

確率に関する学習指導についての考察

関 稔

I ま え が き

「確率・統計」が一つの指導領域として設けられたのは昭和44年からである。日本数学教育学会誌によれば、この時期に「実験」の位置づけや、統計的確率と数学的確率との扱いなど、その後も繰り返し現われる基本問題がすでにこの時期に出し尽くされたという。日数教の大会などでの発表者も20名をこえる年があったといわれる。昭和52年に指導要領が改訂されてから内容が一部削除され、する時期も3年に移った。その頃から発表数が激減し、研究主題も「導入の工夫」「つまずきの対策」「確率概念の形成」に関わるものがふえている。日数教の大会での発表数も昭和59年では4（確率は2）、昭和60年では「分科会」としてはなくなり、「学習指導法」の分科会の中に2つ見られるだけである。日数教大会昭和60年度の基調発表では、確率・統計について今後の研究課題として次のような点をあげている。

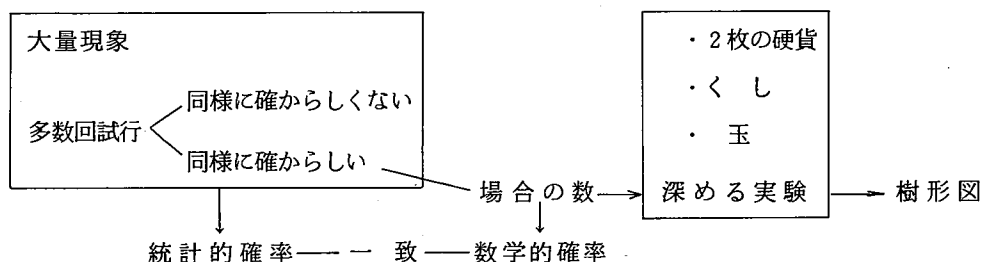
- ① 確率計算にではなく、確率の意味をどう理解させるか。そのための教材開発に重点をおく。
- ② ①の評価方法。
- ③ 実験を効果的に行う器材の開発と、データの有効な処理方法と利用方法。
- ④ 問題解決過程における推論過程の特徴を重要な局面として位置づけ研究。
- ⑤ 事象の無規則性に対する生徒の感覚を明らかにする。

ここ2～3年の発表をみると①～⑤に関しては、次のような状況である。

- ① 「同様に確からしい」多数回試行の実験だけでなく、大量現象や、いかさまサイコロのように同様に確からしくなくて予想しにくい実験をとりあげている。画鋲の実験もその1例である。
- ② 実際に生徒にさせてデータの処理方法から学ばせる重要性和、必ず「予想とその理由→実験→考察の順でさせて、その過程を評価しようとしている。
- ③ 画鋲とサイコロを同時に実験したり、数をふやしたり、マイコンを使って処理・実験をさせたりする例がふえている。
- ④ いくつかの実験を比較してその構造に目を向けさせている。
- ⑤ 確率に入る前にアンケートをとって理解している中味をある程度明らかにする。またそれをもとに問題提起して意識を高めさせていく。

まず確率の学習指導についての困難点は、これにあてられる学習時間が充分でないことである。「確率」と「統計」という2つの内容が入り、それも実験が主になるとどうしても時間数をオーバーしてしまう。それで班ごとの集計をしてしまうのが現実である。そこで実験の工夫が必要になってくる。2つめは、最初概念形成をていねいにしても、場合の数的な計算方法に入るとどうしても計算方法に重きをおいてしまい、最初の概念が崩れてしまう場合が少なくないことである。概念形成する時の場合の数は、もともと簡単な場合が多いので、それほど意識はないが、複雑になってく

るとどうしても場合の数に目を向けすぎ、結果として「サイコロを6回ふれば、必ず1回1の目がでる」という理解に近づいてしまうのである。3つめはどのような順序で教材を組んでいくことが理解に有効であるかということである。しかし、これに関してはいろいろな発表例もあり、だいたいの順序が形づくられてきたように思う。



