメインとなるところで、2年生の「円周角の定理」への誘いとして、時間をかけて考察したいところである。【発展課題】は高校数学の内容を紹介するということになるが、生徒が「もっと深く追究したい!」という知的好奇心を高めていけるような授業展開となるようにしていきたいと考えた。

(2) 学習展開の実際

【課題1】

東京江戸川区にある先生の親戚の家には、代々伝わる家宝である1枚の皿があります。(通称：けわたの器)この皿は、太平洋戦争の終戦近く、昭和19年~20年にかけて激化した「東京大空襲」のために、その一部が破損してしまいました。この皿は、当時20,000円で購入したそうです。現在のお金にしたらどのくらいの価値になると思いますか。昭和19年の「企業物価指数」と現在のものを単純比較すると、 $698.4 \div 3.19$ の計算から、約300倍となります。すると、現在のお金に換算して6,000,000円くらいの金額になるようです。「こりゃあすごいお宝だ!」ということになりますが、物の値段の推移はそんなに単純ではありませんから、あしからず。

さて、思い切って、この親戚の家宝(けわたの器)を復元することになりました。そのためには、この器を円に見立てて、その中心を知りたいのですが、どうしたらよいのでしょうか。



授業では、コンパスや三角定規などの作図道具を用いて、実際に円形を復元させることを行ったが、それだけでは中学1年生の「円」の学習の復習となるため、PCソフト「カブリII puls」を用いて、既習の内容をより効果的にリフレクションさせることを考えて学習を進めていった。最初の段階での実際の作図では、1年間経ったところで、既習の知識がきちんと定着していないのか、「活用力」がないためか、この課題をすぐに解決できる生徒は半数に満たなかった。

しかし、図のように自分でPCソフトを使って、学習を進めていくと全員が関心をもちつつ取

り組んでいくようすがうかがえた。また、生徒の中には、「1年生の学習が思い起こされるだけでなく、PCを用いて実際のカラーで描かれた皿を復元していくという操作が新鮮で、印象に残るものになった」という感想を寄せてくれる生徒も多くいた。

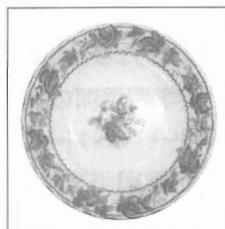
(3) 金之助おじいさんからの挑戦状

【課題2】

復元された家宝〈けわたの器〉は、親戚の家で大切に保存されています。さて、先日親戚の家を訪れた際、この器を見せてもらったところ、金之助おじいさんと次のような対話をしました。

金之助「円の学習の時に、このような壊れた器の中心を求めることを生徒に教えるだろう。では、ここにある1枚の長方形の紙だけでこの器の中心を求めることはできるだろうな。」とかなりの高齢になってもかつての数学教師として鋭い眼光で問われました。

私「さすがに金之助おじいさんは年をとってもかわらんねえ。それはこうしたらいいんでしょ。」と私は説明しました。そしてしばらくの間、久しぶりに会った親戚のおじいさんと数学談義を楽しみました。



ここで問題です。私は、1枚の長方形の紙を使ってこの器の中心をどのようにして求めることができたのでしょうか。

① 試行錯誤しながら長方形の紙を操作して問題解決を行う

【課題2】を問題解決する上で、【課題1】を解決するために使った「垂直二等分線の交点」の方法は使えないことを知らせると、全員に配布した1枚の長方形をワークシートに描かれた〈けわたの器〉にあてがいなから、さてどうしたものかと考え込む生徒たち。すると「この長方形の紙を使って直線を引くことはいいですか?」「この紙を折って使っているいいですか?」「切ってもいいですか?」と次々と質問が出てきたので、次のように長方形の紙を使う上での制限を提示することにした。

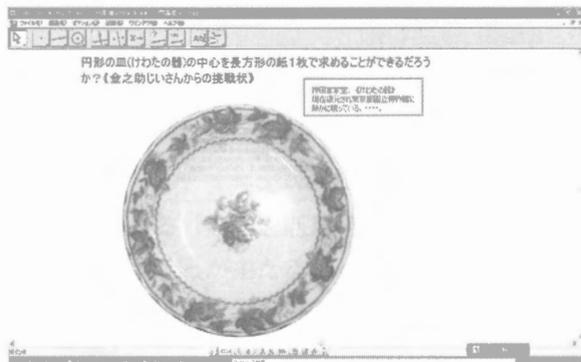
《長方形の紙を使う上での注意事項》

- ・ 定規代わりに直線を引くことはしてもよい。
- ・ 紙はそのまま使うことが望ましいが、どうしても必要な場合には折ってもよい。
- ・ 長さを測定することには用いない。
- ・ 切って使うことは認めない。

