【数　学　科】

「数学的な見方や考え方」を育む学習指導の一考察

～図形領域における「発展的な考え方」を育てる授業づくり～

後　藤　幸　広

は じ め に

学習指導要領が改訂され，昨年度（平成21年度）から平成24年度の全面実施に向けての移行期間に入った。中学校数学科においては第１学年の先行実施に加え，今年度からは第３学年においても先行実施となり，全学年にわたり新しい学習指導要領のもとでの授業が展開されている。

さて今回の改訂では，中学校数学科の目標は次のように示されている。

（中学校数学科の目標）

数学的な活動を通して，数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め，数学的な表現や処理の仕方を習得し，事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに，数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し，それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。

平成10年告示のものと比較してみると，目標の中に「数学的活動を通して」と「表現する能力」（下線部分）が加えられている。特に「表現する能力」については，中教審答申における算数・数学の改善の基本方針で示された「数学的な思考力・表現力は，合理的，論理的に考えを進めるとともに，互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものである」ことを受けたものであるといえる。

また改善の基本方針の中で強調して用いられている「数学的な思考力・表現力」というのは，次のように考えられる。

○「数学的な思考力」とは… 数学的推論（帰納的推論，類比的推論，演繹的推論） 分類，比較，特殊化，理想化，単純化　…等 ○「数学的な表現力」とは… 数学特有の「言葉や数，式，図，表，グラフ」 記号化，図形化，数量化	「数学的な見方」 「数学的な考え方」

これらは従来から算数・数学教育の中で大切にされてきた「数学的な見方や考え方」であるといえる。そしてこれらに対応するために「数学的活動」がこれまで以上に重視され，生徒がこうした学習に主体的に取り組むことを通して，数学的に考え表現する力を高めることが求められている。

こうした改訂の背景をふまえながら，生徒の「数学的な思考力・表現力」を伸ばすこと，すなわち「数学的な見方や考え方」を伸ばす学習指導の在り方について，第２学年図形領域における取り組みをもとに実践的な研究に取り組むこととした。

１．研究のねらい

本研究では，発展的な考え方といわれる数学的な見方や考え方を明らかにし，図形領域における学習場面（数学的活動）において，問題の条件の一部を変えたり，付け加えたりして，新しい問題（命題）をつくるこから，原問題（原命題）の意味を明確に捉え，深化・発展させるための学習指導の在り方について考察する。

2．研究の構想

（1）「数学的な見方や考え方」の中の「発展的な考え方」とは…

まず，算数・数学教育における目標としての数学的な考え方や先行研究における数学的な考え方の捉え方をもとに，数学的な考え方の意味やその中の発展的な考え方について明らかにする。

①　算数・数学教育の目標としての数学的な考え方

学習指導要領，特に中学校の指導要領に初めて「数学的な考え方」という言葉が登場したのは，昭和33年（1958）である。その後，数学的な考え方の重要性は認められてはいたものの，目標の中からその言葉は消えていた。そして前々回，平成元年（1989）の改訂で，次のように再び「数学的な考え方」という言葉が明記された。

> （平成元年改訂　中学校数学科の目標）
> 数量，図形などに関する基礎的な概念や原理・法則の理解を深め，数学的な表現や処理の仕方を習得し，事象を数理的に考察する能力を高めるとともに<u>数学的な見方や考え方</u>のよさを知り，それらを進んで活用する態度を育てる。

ここでは「数学的な考え方」というものに「見方」を添えた「数学的な見方や考え方」という表現になり，これに「よさ」を結びつけて，生徒が数学的な見方や考え方のよさを感得することを強調したものである。この「見方」を添えて「数学的な見方や考え方」としたことについて中学校指導書数学編では，「数学的な考え方というとき，どちらかというと，思考力に重きをおいたものに対して，事象をしっかりと，しかも，深く見る直観力をも等しく重視すべきであることを明確にしたことによるものである」としている。また「見方や考え方は，これを見方と考え方の二つに画然と区別できるものではない。・・・両者を一体のものととらえるべきである」と述べている。そしてさらに，この「数学的な見方や考え方」には，「数学を基にしたものの見方や考え方」と「数学が構成されていくときの中心となるものの見方や考え方」があるとしている。

そして前回，平成10年（1999）の改訂でも，中学校数学科の目標の中に「数学的な見方や考え方」という言葉が明記されている。

> （平成10年改訂　中学校数学科の目標）
> 数量，図形などに関する基礎的な概念や原理・法則の理解を深め，数学的な表現や処理の仕方を習得し，事象を数理的に考察する能力を高めるとともに，数学的な活動の楽しさ，<u>数学的な見方や考え方</u>のよさを知り，それらを進んで活用する態度を育てる。