本研究において取り上げた内容は次のようなものである。

- ◎ 今まで確率のグラフといえば、横軸に試行回数、縦軸に相対度数をとってその安定を示すものであった。しかし実際にやってみると回数が少ないとなかなか安定しないし、やっても階段上になってしまい、どの値に安定すると言いづらい時がある。また回数をふやすために班ごとの集計などをよくするが、厳密には「同じ条件下で」という原則があてはまらなくなり、実験のデータとしての意味もなくなりかねない問題も含んでいる。そこで縦軸に「それがおこった回数」をとってみたらどうなるか。少なくとも班ごとの集計をしたとしてもそれぞれの様子がグラフに残っているから、前よりは自然になってくる。
- ◎ 「同様に確からしい」をさらに深める例として「2枚の硬貨」について考え、実験でもたしかめていくが、それだけでなく、「確率パチンコ」という自作教具をつかって理解をさらに確かなものにする。2枚の硬貨の実験と「確率パチンコ」は構造的には同じものである。その2つを比較することによって理解を深めていく。
- ◎ アンケートの実験だけでなくその結果と、確率に関する話題を積極的になげかけてみる。
- ◎ 「2枚の硬貨」の実験を1つのゴールとして、生徒に興味をもたせながらいろいろな概念を形成し、深めていくのに有効だと思われる1つの指導順序を示す。即ち日数教の今日の研究課題の③、④、⑤の3項目に該当する。

2. 本校の確率の学習指導計画とその実践

(1) 本校における確率の学習指導計画

本校の確率に関する学習指導計画は下表の通りである。

表1. 指導計画

月	単元	題材名	指導目標	指導内容	時数	評価
1	7.	1. 確率 (1) 確率の意味 (2) 確率の求め方 2. 標本調査 (1) 標本調査	A、不確定なことがらの起こる程度を表す数を求めるのに、多数回の試行をおこなうことにより頻度による確率を知る。 A、実験をおこない標本平均が母平均に近いある範囲に現れる確率が高いことを知る。 B、生活体験に密着した個々のデータを正しく理解する。 C、樹形図や表を用いて確率を求めることができる。 C、実験や観察で得た資料から母集団と標本の関係を調べることができる。	・不確定なことがら ・生起についての実験 ・確率の定義 ・簡単な確率の求め方 ・確率の性質 ・全数調査と標本調査 ・標本平均の分布と平均の推定 ・比率の推定	10	a 多数回の試行によって確率の意味を理解する。 ・データの収集方法 ・データの分類 ・データの考察 (実験レポート) b 標本平均と母平均についての実験をする。 ・データの収集 ・データの考察 選挙速報や国勢調査の速報などに興味をもつ。 c 確率を求める。

本校の指導計画の特徴としては、最初に全員にいろいろな実験にとりくませ、たっぷり時間をかけ、それをグラフ化して考察していく点にあると思う。いろんなタイプの実験ができるよう教具もかなりそろえてあり、2～3人のグループでおこなうことができる。多数回試行も相対度数が安定するのに必要な回数を充分確保している。一人一人が関わることができ、楽しみながら学習（実験）を進めることが大切だと考えている。

(2) 確率の学習指導の実践

今回行った確率の「学習指導計画」「目標細目表」は下表の通りである。

表2. 計画

時間	目標	学習活動	備考
	<p>㉔ ㉕ 社会の中で確率がどう利用されているかを具体的に知ることによって興味をおこさせる。</p> <p>㉖ ㉗ 多数回おこなうことによって相対度数が一定の値になることを確かめさせる。</p>	<p>はじめ</p> <p>事前調査の結果を知る</p> <p>社会の中で確率がどう利用されているか考え、いろいろな具体例を知る</p> <p>実験 (1) をする</p> <p>発表</p>	<p>確率に対するみんなの意識を知らせる。</p> <p>---カルダノやパスカルの考えた問題もここで示す。</p> <p>(サイコロと画鋲を紙コップに入れて、片手でやさしく回し、その後コップを開く。画鋲の上向き、または下向き、サイコロの1つの目に注目させ(各自で何に注目するか決める)その相対度数を記録する。 (この前にビュッフォンの針で予想させ何回かおこなって、だいたい一定することを示しておく。もっと回数をふやしてやるのは次の時間にまわす)</p>