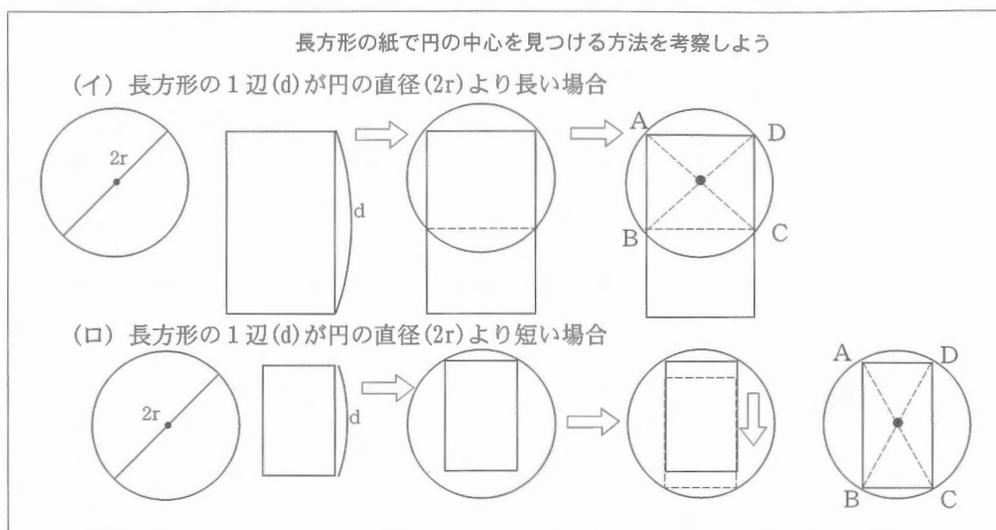
生徒たちは、試行錯誤のうえに、器の円周に内接する長方形を描ければよいのではないか、という考えをするようになった。それは、円の学習の前に、平行四辺形～正方形までの一連の学習によって、「長方形の2本の対角線は長さが等しい」「長方形の対角線はそれぞれの中点で交わる」という性質があることを既習の知識として獲得

しているからであった。生徒の中には、円に内接する平行四辺形を描こうとする生徒も見受けられたが、グループでの話し合いや、机間指導における教師からの問いかけによって、「平行線を引くことができない」「対辺の長さを等しくする測定が認められていない」という気づきから、長方形を描くことに方向転換していった。

授業では、次の(図)のような「(イ)長方形の長い方の辺が円の直径より長い場合」と「(ロ)長方形の長い方の辺よりも

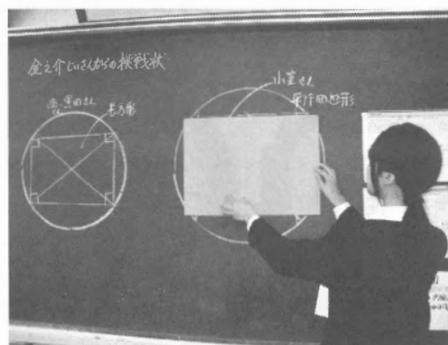
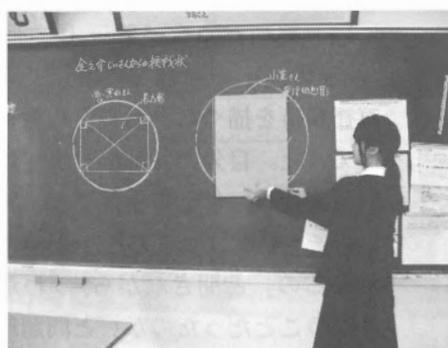
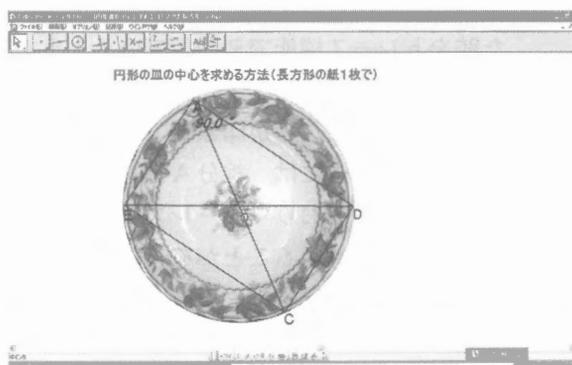


