

学び合いの中で、数学的な思考力・判断力・表現力を高める授業づくり ～1年生「変化と対応」における実践～

大 谷 由 香

はじめに

平成23年度から中学校では新学習指導要領が全面実施された。中学校数学科においては、平成21年度から移行期間入っており、平成22年度より全学年にわたり新学習指導要領のもとで授業が展開されている。

新学習指導要領では、生きる力をはぐくむことを目指し、基礎的・基本的な知識及び技能を習得させ、これらを活用して課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力等をはぐくむとともに、主体的に学習に取り組む態度を養うためには、言語活動を充実することとしている。数学科の目標において、今回の改訂での改善点は、「数学的活動を通して」と「表現する能力」と「数学を活用して考えたり判断したりしようとする態度」が加えられたことである。この改善について文部省の学習指導要領解説の中で、「表現する力」について、「原理・法則に裏付けられ確かな知識及び技能が、日常生活や社会における事象を数学的に表現し、数学的に処理して問題を解決することに役立てられるようにする。なお、問題を解決する過程においては、数学的概念や原理、法則及び数学的な表現や処理の仕方を活用できるようにすることが大切である。」と述べられている。自分の思いや考えをもてたととしても、それらを的確に表現することは中学生にとって簡単なことではない。始めは的確な表現を求めるのではなく、表現が稚拙だったり、不十分だったりしても表現し伝えようとしていることを評価し、経験を通して的確に表現できるように導くことが大切である。

また、文部科学省の「言語活動の充実に関する指導事例集～思考力、判断力、表現力の育成に向けて～【中学校版】」では、次のように示されている。

数学科においては、生徒が学んだ数学を活用して考えたり判断したりすることをよりよく行うことができるよう、言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的な表現を用いて、論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりする学習活動を充実する。その際、以下の点に留意する。

- 数学的な表現を適切に用いることができるよう、具体的な事象を数学的に表現したり、処理したりする技能を高める学習活動を充実する。
- 数学的な推論を的確に進めることができるよう、思考の過程や判断の根拠などを数学的に表現して説明したり、数学的に表現されたものについて話し合っ て解釈したりする学習活動を充実する。
- 数学的に表現したり、それを解釈したりすることのよさを実感できるよう、数や図形性質などについて伝え合うことで、お互いの考えをよりよいものに改めたり、一人では気付くことのできなかったことを見いだしたりする機会を設けることに留意する。

こうした学習指導要領における改善点をふまえながら、本研究は、言語活動の充実に着目し、「学び合いの中で、数学的な思考力・判断力・表現力を高める授業づくり」に焦点をあてて、1年生「変化と対応」における実践的な研究に取り組むこととした。

1. 研究の目的

中学校数学科において、数学的な表現を用いて、説明し伝え合うことができる生徒を育成するための望ましい指導の在り方を、1年生「変化と対応」の実践を通して明らかにすることが本研究の目的である。

2. 研究の動機

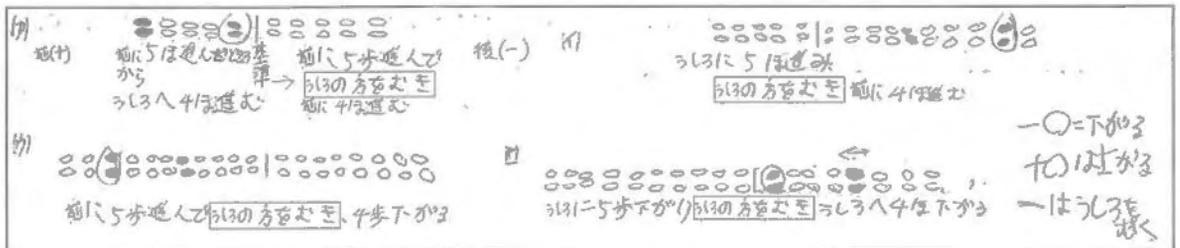
1年生4月からの数学の授業の中で「～についていろいろな方法で考えよう」「～についての身近なものを利用して説明してみよう」などの課題を多く取り入れて行っている。正の数・負の数の単元で、「正負の数の減法はどのように考えたらよいだろうか。身近なものを利用して説明してみよう」という課題に取り組んだ。まず生徒は資料1の(ア)～

