

一次方程式の指導についての一考察

— 文章題から立式の指導を通して —

宮 本 弘 和

I はじめに

「計算問題はいいけど、文章題は苦手です。」「文章題は図を書かなくてはいけないから…。」という声をよく耳にする。そういう声を聞くたびに「文章題はこういうふうにして解くのですよ。」とか「図はこういう図を使うとわかりやすいですよ。」ということ教師から生徒への一方的な知識の伝達の形で授業を行ってきたように思う。

本来、一人ひとりの生徒には、「難しい問題」「苦手な問題」にぶつかると、何とか自分の力で解決したいという思いがあるにもかかわらず、一つの枠にはめてしまってきたように思う。

そこで、生徒一人ひとりが「自分はこういうふう考えたのだ。」「自分はこういう図を使って考えたのだ。」という気持ちを大切に、成就感のある文章題の指導を考えてみたい。

II 研究のねらい

本研究は、一次方程式の利用（1年）の単元における文章題の解法の過程において、生徒一人ひとりの発想や考えを大切にすることによって、生徒が自らの力で解決しようとする意欲を増し、さらには問題解決の成就感が得られるのではないだろうかということを考察しようとしたものである。

III 研究の基盤

生徒に文章題の意識（どう思っているのか）[資料1]を聞いてみると、嫌いな理由は、「文章から式を作るのが難しい」「ややこしい」「時間がかかる」「図を書くのが苦手」「問題のタイプによる」ということである。反対に好きな生徒に聞いてみると、「自分の力で解いた時気持ちがいい」「自分なりの式が作れる」「自分で考えた図が使えるので楽しい」ということである。これら生徒の感想を考えたとき、嫌いな生徒の意識の中には何か「やらされている」という気持ちが強いような気がする。つまり、文章題の解法の過程においてすべて正解（一つの図、一つの式）がありその正解を追い求めるがために「苦しい」「面白くない」ということになっているのではないだろうか。そうではなく、好きな生徒のように自分流の図で、自分流の式で挑戦してよいのである。それがどこからか混乱してしまい、一つの正解と追い掛けっことに終始してしまうところに問題があるように思われる。

私自身の指導をふり返ってみたとき、一つの答えが生徒から出てきたとき（最悪の場合は教師が説明してしまう）それが、あたかも絶対であるような、また、それしかないような雰囲気をつくってしまい、別な方法を考えていた生徒をおきざりにしてしまっているように思う。そして、その繰り返すと積み重ねが自ら考える力を減退させ、やがては「文章題は嫌いである」という気持ちにさせ

ているのではないだろうか。

そこで、一次方程式の利用という単元において、一人ひとりの生徒が意欲を持って問題解決に取り組む成就感が得られるような指導の試みについて述べてみたい。

[資料1] 文章題に関するアンケート結果

文章題を解くことについてどう思いますか。該当する記号に○をつけて下さい。また、そのわけを書いて下さい。

ア 文章題は好き(得意)である イ 文章題は嫌い(苦手)である

ウ どちらともいえない。

| | | | |
|-----------|---|----|---|
| 上位 60人 | ア | 20 | 難しいほど面白い。解いたときうれしい。 |
| | イ | 18 | 文章から式を作るのが難しい。ややこしい。時間がかかる。 |
| | ウ | 22 | 問題のタイプによる。 |
| 中位 56人 | ア | 13 | 難しいほど楽しい。解いたとき気持ちがよい。図などを使うから楽しい。自分流で式が作れる。 |
| | イ | 20 | 文章から式を作るのが難しい。文章を読みとるのが苦手。図を書くのが苦手。 |
| | ウ | 23 | 問題のタイプによる。簡単な問題ならよい。 |
| 下位 40人 | ア | 7 | 自分なりに式が作れる。図を作るのが好き。 |
| | イ | 22 | 文章から式を作るのが難しい。文章を読みとるのが苦手。 |
| | ウ | 11 | 簡単な問題ならよい。 |

このアンケートは、文章題に対する生徒の意識をより具体的に把握しようと思い、一次方程式の利用に入る前に実施したものである。(上位、中位、下位は数学1学期中間テストによる)

Ⅳ 実際の取り組みと考察

(1) 一次方程式を使って問題を解く手順のマニュアル化

やや親切すぎるような感じもするが、生徒の実態を考えた場合、何をどう考えていけばよいのかということがある程度はっきりとしていたほうがよいのではないかと(特に下位の生徒にとって、文章の読解力の弱い生徒にとって)という思いから、次のようなマニュアル[資料2]を作ってみた。また、文章題を解く場合、解が問題にあっているかどうかを確認することが大切であることを意識させたいということもある。そして、ソフトクリアケースに入れていつでも参考にできるようにしてみた。

