

Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers

二自由度系に対する二自由度フラムダンパの振動抑制の特性

--Manuscript Draft--

受付番号:	Trans-JSME-D-14-00568R3
標題:	二自由度系に対する二自由度フラムダンパの振動抑制の特性
論文種別:	原著論文
責任著者:	田村 晋司 島根大学 松江市, 島根県 JAPAN
責任著者 (英語):	TAMURA Shinji
責任著者の組織名:	島根大学
責任著者の組織名 (英語):	
筆頭著者:	田村 晋司
筆頭著者 (英語):	TAMURA Shinji
全著者:	田村 晋司 濱本 明日香
抄録:	無減衰二自由度振動系に対し二自由度フラムダンパを取り付ける場合について検討した。その結果、目標の振動数を固有振動数として持つフラムダンパの剛性が二通り得られた。この二通りのフラムダンパについて、主系の一次固有角振動数付近の振幅が抑えられる振動数の範囲はほとんど同じであるが、主系の二次固有角振動数付近では固有角振動数の移動量が異なり、振幅が抑えられる振動数の範囲が異なることが分かった。そして、振幅が抑えられる振動数の範囲が広い方の二自由度フラムダンパでは、二つのフラムダンパの場合に近い振動抑制の特性が得られ、モードベクトルにおいてモードの局所化が見られた。
追加投稿情報:	
質問	回答
質問 1 : 日本機械学会の会員でしょうか？	はい
会員番号を入力してください。 質問 1 : 日本機械学会の会員でしょうか？に関連する質問	9736048

二自由度系に対する二自由度フラムダンパの振動抑制の特性

田村 晋司^{*1} , 濱本 明日香^{*2}

Characteristics of vibration suppression of two DOF Frahm damper for two DOF system

Shinji TAMURA^{*1} and Asuka HAMAMOTO^{*2}^{*1} Interdisciplinary Graduate School of Science and Engineering, Shimane University
1060 Nishikawatsu-cho, Matsue-shi, Shimane 690-8504, Japan^{*2} Interdisciplinary Faculty of Science and Engineering, Shimane University
1060 Nishikawatsu-cho, Matsue-shi, Shimane 690-8504, Japan

Received 16 August 2013

Abstract

Frahm damper is the dynamic absorber without damping. This damper suppresses vibration in some range of excitation frequency using anti-resonance point of frequency response function. In this study, two DOF Frahm damper attached to two DOF system is investigated. Two combinations of the stiffnesses of two DOF Frahm damper for desired natural frequencies are obtained. The frequency response functions of the dampers alone show that these dampers have same resonance frequency and different anti-resonance frequency. In the point of vibration suppression, these dampers have same ability near the 1st natural frequency, but different characteristic near the 2nd natural frequency is observed. The damper with better performance suppresses vibration as well as two traditional Frahm dampers. To investigate the difference in the performance of the dampers, mode vectors are illustrated. In the mode vectors of the dampers alone, mode localization is observed in only one of the damper, which is effective in vibration suppression near the 2nd natural frequency. In the mode vectors of whole system, the components corresponding to the main system have almost same values. But the components corresponding to the damper has same characteristics of mode vectors of damper alone. The mode localization is observed in the two traditional Frahm dampers.

Key words : Dynamic absorber, Two DOF Frahm damper, Forced vibration, Frequency response function, Mode vector, Mode localization

1. 緒 言

制振デバイスとしての動吸振器は、外部エネルギーを必要としないという大きな特徴を持つ。この動吸振器として、反共振点を利用し特定の振動数に対して振幅を0にすることを目的とする減衰無し動吸振器 (Frahm, 1911) と、周波数応答関数の最大値を最小にする Den Hartog の定点理論による減衰有りの動吸振器 (Den Hartog, 1956) が知られており、これらの動吸振器の設計方法は確立されている。一方、多自由度振動系に対しては、制振したいモードの数だけ動吸振器を複数取り付けする方法が提案されている (背戸, 2010)。連続体に対しても、モード解析と定点理論を組み合わせた研究が行なわれている (Dayou, 2006, Cheung and Wong, 2009)。しかし、スペースやコストの問題のために多自由度系の制振のため複数の動吸振器を取り付けることが困難な場合も想定される。

そのため、著者らは同一の質量と剛性を持つ二自由度系に対し一自由度の動吸振器を取り付けた場合について検

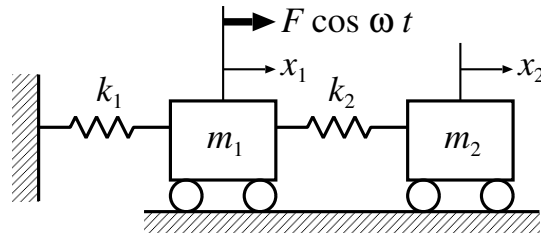


Fig. 1 Undamped two DOF system

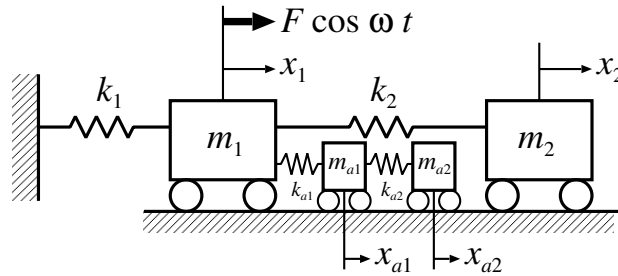


Fig. 2 System with two DOF Frahm damper

討し、定点理論によって二つのモードを同時に制振できる動吸振器が解析的に設計可能であることを示した(田村, 塩谷, 2012). この方法は異なる質量と剛性を持つ場合についても拡張された(田村他, 2013, 富室, 田村, 2014). しかし、二自由度系に一自由度動吸振器を一つ取り付けただけの場合には、複数取り付けただけの場合に比べると制振効果は限定的になってしまう. そこで、モードの数だけ動吸振器を複数取り付ける代わりに、 H_∞ 制御問題として多自由度動吸振器を設計する方法が提案されており(射場他, 2004)、二自由度動吸振器が二つの一自由度動吸振器と同程度の制振性能が得られることが示されている. しかし、後述するように同じ固有振動数を持つ二自由度系の剛性は二通り存在するが、射場等の方法では最適化問題として解いているため、この二通りの剛性が動吸振器の特性に及ぼす影響については検討されていない.

