

水道給水栓の自励振動について*

野 坂 弥 蔵

(島根大学教育学部)

Yazo NOSAKA : ON THE SELF-EXCITED VIBRATION OF A HOUSE WATER-SUPPLY COCK

ABSTRACT.—The paper deals with the possibility of generating sustained water hammer by a soft rubber-packing in a house water-supply cock.

Such an elastic rubber-packing whose outer-diameter (D_2) is almost as large as the inner-wall diameter (D) of the cock acts as a fluttering valve, which decreases its opening by means of shutting the clearance between the cylindrical surface of the packing and the inner-wall of the cock as the up-stream pressure increases. Experimental results will be reported in the next paper.

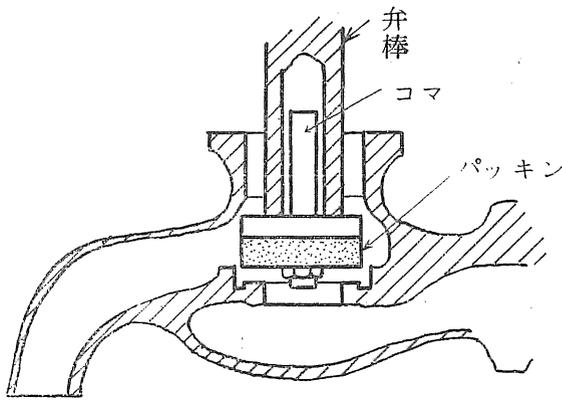
I 緒 言

水道のコックを開く時によく経験される振動には、水圧変動を伴う自励振動と水圧は変化しない音響振動とがある。前者は長時間続けば管路その他が破損する可能性もあるが、普通はそれ以前にパッキンが破損して漏水するようになる。そしてこれを新品と交換すれば振動も止むから、その原因はパッキンにあると考へられるが、これがどのように動いて自励振動を起すかについては未だ明らかにされていない。鵜沢氏⁽¹⁾はパッキンを平板円形弁と考へると、水圧と弁の押上力との関係でこれが上下運動を起し発振する可能性のあることを示しているが、コックに覗き孔を明けて振動中のパッキンの動きを観察してみると、上下よりも半径方向の運動の方が多く見えるので、このような半径方向の膨張収縮によっても自励的水撃の発生し得ることを藤井教授の手法⁽²⁾に従って説明するのがこの報告の目的である。

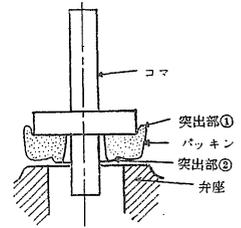
II 給水栓の構造と発振状況

第1図に家庭用水道給水栓 (以下単に弁またはコックという) の構造を示す。新品ではコマとパッキンはナットで固定されており、コマ、パッキン、弁座の直径は相等しく、 $\frac{3}{8}$ 吋コックのものは15φである。弁座の外側は溝⑤になり、溝の外側には少し高くなった部分③がある。③の上面は弁座面より1.5mm位高い。

* 昭和37年9月5日原稿受理

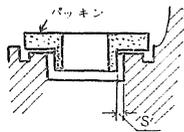


第 1 図

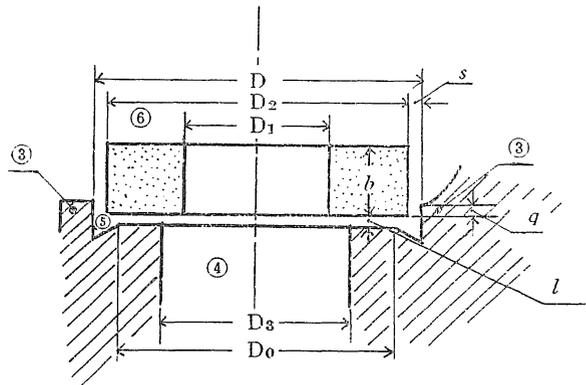


第 2 図

普通に使用する時、コックは約 $\frac{1}{4}$ 回転開かれるから、弁棒のねじのピッチが 2 mm ならばリフトは約 0.5 mm である。従って普通はパッキン下面は③の上面を越すことなく、パッキンの側面と内壁③とは重なり部分 q (第 4 図) を持つ。故に水は 2 つの隙間 (パッキン下面と弁座との間、およびパッキン側面と内壁③との間) を通って蛇口に出ることになる。ゴムパッキンが古くなると、第 2 図のように外径内径共に大きくなり突出部①②ができる。①は削り取っても振動に影響しないが、②を取去るとその水圧では発振しなくなる。第 3 図のような突出部の特に長いパッキンを作ってやるとよく発振し、突出部が半径方向に膨張収縮して隙間 s' が変化するの認められる。併し発振するパッキンの中には突出部②がなくて下面がほぼ平面であるものもある。このようなパッキンは外径が大きくなっており、そのため第 4 図のように内壁③との隙間 s_0 が極めて小さくなっている。(s_0 は水圧がかからない時の s の値である。1 例をあげ