- | | |
|-----|---------------|
| (ア) | $(+5) - (+4)$ |
| (イ) | $(-5) - (+4)$ |
| (ウ) | $(+5) - (-4)$ |
| (エ) | $(-5) - (-4)$ |

資料1

(エ)の式を身近なものを例に挙げ、個人で課題を追及していく。この時間は、自分の力で課題を解決するために大切な時間であり、ノートに自分の考えを文字や図などを使って書いていく。その後、ペアや班などの小集団での追求の時間をとる。この時間では、自分の考えたことを友達にわかりやすく説明する活動が中心となる。友達の考えを聞き合う中で、友達の考えに誤りを見つけたり、新たな疑問が生まれたりする。また、お互いの考え方を比較して、似た考え方を統合して考えることもある。そして、学級全体でいくつかの考えについて発表したり、小集団で解決できなかった疑問を取り上げよりわかりやすい説明を付け足したり、取り上げた疑問に対してみんなで議論して深めていく。

この授業での学級全体の場合の一つを例にあげる。生徒Aは、人間がジャンプして進む方向と歩数を使って考えた(資料2)。初めは、「- (減法) は反対の意味になると考えて、(ア)は、前に5歩進んでから、後ろへ4歩進むことになる」と説明したが、生徒Bは「わかるけど、- (減法) と- (マイナス) が混乱する」と言った。すると、生徒Cが「- (減法) は後ろを向く (向きを変える) ことにすれば、+ (プラス) と- (マイナス) は前と後ろのそのまま考えられる」と言い、生徒Aと一緒に実際に動きながら説明をした。その説明を聞き、多くの生徒が納得し、生徒Aのノートには「前に5歩進んで、後ろの方を向き、前に4歩進む」と書き直された。このような説明し合う活動を重視した授業は、学び合いの中で、数学的な思考力・判断力・表現力を高めることにつながると考える。



資料2

また、数学の授業の中で「説明し伝え合う活動」についての生徒アンケートからは、「人に伝えることができなければわかったとはいえないから説明することは大切だと思う」「説明して相手が“わかった”とってくれるとうれしい」などがある一方で、「難しい」「どうやったらうまく相手に伝えられるのかわからない」と書いている生徒も多い。しかし、「説明する」活動については好意的に受け止めている生徒が多く、そのよさを感じていることもわかった。しかし、実際どうすればいいのかという不安もあり、この活動についての効力感はあるが、スキルの不十分さに不安を抱いている生徒がいる。以上のような実態を受けて、説明し合う活動を取り入れながら、「学び合いの中で、数学的な思考力・判断力・表現力を高める授業づくり」ということを焦点にして、授業を実践していくこととした。

3. 研究仮説

1年生「変化と対応」の学習指導の中で、

仮説(1)授業の中に、生徒が表現することや説明し伝え合う活動、他者との関わりの場を多く取り入れることで、学級全体の学び合いを活性化させ、生徒自身が説明し伝え合う活動の必要性や楽しさを実感することができる。

仮説(2)生活の中にひそむ数学的な関係を言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的な表現を用いて、論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりする学習活動を行うことで、数学の有用性を実感し、学んだことをいかしていこうとする態度を育成することができる。

以上の2点によって、学び合いの中で数学的な思考力・判断力・表現力を高める授業ができるだろう。

4. 研究の具体的な方法

1年生「変化と対応」の学習指導において、研究仮説(1)、(2)に関する具体的な授業実践を通して、教師の問い、生徒の記述や発言や振り返り等の分析から検証していく。

5. 検証計画

生徒の数学的な思考力・判断力・表現力の高まりを評価するための具体的手段として、

○学び合いを取り入れた学習後に評価問題やレポート作りに取り組みさせることによって思考や表現の変容をみること。

○自己評価(学習の振り返り)の際に、思考や判断、表現方法に関して、自分の考えと他者の考えを比較する視点を取り入れて記述をさせること。

などを授業後も実践し検証する。

これらの評価は、学習成果と達成目標との関連を明らかにするためではなく、主として数学的な思考力等を高めるために適切であったかどうかを判断するための授業評価という視点から追究し、次の学習指導(授業)へのフィードバックを目的とするための取組として行う。

6. 展開計画(全17時間)