本研究では無減衰二自由度振動系に対し減衰なしの動吸振器である二自由度フラムダンパを取り付ける場合を考える. 対象の振動数を固有振動数とするように二自由度フラムダンパの剛性を求めた結果、目標の振動数に対して二通りの剛性が得られた. そして、この二通りの剛性について、それぞれの振動抑制の特性を比較しモード形状との対応を考察した.

2. 理 論

2.1 解析モデル

図 1 に示す無減衰二自由度振動系を考える. 質量を m_1, m_2 , 剛性を k_1, k_2 とし、釣り合いの位置からの変位をそれぞれ x_1, x_2 とする. 励振力を吸収させる目的で、図 2 のように励振力を受ける質量 m_1 に二自由度のフラムダンパを取り付けることを考える.

2.2 主系の固有角振動数

主系の運動方程式は次式となる.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \cos \omega t \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

運動方程式 (1) に

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} \cos \omega t \quad (2)$$

を代入すると次式となる .

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 - m_1 \omega^2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 - m_2 \omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

式 (3) の左辺の係数行列の行列式が 0 となる ω が主系の固有角振動数であり , $\omega_1 < \omega_2$ とすると次式のように求められる .

$$\left. \begin{aligned} \omega_1^2 &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} - \sqrt{\left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} \right)^2 - \frac{4k_1 k_2}{m_1 m_2}} \right\} \\ \omega_2^2 &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} + \sqrt{\left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} \right)^2 - \frac{4k_1 k_2}{m_1 m_2}} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

2.3 二自由度フラムダンパの固有角振動数

二自由度フラムダンパの運動方程式は次式となる .

$$\begin{bmatrix} m_{a1} & 0 \\ 0 & m_{a2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_{a1} \\ \ddot{x}_{a2} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{a1} + k_{a2} & -k_{a2} \\ -k_{a2} & k_{a2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{a1} \\ x_{a2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_{a1} x_1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

二自由度フラムダンパの運動方程式 (5) は , 主系の運動方程式 (1) と同じ形であるので固有角振動数は式 (4) より次式となる .

$$\left. \begin{aligned} \omega_{a1}^2 &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{k_{a1} + k_{a2}}{m_{a1}} + \frac{k_{a2}}{m_{a2}} - \sqrt{\left(\frac{k_{a1} + k_{a2}}{m_{a1}} + \frac{k_{a2}}{m_{a2}} \right)^2 - \frac{4k_{a1} k_{a2}}{m_{a1} m_{a2}}} \right\} \\ \omega_{a2}^2 &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{k_{a1} + k_{a2}}{m_{a1}} + \frac{k_{a2}}{m_{a2}} + \sqrt{\left(\frac{k_{a1} + k_{a2}}{m_{a1}} + \frac{k_{a2}}{m_{a2}} \right)^2 - \frac{4k_{a1} k_{a2}}{m_{a1} m_{a2}}} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

フラムダンパは反共振点により主系の振動を 0 にするので , 対象の振動数を固有振動数として持つようにフラムダンパの設計を行う . 計算を簡単にするため $m_{a1} = m_{a2} = m_a$ とすると式 (6) より次式となる .

$$\left. \begin{aligned} \frac{k_{a1} + k_{a2}}{m_a} + \frac{k_{a2}}{m_a} &= \omega_{a1}^2 + \omega_{a2}^2 \\ \frac{k_{a1} k_{a2}}{m_a} &= \omega_{a1}^2 \omega_{a2}^2 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

これらの式を k_{a1}, k_{a2} について解くと二通りの組み合わせが得られ , それぞれ次式となる .

$$\left. \begin{aligned} k_{a1} &= \frac{m_a}{2} \left\{ \omega_{a1}^2 + \omega_{a2}^2 - \sqrt{(\omega_{a1}^2 + \omega_{a2}^2)^2 - 8\omega_{a1}^2 \omega_{a2}^2} \right\} \\ k_{a2} &= \frac{m_a}{4} \left\{ \omega_{a1}^2 + \omega_{a2}^2 + \sqrt{(\omega_{a1}^2 + \omega_{a2}^2)^2 - 8\omega_{a1}^2 \omega_{a2}^2} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} k_{a1} &= \frac{m_a}{2} \left\{ \omega_{a1}^2 + \omega_{a2}^2 + \sqrt{(\omega_{a1}^2 + \omega_{a2}^2)^2 - 8\omega_{a1}^2 \omega_{a2}^2} \right\} \\ k_{a2} &= \frac{m_a}{4} \left\{ \omega_{a1}^2 + \omega_{a2}^2 - \sqrt{(\omega_{a1}^2 + \omega_{a2}^2)^2 - 8\omega_{a1}^2 \omega_{a2}^2} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

2.4 全体系の周波数応答関数

全体系の運動方程式は次式となる。

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{f\} \cos \omega t \quad (10)$$

ただし、質量行列 $[M]$ 、剛性行列 $[K]$ 、変位ベクトル $\{x\}$ と外力ベクトル $\{f\}$ はそれぞれ次式である。

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{a1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{a2} \end{bmatrix}, \quad [K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 + k_{a1} & -k_2 & -k_{a1} & 0 \\ -k_2 & k_2 & 0 & 0 \\ -k_{a1} & 0 & k_{a1} + k_{a2} & -k_{a2} \\ 0 & 0 & -k_{a2} & k_{a2} \end{bmatrix}, \quad \{x\} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_{a1} \\ x_{a2} \end{bmatrix}, \quad \{f\} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

連成固有角振動数を ω_j 、単位行列を $[E]$ とし、正規化されたモードベクトルを並べた正規モード行列を $[\Phi]$ とすると、正規モード行列 $[\Phi]$ は次式を満たす。

$$\left. \begin{aligned} [\Phi]^T [M] [\Phi] &= [E] \\ [\Phi]^T [K] [\Phi] &= [\text{diag}(\omega_j^2)] \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

正規モード行列 $[\Phi]$ によりモード座標 $\{\xi\}$ は次式で表されるので、

$$\{x\} = [\Phi]\{\xi\} \quad (13)$$

これを運動方程式 (10) に代入して左から $[\Phi]^T$ を掛けると、正規モード行列の性質 (12) より次式となる。

$$\{\ddot{\xi}\} + [\text{diag}(\omega_j^2)]\{\xi\} = [\Phi]^T \{f\} \cos \omega t \quad (14)$$