もちろん生徒には、一つの手順であり、この順番で必ず解かなければいけないということではないことを話して渡した。

生徒の感想から

私は、解くだけ解いたらもう一度ふり返るといことがなかなかできなかったがこれを使うとそれができてよかった。 A子

いままで何気なく文章題を解いていたけど手順があるとまちがいの確率が少ないので安心してできました Y子

あまり見なかったけど、わかりにくい問題を解くときには、充分役に立った H男

私にとっては方程式を書いてだんだんこんな感じかなと予想してから図を書き、確かめるほうがやりやすい (簡単な問題の場合) M子

[資料2]

方程式を使って問題を解く手順

- (1) 問題をよく読んで分かっていること、問題の中の数量を取りだし整理する。

ウーンなるほどな

赤でアンダーライン

- (2) それらの数量の関係を調べる

- ① 等しい関係にある2つの数量はないか。
② 1つ数量が2通りの方法で表現してないか。

図を心をこめて

- (3) 適当な数量を文字で表す。(方程式の立てやすい解きやすい量)

何をxにすればよいか

ここががんばりどころ

- (4) 等しい数量関係を方程式で表す。

等しい量を=で結ぶ。

- (5) 方程式を解いて解を求める。

ヤッター まだ安心するのは早い

- (6) その解が、問題の内容にあうかどうかを確かめ答えを出します。

たいいんすばらしい てもらえます

(1) → (2) → (3) → (4) → (5) → (6)

- (2) 生徒自らが意欲的に問題解決に取り組み、成就感が得られるような指導の工夫

① 学習課題について

生徒の実態を考え、どのような課題を提示するのかということが問題になってくる。「難しい問題で手応えのある問題がよい。」という生徒もいれば、「簡単な問題がよい。」という生徒もいる。

今回の取り組みでは、課題のレベル的にはあまり難しい問題にならないようにし、むしろいろいろな図が表現できたり、いろいろな方法で解くことができるような問題、そして、問

題のタイプに配慮して提供してみた。

問題Ⅰ

兄は780円、弟は630円持っていたが、兄も同じ本を買ったので、兄の残金は弟の残金の2倍になったという。
本代はいくらか。

問題Ⅱ

何人かの子どもに鉛筆を配ろうと思います。5本ずつ配ると12個余り、6本ずつ配ると3本足りないという。
子どもの人数を求めなさい。

問題Ⅲ

太郎君がA町からB町までを往復するのに、行きは時速4kmで歩いて、帰りは時速36kmのバスで5時間かかりました。
AB間の道のりを求めなさい。

問題Ⅳ

7%の食塩水500gに水を加えて4%の食塩水を作りたい。水を何g加えればよいか。

② 生徒一人ひとりが主体的に学習に取り組むための方策

今回の実践は、生徒の考えや発想を大切にすることによって、とかく生徒から敬遠されがちな文章題をなんとか自分流の図で、自分流の式で解決することができ、また、それで満足することなく別の方法も考えていこうとすることによって、他の場面においても自らの力で深く追求する姿勢が育つことへの取り組みである。

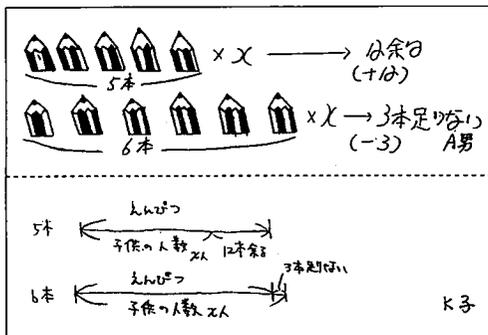
そのためには、まず、生徒に問題を解くための十分な時間を与えることが必要だと思い、上記の問題を1時間の授業で1問ということにして、授業の後半(20分~30分)に設定し、そして資料3のような解答用紙(B4の左に自分の考え、右に友達の考え)を配布した。(2)~(6)のポイント特に(3)、(6)を押えることの必要性が自然に身につき、また、友達の考えをしっかりと聞いてそれを記録することによって、自分の考えをふり返ったり、深く追求したりすることができるのではないかと考えたからである。

