

### 3 糧波による固体及び液体の誘電特性

竹本 將 森 弘

#### 緒 言

筆者の一人はこれまで 10 cm 及び 6 cm のマイクロ波を用いて固体及び液体の誘電測定をなして来たが、本稿は此等誘電測定の一環をなすものである。

マイクロ波の領域になると従來の集中定数的な考え方が出来なくなるから、先ず複素誘電率及び  $\tan \delta$  の概念を一般的な電磁場の立場から導いて置こう。ここで取扱う物質はすべて Maxwell の方程式を線型にするものに限って置く。 $e^{j\omega t}$  に従って時間的に変化する電磁場内に置かれた誘電体には次式に示す密度の電流が流れる。以下単位は MKS 系を用いる。

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= \sigma \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \left( \epsilon - j \frac{\sigma}{\omega} \right) j\omega \mathbf{E} \\ &= \epsilon_0 \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_0} - j \frac{\delta}{\epsilon_0 \omega} \right) j\omega \mathbf{E} \\ &= \epsilon_0 (\epsilon' - j\epsilon'') j\omega \mathbf{E} = \epsilon^* j\omega \mathbf{E} \\ &= \epsilon_0 \epsilon' (1 - j \tan \delta) j\omega \mathbf{E} \end{aligned}$$

茲に  $\epsilon^* = \epsilon_0 (\epsilon' - j\epsilon'')$ ; Complex dielectric Constant

$\epsilon' = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$ ; relative dielectric constant.

$\tan \delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'}$ ; loss tangent.

$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$  farad/meter. 眞空誘電率

又  $\mathbf{J}_c = \epsilon_0 \epsilon' j\omega \mathbf{E}$ ; charge current density

$\mathbf{J}_l = \epsilon_0 \epsilon'' \omega \mathbf{E}$ ; loss Current density

次に電圧 (或は  $\mathbf{E}$ )、電流の位相関係を図示 (第一図) すると、明かに

$$\tan \delta = \frac{|\mathbf{J}_l|}{|\mathbf{J}_c|} = \frac{\epsilon''}{\epsilon'}$$

故に  $\sigma = 0$  即ち損失が無い理想的誘電体の場合には、 $\tan \delta = 0$  となる。それ故に  $\tan \delta$  なる量を以て電磁波が誘電体中を傳播する時誘電体損失を表わす尺度と見做すことが出来る。このエネルギー損失は誘電体中に熱となつて現われる。此等  $\epsilon$  及び  $\tan \delta$  の測定が電氣材料の問題として工業的に必要缺くべからざるものであり、又科学的には分子構造研究の有力な手段の一つであることは今更喋々の要はないであろう。

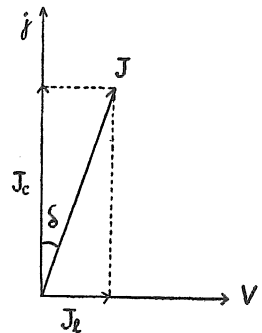
#### 1. 測定理論

##### (1) 檢波特性

鉍石檢波器の  $i-v$  静特性を  $v$  について展開して次のようにおく。

$$i = av + bv^2 + cv^3 + \dots$$

角周波数  $\omega$  の電波が加えられ、鉍石の負荷抵抗  $R$  には直流  $I$  だけが流れるとすると、鉍



第 1 図

石の両端には静電位差  $-RI$  が在るので

$v = \sqrt{2} E \sin \omega t - RI$  となる。電流の時間平均を  $\bar{i}$  で表わすと、

$$I = \bar{i} = a(\sqrt{2} E \sin \omega t - RI) + b(\sqrt{2} E \sin \omega t - RI)^2 + \dots$$

$$\overline{\sin \omega t} = 0, \quad \overline{\sin^2 \omega t} = \frac{1}{2}, \quad \overline{\sin^3 \omega t} = 0, \quad \dots$$