第 3 図



第 4 図

れば、新しいパッキンでは $s_0 = 1.4\text{mm}$ 、発振するパッキンでは $s_0 = 0.4\text{mm}$ 。) この時パッキンの外径を小さくするか③の部分削り取るかして s_0 を大きくすれば発振しなくなる。

また古いパッキンは内径 D_1 も大きくなり、パッキン押えのナットは紛失してしまっているので、コマとは無関係に動き得る状態にある。自励振動中にはコマは動いていないことが観察さ

れるし、実際コマを弁棒に固定してやっても振動状況に変化は起きないから、コマは振動とは関係がない。パッキンのゴムには軟いものや硬いものがある。寸法が同じなら軟質のもの程発振し易い。

以上の観察結果からみると、自動振動の一原因は第4図の隙間 s にあると考へられる。即ち水圧のかかった普通の状態では、パッキンは内圧のため膨張し、外径 D_{20} (D_{20} は水圧のかからない時の D_2 の値) が D_2 となり隙間 s_0 は s となり水はこの s を通って流出しているのであるが、その状態から更に水圧が僅か増すと s は更に小さくなり流量は却って減ってくる。つまり水圧の変動と流量の変動とが逆位相になるために、微小な変動が次第に増幅されてゆくのであらうと思われる。

これを確かめるために、第4図に示すコックのように③の上面が弁座面より相当高く(約1.5mm以上)、 $\frac{1}{4}$ 回転位開いてもパッキンと③の内側との重きなり q が1mm位あるようなものに、外径内径共に大きい円環形の軟質ゴムパッキンを使った場合、自動振動の可能性があるかないかを検討してみる。

III 基礎式の誘導

(i) 記号

h	= 定常状態における弁直前の水圧	(水柱cm)
Δh	= h の増分	(水柱cm)
Q	= 定常状態の流量	(cm^3/s)
ΔQ	= Q の増分	(cm^3/s)
v	= 定常状態における弁直前の流速	(cm/s)
Δv	= v の増分	(cm/s)
F	= 弁座孔の面積	(cm^2)
D_1	= 定常状態におけるパッキンの内径	(cm)
D_2	= 定常状態におけるパッキンの外径	(cm)
D'	= 定常状態におけるパッキンの平均直径	$= \frac{D_1 + D_2}{2}$ (cm)
u	= 水圧増加 Δh によるパッキン半径の伸	(cm)
s	= 定常状態におけるパッキンと③との隙間	(cm)
s_0	= 水圧 h が0の時の s の値	(cm)
b	= 定常状態におけるパッキンの厚さ	(cm)
α	= 定常状態におけるパッキンの断面積	$= \frac{D_2 - D_1}{2} \times b$ (cm^2)
Γ	= パッキンの比重量	(kg/cm^3)
E	= 定常状態におけるパッキンの縦弾性係数	(kg/cm^2)
μ	= パッキンの振動に対する抵抗の係数	(kgs/cm)
ω_0	= パッキンの固有円振動数	($1/\text{s}$)
l	= パッキンのリフト	(cm)

- q = リフト l の時の③とパッキンとの重さなり (cm)
- x = 管路の位置を示す座標 (弁の位置が原点) (cm)
- L = 水槽 (または本管) からコックまでの管の長さ (cm)
- γ = 水の比重量 (kg/cm³)
- ω = 弁への入射波の円振動数 (1/s)
- $n = \frac{\omega}{\omega_0}$
- a = 水中の圧力波伝播速度 (cm/s)
- $h_c = s$ が初めて 0 となる時の水圧 (水柱 cm)

(ii) 弁の静特性

定常状態 (振動していない状態) における水圧 h と流量 Q との関係は、流路の形が複雑である上に応力と歪の間に直線性のないゴムが関係しているため、実験的に求めるより他に方法がない。第5図に1例を示す。これは第10図の実験装置を使って求めたもので、圧力は弁端圧力計 (ブルドン管圧力計で 0.1kg/cm² 目盛, 最大 5 kg/cm²) の読み、流量は 10 秒間に流れた重量を測った。(水槽の容量不足のため止むを得ず 10 秒間とした。)