モード座標 $\{\xi\}$ による運動方程式 (14) は非連成の方程式であるので各モード毎に解くことができ、次式の解を得る。

$$\{\xi\} = \left[\text{diag} \left(\frac{1}{\omega_j^2 - \omega^2} \right) \right] [\Phi]^T \{f\} \cos \omega t \quad (15)$$

物理座標 $\{x\}$ は式 (13) により得られるので、全体系の周波数応答関数は次式となる。

$$[H(\omega)] = [\Phi] \left[\text{diag} \left(\frac{1}{\omega_j^2 - \omega^2} \right) \right] [\Phi]^T \quad (16)$$

3. 計算例

主系の質量比 m_1/m_2 と二自由度フラムダンパの質量比 m_{a1}/m_{a2} が等しい場合と異なる場合の計算例として、以下の二通りについての計算を行った。

1. $m_1 = m_2 = 1.0 \text{ kg}$, $k_1 = k_2 = 1.0 \text{ N/m}$
2. $m_1 = 1.0 \text{ kg}$, $m_2 = 2.0 \text{ kg}$, $k_1 = k_2 = 1.0 \text{ N/m}$

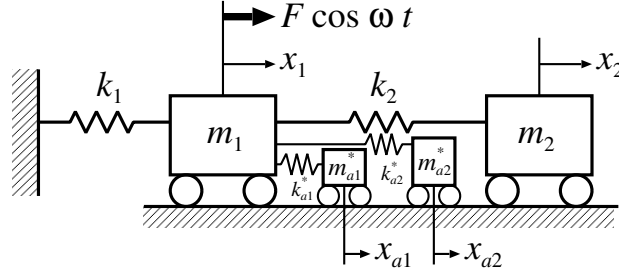


Fig. 3 System with two Frahm dampers

これらの系の固有振動数における振幅を 0 とすることを考え、対象の振動数を主系の固有振動数とした。フラムダンパの質量 m_a と主系の質量 m_1 の質量比を次式のように μ と定義し、

$$\mu = \frac{m_a}{m_1} \quad (17)$$

以降の計算例では質量比 μ を 1/20 とした。

また、図 3 に示すように、質量 m_{a1}^* と剛性 k_{a1}^* 、および質量 m_{a2}^* と剛性 k_{a2}^* を持つ二つのフラムダンパを取り付けた場合と二自由度フラムダンパの比較も行なう。図 3 に示す系では質量行列と剛性行列が次式のように異なる。

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{a1}^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{a2}^* \end{bmatrix}, \quad [K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 + k_{a1}^* + k_{a2}^* & -k_2 & -k_{a1}^* & -k_{a2}^* \\ -k_2 & k_2 & 0 & 0 \\ -k_{a1}^* & 0 & k_{a1}^* & 0 \\ -k_{a2}^* & 0 & 0 & k_{a2}^* \end{bmatrix} \quad (18)$$

二自由度フラムダンパと同様に $m_{a1}^* = m_{a2}^* = m_a$ として、 $\sqrt{k_{a1}^*/m_a}$ と $\sqrt{k_{a2}^*/m_a}$ をそれぞれ主系の二次と一次の固有角振動数に調整し、2.4 節の手順で周波数応答関数を求めた。なお、調整する固有角振動数を二次と一次に入れ替えるのは、3.3 節に示すモードベクトルを対応させるためである。

3.1 主系と二自由度フラムダンパの質量比が等しい場合

$m_1 = m_2 = 1.0 \text{ kg}$, $k_1 = k_2 = 1.0 \text{ N/m}$ の場合の主系の固有角振動数は式 (4) より、以下となる。

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{3 - \sqrt{5}}{2}} \approx 0.618 \text{ rad/s}, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{3 + \sqrt{5}}{2}} \approx 1.618 \text{ rad/s} \quad (19)$$

これらの角振動数を固有角振動数とする二自由度フラムダンパの剛性は、それぞれ式 (8), (9) より、以下の二通りとなる。

$$\left. \begin{aligned} (k_{a1}, k_{a2}) &= (\mu, \mu) \text{ [N/m]} \\ (k_{a1}, k_{a2}) &= \left(2\mu, \frac{\mu}{2}\right) \text{ [N/m]} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

この計算例では、主系の質量比 m_1/m_2 と二自由度フラムダンパの質量比 m_{a1}/m_{a2} が等しいので、式 (20) のうち、上の組み合わせでは二自由度フラムダンパは主系の質量と剛性を μ 倍にした縮小版となる。一方、下の組み合わせでは主系と二自由度フラムダンパで異なる剛性の組み合わせとなる。これらの組み合わせを A: $(k_{a1}, k_{a2}) = (\mu, \mu) \text{ [N/m]}$, B: $(k_{a1}, k_{a2}) = (2\mu, \mu/2) \text{ [N/m]}$ と表記して、フラムダンパの特性の比較を行う。

また、図 3 に示す二つのフラムダンパでは $m_{a1}^* = m_{a2}^* = m_a$ であり、剛性 k_{a1}^* , k_{a2}^* は、それぞれ ω_2, ω_1 に同調させるため次式のように求められる。

$$k_{a1}^* = m_{a1}^* \omega_2^2 = \mu \omega_2^2 \approx 2.618\mu \text{ [N/m]}, \quad k_{a2}^* = m_{a2}^* \omega_1^2 = \mu \omega_1^2 \approx 0.382\mu \text{ [N/m]} \quad (21)$$