であるから

$$I = -aRI + bE^2 + bR^2I^2 + \dots$$

実際には  $aRI \sim bE^2$  であつて、 $bR^2I^2$  は微小入力に対しては  $E^4$  の項と同じ程度の微量となるので、之を無視すれば

$$I = -aRI + bE^2$$

$$\therefore I = \frac{bE^2}{aR + 1} \quad \text{即ち} \quad I \propto E^2$$

高周波印加電圧が大きくなると

$$I \propto E^n, \quad n = 1 \sim 2.5 \text{ となる。}$$

## (2) 誘電特性

(a) は Sample の後面を金属反射板で閉ず。(Short circuit)。(b) は Sample の後面を空気室にして金属反射板で閉ず。(b) の場合に於て Sample の表面での反射係数  $\Gamma_1$  は H 波について

$$\Gamma_1 = - \left[ \frac{(1-Z) - (1+Z)\Gamma_2}{(1+Z) - (1-Z)\Gamma_2} \right]$$

となり、Sample の後面での反射係数は

$$\Gamma_2 = - \left[ \frac{\left(1 - \frac{1}{Z}\right) + \left(1 + \frac{1}{Z}\right) \exp(-j4\pi L/\lambda_g)}{\left(1 + \frac{1}{Z}\right) + \left(1 - \frac{1}{Z}\right) \exp(-j4\pi L/\lambda_g)} \right] \exp(-jkl)$$

で與えられる。

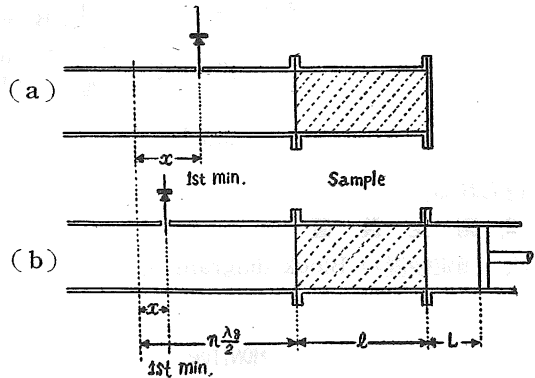
ここに  $Z$  は Sample の表面から load side を見た normalized wave impedance である。(b) に於て  $L = 0$  の時が (a) の場合となるが、 $L = \frac{\lambda_g}{2}, \lambda_g, 2\lambda_g, \dots$  は何れも (a) の場合に相当する筈、又 impedance  $Z_0$  は此等の場合に於て等しかるべきである。一方  $Z_0$  は次式で與えられる。

$$Z_0 = \frac{1 + \Gamma_1}{1 - \Gamma_1} = \frac{1 + j\rho \tan \theta}{\rho + j \tan \theta}$$

茲に  $\theta = \frac{2\pi}{\lambda_g} \cdot x$ ,  $\rho = \frac{E_{\max}}{E_{\min}}$  (V.S.W.R.)

$x$  は試料表面から  $n \frac{\lambda_g}{2}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) の距離の点から試料に向つて 1st minimum までの距離である。

次に  $L = 0$  及び  $L = \frac{\lambda_g}{4}$  の場合の impedance を夫々  $Z_s, Z_0$  とすると



第 2 図

$$Z_S = Z \left[ \frac{1 - \exp(-j2kl)}{1 + \exp(-j2kl)} \right] = \frac{1 + j\rho_1 \tan \theta_1}{\rho_1 + j \tan \theta_1}$$

$$Z_0 = Z \left[ \frac{1 + \exp(-j2kl)}{1 - \exp(-j2kl)} \right] = \frac{1 + j\rho_2 \tan \theta_2}{\rho_2 + j \tan \theta_2}$$

故に  $Z_S Z_0 = Z^2$

即ち  $Z = \sqrt{Z_S Z_0}$  となって試料の長さに依らない。一方

$$Z = \left[ \frac{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}{\epsilon' - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2 - j\epsilon''} \right]^{\frac{1}{2}}$$