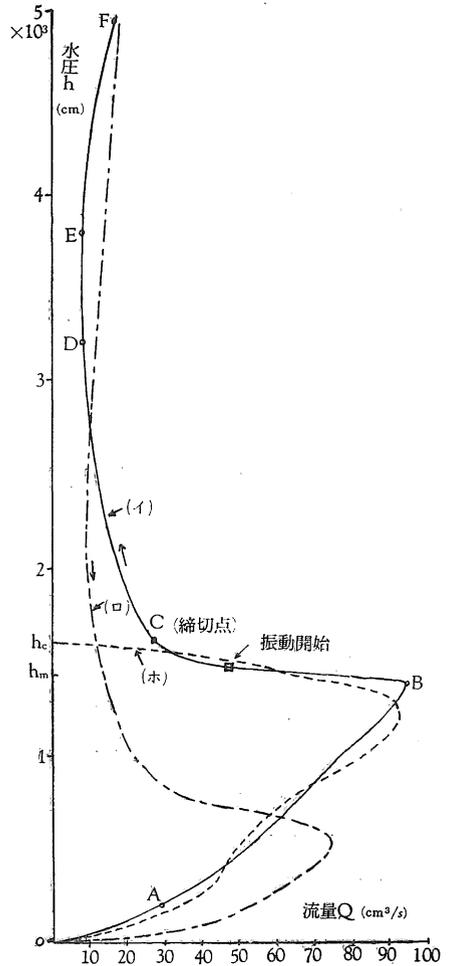
第5図(i)は h を次第に増して行ってそれに対する Q を求めたもの、(ii) は h を下げながら求めたもので、(i)と(ii)の相異はゴムのヒステリシスによるものと思はれる。また同一条件下で実験しても、パッキンの位置がその都度多少づれるため、これらの曲線は多少異なってくるけれども、大体の傾向は変わらない。

第6図の(i)は第5図の(i)を対数であらわしたもので、点 A, B などは夫々対応している。第6図は次のように解釈される。

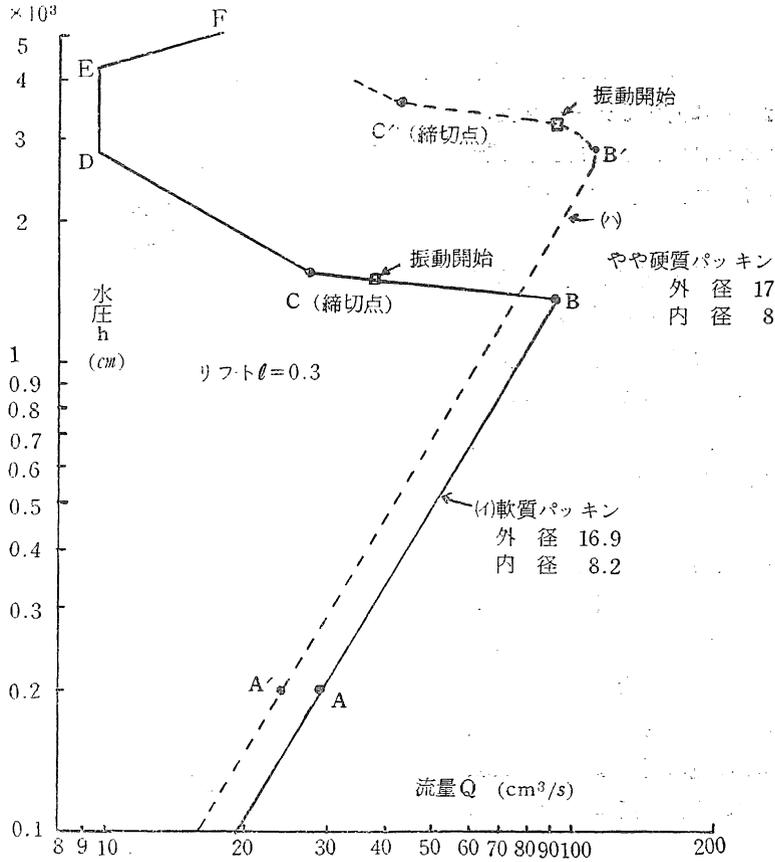
AB : 水圧 h の増加につれてパッキンは拡張され隙間 s は狭められるが、 h の増加の方が効いていて流量 Q は増す。