次	主な学習	時	具体的な学習・内容(◇印は、学び合い)
1	伴って変わる二つの数量を見付けよう	1 } 2 } 3 }	◇正方形の紙から小物入れをつくる時、切る1辺の長さを x としたとき、伴って変わっていくものを見いだす。その数量に関して変化の様子や対応の仕方を、グラフ、表、式を用いて表し、特徴から分類し、関数や比例の意味を知る。
2	比例について学ぼう	4 5 6 7 8 9	・比例の関係を見付け、それを表や式に表し比例の意味や表し方、特徴について考える。 ・変域を負の数まで拡張して、伴って変わる二つの数量を見いだし、関数関係を調べる。 ・負の数まで含めた座標軸の取り方、座標等の用語とその表し方を理解する。 ・比例のグラフの特徴を調べる。 ・比例のグラフの特徴を理解し、式や対応表から比例のグラフをかく。 ・変数の変域を変えて、グラフをかく。
3	反比例について学ぼう	10 11 12 13	・反比例の意味やその表し方、特徴について考える。 ・反比例の特徴を調べる。 ・反比例のグラフの特徴を理解し、式や対応表から反比例のグラフをかく。 ・変数の変域を変えて、反比例のグラフをかく。
4	比例や反比例の関係を利用して、身近な問題を解決しよう	14 15 } 16 } 17 }	◇数量関係を比例や反比例ととらえて、それらの性質を問題に活用する。 ◇マラソンや地震の事象から、理想化したり単純化したりして比例とみなし、変化や対応の様子を調べたり、予測したりする。 ◇ランドルト環の秘密を探る。

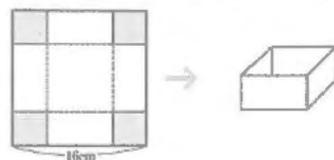
7. 授業の実際と考察

(1) 伴って変わる二つの数量を見付けよう(第1次)

○次の方法でふたのない箱をつくろう

【つくり方】

- (1) 1辺の長さは16cmの正方形の厚紙を用意する。
- (2) 四すみから、同じ大きさの正方形を切り取る。
- (3) 右の図の破線にそって折り曲げ、重なりあう辺をテープなどでとめる。



授業の導入では、実際につくり、それを使って考える作業を取り入れた(資料3)。その後、課題1を提示した。



資料3

課題1 切り取る1辺の長さを変えると、それにもなつて、どんな数量が変わるでしょうか。できるだけたくさん見つけてみよう。

まずは、個で考える時間を取り、その後、個人で考えたことを、班の友だちに伝える時間を設定した(資料4)。次に示すのは、ある班の話し合いの記録である。

生徒A：僕が見つけたのは、箱の深さです。
 生徒B：深さってどこ？(自分の紙を出しながら聞く)
 生徒A：(生徒Bの紙を折りながら)この部分だよ。僕とBさん
 のでは、箱の深さがちがうでしょ。
 生徒C：深さって、高さのことか。
 生徒D：僕は、底面の1辺の長さを見つけたんだけど、Aさんの
 見つけた深さと関係がありそうだよな。
 生徒A：僕(高さ)は増えていったけど、辺の長さはどう？
 生徒D：辺の長さは減っていくと思う。
 生徒C：私は底面の面積を見つけたけど、変化がよくわからない…



資料4

このような会話から、生徒たちは自分の見つけた数量がどのような変化をしていくのかに注目していることがわかる。また、自分の見つけた数量と友達の見つけた数量に何か関係がないのかと結びつけて考えようとしている。この後の表や式をつくる活動へつなげるため、学級全体の場で、見いだした数量について説明する場を設けた。同じことものと似ているものを整理しながら、1~6の共通課題を設定した。以下が、生徒が見いだした数量である。

1. 箱の高さ 2. 底面の1辺の長さ 3. 底面積 4. 側面積 5. 展開図の面積 6. 体積
 ○底面の周の長さ ○底面の対角線 ○箱のすべての辺の合計
 ○側面の1つの長方形の面積 など

次に課題2を提示した。

課題2 みんなが見いだした数量を①~⑥とする。切り取る1辺の長さを x 、それぞれの数量を y として、変化を調べて、 y を x の式で表してみよう。

y を x の式で表すことの確認として、前単元「文字の式」で扱った折り紙と画びょうの数の学習を振り返った。折り紙の枚数を x 、画びょうの数を y とするとき、表を使って変化を考え、 $y = 3x + 1$ で表すことができることを確認した。折り紙の枚数に対して、伴って変わる数量を画びょうの枚数と見ることで、学習のつながりを意識することができた。