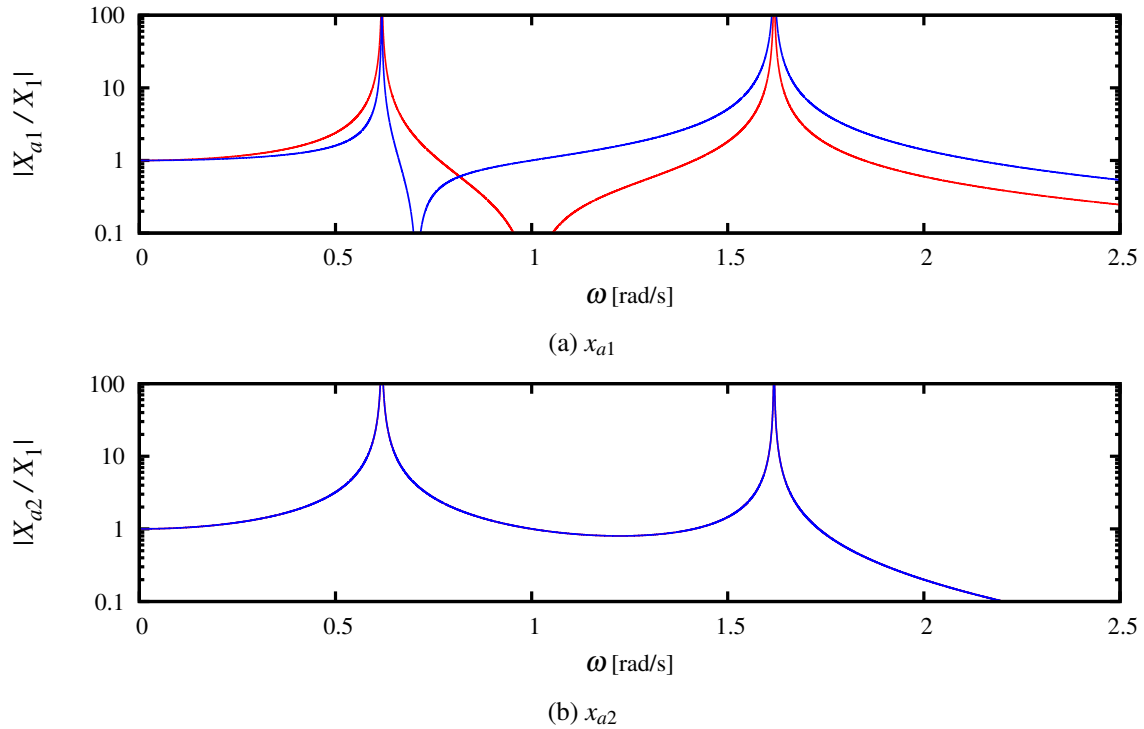


Fig. 4 Frequency response functions of two DOF Frahm dampers for $m_1 = m_2$ (A : —, B : —). Two dampers have same resonance frequencies and different anti-resonance frequency.

まず、二自由度フラムダンパ単体の周波数応答関数を図4に示す。図4(a), (b)は、それぞれ x_{a1} , x_{a2} の周波数応答関数であり、二自由度フラムダンパは x_1 の変位励振を受けるので X_1 に対する振幅倍率として表している。また、A, B をそれぞれ、赤と青の実線で表す。図4より、A, B とともに同じ固有角振動数を持っていることが分かる。 x_{a1} の周波数応答関数においてA, B の反共振点の位置は異なっているが、 x_{a2} では、A, B の周波数応答関数は全ての周波数領域において同じ値となっていることが分かる。

次に、二自由度フラムダンパを取り付けた全体系の周波数応答関数を図5に示す。図5(a), (b), (c), (d)は、それぞれ x_1 , x_2 , x_{a1} , x_{a2} の周波数応答関数であり、外力振幅 F に対するコンプライアンスとして表し、赤と青の実線はそれぞれ、A, B である。また、二つのフラムダンパの場合を緑の実線で示す。図5(a), (b)より、主系の一次固有角振動数付近の特性はAとBおよび二つのフラムダンパの場合で大きく変わらないが、主系の二次固有角振動数付近ではAよりもBの方が固有角振動数の移動量が大きくなっており、振幅が抑えられる振動数の範囲はBの方が大きいことが分かる。ただし、二つのフラムダンパの場合にはさらに固有角振動数の移動量が大きくなっているため、振幅が抑えられる振動数の範囲が一番広いのは二つのフラムダンパの場合となる。また、図5(c), (d)より、AとBでは主系の固有角振動数に二自由度フラムダンパを同調させているので、 x_{a1} , x_{a2} の両方において主系の固有角振動数に反共振点はないが、二つのフラムダンパでは x_{a1} において主系の一次固有角振動数、 x_{a2} において主系の二次固有角振動数というように同調させていない主系の固有角振動数に反共振点があることが分かる。

3.2 主系と二自由度フラムダンパの質量比が異なる場合

3.1節の計算例では主系の質量比 m_1/m_2 と二自由度フラムダンパの質量比 m_{a1}/m_{a2} が等しいため、Aの二自由度フラムダンパは主系の質量と剛性を μ 倍した縮小版であった。3.1節で見られた特性がこの縮小版であることによるものかどうかを調べるため、本節の計算例では、主系の質量比と二自由度フラムダンパの質量比が異なり、二通りのフラムダンパが共に主系の縮小版にならない場合をとりあげる。