BC : s の減少が大きく効いてきて、流れの状態が変わり Q は急減する。

C : C 点に相当した水圧 h_c 以上では、コックの開閉が非常に固くなる。これはパッキン側面が③の内壁に接触しているためである



第5図
 3/8" 給水栓 軟質パッキン
 $D_1 = 8.2\text{mm}$ $D_2 = 16.9\text{mm}$
 $b = 4.0\text{mm}$ $s_0 = 0.41\text{mm}$
 $l = 0.3\text{mm}$ $q = 1.2\text{mm}$



第 6 図

から、 h_c 以上の水圧では $s = 0$ と考えられる。同時に $Q = 0$ となる筈であるが、実際には形状の不均一や表面の凹凸などのために漏れがあり Q は 0 にはならない。

CD : h の増加と共にパッキンは益々強く③に押しつけられ漏れは減る。

DE : h の増加による漏れの増加が次第に効いてきて、パッキンの押しつけによる漏れの減少とバランスしている。

EF : h の増加による漏れの増加の方が多くなって上記のバランスが破れてくる。

このように、 h_c 以上の水圧ではパッキンは③に押しつけられて運動できなくなるから、発振が問題になるのは $0 < h < h_c$ の範囲である。よって

$$Q = Q_1 + Q_2$$

と置き、 Q_1 は $0 \leq h \leq h_c$ に対する流量、 Q_2 は $h_c \leq h$ に対する漏れ量をあらわすものとする。振動に関しては Q_1 だけを考えればよいことになる。

$h_c < 4.0 \text{ kg/cm}^2$ の実験範囲内では

$$Q_1 = C \cdot l \cdot s \cdot h \quad \dots\dots (1)$$

$$s = s_0 - h \cdot \psi(h) \quad \dots\dots (2)$$

と仮定すると、実験結果に割合よく合った特性曲線が得られる。

ここに C は h や l を含まない定数

$\psi(h)$ は h についての 2~4 次の整式

第 5 図の(ハ)は、(イ)に対するデータを使い、 $\psi(h)$ を h についての 2 次式として計算した Q_1 の値を示したもので、(イ)と大体似ている。

第 7 図の(ハ)は、第 5 図のものと同法はほぼ同じであるが、やや硬質のパッキンを、同一のコックに用いた場合の静特性曲線で、圧を上げながら測定したものである。これを対数で示したものが第 6 図の(ハ)であって、点 A' B' C' は夫々対応している。(ハ)は(イ)に対するデータを使い $\psi(h)$ を h の 4 次式として計算した Q の値を示したもので、(イ)とよく似ている。パッキンが硬質になる程 h_c が高くなることは当然であって、(イ)と(ハ)を比較しても明らかである。(ハ)のものよりもっと硬質になれば h_c は更に高くなって、実験範囲 (5 kg/cm^2 以下) 内には現われなくなってしまう。

また同一のパッキンでも、リフト l を大きくして重さなり q をなくせば、 h_c は存在しないこと勿論で、極大点 B もなくなり曲線は単調になる。このような場合には(1)式は適用できないけれども、発振の可能性もないから検討する必要はない。

(iii) 弁端の境界条件 (Δh , Δv , u の関係)

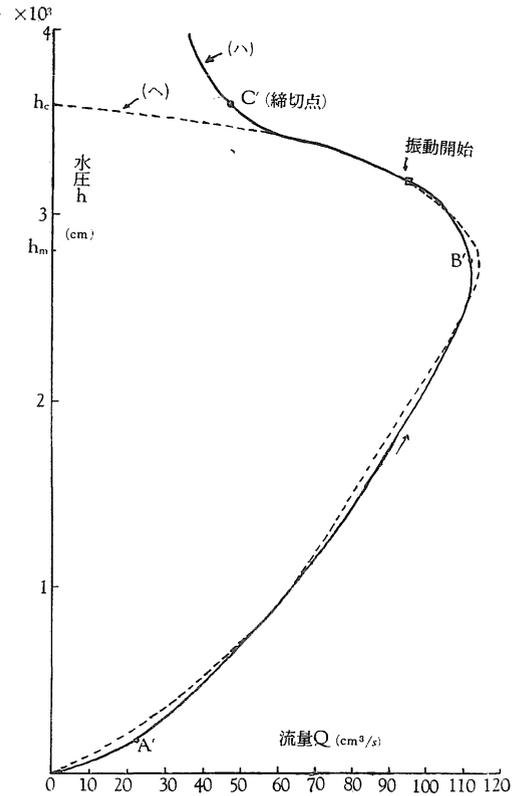
水圧が定常状態の値 h より Δh だけ増したためにパッキンの半径が u だけ伸び、従って隙間 s が u だけ減少し、流量 Q_1 は ΔQ 、流速 v は Δv だけ増したとする。 $\frac{ds}{dt}$ による流量変化は無視すれば、