となるから、real part と imaginary part に分け

$$A = \rho_1 \rho_2 - \tan \theta_1 \tan \theta_2$$

$$B = 1 - \rho_1 \rho_2 \tan \theta_1 \tan \theta_2$$

$$C = \rho_1 \tan \theta_1 + \rho_2 \tan \theta_2$$

$$D = \rho_1 \tan \theta_2 + \rho_2 \tan \theta_1$$

と置くと

$$\epsilon' = \left[ 1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2 \right] \left[ \frac{AB + CD}{B^2 + C^2} \right] + \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2$$

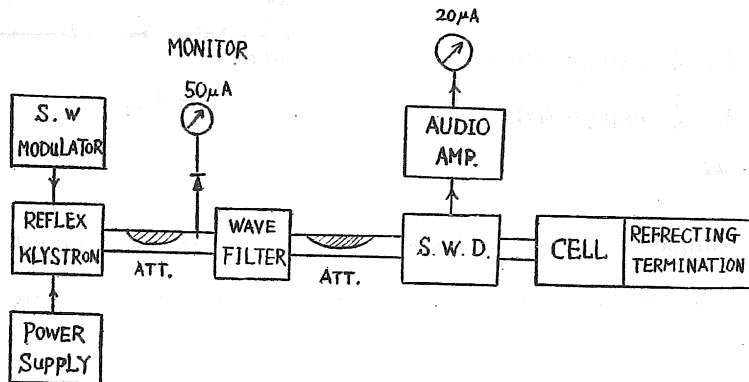
$$\epsilon'' = \left[ 1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2 \right] \left[ \frac{AC - BD}{B^2 + C^2} \right]$$

$$\tan \delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'}$$

が得られる。

## 2. 測定装置

次に測定装置の Block diagram を示す。



第 3 図

(1) Waveguide: 切口 2.50 cm × 1.25 cm の矩形導波管。

TE<sub>10</sub>-mode を使用。材料は厚さ 5 mm の真鍮板を用い内面に銀メッキを施した。

(2) S.W.D.: Probe の移動はネジ送り式とし又 Probe の長さもネジにより微細調整が出来るようにした。尚空洞共振部を具え、ピストンに依り impedance matching をとることが出来る。目盛は遊尺により  $\frac{1}{20}$  mm まで読取り得る様にしたが出来れば  $\frac{1}{100}$  mm まで読み得る精密級のものが望ましい。

- (3) Klystron: 2 K 25, 723 A, ( $\sim 10^4$  MC).
- (4) Filter: TE<sub>012</sub>-mode に共振する矩形空洞共振器。
- (5) Cell: 長さ 3 cm 及び 5 cm。内面銀メッキ。
- (6) Crystal rectifier: 1 N 23, 1 N 31. (Si-W)
- (7) Modulator: Klystron 反射電極にかける矩形波発振器で multivibrator。6SN7-6V6。出力 0-40 V。周波数 50-330C。
- (8) Audio-frequency Amplifier: 6SJ7-6SJ7-6V6-6H6-20  $\mu$ A。
- (9) Reflecting termination: Short の場合は銀メッキした真鍮板を, open の場合にはネジ送り式にピストンを動かし試料の後面からの距離を正しく  $\frac{\lambda_g}{4}$  に保つ。
- (10) Crystal Currentmeter: 20 microammeter.
- (11) Power Supply: 定電圧放電管 VR150/50 を 4 個使った普通のエリミネーター式。空洞, 反射電極共 300 Volt までかけることが出来る。
- (12) Slot: 長さ 17 cm, 巾 3 mm, 厚さ 5 mm。此等の dimension は slot の部分に手を触れて見てメーターの偏れがないように選べばよい。