今回の改訂では，「数学的な思考力・表現力」という言葉が強調され，目標の中から「数学的な見方や考え方」という言葉は消えているが，中学校学習指導要領解説数学編では「数学のよさ」という表現の中に「数学的な見方や考え方のよさ」も含まれいることが述べられ，「数学的な見方や考え方」という言葉のもつ重要性は変わらないと考えられる。

以上の経過に見られるように，「数学的な見方や考え方」という言葉は，現在も算数・数学教育における目標の中の重要な柱として位置づけられているといえる。

②　先行研究における数学的な考え方の意味

先に示したように学習指導要領の中で「数学的な見方や考え方」の育成は，現在も算数・数学教育の目標としての重要な柱となっている。

では，この「数学的な考え方」とは何か，どのように捉えればよいのかを考えるとき，多くの先行研究が行われている。その中でも片桐重男（1988）は，数学的な考え方の具体的な中身を，算数・数学でよく用いられる方法と内容に着目することによって，次のようにまとめている。

Ⅰ　数学の方法に関係した数学的な考え方
1　帰納的な考え方
2　類推的な考え方
3　演繹的な考え方
4　統合的な考え方
5　発展的な考え方
6　抽象化の考え方　―抽象化，具体化，理想化，条件の明確化の考え方―
7　単純化の考え方
8　一般化の考え方
9　特殊化の考え方
10　記号化の考え方　―記号化，数量化，図形化の考え方―

Ⅱ　数学の内容に関係した数学的な考え方
1　構成要素（単位）の大きさや関係に着目する（単位の考え）
2　表現の基本原理に基づいて考えようとする（表現の考え）
3　ものや操作の意味を明らかにしたり，広げたり，それに基づいて考えようとする（操作の考え）
4　操作の仕方を形式化しようとする（アルゴリズムの考え）
5　ものや操作の方法を大づかみにとらえたり，その結果を用いようとする（総括的把握の考え）
6　基本的法則や性質に着目する（基本的性質の考え）
7　何を決めれば何が決まるかということに着目したり，変数間の対応のルールを見つけたり，用いたりしようとする（関数的な考え）
8　事柄や関係を式に表したり，式をよもうとする（式についての考え）

③　数学的な考え方の中の「発展的な考え方」の捉え

「発展的な考え方」については，「統合的な考え方」との関係をどのように考えていくかによって異なってくる。こうした点もふまえ，指導要領や先行研究から考察すると次のようにとらえられる。

1967年の指導要領「小学校指導書算数編」では，次のようにとらえられる。

「発展的な考え方とは，算数にかぎらず，ものごとを固定的なものと考えず，絶えず，新たなものに創造し発展させようとする考えである。」「絶えず発展を図ると共に，一面では，創造したものをより高い，あるいはより広い観点から統合してみられるようにする」と発展と統合を並列的に捉えている。

また中島（1969）は，「統合といったことによる発展的～」と説明しているように，算数・数学として特に志向すべき方向を表す観点として「統合」ということを…簡潔，明確なども発展の方向を示す観点として考えにいれてよいと述べている。よって，発展的な考察ということは，固定的，終局的なこととしてみないということを示しており，「発展的」ということが，算数・数学の場合には具体的にはどんな方向であるべきかを示す観点の代表的なものとして「統合」ということをあげている。

これらのことをふまえ，片桐（1988）は「発展的な考え方」を「統合したことをさらに広い範囲に用いていこうとしたり，一つの結果が得られてさらによりよい方法を求めたり，これを基にしてより一般的なより新しいものを発見していこうとすること。」として，統合からさらに広い視点で考えている。

また発展的な考え方の意味をより明らかにするために，次の2つの型を示した。

①　発展Ⅰ型（条件変更による発展）：広い意味での問題の条件を変えてみるということ。 変えてみる条件というのは，ここでは広い意味にとって， （ｉ）　条件の一部を他のものにおきかえてみる，または条件をゆるめる （ⅱ）　問題の場面を変えてみる ②　発展Ⅱ型（観点変更による発展）：思考の観点を変えてみるということ。

そして「発展させることによって，そこで得られたものが同じ考えによるものであり，同じ構造をもったものであると統合できる。また統合することによって，本質的条件が明らかになり，それによってさらに新しい問題や新しい解を見出していくことが可能になってくる。すなわち発展的にみていくことが期待できる。このように，統合的な考え方と発展的な考え方は，相互に刺激し合い，相補い，それぞれ発揮していくものである」としている。