$$\Delta Q = \frac{\partial Q}{\partial h} \Delta h - \frac{\partial Q}{\partial s} u$$

これに(1)を代入すれば

$$\Delta Q = Q_1 \left(\frac{\Delta h}{h} - \frac{u}{s} \right)$$

両辺を弁座孔面積 F で割って



第 7 図

3/8" 給水栓 やや硬質パッキン
 $D_1 = 8\text{mm}$ $D_2 = 17\text{mm}$
 $b = 4\text{mm}$ $s_0 = 0.4\text{mm}$
 $l = 0.3\text{mm}$ $q = 1.2\text{mm}$

$$\Delta v = v \left(\frac{\Delta h}{h} - \frac{u}{s} \right) \quad \dots\dots\dots(3)$$

(iv) 弁端の境界条件 (Δh と u との関係)

定常状態からの水圧増加 Δh のためにパッキンは平衡位置のまわりに純半径方向⁽⁶⁾ の小変位 u をするものとし、 u は小さいから歪と応力とは正比例すると考えれば、Lagrange の運動方程式から

$$\ddot{u} + \varepsilon\omega_0 u + \omega_0^2 u = f_r \Delta h \quad \dots\dots\dots (4)$$

を得る。ここに

$$\varepsilon\omega_0 = \frac{\mu g}{\pi D' \alpha \Gamma}$$

$$\omega_0^2 = \frac{4 E g}{\Gamma D'^2}$$

$$f = \frac{D_1 b g}{D' \alpha \Gamma} \quad g \text{ は重力の加速度}$$

(V) 本管端の境界条件



第8図

第8図に示したように、コックは管路によって太い本管に接続されている。弁端に何等かの原因で水圧変動 Δh が起ると、それは管路内の水中を速度 a (水の空気含有量や、管路の形、寸法、材質などで定まる定数) で伝播して本管に達し、ここで反射されて帰ってくる。本管は容量が大きく圧力変動はないと考えられるから

$$x = -L \text{ では } \Delta h = 0 \quad \dots\dots (5)$$

(vi) 管路内の水圧及び流速の変動

波動方程式の一般解から、 φ_1 , φ_2 を任意函数として

$$\Delta h = \varphi_1 \left(t - \frac{x}{a} \right) + \varphi_2 \left(t + \frac{x}{a} \right) \quad \dots\dots (6)$$

$$\Delta v = \frac{g}{a} \left\{ \varphi_1 \left(t - \frac{x}{a} \right) - \varphi_2 \left(t + \frac{x}{a} \right) \right\} \quad \dots\dots (7)$$

つまり、管路中の任意の点 x における時刻 t の水圧変動 Δh は2つの部分の和よりなる。その1つは本管端から伝播してきた部分 φ_1 で、他の1つは弁端から伝播してきた部分 φ_2 である。

IV 発振の可能性の検討

(管長 L を考慮に入れない場合)

以上で準備した式(1)~(7)を用いて発振の可能性を調べる。

まず(5)と(6)とから

$$\varphi_1 \left(t + \frac{L}{a} \right) = -\varphi_2 \left(t - \frac{L}{a} \right)$$

この式は、本管に入射した波 φ_2 はそこで反射され、位相は逆になるが絶対値は同じまゝでコックの方に帰って行くことを示している。つまり本管端では波は増幅も減衰もされない。従って弁端で増幅作用がなければ振動は成長しないことが分る。よって、発振するか否かは弁端への入射波の振幅と反射波の振幅との大小を比較すれば判定できる。そこで

$$\varphi_1 \left(t - \frac{x}{a} \right) = A e^{\lambda \left(t - \frac{x}{a} \right)} \quad \dots\dots (8)$$

$$\varphi_2 \left(t + \frac{x}{a} \right) = B e^{\lambda \left(t + \frac{x}{a} \right)} \quad \dots\dots (9)$$

$$u = U e^{\lambda t} \quad \dots\dots (10)$$

とにおいて (6), (7), (4), (3) に入れ、弁端 ($x = 0$) での反射増幅率 $\frac{B}{A}$ を求めると、 $\lambda = i\omega$ なる定常的入射波に対して⁽²⁾

$$\frac{B}{A} = \frac{1 - \left(a_p - \frac{a_\xi}{1 - n^2 + i\varepsilon n} \right)}{1 + \left(a_p - \frac{a_\xi}{1 - n^2 + i\varepsilon n} \right)} \quad \dots\dots (11)$$