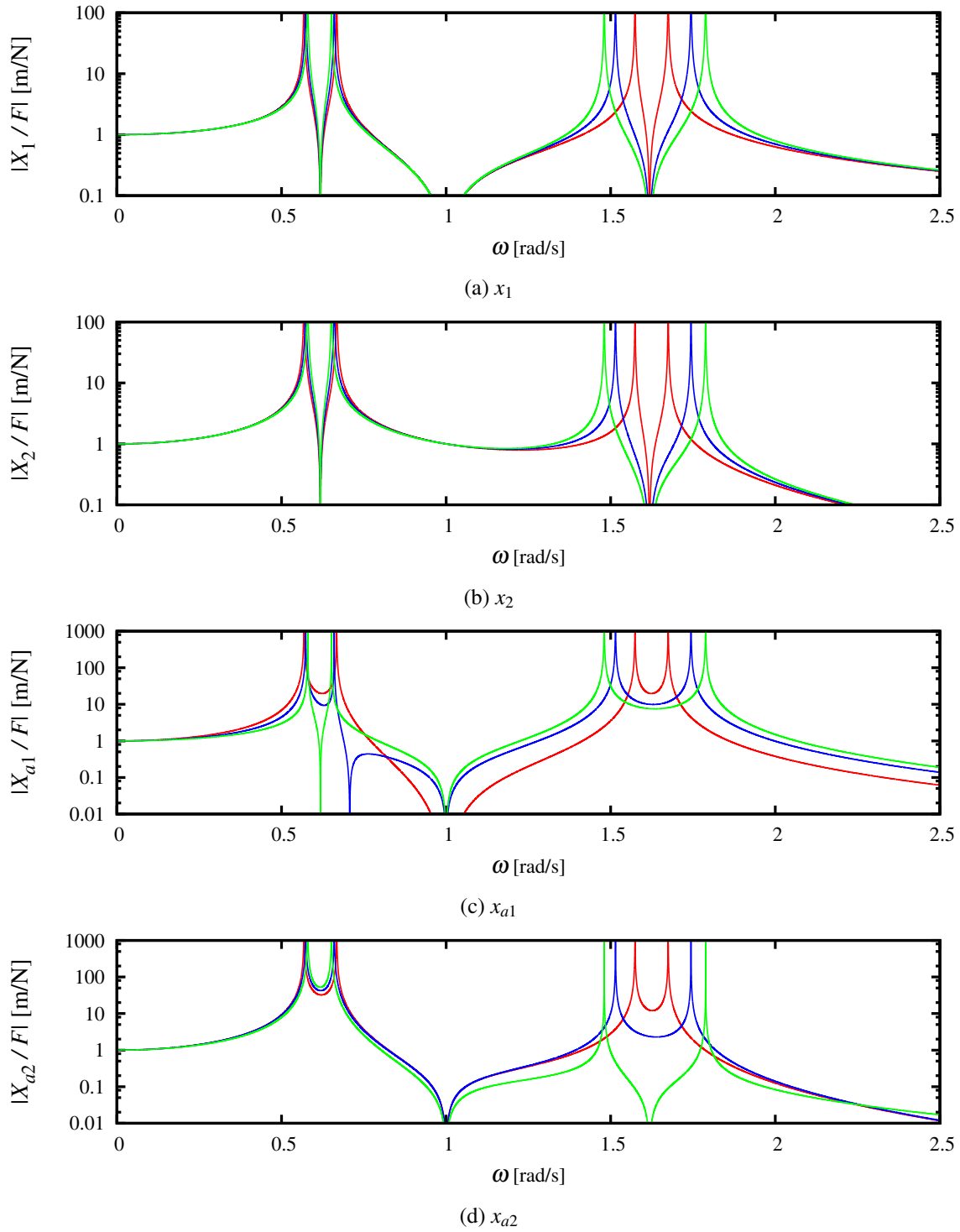


Fig. 5 Frequency response functions of whole system for $m_1 = m_2$ (A : —, B : —, two dampers : —). Almost same properties of vibration suppression for X_1 and X_2 are observed near the 1st natural frequency. But the damper B suppresses vibration of X_1 and X_2 better than the damper A near the 2nd natural frequency.

$m_1 = 1.0 \text{ kg}$, $m_2 = 2.0 \text{ kg}$, $k_1 = k_2 = 1.0 \text{ N/m}$ とすると, 主系の固有角振動数は式 (4) より, 以下となる.

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{17}}{4}} \approx 0.468 \text{ rad/s}, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{5 + \sqrt{17}}{4}} \approx 1.510 \text{ rad/s} \quad (22)$$

これらの角振動数を固有角振動数とする二自由度フラムダンパの剛性は, それぞれ式 (8), (9) より, 以下の二通り

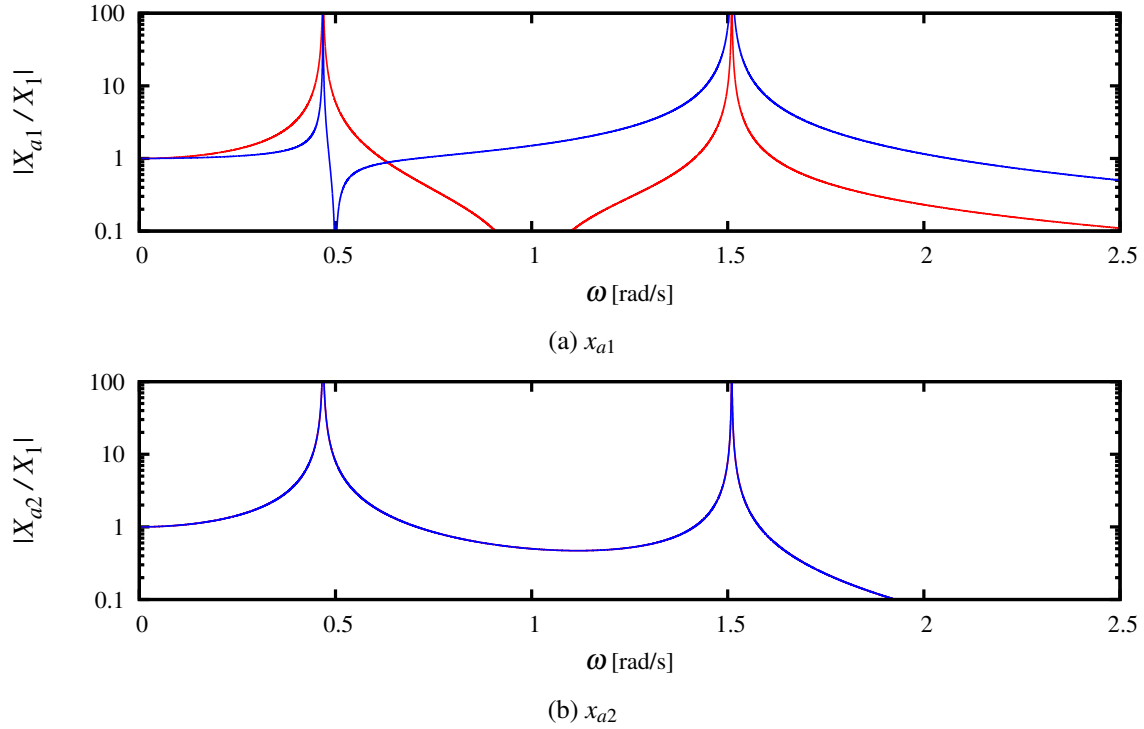


Fig. 6 Frequency response functions of two DOF Frahm dampers for $m_1 \neq m_2$ (C : —, D : —). Two dampers have same resonance frequencies and different anti-resonance frequency.