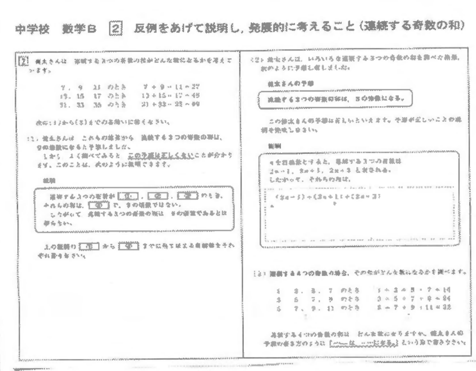
これまでの数学の授業をふりかえると，とかく「学習内容に直結した見方や考え方（内容に関わる考え方）を明確にする」指導のみに重点がおかれることが多い。「どのような方法で，その見方や考え方を明確にすることができたのか」を考えさせる場面，つまり数学の方法に関する見方や考え方を明確にしていく場面がおろそかになっていると考えられる。

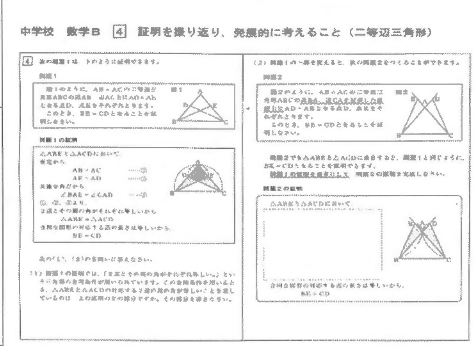
そこで本研究では，上記に述べた先行研究から特に片桐（1988）の示した数学の思考方法に関わる「数学的な考え方」をもとに，その中でも「発展的な考え方」（発展Ⅰ型）に視点をあて，生徒が学習課題を発展的に捉え追求していくための学習指導のあり方について考察していきたい。

（2）「発展的な考え方」に関する生徒の実態について

①　平成22年度全国学力・学習状況調査より

平成22年４月に実施された中学校数学科の調査では，従来通りＡ主として「知識」に関する問題とＢ主として「活用」に関する問題の２種類にわけて行われた。その中のＢ主として「活用」に関する問題において，次のような数学的な見方や考え方の特に「発展的な考え」ができるかどうかをみる調査問題があった。





Ｂ２設問（３） 連続する四つの奇数の和について，成り立つ事柄を説明する問題。 発展的に考え，見出したことを説明する力が求められる。
Ｂ４設問（２） 問題の条件を変えても二つの線分の長さが等しくなることを，もとの証明を手がかりにして証明する問題。 発展的に考えることが求められ，問題の条件を変えたときに，もとの証明の何が変わり何が変わらないかを振り返ってとらえ，それに基づいて証明する力をみるもの。

そして，平成22年10月に示された報告書における「分析結果と課題」をみると

Ｂ２設問（３）…正答率は59.0％であり，発展的に考え，見いだした事柄を説明することに課題がある。
Ｂ４設問（２）…正答率は48.2％であり，証明を振り返り，発展的に考え証明することに課題がある。

とされている。

② 本校生徒の授業における取り組みの様子より

生徒たちは，2年生になり最初の学習単元として「A数と式」領域の「文字を用いた式の四則計算」の学習に取り組んだ。その中の「文字式の利用」では，文字を用いた式で数量の関係をとらえ説明する学習を行ったが，次のような授業面があった。

「連続する三つの偶数の和は，6の倍数になる」という命題を説明する課題に取り組んだ際に，

> nを自然数とすると，連続する三つの偶数は，$2n$，$2n+2$，$2n+4$と表される。
> したがって，それらの和は，$2n+(2n+2)+(2n+4)=6n+6$
> $=6(n+1)$
> $n+1$は自然数だから，$6(n+1)$は6の倍数である。
> したがって，連続する三つの偶数の和は6の倍数になる。