①高さ

x	1	2	3	4	5	...	x
y	1	2	3	4	5	...	x

・ x が 1 増えると、 y も 1 増える
 ・ $y = x$
 ・ x が 2 倍、3 倍... になると、 y も 2 倍、3 倍... になる。
 ・ 切り紙、長さが高さになる

資料5 高さについての変化

授業は個人、班、全体の流れで、追求を行った。多くの生徒が、まず対応表をかき、 x と y の値がどのように変化していくのかに注目しながら式づくりを行った。

高さについては、「 x が 1 増えると y が 1 増える」「 x が 2 倍、3 倍になると、 y も 2 倍、3 倍になる」など小学校で学習した比例の関係から、 $y = x$ の式で表すことは容易であった(資料5)。

②底面の1辺の長さ

x	1	2	3	4	5	...	x
y	14	12	10	8	6	...	$16 - 2x$

・ x が 1 増えたら、 y は 2 減る
 ・ x が 2 倍、3 倍... になると、 y は $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍... になる
 ・ 反比例の式で表す?

資料6 底面の1辺の長さについての変化

底面の1辺の長さについては、「 x が 1 増えるとは 2 減る」などから、反比例と考えた生徒が多かった。

しかし、反比例の特徴である x が 2 倍 3 倍になると、 y が 2 分の 1 倍、3 分の 1 倍にならない」や「反比例の式で表すことができない」などの意見から、反比例ではないと判断した。次に、 y の値がどのような計算からその数になったかを検証し、 $y = 16 - 2x$ という式を導き出した。(資料6)

③底面積

x	1	2	3	4	5	...	x
y	14	12	10	8	6	...	$16 - 2x$

$S = (16 - 2x) \times (16 - 2x)$
 ・ x が 1 増えたら、 y は 2 減る
 ・ x が 2 倍、3 倍... になると、 y は $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍... になる
 ・ 反比例の式で表す?

資料7 底面積についての変化

底面積については、底面の1辺の長さと同じように、始めは反比例と判断していた生徒が多くいたが、反比例の特徴に当てはまらないことから、正方形の面積を求める公式に注目し、一辺 \times 一辺で表すことができると気付いていった。(資料7)

④側面積

x	1	2	3	4	5	...	x
y	56	96	120	128	120	96	$4x(16 - 2x)$

$y = 4x(16 - 2x) = 2x^2 - 32x$ → 2次関数
 ・ x が 1 増えたら、 y は 4 増える
 ・ x が 2 倍、3 倍... になると、 y は 4 倍、9 倍... になる

資料8 側面積についての変化

側面積については、 y の値が「増えてから減っていく」現象に疑問をもつ生徒もいた。しかし、側面積を求める公式にあてはめることで、式を作る事ができた(資料8)。

⑤展開図の面積

x	1	2	3	4	5	...	x
y	252	240	220	192	156	...	$(16 - 2x)^2 + 4x(16 - 2x)$

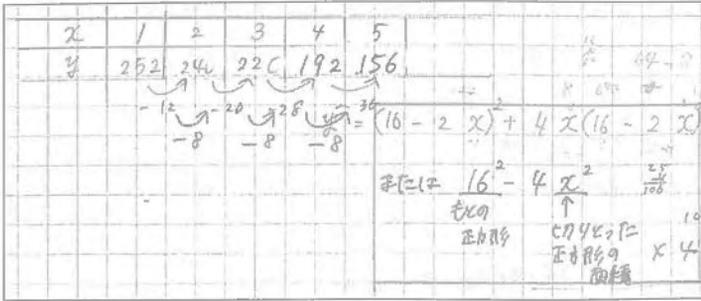
$y = (16 - 2x)^2 + 4x(16 - 2x)$
 ・ x が 1 増えたら、 y は 12 減る
 ・ x が 2 倍、3 倍... になると、 y は 20 減る、28 減る... になる

資料9 底面積についての変化①

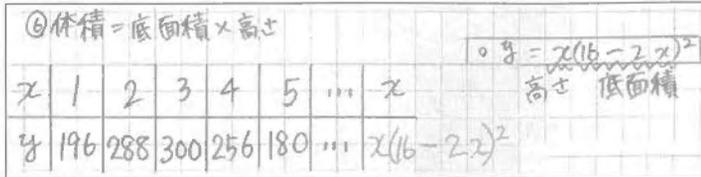
底面積については、2通りの式を導き出した。1つは、底面積と側面積の和で表した式(資料9)。もう一方は、もとの正方形から、切り取った正方形の4つ分を引いた式(資料10)。「どちらがあっているのか」という問いから、2つの式の作り方を考える時間をとり、どちらもあっていることを確認した。式の形は違うが、同じことを表している