となる．

$$\left. \begin{aligned} (k_{a1}, k_{a2}) &= \left(\frac{\mu}{2}, \mu \right) [\text{N/m}] \\ (k_{a1}, k_{a2}) &= \left(2\mu, \frac{\mu}{4} \right) [\text{N/m}] \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

これらの組み合わせを C: $(k_{a1}, k_{a2}) = (\mu/2, \mu) [\text{N/m}]$, D: $(k_{a1}, k_{a2}) = (2\mu, \mu/4) [\text{N/m}]$ と表記して，フラムダンパの特性の比較を行う．

また，図 3 に示す二つのフラムダンパの剛性 k_{a1}^* , k_{a2}^* は，それぞれ次式のように求められる．

$$k_{a1}^* = m_{a1}^* \omega_2^2 = \mu \omega_2^2 \approx 2.281\mu [\text{N/m}], \quad k_{a2}^* = m_{a2}^* \omega_1^2 = \mu \omega_1^2 \approx 0.219\mu [\text{N/m}] \quad (24)$$

まず，二自由度フラムダンパ単体の周波数応答関数を図 6 に示す．図 6(a), (b) は，それぞれ x_{a1} , x_{a2} の周波数応答関数であり，二自由度フラムダンパは x_1 の変位励振を受けるので X_1 に対する振幅倍率として表している．また，C, D をそれぞれ，赤と青の実線で表す．図 6 より，C, D とともに同じ固有角振動数を持っていることが分かる． x_{a1} の周波数応答関数において C, D の反共振点の位置は異なっているが， x_{a2} では，C, D の周波数応答関数は全ての周波数領域において同じ値となっていることが分かる．これらの性質は主系と二自由度フラムダンパの質量比が等しい場合の A, B と同様である．

次に，二自由度フラムダンパを取り付けた全体系の周波数応答関数を図 7 に示す．図 7(a), (b), (c), (d) は，それぞれ x_1 , x_2 , x_{a1} , x_{a2} の周波数応答関数であり，外力振幅 F に対するコンプライアンスとして表し，赤と青の実線はそれぞれ，C, D である．また，二つのフラムダンパの場合を緑の実線で示す．図 7(a), (b) より，主系の一次固有角振動数付近の特性は C と D で変わらないが，主系の二次固有角振動数付近では D の方が固有角振動数の移動量が大きくなっており，振幅が抑えられる振動数の範囲は D の方が大きいことが分かる．これらの性質は主系と二自由度フラムダンパの質量比が等しい場合の A, B と同様である．しかし，前節の主系と二自由度フラムダンパの質量比が等しい場合とは異なり，二つのフラムダンパの場合と D はほぼ同等の固有角振動数の移動量を持ってい

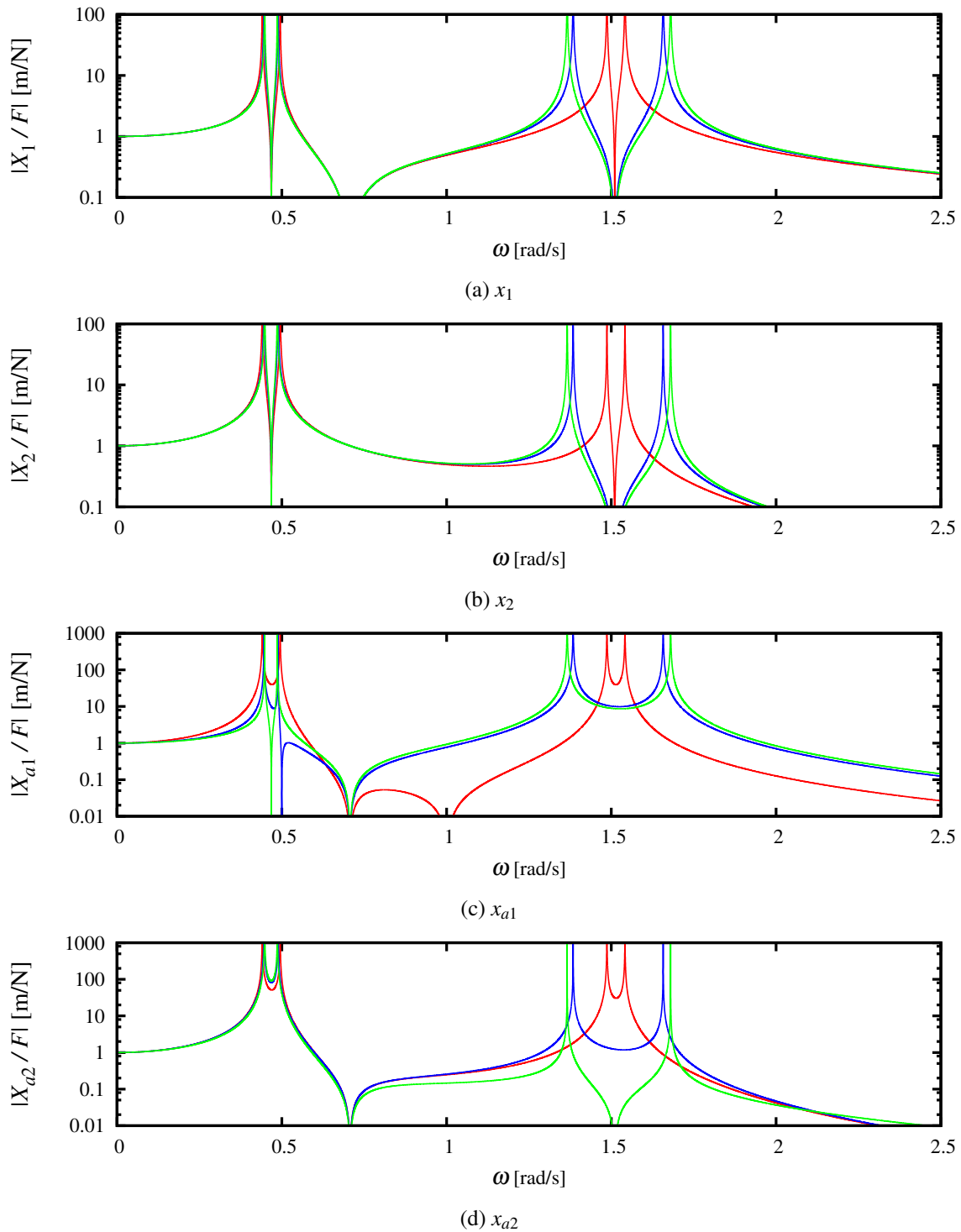


Fig. 7 Frequency response functions of whole system for $m_1 \neq m_2$ (C : —, D : —, two dampers : —). Almost same properties of vibration suppression for X_1 and X_2 are observed near the 1st natural frequency. But the damper D suppresses the vibration of X_1 and X_2 better than the damper C near the 2nd natural frequency.