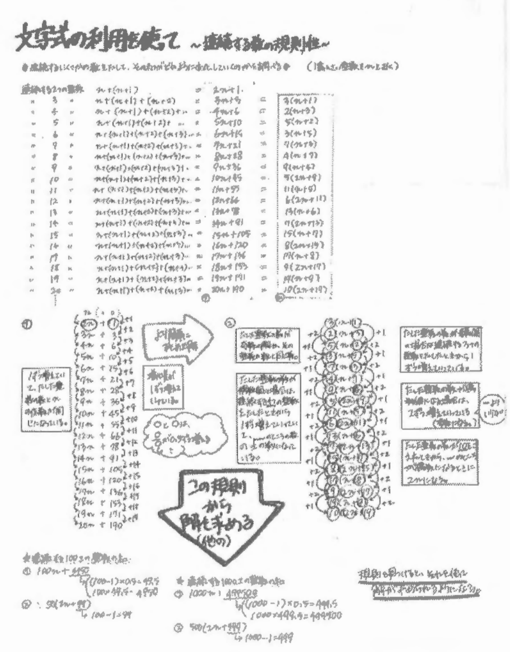
という説明を聞いていた一部の生徒の中から，

「これは2の倍数でもいいんだ。なぜなら$6n+6$は$2(3n+3)$にできるから。」

「だったら3の倍数にもなる。同じように考えて$6n+6$は$3(2n+2)$になるから。」

「それなら，連続する三つの偶数の和は，まん中の数を3倍したものになることもいえるよ。」

といった気づきを生み出すことができた。このように説明したことをふり返って，新たな性質を見いだすことや，問題の条件を変えて発展的に考えて追求していく力をさらに伸ばしていくことは自分の思考を深める上で非常に重要であると考える。右記のレポートは，先に述べたように発展的に考え，さらに追求した生徒のものである。



このように発展的に考えることができる生徒がいる一方，その前段階である文字式を用いて論理的に考え説明すること自体に抵抗を感じている生徒も多い。これまでも，まずは自分の言葉で説明することを大切にしてきたが，全体的な生徒の実態として十分とはいえない。自分の考えをもち表現すること，つまり自分なりの言葉で説明する力を伸ばしていくことが基盤となり，文字を用いることの必要性やそのよさを実感でき，視点をさらに広げて発展的に追求していく力を伸ばしていくことは，本校の生徒にとっても大きな課題である。

（3）研究仮説

上記の（1），（2）を踏まえ，

「図形の性質と証明」の学習指導の中で，

仮説① 一つの証明問題（原命題）から「問題の条件（仮定）を変えること」等による新たな証明問題（命題）を生徒の思考に沿って引き出し追求できるような教材開発や指導の手だてを工夫すること

仮説② 新たな証明問題（命題）を，最初の証明問題（原命題）と比較してみる等の全体を振り返り，まとめていく機会を取り入れていくこと

によって，生徒の数学的な見方考や考え方（特に「発展的な考え方」）をより高めることができるであろう。

３．研究の実際

（１）研究内容

課題「隣り合う二つの正三角形の性質」（原命題）から，研究仮説①，②に関する具体的な授業実　践を通し，生徒の自己評価等の分析から検証していく。

（２）学習の展開計画

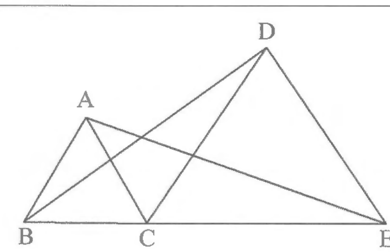
学習テーマ	時	具体的な学習
隣り合う二つの正三角形の図から図形のもつ性質を追求しよう	1	・隣り合う二つの正三角形の図から等しい辺や角を見つけ，証明する。 ・問題の条件（三角形の大きさや位置）が変わって，図形のもつ性質は変わらないのかを考える。
	2	・問題の条件（一方の三角形の位置）を変えても，図形の性質が成り立つことを証明する。
	3	・隣り合う二つの正三角形の証明を読んで，交点に注目した新たな性質を見つけ，問題の条件を変えても，等しい関係が保たれるかどうかを考える。
	4	・二つの隣り合う正三角形の証明問題についてのまとめをする。

（３）学習の実際と考察

【第１～２時】

図の正三角形ＡＢＣの頂点Ｃを共有する１辺が○cmの正三角形ＤＣＥを作図する。ただし，線分ＢＣＥは一直線上にあるものとし，頂点ＡとＤは同じ側にあるものとする。

このとき，点ＡとＥ，点ＢとＤを結ぶとき，線分の長さや角の大きさ，三角形の形や大きさなどに，どのような関係がありますか。



（生徒の反応）　・ＡＢ//ＤＣ　・ＡＣ//ＤＥ　・ＡＥ＝ＢＤ
・∠ＡＣＤ＝60°　・∠ＣＡＥ＝∠ＣＢＤ　・∠ＡＥＣ＝∠ＢＤＣ
・△ＡＣＥ≡△ＢＤＣ

生徒にとって「証明の学習」というのは，次に述べるような①～⑥の学習の段階があると考える。

①「図形の性質などの命題をつくる。」　④「証明をかく。」
②「命題を理解する。」　⑤「証明を読む。」
③「証明の方針をたてる。」　⑥「証明をふり返って，新しい図形の性質を見い出す。」