ことに気付き、式の不思議さを味わうことができた生徒が多かった。

体積については、対応表からは変化を見つけることができなかったが、解決済みの高さと底面



資料10 底面積についての変化②



資料11 体積についての変化

表 1 評価基準と結果 (第1次)

評価基準		
A	B	C
いくつかの数量に関する表や式の特徴から、複数の視点で分類することができる。	いくつかの数量に関する表や式の特徴から、一つの視点で分類することができる。	表や式に表すことができず、分類することができない。
56%	42%	2%

(2) 比例や反比例の関係を利用して、身近な問題を解決しよう (第4次第16・17時)

第4次第16時では、ランドルト環にひそむ関数関係を題材とした。まず導入では、視力検査表を提示し、Cの形をした黒い輪のことをランドルト環ということを確認し、検査表の仕組みについて気付きを交流する時間をとり、「視力とランドルト環の大きさの関係を探ろう」という課題を設定した。以下は導入部分の授業記録である。

- T2 : 視力検査表をみて、視力ってどうやって決まるのかな？
 生徒E : ランドルト環の大きさがいろいろあるから、大きさによって決まると思います。
 生徒A : 大きさといっても、検査表を見る距離によっても大きさは変わってくると思う。
 T3 : 距離に注目した人、他にもいる？ (10名程度挙手する)
 生徒F : 一つのランドルト環を見たとき、僕から見た大きさ(一番前の席)と列の一番後ろの席の生徒Aさんから見た大きさは違います。だから、距離によって変わってくる。
 生徒G : 視力を測るには、距離と大きさの二つが関係しているということで良いと思います。
 生徒E : 確かに距離も関係していると思うけど、この検査表の上に5m用と書いてあるから、距離のことは今は考えなくて良いと思います。
 生徒多 : ほんとだ～。
 T4 : そうですね。では、今日は距離を5mと一定にして、大きさに注目して考えていきましょう。Eさんが見つけた大きさはどうなっているかな。
 生徒H : 視力が大きくなると、だんだん小さくなっている。
 生徒K : でも視力1.0まではずっとあるのに、視力1.1や2.0は測定できない。
 生徒I : 表に無いだけで、作れば測ることできると思う。
 T5 : 表に無い視力のランドルト環を作ることできるの？
 生徒J : マサイ族は視力6.0だってテレビで見たことあるから、測るためのランドルト環はあると思う。

積の式を使って式にする生徒が多かった(資料11)。

対応表から変化をみて数列として考えたり、帰納的に考えたり、式は違うのに同じ意味や考え方であることを知り、式をつくることのおもしろさを味わうことができた。授業のまとめでは、6つの数量について変化の様子や対応の仕方や式の形などの共通点を見つけ出し、分類する活動を行った。生徒が考えた分類の視点は、「増え方が一定」「xが2倍、3倍になると、yも2倍、3倍になる」「式の形の特徴」などがあつた。評価基準によって、生徒の分類の視点を評価した(表1)。分類することにより、小学校で学習した比例、反比例以外にも $y = ax + b$ の形や $y = ax^2$ や $y = ax^2 + bx + c$ 、 $y = ax^3$ 含んだ式など、比例関係は関数の一つにすぎず、その他にも様々な関数が存在することを実感をもって理解することができた。

生徒A：視力0.1以下、例えば、視力0.05とか0.01とかのランドルト環を作ってみたい。
 生徒E：視力と大きさについて調べれば作ることができると思います
 T6：じゃあ、みんなで視力とランドルト環の大きさの関係を調べてみよう。どんな関係があるか予想を書いてみよう。
 生徒F：反比例していると思う。
 生徒多：同じです。
 T7：ほんとに反比例しているのかな？それを調べてみましょう。

生徒は、視力を x 、それに伴って変わるランドルト環の大きさを y として、個人で実測しながら変化や対応の様子を調べていった。生徒が着目したランドルト環の大きさには、すき間の幅、外側の直径、内側の直径、面積等があった。