ここに

$$a_p = \frac{av}{hg} \quad n = \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$a_\xi = \frac{av}{(h_c - h)g} \quad \omega_0^2 = \frac{fr(h_c - h)}{s}$$

更に

$$a_p - \frac{a_\xi}{1 - n^2 + i\varepsilon n} = \xi + i\eta$$

とおくと、

$$\left| \frac{B}{A} \right| > 1 \quad \text{なるためには} \quad \xi < 0 \quad \text{でなければならないことが分るから}$$

$$\xi = a_p - \frac{1 - n^2}{(1 - n^2)^2 + \varepsilon^2 n^2} \times a_\xi < 0$$

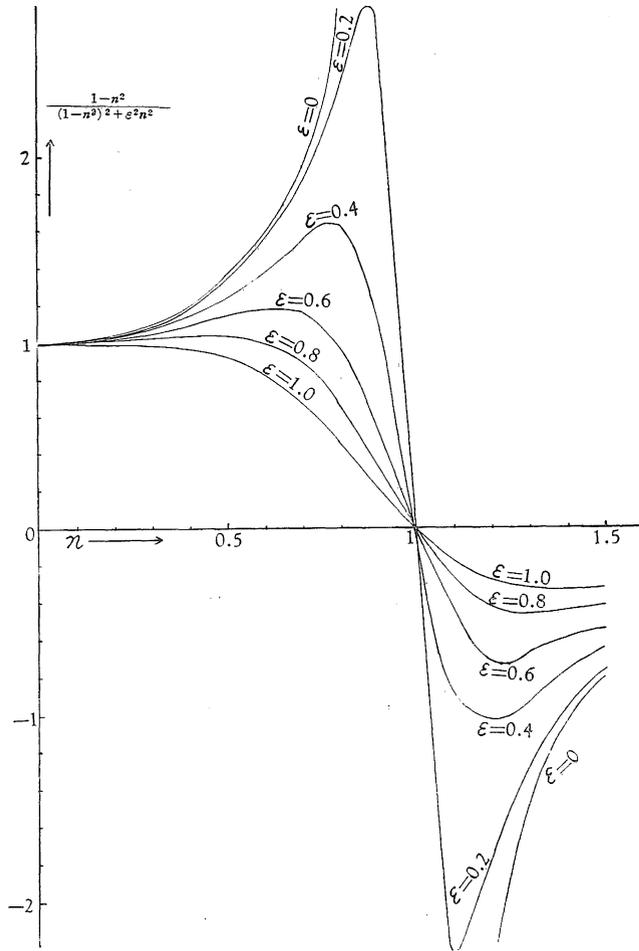
故に

$$\frac{a_p}{a_\xi} = \frac{h_c - h}{h} < \frac{1 - n^2}{(1 - n^2)^2 + \varepsilon^2 n^2} \quad \dots\dots (12)$$

即ち、(12)を満足するような水圧 h の時には発振の可能性があることが分る。ところで III の (ii) で述べたように $h \geq h_c$ の時はパッキンは③に押しつけられて動けないから発振の可能性はない故 $0 < h < h_c$ としてよかった。

従って $n < 1$ でなければならない。つまりパッキンの固有振動数より高い振動数の振動は増幅されない。

式(12)の右辺を ε をパラメタとし、 n を横軸にして描くと第9図を得る⁽²⁾。この図より次のことが分る。



第9図

(i) $\frac{h_c - h}{h} < 1$ 即ち $\frac{h_c}{2} < h < h_c$ の場合

減衰があっても発振可能であって、殊に h が h_c に近い程発振し易い。普通の水道では $\gamma h = 1 \sim 3 \text{ kg/cm}^2$ であるから、パッキンが古くなって軟くなり、内外径ともに大きくなって γh_c が低下し、 $1 \sim 3 \text{ kg/cm}^2$ 位になると発振し勝ちになるし、新しい間は $\frac{h_c}{2} > h$ で (ii) の場合となる。