円の直径が長い場合」の2つの場合が出てきた。というのは、4クラス中の最初の2クラスで配布した長方形のサイズが異なっていたためであった。そこで、後半の授業のクラスでは、2種のサイズの長方形の紙を配布して考えさせるようにすると、生徒自らが思考の幅を広げることができたのであった。



《生徒の反応・意見》

- ・(イ) の場合には、辺AD, AB, DCによって $\angle BAD = \angle ADC = 90^\circ$ はよいのだが、長方形の紙と円が下で接する2点B, Cをとり、辺BCとしたときに、 $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$ がいえるのかはわからない。だから四角形ABCDは長方形といえるかどうか、わからないのではないか。
- ・(ロ) の場合ならば、長方形の紙を下にスライドさせることによって(ABとDCの辺にそって)できる四角形ABCDは長方形といってよいだろう。
- ・(ロ) の場合ならば、円に接する長方形が描かれて、長方形の性質によって、その対角線の交点がこの円の中心とっていい。
- ・(イ) よりも(ロ) の方がいいと思うが、長方形の紙をスライドさせるという操作がなんかアバウトで気に入らない。もっとうまい方法はないものか。
- ・円の中心を求めるのに、その円の大きさによって長方形の紙のサイズを変更するような点が気にかかる。数学的な考え方としても十分とはいえないのではないか。



《長方形の紙を使って説明する様子》

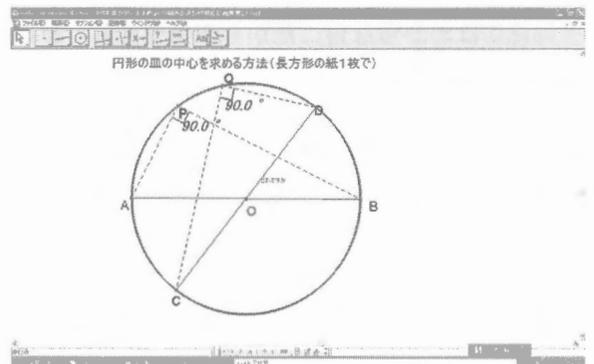
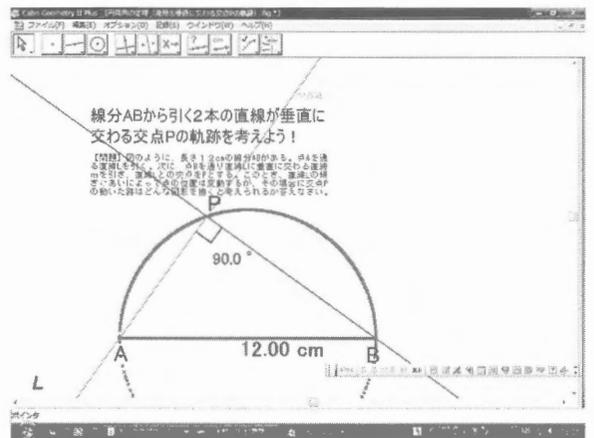
② 線分の端から引く2本の直線が垂直に交わる交点の軌跡を考察しよう

【課題3】

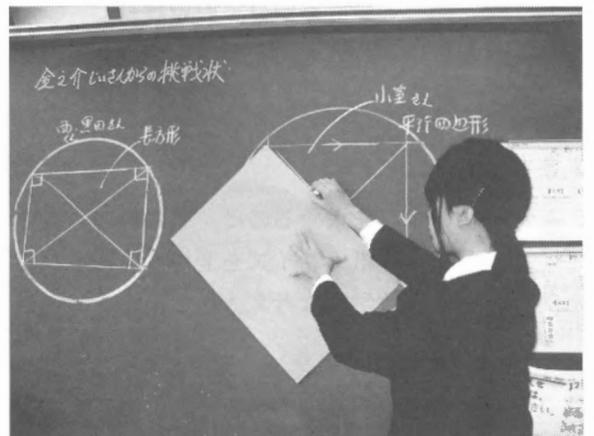
図のように、長さ12cmの線分ABがある。点Aを通る直線Lを引く。次に、点Bを通り直線Lに垂直に交わる直線mを引き、直線Lとの交点をPとする。このとき、直線Lの傾きぐあいによって点の位置は変動するが、その場合に交点Pの動いた跡はどんな図形を描くと考えられるか答えなさい。



線分ABの両端の点A、Bから引いた直線の交点Pがどのような軌跡を描くのか、動点Pの軌跡をアニメーション機能を用いて、実際に動くようすを観察しながら理解することができるというのが、カブリIIというソフトのよさであろう。動点Pの動いた跡をトレース機能で刻印していくようすを見た生徒は、「おおー、すごい！」と感激の声を発したのが印象的であった。図形が描かれた後には、線分ABを直径とする円が描かれており「ターレスの定理」を目の当たりに感じる事ができたのであった。