学級全体の学び合いでは、視力と自分が着目したランドルト環の大きさの関係を表や式、グラフ等の数学的な表現を用いて、反比例であるかどうかを判断し、自分なりに説明していく姿を大事にして行った。以下は、ランドルト環の直径に着目した学級全体の学び合いの授業記録と生徒のノートである(資料12～資料14)。

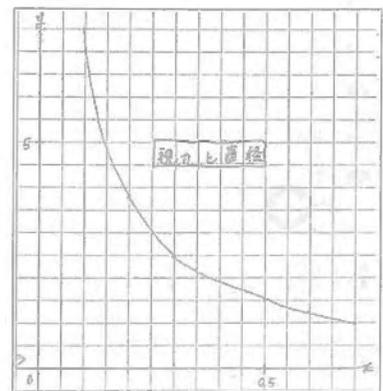
生徒E：私はランドルト環の直径について調べ、表にしました。表を横に見たとき、 x が2倍、3倍になると y が2分の1、3分の1になっているし、表を縦に見ても、 xy の値がほぼ0.75と一定なので反比例とみなすことができると思います。
 T8：Eさんと同じで直径を調べた人いますか。(半数の生徒が手を挙げた)
 生徒F：僕も反比例だと思う。なぜかという、僕はグラフにしてみました。グラフにすると反比例のグラフになったからです。
 生徒A：私もEさんと同じように表をかきました。そして、式に表してみました。すると、式が $y=0.75/x$ になったので、反比例だと思います。
 生徒E：Aさんの式はすごく良いと思います。式にすれば、僕たちが知りたかった視力6.0や0.01のランドルト環の直径の大きさがわかるからです。
 生徒K： x に0.01を代入すると、75になるから、視力0.01のランドルト環の直径は75cmです。
 生徒多：大きいな。
 T9：もし実際にランドルト環をつくる時、その情報だけでつくことはできますか。
 生徒E：すき間の大きさも必要になってくると思う。私はすき間の関係を調べたけど、すき間もやっぱり反比例だったよ。
 生徒L：内側の直径も必要かもしれない。

表を直径とする

x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.5	2.0
y	7.5	3.75	2.5	1.9	1.5	1.2	1.0	0.9	0.8	0.75	0.6	0.5	0.4
(xy の値)	0.75	0.75	0.75	0.76	0.75	0.72	0.70	0.72	0.72	0.75	0.72	0.75	0.80

A, Eさんの値はほぼ0.75と一定なので反比例とみなすことができます。

資料12 生徒Eのノート



資料13 生徒Fのノート

自分の考え

x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	...
y	7.5	3.75	2.5	1.875	1.5	1.25	...

x が $\frac{1}{2}$ になると、 y は2.3...倍になる
 x が $\frac{1}{3}$ になると、 y は3.0...倍になる
 反比例と見られる
 (式) $y = \frac{0.75}{x}$
 $0.01 = x$ の時
 直径75cm

資料14 生徒Aのノート

この後、視力検査表にない視力のランドルト環を作成するためには複数の大きさの情報がないとつくりにくいことに気付いた生徒たちは、内側の直径やすき間、太さなどの複数の視点から関係を探った。学び合いの中で友だちの考えを聞き、様々な考え方を比較する場を設定したことで、視力とランドルト環の大きさの関係が複数の観点から、どの場合も反比例になっていることに気付いていった。

生徒Eの発言から、「視力0.01のランドルト環を作るには…」と、表の縦や横の関係から自分なりに反比例と判断すると、式を作り、0.01のときの大きさを出していった。自分が測定したデータから関数関係を見いだすことで、データにはないことを求めることができる式化することのよさを感じることができた。評価基準に基づく評価は表2のようになる。また次時において、本時で学習したことや今後各自で追求したことをレポートにまとめる活動を行った。

表2 評価基準と結果（第4次第16・17時）

評価基準		
A	B	C
複数の視点から反比例であることを判断し、自分なりに根拠を明らかにして説明することができる。	一つの視点から反比例であることを判断し、自分なりに根拠を明らかにして説明することができる。	表から反比例であることを推測することができず曖昧な説明をしている。
58%	33%	9%

ランドルト環の秘密を探ろう

問題
視力が0.01の人の視力を測るには、色紙何枚のランドルト環が必要か。

解
①ランドルト環の直径と視力の関係も、式、表、グラフなどを探す。

直径	0.1	0.2	0.3	0.4	...
視力	7.5	3.75	2.5	1.875	...