るときは  を押し、それが2個で  **たいへんすばらしい** を1個押すということにした。
 また、それを定期テストに加味することにしたのであるが、意外に効果があったように思われ、「一つわかった」とか「二つわかった」とか言いながら一生懸命取り組んでいた。

[資料4] 下の図および式は問題Ⅱと問題Ⅲについて生徒から出された解答である。

問題Ⅱ

子どもの人数を x 人として



5本 $\times x \rightarrow$ 余裕 (+12)
 6本 $\times x \rightarrow$ 3本足りな (−3) A男

| 1人分 | 人数 | 不足 |
|-----|----|----|
| 4本 | 5人 | −3 |
| 4本 | 6人 | −2 |

5 × 人数 (x) 12 > 2 × 人数 (x) 3子

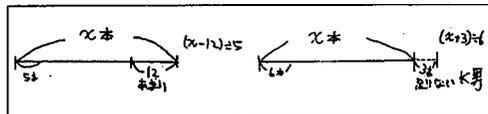
$$5x + 12 = 6x - 3$$

$$5x + 12 = 6x - 3$$

$$5x - 6x = -3 - 12$$

$$x = 15 \text{ 子}$$

鉛筆の本数を x 本として



$$\frac{x-12}{5} = \frac{x+3}{6}$$

$$6x - 72 = 5x + 15$$

$$6x - 5x = 15 + 72$$

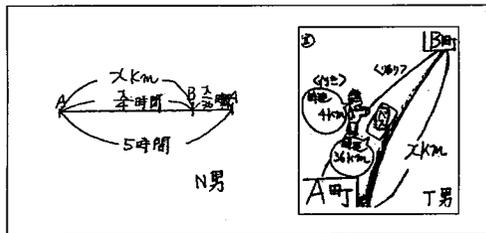
$$x = 87$$

$$(87-12) \div 5 = 15$$

$$(87+3) \div 6 = 15 \text{ 男}$$

問題Ⅲ

AB間の道のりを x kmとして



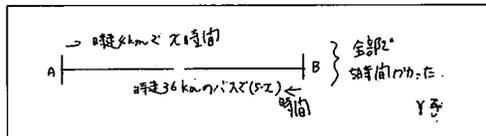
$$\frac{x}{4} + \frac{x}{6} = 5$$

$$9x + 2x = 180$$

$$10x = 180$$

$$x = 18 \text{ 男}$$

行きにかかった時間を x として



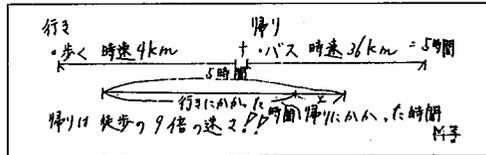
$$4x + 5 = 18 \text{ (km)}$$

$$4x = 13$$

$$x = 3.25$$

行きは17.5時間
 行きは18時間

帰りにかかった時間を x として



$$9x + x = 5$$

$$10x = 5$$

$$(0.5 \text{ 時間})x = 0.5$$

$$\frac{2}{4} \times \frac{36}{4} = 18$$

$$5 \text{ 時間} - 30 \text{ 分} = 4 \text{ 時間 } 30 \text{ 分} \quad \text{M子}$$

この他にも工夫の跡がうかがえる解答がたくさん提出された。全員の解答を発表、掲示することはできなかったが、1時間ごとに生徒一人ひとりの努力の跡を評価し、次への意欲につながるようにした。

③ 問題作り

今回の実践では、方程式の利用に5時間組んでみたが、1時間1問ということで問題数が少ないという感はいなめない。そこで、B4横半分の左に問題とその問題を解くときの解答欄、右に解説を書くことができる問題作成用紙を使って生徒が問題を作り、できた問題はクラスごとに印刷をし、一冊の問題集として問題練習に利用した。教科書や参考書の問題とちがって、自分や友達の作った問題は前向きに取り組むことができ、一人ひとりの存在をお互いに認め合うことができたように思う。



以下生徒の作った問題の一部を紹介してみたい。

仕入値が15円の卵が x 個ありました。ところが、その中の13個を割ってしまい、残りの卵を18円で売ったら666円の利益になりました。もとあった卵の数はいくつだったのでしょうか。

F子

ある山を毎分50mの速さで登り、頂上で20分休み、下りを毎分60mの速さで下りた。次の日同じ山を毎分60mの速さで登り、頂上で30分休んで下りを毎分70mの速さで下りたら前日よりも1時間はやかった。この山の片道は何kmか。