ることが分かる．また，前節の計算例と同様に，図 7(c), (d) より，C と D では主系の固有角振動数に二自由度フラムダンパを同調させているので， x_{a1}, x_{a2} の両方において主系の固有角振動数に反共振点はないが，二つのフラムダンパでは同調させていない主系の固有角振動数に反共振点がある．

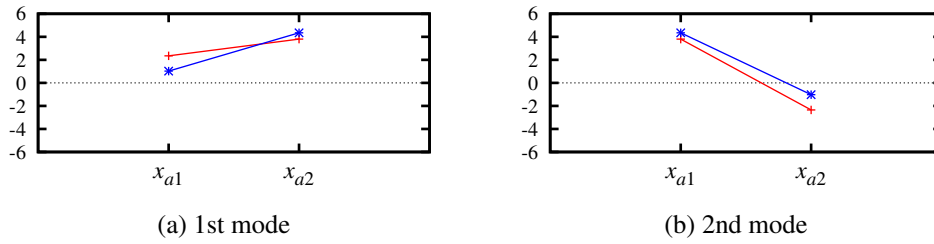


Fig. 8 Mode vectors of two DOF Frahm damper for $m_1 = m_2$ (A : —, B : —). The damper B has localized mode.

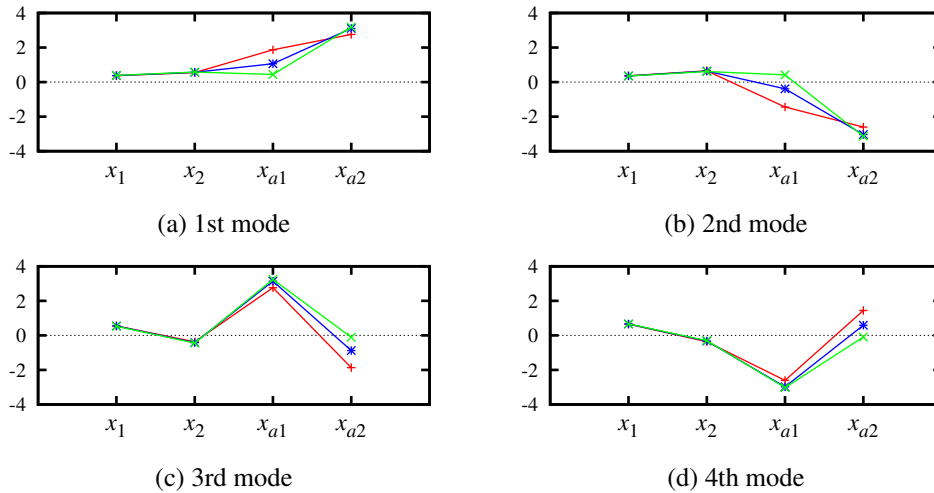


Fig. 9 Mode vectors of whole system for $m_1 = m_2$ (A : —, B : —, two dampers : —). The damper B and two Frahm dampers have localized mode. Better performance of the damper B than the damper A seems to be related to the mode localization.

3.3 モードベクトルに対する考察

二つの剛性に対する二自由度フラムダンパの振幅が抑えられる振動数の範囲の差を考察するため、それぞれのモード形状について考える。 $m_1 = m_2$ の場合における二自由度フラムダンパと全体系のモード形状をそれぞれ、図8と図9に示す。赤と青の実線はそれぞれ、A, Bである。また、 $m_1 \neq m_2$ の場合における二自由度フラムダンパと全体系のモード形状をそれぞれ、図10と図11に示す。赤と青の実線はそれぞれ、C, Dである。全体系のモード形状の図9, 11における緑の実線は二つのフラムダンパの場合である。図8-11に示すモード形状は、式(12)によって正規化されたモードベクトルである。

二自由度フラムダンパのモード形状である図8のA, Bと図10のC, Dは傾向が良く似ており、A, Cでは一次と二次モードの両方で x_{a1} と x_{a2} が同程度振動するモードベクトルであるが、B, Dではモードの局所化が見られ、一次モードでは x_{a2} が、二次モードでは x_{a1} が主に振動するモードベクトルとなっていることが分かる。

全体系のモード形状である図9のA, Bと図11のC, Dでもやはり傾向が良く似ている。両者ともA, BとC, Dで x_1, x_2 の成分は一次モードから四次モードまでほぼ等しくなっている。一方、 x_{a1} と x_{a2} では、全体系の一次と二次モードがフラムダンパ単独の一次モードと、全体系の三次と四次モードがフラムダンパ単独の二次モードと同様の性質を持っていることが分かる。また、二つのフラムダンパにおいては、一次モードと二次モードではほぼ x_{a2} のみが振動し、三次モードと四次モードではほぼ x_{a1} のみが振動しており、モードが局所化している。二自由度フラムダンパのB, Dでも同様にモードが局所化しているため、B, Dは二つのフラムダンパとほぼ同等の固有角振動数の移動量を持つものと思われる。ただし、B, Dと二つのフラムダンパを比較すると、一次モードの x_{a1} および三次モードと四次モードの x_{a2} では二つのフラムダンパの方が振幅が小さく、二次モードの x_{a1} では同等となっており、B, Dよりも二つのフラムダンパの方がモードがより強く局所化している。二自由度フラムダンパより二つのフラムダンパの方が固有角振動数の移動量が若干大きいのは、このモードの局所化の強さに対応していると思われる。

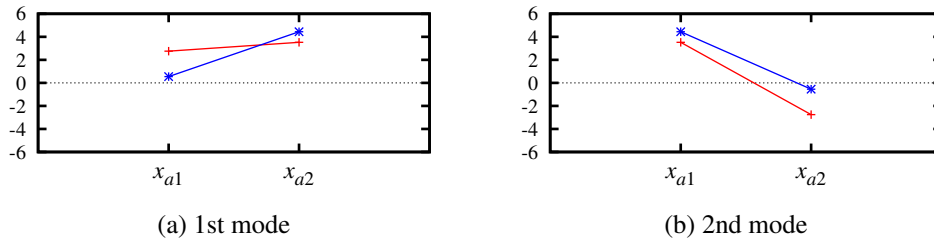


Fig. 10 Mode vectors of two DOF Frahm damper for $m_1 \neq m_2$ (C : —, D : —). The damper D has localized mode.