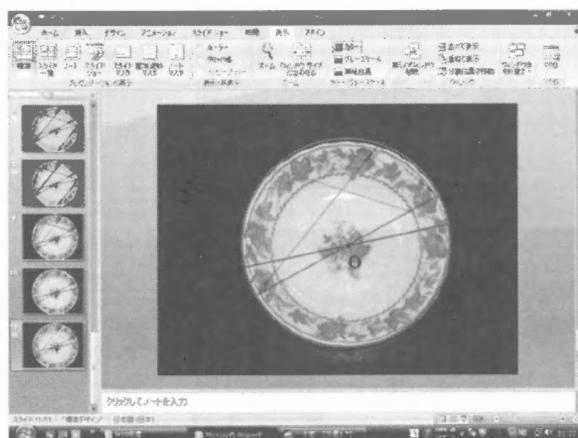
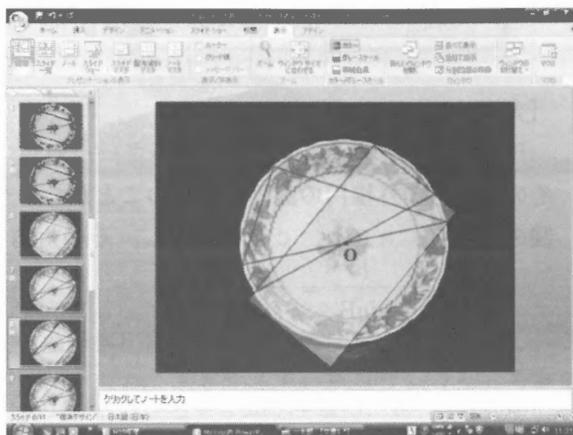
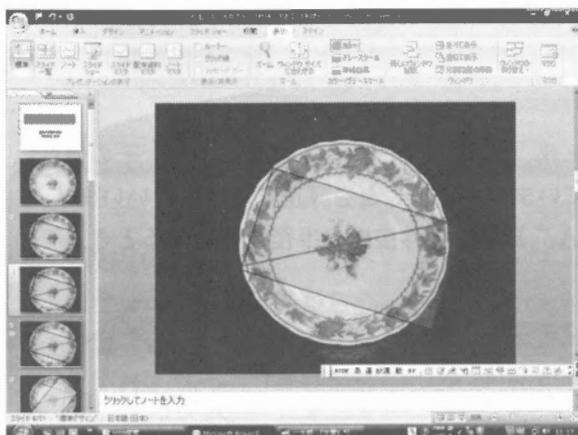


この学習を追えた後に、再度【課題2】に取り組ませたところ、長方形の紙の角(90°の角)の部分を利用して直径ABと直径CDを描くことができる生徒が次々とでてきた。自分では解決できずに戸惑っている生徒も、付近の生徒で解決できた生徒にのぞき込むようにして「どうするの、どうするの」と聞きながら、「わかった！そういうことだったのか」と問題解決できたことに喜んでいるようすであった。

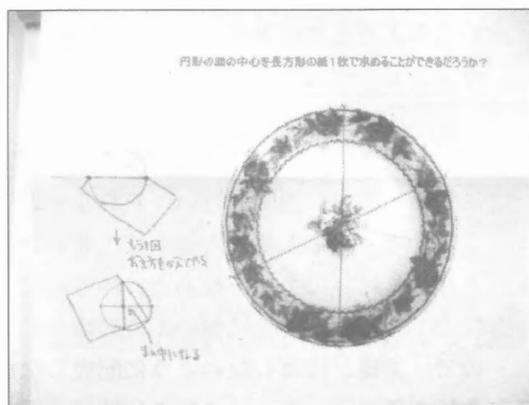


③ PowerPointを使って学習の確認を行う

ここまでの一連の学習をPowerPointを使って振り返りを行った。プレゼンテーションソフトとして定番となっているPowerPointは、数学の授業にも活用できるソフトである。アニメーション機能を駆使してプレゼンテーションを行うことで、生徒の好奇心を高めることの一助になり得る。今回は、生徒たちが、個人やグループで問題解決を図った後に、学習を振り返るという意図で用いたが、画面を食い入るように見ていた。