上記は，この証明の学習における①の段階である。図形の特徴を直観的に捉えることや長さや角度を実際に測ってみるなど実験的な捉えをさせていことが重要である。命題をこちらから一方的に与えるのではなく，生徒自身が命題をつくるようにしていくことで，証明の必要性を意識させることができると考えられる。

○ このとき，ＡＥ＝ＤＢとなる説明を考えよう。
○ 三角形の合同条件を使って，ＡＥ＝ＤＢとなることを証明しよう。

◎ 正三角形ＤＣＥの大きさや位置が変わってもＡＥ＝ＤＢは成り立つのだろうか。

この部分が，「発展的な考え方」につながる重要な視点であるが，実際の授業では生徒から自然にこのような「問題の条件を変える」という発想を引き出すのは困難であった。

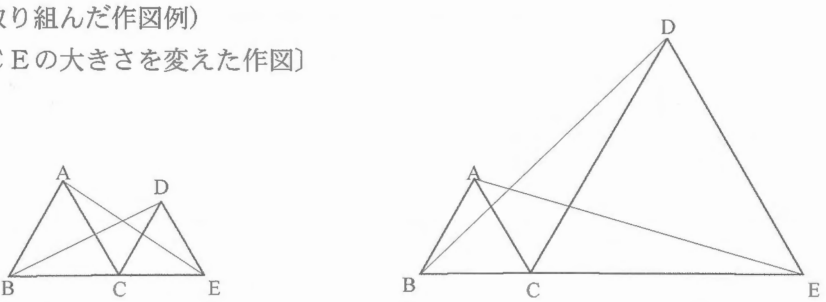
そこで，補助的に△ＤＣＥの大きさや位置を変えた作図を取り入れることによって，条件を変えた図についてもＡＥ＝ＤＢが成り立つかどうかについて追求させていった。条件を変更した図を生徒にかかせる際は，点Ａが△ＤＣＥの内部にある場合や辺ＣＥ上にある場合など，いろいろな場合について調べることができるよう△ＤＣＥの作図する位置を工夫させ，場合分けして考えていくことも意識させた。

○ 正三角形ＤＣＥの位置を変えたときの証明を比べ，これらの証明にはどのような違いや共通点があるのか。

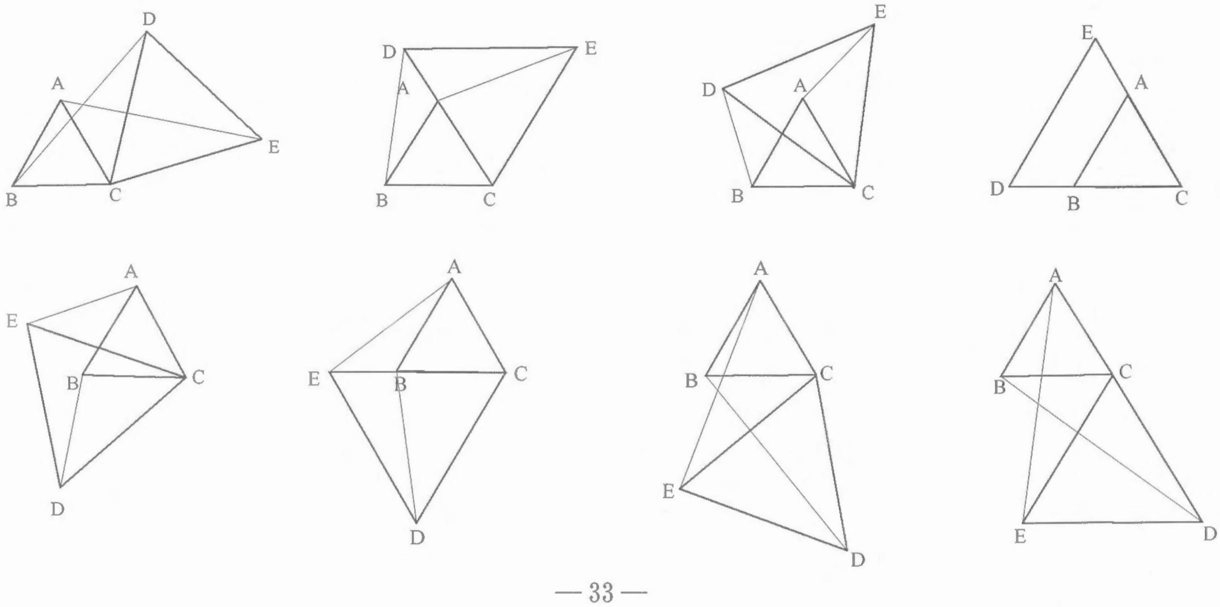
（生徒の反応）
- どの場合も，証明に三角形の合同条件の２辺とその間の角がそれぞれ等しいことを使っている。
- 共通な角をたしたり，ひいたり，あるいは正三角形の角をそのまま使う場合がある。
- 三角形の合同条件を使わない場合もある。