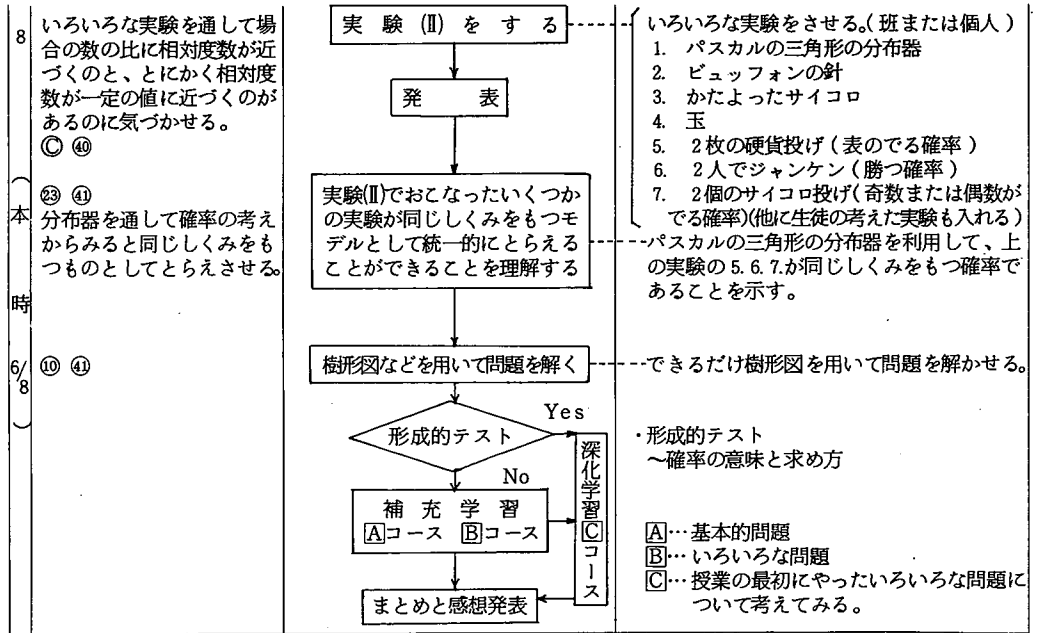


表3. 目標細目表

能力	認 知		学 習 経 過	技 能	情 意
	知 識	理 解			
内容	○用号記号	○概念 ○原理法則	○課題把握 ○見通しをたてる ○確かめる ○一般化・適用	○計算 ○操作 ○作図	○受け入れ ○反応 ○価値づけ
確 率	① 確率 ⑦ 相 対 度 数 ⑧ 確 率 = $\frac{\text{それがおこる回数}}{\text{全体の回数}}$ $0 \leq \text{確率} \leq 1$ ⑨ 確 率 = $\frac{\text{それがおこる場合の数}}{\text{おこりうる場合の数}}$ ⑩ 同様に確からしい ⑪ Aのおこらない確率 = $1 - A$ のおこる確率		⑭ 社会で確率をどのように利用されているかを考える ⑮ 何回か実験をおこなってあることがら何回おこるか調べてみる ⑯ 予想してみる ⑰ 実際にやってみる。さらに実験回数をふやしてみる ⑱ グラフにかいて記録していく ⑲ たくさん実験をおこなうと相対度数が一定の値に近づいていく ⑳ いろいろな実験をしてみる ㉑ 相対度数がどんな値に近づくか予想する ㉒ 回数をふやしてグラフにかいて記録していく ㉓ その値の中で場合の数の比に近づくものがあることに気づく ㉔ いろいろな実験の結果をきいて確かめる ㉕ 場合の数の比で確率を定めていくことができる ㉖ いくつかの実験がパスカルの三角形の分布器とつながりがありそうだ ㉗ 実験結果から説明を考える	⑳ 場合の数の比で確率を求めることができる ㉘ 樹形図を利用して問題を解くことができる	⑳ ずいぶん確率は使われているんだなあ ㉙ そんなに変わりがなさそうだ ㉚ たしかに一定の値に近づくなあ ㉛ そうか、場合の数の比に近づくものもあるんだ