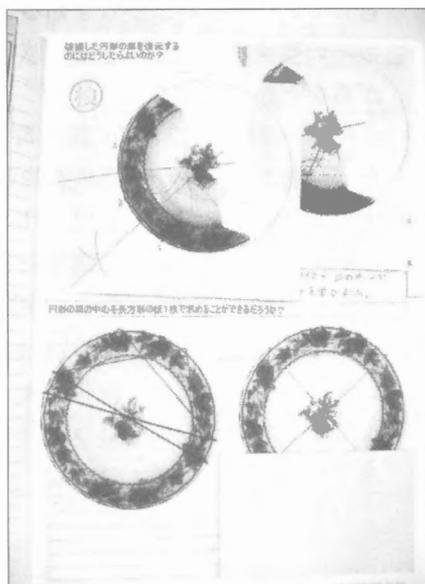
〈生徒の授業ノートの記録から〉



(3) 新たなる挑戦～正弦定理へ～

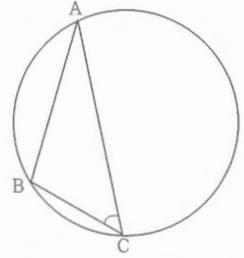
現行の学習指導要領によると、中学校の学習内容としてはここまでであるが、前述したように、筆者は、「ここでの数学はさらにそんな世界が広がっていくのか」と生徒たちの数学に対する知的好奇心を喚起することにつながると考えていることから、発展課題として正弦定理まで踏み込むことにした。知識・技能の面での高校数学への橋渡しという考え方をしているのではない。実際、多くの生徒が、「もっと知りたい!」と目を輝かせている実態を生かさなない手はないからである。

しかし、ここではあくまでも《正弦定理》というとても役立つ定理を先人の数学者が発見していることを知らせ、今回の題材に生かせるということに気づかせることがねらいであって、知識・技能に傾斜して、「数学は難しい」とさせないように十分に配慮しなければならない。



【発展課題】金之助おじいさんの挑戦Ⅱ

金之助「図のように、円周上の3点A, B, Cを結んで△ABCをつくるとき、ABの長さで∠Cの大きさが分かっているならば、この円の半径の長さを求めることができるのじゃが、さてどうしたらよいのだろう。この問題を解決するにはある有名な定理を使うのだが、……。」



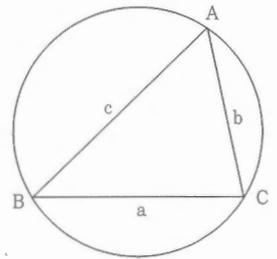
【発展課題】解決の手引き

任意の三角形において、(辺の長さ)÷(対角の正弦(sin))は一定の値になること、その値はその三角形の外接円の直径に等しいことがわかっています。このことを《正弦定理》といいます。図のように、a, b, cを3辺とし、その対角をA, B, C, 外接円の半径をrとすると、

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2r$$

という式が成り立ちます。

この定理は、土地の測量などにとても役立つものとして活用されています。



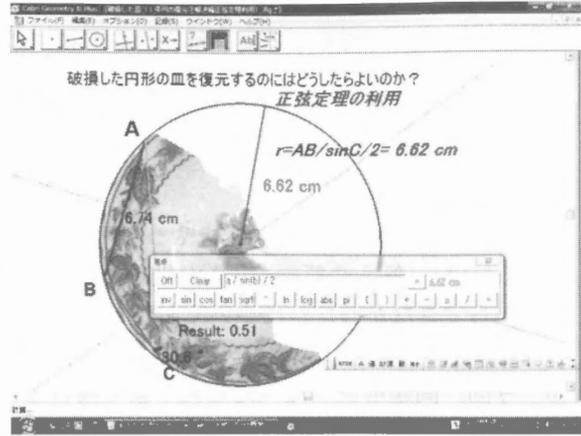
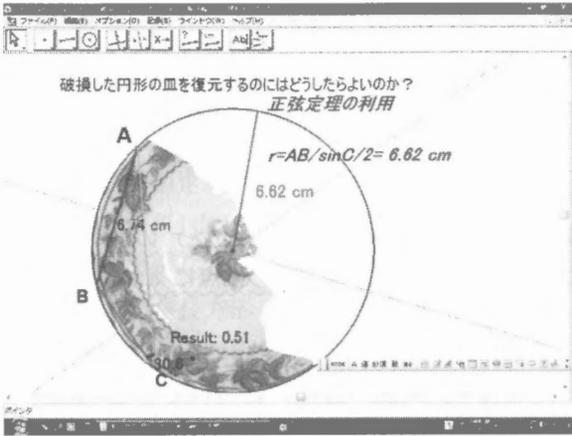
この《正弦定理》を利用して、〈けわたの器〉の半径の長さを求めてみようと思います。