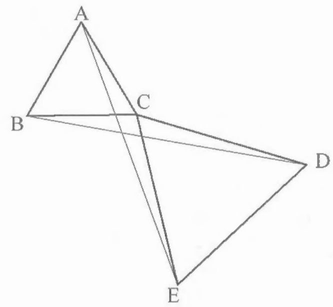
（生徒が取り組んだ作図例）

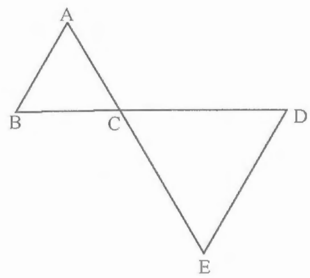
〔△ＤＣＥの大きさを変えた作図〕

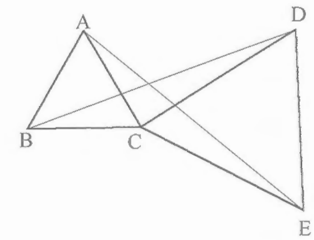


〔△ＤＣＥの位置を変えた作図〕



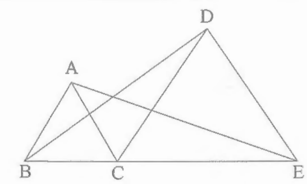






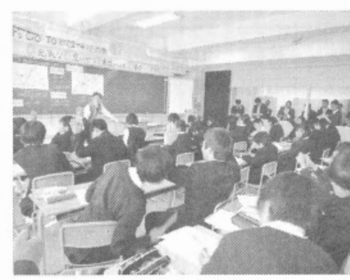
【第３時】

右の図のように，
「二つの正三角形ＡＢＣ ，ＤＣＥが，頂点Ｃを共有しているとき，
△ＡＣＥ≡△ＢＣＤである。」ことの証明を振り返ろう。



○　△ＡＣＥ≡△ＢＣＤであることを根拠に，ＡＥ＝ＢＤの他にどんなことがいえるか。
○　三角形ＤＣＥの大きさや位置が変わっても，これらのことは成り立つのか。

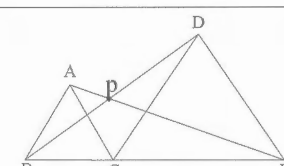
（生徒の反応）　・∠ＣＡＥ＝∠ＣＢＤ　・∠ＡＥＣ＝∠ＢＤＣ
・どの場合も，△ＡＣＥ≡△ＢＣＤを証明できるから，対応する角の大きさは等しいのでいえる。



導入では，前時に取り組んだ証明を読ませることによって，図の中の角の関係についての性質を確認した。

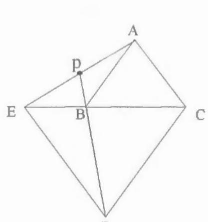
○ ＡＥとＢＤとの交点Ｐとし，交点Ｐの性質を追求しよう。

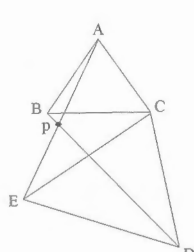
○　∠ＤＰＥの大きさを求める。

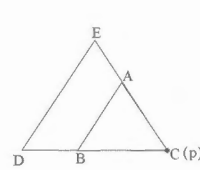


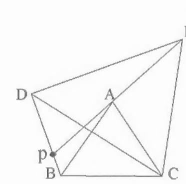
（生徒の反応）　・△ＡＣＥ≡△ＢＤＣより，対応する角は等しいことから60°になる。
・△ＡＣＥを点Ｃを中心に60°回転移動すると△ＢＣＤになるから，常に60°になる。

◎　△ＤＣＥの大きさや位置を変えると，∠ＤＰＥの大きさはどうなるだろうか。
常に∠ＤＰＥは60°になるのだろうか。





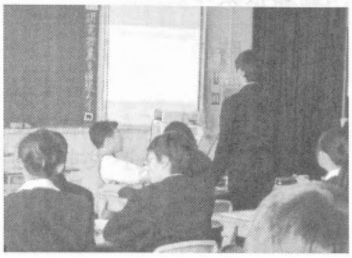




前時までの学習の流れより，多くの生徒の中から自発的に前述のような発展的な考え方につながる学習課題を引き出すことができた。そして，実際の授業の中では，点Aが△ＤＣＥの内部にある場合や辺ＣＥ上にある場合など，いろいろな場合についてスムーズに調べることができるようにするため，今回は各自で作図するのではなく，ワークシートによる学習にした。そして，「∠ＤＰＥの求め方を説明できるよう，図の中に印をつけたり，考えをメモするなど整理させておくこと。」や「各自で調べたいろいろな場合の図を友だちと説明し比較し合うことで，どんな場合についても成り立つかどうかを考えさせていくこと。」を重点的に取り組めるような展開にした。