3. 実践上の諸問題とその考察

(1) 導入指導について

① 「同様に確からしい」ということについて

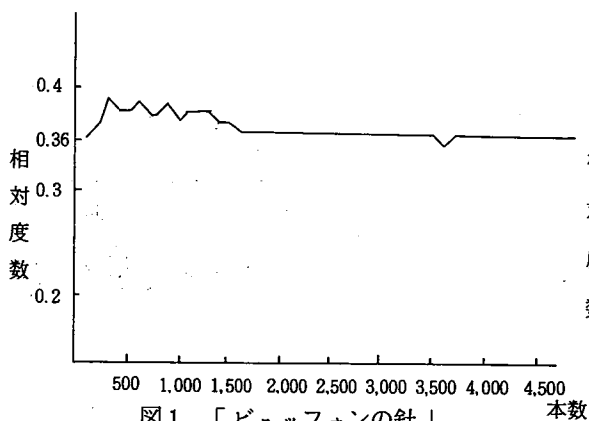


図1. 「ビュッフォンの針」

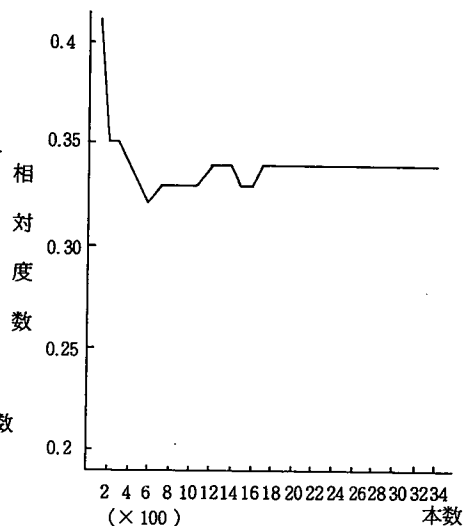
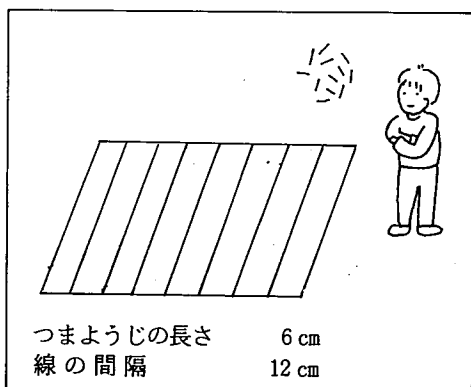


図2. 「ビュッフォンの針」

「統計的確率」の導入として、「ビュッフォンの針」（実際に使ったのはつまようじ）の実験を行った。図1、図2が2つのグループが行った結果である。「偶然が大量に集まると、そこにはなんらかの規則があるらしい」ということを最初のねらいとした。

〈参 考〉



「ビュッフォンの針」

針の長さを l 、平行線の間隔を h とするとき、針が平行線に交わる確率は $\frac{2l}{\pi h}$ になることが証明されている。今の場合 $\frac{2 \times 6}{3.14 \times 12} \approx 0.318$ になる。

さらに統計的確率の例として、「2人がジャンケンをして一方が勝つ確率」や「いかさまサイコロで偶数の目が出る確率」の実験をさせてみた。次の表がその結果である。

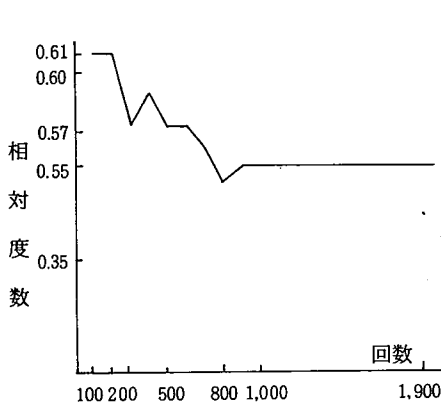


図3. 2人がジャンケンをして一方が勝つ実験

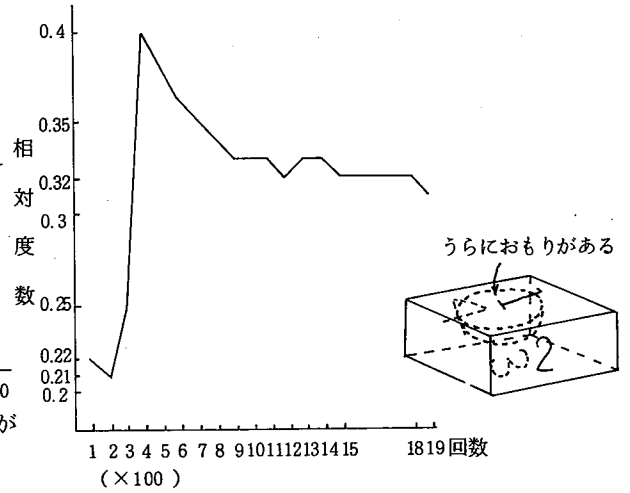


図4. いかさまサイコロで偶数の目がでる実験

「数学的確率」は、サイコロや二十面体や玉を使ってグループごとに実験を行った。ここでは「同様に確からしい」を「特にそれがやすいわけでもなくみな同じ」程度にふれていた。「同様に確からしい」を深める例として、よく「2枚の硬貨」の問題がとりあげられる。2枚の硬貨を投げて2枚とも表になる確率を予想させてみたら、やはりとにわかれた。実際に実験をやって(図5)ほぼになることを確かめたが、そのわけを「パスカルの三角形の分布器」(または確率パチンコ)を使って、視覚化を試みた。