カブリⅡを使ってやってみましょう。

【発展課題】については、まず、「三角比」について簡単な説明を行い、PCルームでカブリⅡを用いて生徒一人一人に用意したファイルを基にして学習を進めた。内容的には高校で学習する三角比についての知識が必要なので、生徒が困惑しないように配慮しながら教師主導で行った。ここでの目的は、現在学習していることの広がりを知ることによって数学の奥深さやすばらしさを感じさせることが重要だからである。



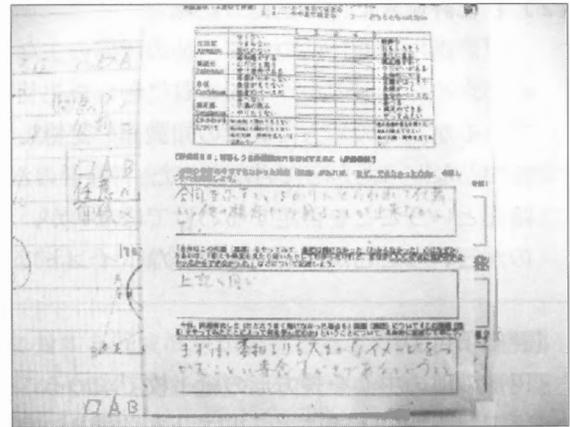
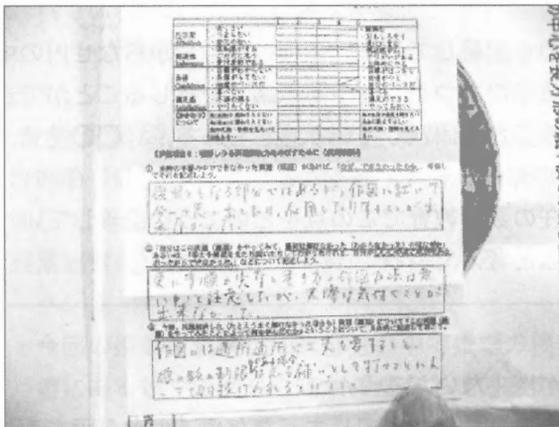
授業の後に、生徒からの聞き取り調査も行ったが「教室で先生から黒板で説明された正弦定理というのは難しい感じを受けたが、実際にその定理を使ってPCルームで〈けわたの器〉の半径を求めてみることは結構楽しかった。カブリには数値計算機能もあって簡単に高度な計算も楽にできて確認できるのはおもしろい。高校に行ったら三角比とか三角関数とか学習するときに今日の授業を思い出して関心が持てるといいなあ。」と話してくれた生徒が多くいた。紙と鉛筆で作図を正しく行うということは数学のねらいとしてとても重要であるが、問題解決への思考の一助となり得る面があるということ、問題の多面的な理解をサポートしてくれるということからも、PCソフトはうまく活用していく価値があると考えている。



4 取組の検証

(1) 生徒の自己評価表から

筆者は、生徒の学習の自己評価として次のような「自己評価表」を毎時間記入させている。ここでは、2つの【評価項目Ⅰ・Ⅱ】から学習を振り返り、内省するというリフレクション活動につなげようと、毎時間の記録を授業ノートに添付させている。



【評価項目Ⅰ；学習における動機付けについて】

評価基準（4段階で評価） 1, 5……とてもあてはまる

2, 4……ややあてはまる

3……どちらともいえない

		1	2	3	4	5
注目度 Attention	<ul style="list-style-type: none"> 古くさい つまらない 変化のない 					<ul style="list-style-type: none"> 新鮮な おもしろそう 変化に富む
関連性 Relevance	<ul style="list-style-type: none"> 違和感がする むだだと思う 受け身的である 					<ul style="list-style-type: none"> 親近感がわく やりがいがある 主体的にやる
自信 Confidence	<ul style="list-style-type: none"> 目標がわからない 自信がもてない 他者のペースだ 					<ul style="list-style-type: none"> 目標をはっきり 自信がつく 自分のペースだ
満足感 Satisfaction	<ul style="list-style-type: none"> 喜ばない 不満の残る やりたくない 					<ul style="list-style-type: none"> 喜べる 満足のできる やってみたい
《かかわり》 について	<ul style="list-style-type: none"> 他(生徒)と関わりたくない 他(先生)と関わりたくない 他の文献・資料を見たいとは思わない 					<ul style="list-style-type: none"> 他の生徒の意見を聞きたい 先生に教えてほしい 他の文献・資料を見てみたい