このことから、ランドルト環の直径(径)は視力(x)に反比例していることがわかる。
同じように、すき間をyとして式を作ると、 $y = \frac{0.15}{x}$ (0.02) となる。

グラフ

②表を式に、視力が0.01という式を代入して計算する。
式 $y = \frac{0.15}{x}$ 直径をx、すき間をyとして、xに0.01を代入して計算する。
 $y = \frac{0.15}{0.01} = 15$ すき間は1.5cm

式 $y = \frac{0.15}{x}$ 直径をx、すき間をyとして、xに0.01を代入して計算する。
 $y = \frac{0.15}{0.01} = 15$ すき間は1.5cm

問題の答えは、このようにランドルト環です。

まとめ
視力と大きさの関係を式にすれば、どんな視力のランドルト環を作ることが出来るかが分かる。

ランドルト環の秘密を探ろう

問題
距離と(ランドルト環)の大きさを比例しているの関係を調べる。

調査
視力検査表(5m用、3m用、2.5m用)を調べる。
距離をx、大きさをyとする。
視力が0.5の時のランドルト環の径を調べる。

(5m) (3m) (2.5m)

表

距離	2.5	3	5	...
径	0.75	0.8	1.5	?

式 $y = \frac{0.75}{x}$ 距離をx、径をyとして、xに2.5を代入して計算する。
 $y = \frac{0.75}{2.5} = 0.3$ 径は0.3cm

式 $y = \frac{0.75}{x}$ 距離をx、径をyとして、xに3を代入して計算する。
 $y = \frac{0.75}{3} = 0.25$ 径は0.25cm

式 $y = \frac{0.75}{x}$ 距離をx、径をyとして、xに5を代入して計算する。
 $y = \frac{0.75}{5} = 0.15$ 径は0.15cm

式
①2.5m用の時のランドルト環の大きさは?
 $x = 2.5, y = 0.3$ を代入する。
 $y = 0.3 \times 2.5 = 0.75$
径は0.75cm

まとめ・感想
ランドルト環の、距離と大きさの関係は比例している。つまり、今回の式で0.3cmを代入し、別の距離の時の径を求めたことで分かった。

資料15 生徒のレポート

8. 研究のまとめ（研究成果と今後の課題）

今回は「変化と対応」の学習指導の中で、生徒の数学的な思考力・判断力・表現力をより高めるために、2つの仮説のもと授業実践に取り組んだ。その研究仮説をもとに成果と課題について述べることにする。

仮説(1)授業の中に、生徒が表現することや説明し伝え合う活動、他者との関わりの場を多く取り入れることで、学級全体の学び合いを活性化させ、生徒自身が説明し伝え合う活動の必要性や楽しさを実感することができる。

6月に行った「説明し伝え合う活動」についてのアンケートから、肯定的に受け止めている生徒がいる一方、スキルの不十分さや不安を抱いている生徒もいた。そこで、学級全体に向けて「説明し伝え合う活動」を行う前に、隣同士や班で「説明し伝え合う活動」する時間を設けた。そうすることによって、友だちの説明を聞いてよく理解できなかったときに、「〇〇の所が分からなかったから、もっと詳しく言って」「そこがわからないのか。じゃあ、△△だったらわかるかな」と、聞き手は素直に分からないことを伝え、話し手は相手の分からない所がどこなのかを探り、どう説明すれば伝わるのかを考えるようになった。学級全体での発表の場面では、自分のかいた図を使いながら説明をしたり、友達の見解に付け加えたりしながら説明する姿がみられるようになった。12月に行った「説明し伝え合う活動」では、「隣同士や班の中では、上手に説明ができるようになった」「言葉だけの説明でなく、図などを使って説明すると相手に伝わりやすい」と振り返っていた。また、「答えだけを求めるのではなく、そのやり方や説明を考えることは楽しい。自分と違うやり方の人が出た時はとてもワクワクする」と他者と関わりを楽しむことができている生徒もいた。

仮説(2)生活の中にひそむ数学的な関係を言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的な表現を用いて、論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりする学習活動を行うことで、数学の有用性を実感し、学んだことをいかしていこうとする態度を育成することができる。

「変化と対応」の学習前後に、「比例、反比例とはどんなことですか。どんなときに比例、反比例しているといえますか」という自由記述の調査を行った。事前調査では、表を変化を横にみて「一方が2倍、3倍になると、もう一方も2倍、3倍になるものが比例」「…2分の1、3分の1となるものが反比例」と記述する生徒が多かった。また、具体的な例を挙げて表をかいて説明する生徒も多く

比例とはどんなことですか。どんなときに比例しているといえますか。

(例)

円の個数	1	2	3	4	5	6	...
値段	200	400	600	800	1000	1200	...