以下がその流し方である。

図5は2枚の硬貨の実験結果である。これを見ると2枚の硬貨を投げて2枚とも表がでる(統計的)確率は になり、どうも のほうの考え方が正しいようである。数学的確率を考える時には、「起こり得る場合の数」は、結果ではなく過程が大事そうである。そのことを市販されている「パスカルの三角形の分布器」や高校の確率の授業で愛知県の先生がつけられた自作教具「確率パチンコ」をヒントにして、2枚の硬貨の実験のシュミレーションとなるように教具を作ってみた。

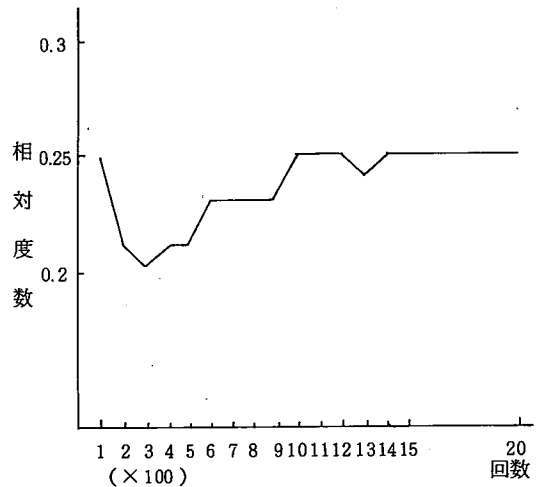


図5. 2枚の硬貨を投げて2枚とも表がでる実験

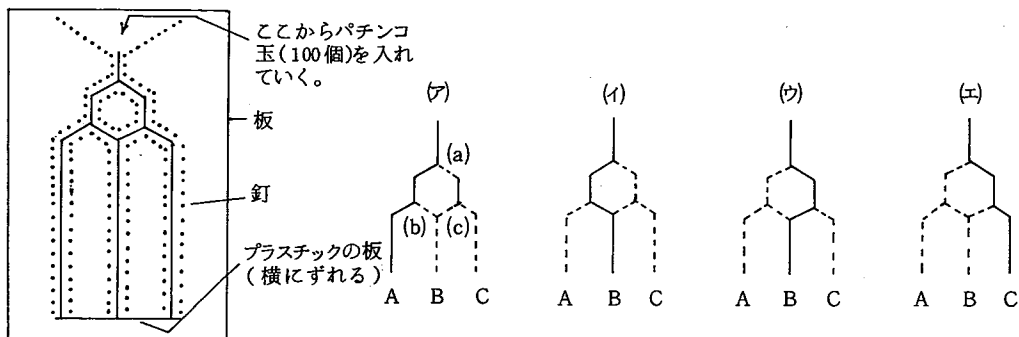
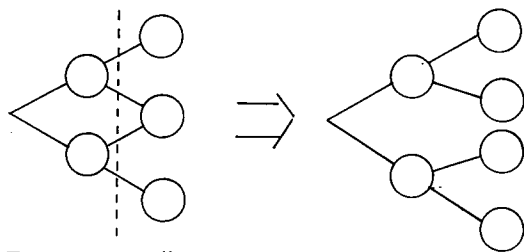


図6. 「確率パチンコ」とパチンコ玉の流れ方

上から球を落とすと、球はA、B、Cのどれかに落ちる。しかし、落ち方は上の図の4通りが考えられる。しかしその中で特にある道だけが通りやすくなっているわけではなく、(ア)へは通る可能性はみな等しいといえる。この実験で(a)、(b)、(c)地点でどちらにいくかは五分五分と考えられる。