Y男

赤の椅子が75脚と緑の椅子が24脚ありましたが、希望を聞いてみると緑が足りなくなり赤をいくつか緑に塗りかえたら赤は緑の2倍になりました。いくつ塗りかえて赤と緑の椅子はそれぞれいくつになったでしょう。

E子

理科の実験に必要な10%の食塩水500gをつくりました。しかし、それで食塩がなくなってしまうました。次の実験には50%の食塩水が必要です。はじめの食塩水から何g蒸発させれば次の実験ができるでしょう。

T男

V 考察と今後の課題

(1) 一次方程式を使って問題を解く手順のマニュアル化

文章題を方程式を使って解く手順の上でいくつか押さえてほしいポイントがある。(特に1年生[資料2]でいうと(3)、(6)。)そして、生徒によってはこういうマニュアルがあることによって文章題がスムーズに考えることができるのではないかと思い提出してみた。ただ、こういう手順を提示することによって必ずこれに従わなければいけないという意識が働く心配もある。したがって、生徒の自由な思考の妨げにならないような提示の仕方が問題になるようであろう。(生徒の感想では好評であった。[資料2 生徒の感想から])

(2) 学習課題について

今回の実践では課題のレベルはあまり難しい問題にならないようにし、いろいろな図で表現できたり、2通り以上の方法で解けるような問題、そして、問題のタイプに配慮して提示した。その結果として生徒の反応を見ると、問題Ⅲ、Ⅳに苦勞していた。問題Ⅲは時間と距離と速さの問題、問題Ⅳは食塩の濃度の問題である。

時間、距離、速さの問題や食塩の濃度の問題は構造がつかみにくく難しいということなのかもしれない。それだけに問題を図式化したりすることがより大切になってくる。また、この種類の問題に馴れる必要もある。今回の実践ではその部分を問題作りによって補ってみた。

(3) 生徒一人ひとりが主体的に学習に取り組むための方策

今回の実践でめざしたのは、問題を解く楽しさ、解けたときの成就感のある学習である。そのために配慮したのは問題を解くための時間を十分に、解答用紙の工夫、発表の仕方、個人の努力に対する評価などである。

教師からの一方的な指導にならないためには、個人学習(試行錯誤)の時間を保障することが大切ではないだろうか。そこで、個人差への配慮という点や別な方法へも挑戦させるため、20分～30分セットしてみた。さらに時間が不足する生徒には、家庭でも挑戦できるように授業の後半にセットしてみた。授業後の感想では、ほとんどの生徒は充分であったと述べている。

また、生徒一人ひとりが自分流の方法で取り組んだ結果を(生徒対生徒、教師対生徒)称賛・評価することが次への意欲につながり、自分の力で解く楽しさ、満足感につながっていくと思う。そういう面からTP、OHPでの発表はたくさんの考えを紹介できるし、時間の節約にもなった。

解答用紙については、いろいろな方法が記入できるような工夫と、友達の考えを記入する欄も自分と違うところを要点だけを記入できるような形式が望ましいであろう。

(4) 問題作り

問題作りの効果について今回の実践を通して気がついたことは、生徒たちが日常の事象をたくみにとらえて問題を作っているということである。既製の問題は数理的に整っており日常的な事象と離れてしまっているという感はいなめない。そういう点から見ると生徒が自ら作った問題は親しみがあり、抽象的な世界と身近な現実の世界とを結びつけるのに有効であると思う。

最後に授業後の生徒の感想を紹介してしめくくりとしたい。

私は、一つの方法で解けたらもういいみたいな考え方で、二つめの方法を考えたりしなかったんだけど、これからはもう少しねばり強くぶつかっていきたい。 M子

振り返ると、私は応用問題がと一っても嫌いで苦手だったのに、方程式を使って少し好きになったし、楽に解けるようになった。この学習で応用問題への見方が変わったと思う。 F子

数学というのは一問のめりこんでしまうと、自分が納得できるまで頭の中から離れずすっきりできないところが、マイナスでありプラスであると思う。でも、今はそういうところが楽しいとわかるようになった。 A男

〈主な参考文献〉

- ・島根大学教育学部附属中学校 「自ら学ぶ力」を育てる学習指導 「第33回研究協議会発表要領」
- ・島根大学教育学部附属中学校 「研究紀要第30号」
- ・生徒の問題作りを生かした授業展開 「数学教育1990 No.385」 明治図書
- ・西田雄行 「学校現場における実証的な教育研究の進め方と論文の書き方」 東洋館出版社