### 3. 測定法

信用ある測定値を得るためには, 装置の各部の特性を正確に知っていなければならない。筆者等は次の数項目に就て慎重な測定を行った。

- (1) Crystal の検波特性が自乗検波かどうかを先ず調べて置かねばならない。それには

$$i = kE^\alpha = k'(\sin \omega t)^\alpha = k' \left( \sin \frac{2\pi}{\lambda_g} x \right)^\alpha$$

$$\log i = \log k' + \alpha \log \sin \left( \frac{2\pi}{\lambda_g} x \right)$$

となるから, この  $i, x$  を測定すれば直線の傾斜から  $\alpha$  が決まる。我々の場合には後に見るように  $\alpha \approx 2$  となり自乗検波をなしていることが分った。

(2) 導波管中の定在波は Sine Wave をなしている筈であるから, 導波管中の電場の強さ  $E$  と Scale reading の関係が殆ど Sine curve になる様な状態で測定を行わねばならない。それには Probe の長さを適当に短くし又 S. W. D. の Matching を正確にとって, この部からの反射を出来るだけ少くしなければならぬ。低周波増巾器の増巾特性は勿論 linear であることが望ましい。

(3) 波長の決定は精密空洞波長計の製作が後れたため, 管内波長の測定から較正した。

(4) 全体の総合特性として, 長さの異なる試料を用いて normalized wave impedance 或は誘電率  $\epsilon'$ ,  $\tan \delta$  が等しくなるかどうか, 又 open circuit の時,  $L = \frac{1}{2} \lambda_g$  のときと short circuit のときとで同じ impedance を與えるか否かを調べた。

### 4. 測定結果

(1) crystal の検波特性 (第 4 図)。

直線 (I) は検波電流の max. 18.6  $\mu$ A, 直線 (II) は検波電流の max. 11  $\mu$ A の場合で, (I) では  $\alpha \approx 1.5$  (II) では  $\alpha \approx 2$  となっている。IN 23 は直接検波電流が 10  $\mu$ A 以下ならば大体自乗検波をなすものと見てよい。

(2) 検波増巾綜合特性 (第5図)

(3) Open Circuit に於ける L の変化による impedance の変化。試料は杉材を使用。

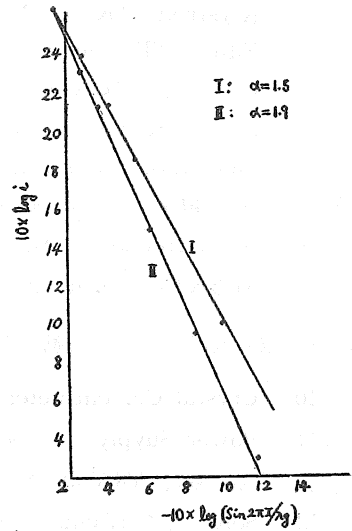
$L=0 \quad |Z|=0.98$

$L \doteq 9.7 \text{ mm} \doteq \frac{1}{4} \lambda_g \quad |Z|=0.62$

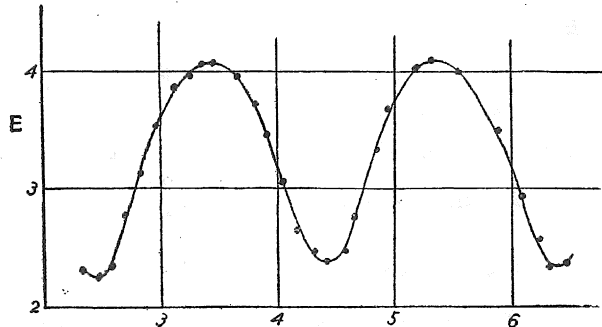
$L \doteq 19.5 \text{ mm} \doteq \frac{1}{2} \lambda_g \quad |Z|=1.00$

$L \doteq 29 \text{ mm} \doteq \frac{3}{4} \lambda_g \quad |Z|=0.62$

但し、 $\lambda_g = 3.880 \text{ cm}$ 。此等の値から分る如く、略理論の要求通り動作していると見てよい。



第4図



SCALE REDING

第5図

(試材: 杉材)