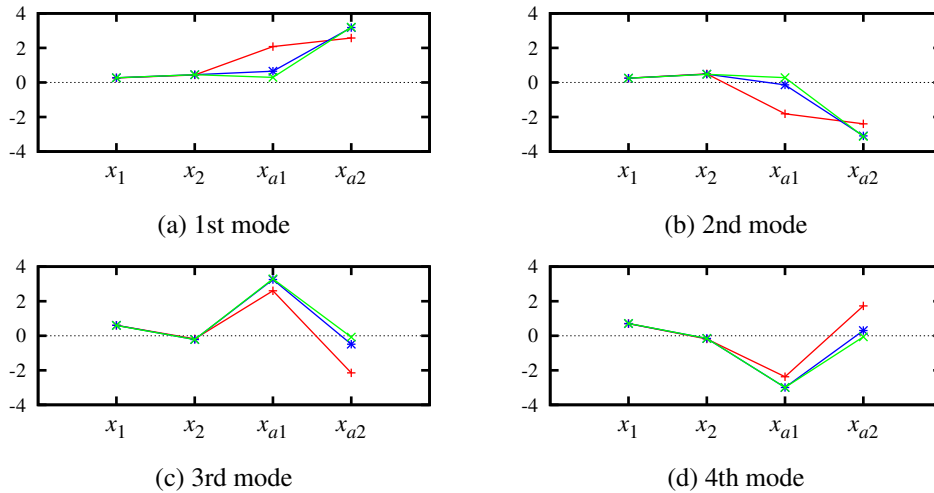


Fig. 11 Mode vectors of whole system for $m_1 \neq m_2$ (C : —, D : —, two dampers : —). The damper D and two Frahm dampers have localized mode. Better performance of the damper D than the damper C seems to be related to the mode localization.

4. 結 言

無減衰二自由度振動系に対し二自由度フラムダンパを取り付ける場合について検討した．本研究で得られた知見を以下にまとめる．

- 目標の振動数を固有振動数として持つ二自由度フラムダンパの剛性が二通り得られた．
- 全体系の周波数応答関数では主系の一次固有角振動数付近の振幅が抑えられる振動数の範囲は二通りの二自由度フラムダンパでほとんど同じであるが，主系の二次固有角振動数付近では二通りの二自由度フラムダンパで固有角振動数の移動量が異なり，結果として振幅が抑えられる振動数の範囲が異なる．
- モードベクトルを比較した結果，主系の二次固有角振動数付近で振幅が抑えられる振動数の範囲が広い二自由度フラムダンパではモードの局所化が見られた．
- モードの局所化が起こる二自由度フラムダンパの振幅が抑えられる振動数の範囲は，二つのフラムダンパとほぼ同等である．

本論文において基礎的事項について確認することができたので，今後は以下のような一般性の確認や実用化に向けての検証を行っていく予定である．

- 二自由度フラムダンパおよび二つのフラムダンパが，主系の二次固有角振動数付近でのみ差があり，一次固有角振動数付近において差がほとんどない理由の解明
- 他のパラメータでも一般的に同様の性質を持つのかどうか
- 実験による実用性の検討

文 献

- Cheung, Y. L. and Wong, W. O., H_∞ and H_2 optimizations of a dynamic vibration absorber for suppressing vibrations in plates, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 320 (2009), pp. 29–42.
- Dayou, J., Fixed-points theory for global vibration control using vibration neutralizer, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 292 (2006), pp. 765–776.
- Den Hartog, J. P., *Mechanical Vibrations* (1956), McGraw-Hill, New York, 4th edition.
- Frahm, H., Devices for damping vibrations of bodies, U. S. Patent 989958 (1911).
- 射場大輔, 曾根彰, 増田新, 双線形行列不等式に基づく多自由度動吸振器の設計, *日本機械学会論文集 C 編*, Vol. 70, No. 695 (2004), pp. 1929–1936.
- 背戸一登, *動吸振器とその応用* (2010), コロナ社.
- 田村晋司, 鈴木健介, 小塚翔太, 異なる特性を持つ二自由度系を対象とした定点理論による動吸振器の最適設計 *日本機械学会 Dynamic and Design Conference 2013 講演論文集 No. 227* (2013).
- 田村晋司, 塩谷友康, 定点理論による二自由度系を対象とした動吸振器の設計 (第 1 報, 同一の質量と剛性を持つ二自由度系の場合), *日本機械学会論文集 C 編*, Vol. 78, No. 786 (2012), pp. 372–381.
- 富室崇志, 田村晋司, 定点理論を用いた質量と剛性の異なる二自由度系に対する動吸振器の最適設計, *日本機械学会 Dynamic and Design Conference 2014 講演論文集 No. 367* (2014).

References

- Cheung, Y. L. and Wong, W. O., H_∞ and H_2 optimizations of a dynamic vibration absorber for suppressing vibrations in plates, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 320 (2009), pp. 29–42.
- Dayou, J., Fixed-points theory for global vibration control using vibration neutralizer, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 292 (2006), pp. 765–776.
- Den Hartog, J. P., *Mechanical Vibrations* (1956), McGraw-Hill, New York, 4th edition.
- Frahm, H., Devices for damping vibrations of bodies, U. S. Patent 989958 (1911).
- Iba, D., Sone, A. and Masuda, A., Design of multi-degree-of-freedom dynamic absorber based on bilinear matrix inequalities, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 70, No. 695 (2004), pp. 1929–1936 (in Japanese).
- Seto, K., *Dynamic Vibration Absorber and its Applications* (2010), Corona, Tokyo (in Japanese).
- Tamura, S., Suzuki, K. and Kozuka, S., Optimal design of dynamic absorber for two DOF system with different characteristics by fixed points theory, *Proceedings of the Dynamic and Design Conference 2013 No. 227* (2013) (in Japanese).
- Tamura, S. and Shiotani, T., Design of dynamic absorber for two DOF System by fixed points theory (1st report: case of two DOF system with identical mass and stiffness), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 78, No. 786 (2012), pp. 372–381 (in Japanese).
- Tomimuro, T. and Tamura, S., Optimal design of dynamic absorber for 2-DOF system with different mass and stiffness using fixed points theory, *Proceedings of the Dynamic and Design Conference 2014 No. 367* (2014) (in Japanese).