○　△ＤＣＥの大きさや位置を変えると，交点Ｐの位置はどのように変わるのか。

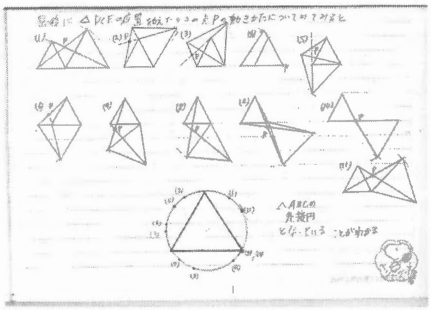
（生徒の反応）　・△ＡＢＣの３つの頂点を通る円周上にありそうだ。



ワークシートからだけでは，交点Ｐを動点として捉えること難しく，交点Ｐの軌跡が円をえがくということに気づいた生徒はごくわずかであった。そこで，ＰＣソフトを活用することで，交点Ｐの軌跡を視覚的に捉えやすくすることができた。「なぜそうなるのか。」のという点に興味を示した生徒も多く，今後，「円周角」の学習にもつなげることができると考えられる。

【第４時】

○　隣り合う２つの正三角形の図形の性質をまとめよう。



第１時～３時までの学習内容を，ワークシート等を参考にしながら「数学レポート」としてまとめる時間を設定した。右記は，生徒が作成したレポートの一部である。

（４）研究の検証

この学習内容が，数学的な見方や考え方の中の「発展的な考え方」の育成という視点から，生徒にどのような影響を及ぼしたのかについて，生徒の自己評価（学習の振り返り）の記述をもとに検証していく。

下記の記述は，第２時終了後に一部の生徒（Ｓ１～Ｓ10）が書いた学習の振り返り（「今日の授業の要点，自分が分かったこと，大切だと思ったことは？」）である。

【第２時の学習後】

Ｓ１：隣り合う二つの正三角形には，一定の性質があり，一部の条件を変えても結論は変わらないことが分かりました。

Ｓ２：二つの正三角形の問題は，ある条件の中で回転させたり大きさを変えたりしても，同じ証明になるということが分かりました。

Ｓ３：△ＤＣＥの位置を変えることによって，結論が難しくなったり簡単になったりした。

Ｓ４：三角形を回転させると，すごく見た感じがかわるのに，証明はほぼ変わらないことにびっくりした。

Ｓ５：証明のパターンが三つだけで，どれも同じ合同条件であることに驚いた。

Ｓ６：いろいろな場合で，この二つの正三角形の図での証明ができた。どんな場合でも等しいことがいえることは楽しかった。

S７：図を動かすとごちゃごちゃしてわかりにくくなって大変だった。
S８：今日は三角形の追求をして，前回のつづきをしました。条件を自分で変えながら考えることができてよかったです。
S９：前回の証明問題が分からなかったので，今日の証明ではすっきりしました。自分で証明問題の条件を変えてみるのもよいと思いました。
S10：ある限定的なものを証明したのでなければ，証明さえできれば少し条件を変化させてもいえるのではないかと思いました。証明の大切さがわかりました。

生徒全体の記述内容をみていくと，S１～S６に代表されるような主として学習内容に関する記述が多くみられた。また，図形の論証を苦手と感じている生徒にとってはS７のような記述となった。その中で，ごく一部の生徒ではあったものの，S８～S10のような学習方法に関する，つまり数学的な考え方の中の発展的な考え方のよさに気づいた記述がみられた。

そして次に示す記述は，第３時終了後に生徒（S11～S18）が書いた学習の振り返り（「今日の授業の要点，自分が分かったこと，大切だと思ったことは？」）である。

【第３時の学習後】

S11：図形にはさまざまな見方があって，どのような見方から証明しても結論は変わらない。
S12：交点Pを追求することで理解も深まったし，今日の授業は楽しかったです。
S13：二つの隣り合う三角形で，正三角形の大きさが変わっても図形の性質（辺や角）が変わらないことがわかった。「まとめ」をしっかりやって理解したい。
S14：一つの問題からたくさん発展できることがわかってよかったです。スッキリできました。
S15：今までの学習をつかって，いろいろな視点から考えると，さらに広い結論がみえてくる。
S16：今日は交点Pのことについて調べましたが，この証明をどの図でやってもそうなるのかなど，いろいろいろ考えてやっていくことが大切だと思いました。
S17：条件を変えたどんな場合でも，その結論が成り立つかどうか，それをきちんと証明し確かめていくことは大切だと思った。
S18：△DCEを動かすと交点Pの軌跡が△ABCの外接円になることがわかった。では，△ABCを動かすとどうなるのだろうか。△DCEの外接円か内接円になるのでは。（予想）