【評価項目Ⅱ；転移しうる問題解決力をのばすために（教訓帰納）】

- ① 本時の学習の中でできなかった問題（課題）があれば、「なぜ、できなかったのか」について、考察したことを記述しよう。
- ② 「自分はこの問題（課題）をやってみて、最初は解けなかった（わからなかった）のはなぜか」あるいは、「答えや解説を見たり聞いたりしてわかったけれど、自分が〇〇〇の点に気が付かかったからできなかった」について記述しよう。
- ③ 今回、問題解決した（たとうまく解けなかった場合も）問題（課題）について『この問題（課題）をやってみたことによって何を学んだのか』について、具体的に記述しておこう。

上記の「自己評価表」を蓄積させて、単元の終了時には、学習をリフレクションさせている。個人での振り返りだけでなく、生活班単位でのグループリフレクションも実施して、相互評価も行っている。この活動では数学の授業を通してグループでの人間関係を構築させようという生徒支援的なねらいもある。

(2) 自己評価表による生徒の記録

【評価項目Ⅱ】について生徒の反応の主なものを記載してみる。1枚の長方形からなぜ円の中心が求められるのか、その本質に触れた生徒は数学のもつ美しさや不思議さを感じることができているが、その一方で数学の知識面の記憶ということに固執している感想もある。（「〇〇を覚えておかなかったからできなかった」「既習の△△の知識を覚えておくことが大切だ」etc）筆者は、暗記ということを否定するわけではないが、現在の数学教育でこの点をどのように改善していくのかということが、とても重要なポイントであると考えている。

【評価項目①】

- ・円形の皿の中心を長方形の紙1枚で求めることが出来ないだろうか？
- 【課題1】のときに、直線は2本必要ということを意識しすぎてしまったため、思考が固まる原因となった。
- ・授業中のP君の発表のおかげで問題解決できた。
 - ・2年生の授業で、1年生のことを利用するということが気づかなかった。
 - ・弦の垂直二等分線を2つ描いて、その直線の交点が円の中心になることがわからなかったから。
 - ・自分の考えでは、2問とも解くことができました。自分が2本の直線を引いたとき、F君が前の黒板に出て長方形を作っていたので、そのところがよくわからなかった。
 - ・1年生で学習したことを忘れていました。（垂直二等分線2本で円の中心が求められること）

【評価項目②】

- ・円周角が直角となるとき、中心角は平角になるということをうまく利用できなかった。そこにまで思考が至らなかった。
- ・弦の垂直二等分線の交わるところが円の中心になるということに気づかなかったから。
- ・三角形の角度を 90° にすることを長方形の紙を使って解くということに気づかなかったから。
- ・長方形の性質（対角線の長さが等しく、それぞれの中点で交わること）を使うことに気づくのが遅かった。

【評価項目③】

- ・任意の点をとるとき、任意の線を引くとき、意図した点をとるときや、意図した線を引くとき、これらすべてにおいて工夫のある思考をしないと問題の解決には至らないということ（ただし、平面図形の問題で）
- ・ターレスの定理について知ったこと。
- ・長方形の紙1枚だけを使って、円の中心が求められるということ。
- ・1年で学習したことと、前回の授業のことを利用して問題を解決するという。それから、円の中心が長方形（対角線）をかくとわかるということ。
- ・三角形のひとつの角を 90° にして、その角度を変えずに2つの辺の長さを変えて、 90° の頂点を動かしたら円の形になることを学んだ。
- ・以前に学習したこと（1年生）は、今でもすごく大事なことなのだと思います。
- ・今までに学習したことなども覚えていないと問題が解けないのだということを知った。
- ・円の中心の求め方がわかった。
- ・円の中心は長方形によっても求めることができるということに驚いた。それは中心角と円周角の関係によって求められるということが新しい発見であった。円の中心はいろいろな方法によって求めることができるということがわかって面白いと感じた。
- ・自分としては円周角の定理については、すでに学習して知っていたのだが、こんな所で生かされているとは思ってもみなかった。