[i] 木材の誘電特性

(4) 次に若干の物質の誘電特性の測定結果を掲げる。

第1表

材名	$\lambda = 3 \text{ cm}$						$\lambda = 6 \text{ cm}$		
	$\rho_0$	$\rho_s$	$\epsilon'$	$\tan \delta$	$\lambda_g$ (cm)	測定 回数	比重	$\epsilon'$	$\tan \delta$
檜 (山梨産)	2.91	2.55	1.8	0.18	3,900	5	0.48		
檜 (木曾産)	3.06	2.33	1.7	0.10	3,870	5	0.50	1.7	0.49
檜	2.59	1.76	1.6	0.59	3,884	4	0.65	2.2	0.37
松	2.80	1.12	1.5	0.41	3,890	4	0.52	2.0	0.28
朴	3.08	1.46	1.4	0.46	3,870	2	0.49	1.3	0.28
杉	2.19	2.36	1.3	0.10	3,880	3	0.37	1.5	0.60

〔ii〕 其他の物質。

第 2 表

物 質	$\epsilon'$	$\tan \delta$	$\lambda$
エポナイト	1.9	0.053	3 cm
ベークライ	3.3	0.38	//
樹脂	2.0	0.0003	//
パラフィン	2.2	0.0005	//
ゴム (未加硫)	1.9	0.15	//
コルク	1.9	0.10	//
グリセリン	5.1	0.68	//
ベンゼン	2.3	0.094	//

〔iii〕 試料 (杉材) の長さの変化と誘電特性。

第 3 表

長さ (cm)	$Z_s$	$Z_0$	$Z_s \cdot Z_0$	$\rho_0$	$\rho_s$	$\epsilon'$	$\tan \delta$	$\lambda_g$
3.2	$1.13+0.76j$	$0.61-0.19j$	$0.84+0.25j$	2.38	2.03	1.29	0.16	3,880
3.3	$1.87+0.68j$	$0.42-0.09j$	$0.85+0.12j$	2.46	2.19	1.10	0.16	
3.6	$0.83-0.50j$	$0.52+0.53j$	$0.69+0.18j$	2.61	1.78	1.23	0.18	

## 5. 結 言

導波管の一部に固体又は液体を詰め、その表面の impedance を測定することに依て、 $\epsilon$  及び  $\tan \delta$  を決める一方式 (Short-circuit and Open Circuit method) に就て少々詳細なる検討を試みた次第であるが、 $\tan \delta$  の値が 0.01 程度より小さい物質に対しては、この方式では測定が困難となる。その上導波管の壁及び継目の loss に対す補正がむづかしくなる。この様な場合與えられた長さの試料に対して吸収を最大ならしめる所謂 frequency variation method を採用すべきであるが、発振器の関係上これを行うことが出来なかった。それで loss の少い物質の  $\epsilon$  及び  $\tan \delta$  は空洞共振器を用い、その Q 値及び共振波長の変化から求めるべきである。尙温度の連続的变化に対する誘電特性の変化の様態を調べることは技術的に困難な問題であるが、残された重要な課題の一つであろう。終に臨み本研究に対して絶えず御盡力、御指導を賜った京大高橋勳教授に対し衷心御禮申上げる次第である。

## 文 献

- (1) S. Roberts and A. V. Hippel: J. App. Phys. 17, 7, 610, (1946).
- (2) T. W. Dakin and C. N. Works; J. App. phys. 18, 9, 789, (1947).
- (3) W. H. Surber and G. E. Crouch; J. App. phys. 19, 12, 1130, (1948).
- (4) C. K. Jen: J. App. phys. 19, 7, 649 (1948).
- (5) Montgomery: Technique of Microwave Measurements.
- (6) 竹本將 5.8 cm 波による固体の誘電特性 (山梨大学研究報告第 2 号)  
(1952. 3. 10 受理)