(ii) $\frac{h_c - h}{h} > 1$ 即ち $0 < h < \frac{h_c}{2}$ の場合

減衰の小さい時だけ発振の可能性があるが、発振可能な振動数範囲は狭い。また h/h_c が小さくなる程発振し難くなる。パッキンが新しい間は硬く、内外径ともに小さくて h_c は h に比してずっと大きいから、 h/h_c が小さくなり減衰とも相俟って発振の可能性は少ない。尚、コックの開度を大きくして第4図の q を無くせば h_c もなくなるから勿論発振しないことは III の (ii)

にも述べた通りである。

V 発振に対する管長Lの影響

パッキンが古くなって h_c の値が低下すれば発振し易くなるとすれば、どのコックでも発振する筈であるが、実際はパッキンが古くなくても発振しないコックもあり、逆によく発振するコックもある。その原因の1つはコック自体にある。即ち、弁座の外側にある部分③の高さの低いコックは h_c が無いから発振せず、高いものは発振し易いと考へられるが、も1つの原因は管路の長さLにあると思はれるので、齊藤氏の方法⁽⁴⁾に従って調べてみる。そのため、式(6)、(7)の代りに

$$\frac{L}{g} \frac{d(\Delta v)}{dt} = -\Delta h \quad \dots\dots (13)$$

を用いる⁽⁶⁾。または(3)より

$$\frac{d(\Delta v)}{dt} = \frac{v}{h} \frac{d(\Delta h)}{dt} - \frac{v}{s} \dot{u}$$

これを(13)に代入すれば

$$\frac{d(\Delta h)}{dt} = \frac{h}{s} \dot{u} - \frac{hg}{vL} \Delta h \quad \dots\dots (14)$$

(4)より

$$\ddot{u} + \varepsilon\omega_0\dot{u} + \omega_0^2 u = f_T \frac{d(\Delta h)}{dt} \quad \dots\dots (15)$$

(4)と(15)を(14)に代入すれば

$$\ddot{u} + \left(\varepsilon\omega_0 + \frac{hg}{vL}\right)\dot{u} + \left(\omega_0^2 - \frac{f_T h}{s} + \frac{hg\varepsilon\omega_0}{vL}\right)u + \frac{hg}{vL} \omega_0^2 u = 0$$

これに(10)を代入すれば

$$\lambda^3 + R\lambda^2 + S\lambda + T = 0 \quad \dots\dots (16)$$

ここに

$$R = \varepsilon\omega_0 + \frac{hg}{vL}$$

$$S = \omega_0^2 - \frac{f_T h}{s} + \frac{hg}{vL} \varepsilon\omega_0 = \frac{f_T (h_c - 2h)}{s} + \frac{hg}{vL} \varepsilon\omega_0$$

$$T = \frac{hg}{vL} \omega_0^2 = \frac{hg}{vL} \times \frac{f_T (h_c - h)}{s}$$

明らかに $R > 0$, $T > 0$ であるから、Routh の定理⁽⁶⁾によれば $RS < T$ の時に系は不安定である。よって $y = RS - T$ とおき、 $y < 0$ ならしめる管長Lを求めれば、そのLの時に発振可能ということになる。さて、

$$y = \frac{1}{(vL)^2 s} [\varepsilon\omega_0 v^2 f_T (h_c - 2h) L^2 + vhg (\varepsilon^2 \omega_0^2 s - f_T h) L + (hg)^2 s \varepsilon\omega_0] \quad \dots\dots (17)$$

この式の〔 〕内はLについての2次式であり、Lを横軸としたyの曲線は放物線になることから次の結果を得る。但し

$$\frac{(\varepsilon\omega_0)^2 s}{f_T h_c} = m, \quad \frac{h}{h_c} = \nu$$

とおいてある。

(i) $h_c/2 < h < h_c$ 即ち $1/2 < \nu < 1$ の場合。

$L > L_3$ ならば発振可能である。ここに

$$L_3 = \frac{hg}{2\varepsilon\omega_0\nu} \times \frac{m-\nu + \sqrt{(m-\nu)^2 + 4m(2\nu-1)}}{2\nu-1}$$

つまり $h > h_c/2$ であっても更に $L > L_3$ が満足されなければ発振しないのであるから、取付位置によって、発振し易いコックとそうでないコックとがあるわけである。