5 教育実習生（島根大学数学専攻2回生）の反応

今回の「破損した家宝」の授業は、島根大学教育学部の教育実地研究Ⅱの公開授業としても実践を公開した。

授業観察に来校した数学専攻の学生さんからは、次のような感想を得ることができた。

- ・今回の授業を観察して、自分の中で数学の授業に対する既成概念が変化したように思う。教科書にある数学の図から2本の垂直二等分線の交点はその円の中心となる作図は生徒の興味や関心を引くものだと思うが、今回の授業は、「壊れた家宝の復元」という一連のストーリー展開になっているところが、とても興味深いものであった。
- ・生徒が、とても生き生きと学習に取り組んでいたし、授業に集中していた。生徒に興味関心を湧かせる教材というのは大切なことだと知った。
- ・今回見せてもらった内容は中学1年～中学2年の内容であったが、この「円」の内容は、高校の内容（正弦定理）にまで広がっていく。中学校と高校の学習内容の接続ということはとても大切だと思った。
- ・カプリというPCソフトに驚いた。これはおもしろくて、生徒の知的好奇心を喚起する上で、とても有効なソフトであると感じた。授業の中では、特に「ターレスの定理」の説明の時に、2本の直線が垂直に交わる交点の軌跡が、円周を描いていくというところが、とても興味深く、このようなビジュアルなソフトをうまく活用すれば、数学の授業がとても活性化されておもしろくなると感じた。今後の自分の数学の授業づくりの参考になった。

6 本研究のまとめと今後の課題

今回の研究題材であった《小・中・高の関連教材としての「円」》についての一連の授業研究を行った結果、次の点について貴重な示唆を得ることができた。

- ① 生徒主体の多様な思考ができる学習の場や生徒の知的好奇心をくすぐる学習材を提供することによって、生徒は自らが学びはじめていくということ。
- ② 生徒から出された考え方（アイディア）はどんな稚拙なものであっても一つ一つを尊重することによって、豊かな学びが創造できるということ。
- ③ 学ぶ喜びは、本質を大切に、現実の世界を読み解く授業から生まれるということ。そしてそれこそが数学を「活用」することにつながるものになるということ。

筆者は今回の実践を考えたときに、「高校で学習する《正弦定理》まで触れていくのはどうだろうか。筆者の思いとは裏腹に数学が嫌いになっていく生徒が出るではなかろうか」という不安も正直の所持っていた。しかし、ふたを開けてみれば、生徒の知的好奇心はどんどん広がって高まっていくようすが肌身に感じられる展開となっていた。やはり、中学生という発達段階においては、現実的な事象や出来事の中で課題を追究していく方が、学ぶ喜びを感じ、問題解決に没頭していけるものなのだというのを改めて認識する研究となった。生徒から「円の中心は長方形によっても求めることができるということに驚いた」という感想があったように、「円」の前の単元で長方形について既習の知識を学んでいても、それがどのように生かされていくのか、活用されていくのか、ということ学ばずにおいて、数学を学ぶ喜びを味わうことはできないであろう。また、「自分としては円周角の定理について、すでに学習して知っていたのだが、こんな所で生かされているとは思ってもみなかった」とあるように、塾や自学によってすでに学んでいた知識が、今回の学習によって新しく捉え直されたということが言えるのではないか。すなわち、生徒が獲得している既存の知識との関連づけが行われたということである。問題解決を通して得られた知識・概念の理解の程度が高まるとともに、新たに獲得された知識・概念を活用できる範囲が広げられ数学的な考え方が伸長されることにつながったと思われる。さらには、グループ活動等の生徒相互の数学的な活動を通して、「学ぶということは一人よりも集団で学ぶことによって、より高い価値の獲得に結びつくものだ」ということを実感したのではないだろうか。

しかしながら、その一方で「教科書に従って学習を進めてほしい。そうしないと問題集の問題が解けないから」という反応を示す生徒もいることも事実である。自己評価表でこのような反応を示す生徒は、確かにペーパーテストでの到達度は低い。ここのところをどのようにクリヤしていくのが、大きな課題の一つではあるが、筆者は、この問題を「追求型の学習」と「習得型の学習」という2本柱でそれぞれを分離して捉えていくという解決方法では難しいと考えている。二輪車ではなくて一輪車とでもいうべき「融合型の学習」をどのようにうまく展開していけばよいのか、ということ今後課題として、さらに実践を進めていきたい。

最後に、数学の学習を通して新しい世界の発見、それは新しい自己の発見につながるものとする。そのひとつひとつのスマールステップの蓄積によって、生徒は自らのアイデンティティを構築していくものだという信念の元に、中学校における数学の学習が「自然や社会や生活と結びついている学習」となるように心がけていきたいものである。

参考文献

- ・市川伸一 編著 (2003), 『学習を支える認知カウンセリング』 ブレーン出版
- ・佐藤 学(2001), 『学力を問い直すー学びのカリキュラムへー』, 「岩波ブックレットNo.548」 岩波書店
- ・平位隆昭著 (2005), 『「人間力」UPの数学教育ー確かな知力の開発をめざすー』 東洋館出版社