ここでもS11～S13の生徒のように，主として学習内容に関する記述をしている生徒もいたが，S14～17の生徒のように，発展的な考え方に関する振り返りが第２時よりもはるかに多くみることができた。また，S18の生徒のように，実際に自分で条件の一部を変えて追求したいと考えた生徒もいた。こうした学習を第２時から第３時と繰り返し行うことによって，「問題の一部の条件を変えて考えてみる」ことの必要性やそのよさに気づくことのできた生徒も多数いると考えられる。

４．研究成果と今後の課題

今回は「図形の性質と証明」の学習指導の中で，生徒の数学的な見方考や考え方（特に「発展的な考え方」）をより高めための学習指導として，二つの仮説のもと授業実践に取り組んだ。その研究仮説をもとに成果と課題について述べることとする。

仮説①	一つの証明問題（原命題）から「問題の条件（仮定）を変えること」等による新たな証明問題（命題）を生徒の思考に沿って引き出し追求できるような教材開発や指導の手だてを工夫すること

学習課題として取り組んだ「隣り合う二つの正三角形の性質」は，啓林館等の多くの教科書の中で，課題学習の例として取り上げられているものである。今回の授業実践を通して，生徒にとって「発展的な考え方」を用いて課題解決に向かっていける優れた題材であるということを，改めて明らかにすることができた。そして，この題材を生徒自身の力によってどのように発展させていけるかが重要である。

「一つの証明ができたから終わり」ではなく，問題の条件を変えて追求するという視点を生徒の中に育てていくことが大切であり，今回の取り組みにおいても第１時では「△ＤＥＦの大きさや位置を変える」という考え方は自発的に引き出すことはできなかったが，交点Ｐの性質を追求する際には，生徒の方から問題の条件を変えて常に60°になるのかどうかという追求がスタートした。さらに，「正三角形という条件を変えて，正方形で考えると…」「頂点ＡとＤは同じ側にあるという条件を変えて，反対側にして考えると…」といった追求もこの課題からは可能である。

こうした学習体験を積み重ねることによって，「発展的な考え方」がより生徒自身の学習の中から主体的にできるようになってくると考えられる。そのためには，今回は「図形領域」における取り組みであったが，「数と式」等の他領域においてもこうした見方や考え方を用いる場面を教師が意識的に設定していくことが有効であり，今後の課題でもある。

仮説②　新たな証明問題（命題）を，最初の証明問題（原命題）と比較してみる等の全体を振り返り，まとめていく機会を取り入れていくこと

今回の課題では，問題の条件を変えても「常にＡＥ＝ＢＤであること」や「常に∠ＤＰＥ＝60°」になることを追求していった。そして，これらの学習の全体を振り返り，まとめるていくことによって，発展的に考えていったことが一つに統合され，最初に示された図やその証明問題がそれらの代表であることに生徒は気づくことができた。これは，発展的な考え方をすることのよさ，つまり数学的な見方や考え方のよさを生徒が感じたことになる。こうした学習体験が，学習指導要領数学科の目標の中に述べられている「数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し，それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。」ことにつながっていくと考える。今後は，数学的な見方や考え方に視点をあてた「数学レポート」の作成を数学的活動の中に取り入れていきたい。

おわりに

今回の学習指導要領では，どの教科でも「思考力・判断力・表現力」の育成が強調されている。数学科における「数学的な思考力・判断力・表現力」つまり「数学的な見方や考え方」の育成を図るために，今後も「数学的な見方や考え方」の具現化をめざして授業実践をもとに研究を深めていきたい。

参考文献

・片桐重男『数学的な考え方・態度とその指導１　数学的な考え方の具現化』明治図書，1988

・後藤幸広『ポートフォリオ学習による数学的な考え方の育成に関する研究』島根大学大学院修士論文，2005

・文部科学省『中学校学習指導要領解説　数学編』平成20年９月

・文部科学省『平成22年度全国学力・学習状況調査【中学校】報告書』国立教育政策研究所，平成22年10月

・『平成22年度第３回幼小中一貫教育研究発表協議会指導案集』島根大学教育学部附属学校園，平成22年11月

（ごとう　ゆきひろ　数学科　yukihiro-goto@edu.shimane-u.ac.jp）