(ii) $0 < h < h_c/2$ 即ち $0 < \nu < 1/2$ の場合。

$L_2 < L < L_1$ ならば発振可能である。ここに、

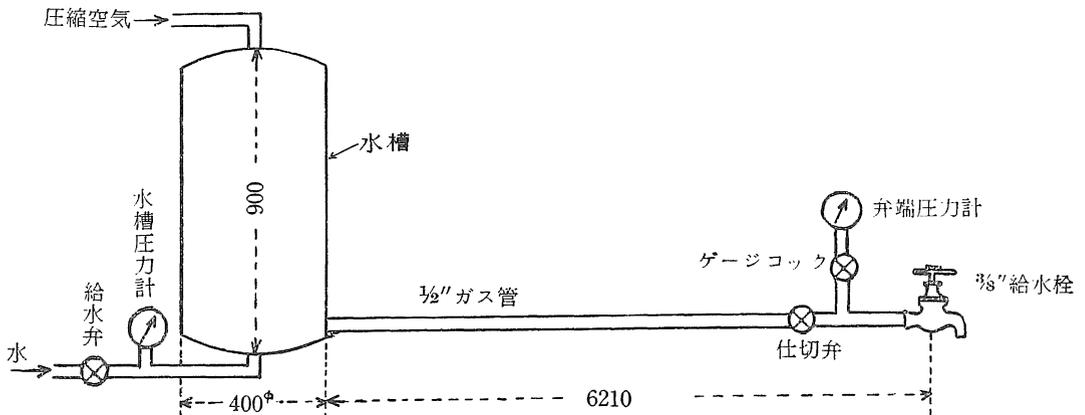
$$L_1 = \frac{hg}{2\varepsilon\omega_0\nu} \times \frac{\nu-m + \sqrt{(\nu-m)^2 - 4m(1-2\nu)}}{1-2\nu}$$

$$L_2 = \frac{hg}{2\varepsilon\omega_0\nu} \times \frac{\nu-m - \sqrt{(\nu-m)^2 - 4m(1-2\nu)}}{1-2\nu}$$

つまり、 $h < \frac{h_c}{2}$ の時は減衰が小さくなければ発振し難い上に、更に $L_2 < L < L_1$ のようにコックから本管までの配管の長さ L が適当でないと発振の可能性がないわけで、いずれにしてもこの場合は発振し難い。従って実際に発振するのは殆んど皆(i)の場合であろう。

VI 実 験

実験装置の概要を第10図に示す。現在は計器不足のため実験の目標をコックの静特性測定と、IVの結果の定性的確認においた。結果は第5, 7図に示したように、発振開始点は必ず静特性曲線の極大点Bと締切点Cとの間にあった。これはIV及びVの所説を裏付けるものと思われる。



第10図

VII 結 論

水道給水栓は一見、水圧の増加と共にその開度を増す型の弁⁽⁹⁾のように思えるけれども、パッキンが古くなると、水圧のため内側から膨張させられて流路を狭め、水圧の増加と共に開度を減ずる型の弁⁽⁹⁾になるために発振し易いこと、及び本管からコックまでの配管の長さも発振に関係があることが分った。

このような自励振動を防ぐには、硬質で外径の小さいパッキンを用いて、締切圧力 h_c を常用水圧 h よりもずっと高くしてやればよいのであるが、パッキンは古くなると軟く大きくなって h_c が下り勝ちになるから、抜本的にはコックの内部の③の部分（第1, 4図）を低くして h_c を無くしてしまえばよい。

有益な御助言と貴重な文献その他を賜った東大工学部藤井澄二教授、調査その他に便宜を与えられた松江市水道課の諸氏、ならびに実験をやっていただいた島大教育学部大国博昭助手と学生郷原弘充君に厚く御礼申し上げます。

文 献

- (1) 鵜 沢 高 吉：平板円形弁の振動の1例について 日本機械学会論文集 26巻 171号（昭35）
- (2) 藤 井 澄 二：振動弁による液体柱の励振第1 2 3報 日本機械学会論文集 18巻 66号（昭27） // 18巻 73号（昭27） 日本機械学会論文集 21巻 105号（昭30）
- (3) チモシエンコ 谷下・渡辺訳：工業振動学 p. 388（商工出版）
- (4) 齊 藤 孝 基：油圧制御弁管路の自励振動 日本機械学会誌 64巻 515号（昭36）
- (5) 藤 井 澄 二：機械力学 p. 116（共立出版）
- (6) 津 田 公 一：機械力学 p. 156（山海堂）