○一方が同じ数ずつ増える
もう一方も同じ数ずつ増える

反比例とはどんなことですか。どんなときに反比例しているといえますか。

(例)

円の個数	9	6	3	2	1	...
円の値段	1	2	3	4	5	...

○一方の数が同じ数ずつ減ると
もう一方の数は同じ数ずつ増える。

資料16 生徒Rの事前調査

比例とはどんなことですか。どんなときに比例しているといえますか。

-関係式は $y = ax$

・グラフの線は原点を通る直線になっている。

・表をみると一方が2倍、3倍...になると、もう一方も2倍、3倍...になる。

・表の一方を x として、もう一方を y とすると $\frac{y}{x}$ の値は全て同じになっている。

反比例とはどんなことですか。どんなときに反比例しているといえますか。

-関係式は $y = \frac{a}{x}$

・グラフの線は原点を通らずに、双曲線になる。

・表をみると一方が2倍、3倍...になると、もう一方は $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍...になっている。

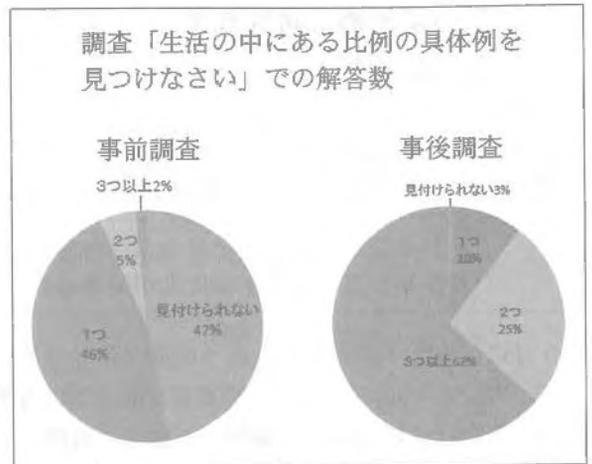
・表の一方を x としてもう一方を y とすると xy の値は全て同じになっている。

資料17 生徒Rの事後調査

いた(資料16)。表を対応を縦にみて説明する生徒は全体の28%しかいなかった。事後調査では、表を横にみる、縦にみる、式、グラフなどを使い説明する生徒が増えた(資料17)。本単元を学習したことで、比例、反比例についての判断の根拠を言葉や数、式、図、表、グラフあるいは数学用語や数学特有の言い方等多様な表現方法を適切に用いて、それらを関連させながら説明する力を伸ばしていくことができたと考えられる。

身近な生活の中にある比例や反比例についての事前調査では、買い物の買ったものの個数と値段、お風呂の水を溜めるときの時間と深さ、

長方形の面積などを見付けることができた生徒は全体の半数だけであった(資料17)。その結果を踏まえ単元を通して、生活の中のある比例や反比例の具体例を生徒たちと探しながら授業を進めた結果、多くの生徒がたくさん見付けることができるようになった(資料18)。マラソンの世界記録のタイムや地震の震源からの距離と初期微動継続時間の関係など、厳密には比例ではないが、比例とみなすことできると学び合いを通して気付いていった。生徒の感想には、「比例とみなすことで、生活の中にはたくさんの数学が使われていると感じることができた」と書かれていた。このように、日常生活と関連させて学習していくことが今後も必要だと感じる。



資料18

参 考 文 献

- ・文部科学省(2008)『中学校学習指導要領』
- ・文部科学省(2008)『中学校学習指導要領解説 数学』
- ・文部科学省(2011)「言語活動の充実に関する指導事例集～思考力、判断力、表現力の育成に向けて～【中学校版】」
- ・島根大学教育学部附属学校園(2012)『平成22年度島根大学教育学部附属学校園研究紀要』
- ・熊倉啓之(2011)『小集団での追究で効果抜群! 数学的な思考力・表現力を鍛える授業24』明治図書

(おおたに ゆか 数学 yuka-otani@edu.shimane.jp)