1枚の硬貨を投げて表か裏が出る可能性も五分五分と考えられる。2枚の硬貨の実験の様子を図7で示してみよう。



1枚目のでかた 2枚目のでかた

図7. 2枚の硬貨の実験

全部で4通り、そのうち2枚とも表になる場合は1通だから、2枚の硬貨を投げて2枚とも表になる確率は

上の図のように考えていくと「起こり得る場合の数」を考えやすい。このような図を という。

(2) 相対度数について

確率のグラフは、横軸に試行回数、縦軸には相対度数をとって、その安定をつかませようとしている。しかし、指導時間の関係から安定するまではできずに中途半端におわることもある。そこで班ごとに行った実験結果を合計して何とか実験回数を多くして相対度数の安定をはかろうとする。しかし、班ごとで得た結果を合計してつくるといっても、「同じ条件で、何回も行う」ことから考えると疑問が残る。そこで横軸に試行回数、縦軸にそれがおこった回数(そこまでの合計)をとってグラフをつくってみた。

N : 全体の回数
r : それがおこった回数

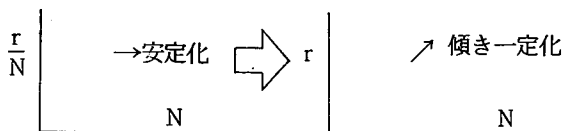


図8. 相対度数について 図9. 相対度数について

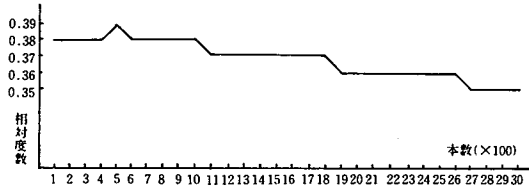


図10. 「ビュッフオンの針」の実験

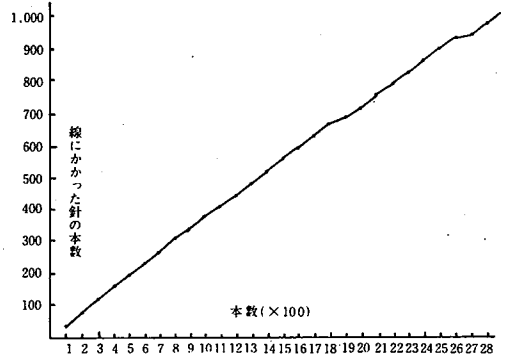


図11. 「ビュッフオンの針」の実験

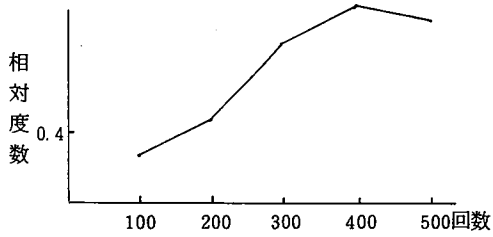


図12. 「1枚の硬貨を投げて表がでる」実験

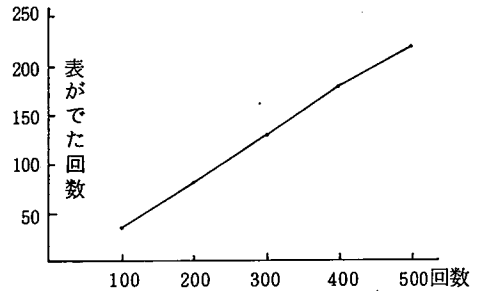


図13. 「1枚の硬貨を投げて表がでる」実験

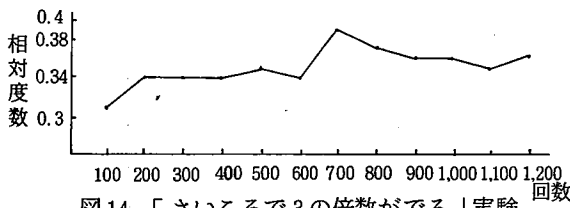


図14. 「さいころで3の倍数がでる」実験

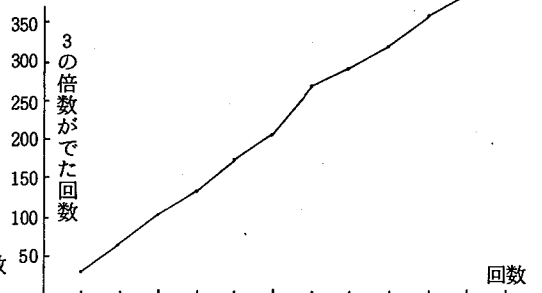


図15. 「さいころで3の倍数がでる」実験

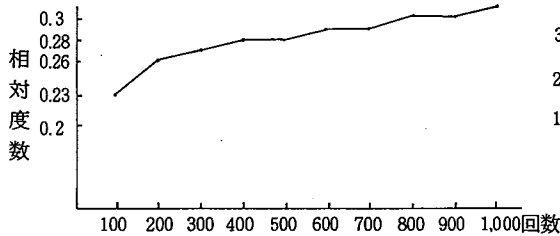


図16. 「二十面体で6の目がでる」実験

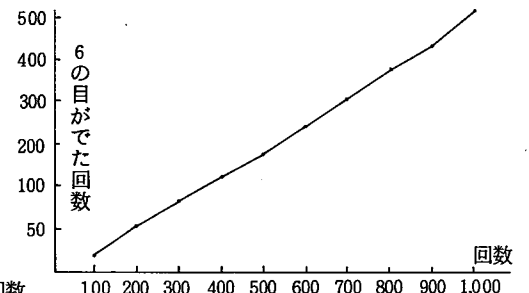


図17. 「二十面体で6の目がでる」実験

4つの実験のグラフをつくりかえてみたが、安定化が今度は傾きの一定化つまりグラフが「ある直線」に近づいていくかどうかで表わされるのである。これをみると、相対度数がまだ安定しているとはいえない4つの実験(図10、12、14、16)の時でもグラフは直線になりつつあるように思う。また100回ごとに区切った時のそれが起こった回数もすぐに分かり、様子をつかみやすい。班ごとのをさらに集計してグラフをつくっても新しい表わし方だと、それぞれのグループの結果が残っており独立性が保たれている点でいいように思われる。ただ、「傾き」という言葉からくる抵抗と、「統計」との関連という点においてはマイナスになると思う。

(3) 文献にみられる確率の指導事例

発表① 導入実験 (ア)「十円玉を投げるとき、表はどれくらい出そうか」

(イ)「ビールびんの王冠を投げるとき、表はどれくらい出そうか」

(ア)から「同様に確からしい」を説明 → 「数学的確率」の定義 → 「同様に確からしい」を(ウ)「十円玉2枚を投げて、2枚とも表となる確率」を通して深める(予想→実験)。コンピューターをつかった確率実験。なお実験の方法は(イ)(イ)が班ごとで200回、(ウ)が班ごとで100回。

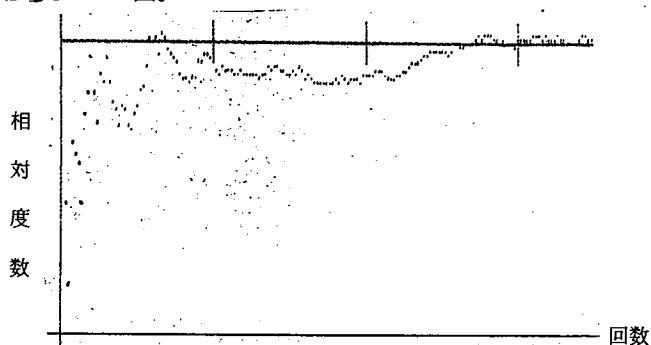


図18. 「サイコロをふって1の目がでた相対度数」

確率教材の指導について：鳥取、鹿野中 長谷川祐司(17回中四国)

この発表の中心はマイコンをつかったの確率実験であった。試行回数が多ければ多いほど相対度数の安定する様子をはっきりとでてくることはわかっていながら、その単調さと時間がかかりすぎるといふ点がいづも確率で悩むところである。それをマイコンをつかって解決しようとしたのである。みるとたしかに短時間に10,000回以上もでき、相対度数もはっきり安定してくるのがわかる。しかし、実感がないのである。そうやってみせられても「そうですか」とうなづく他ないのである。実際にコンピューターがサイコロをふったわけではなく、それをプログラムで何か別の方法に変えて行った結果なのである。そのプログラムが完全にサイコロの実験の再現を保証しているのか、そんなことが気になってくるのである。しかし、一つの結果を示す例としては有効である。

発表② 導入(ア)「午前8時から8時30分までの国道2号線の車の通行量の割合はどうであろうか。

大型車、普通乗用車、軽自動車、二輪車の4種類について調べてみよう」 →

(イ)「サイコロをふって1の目が出る割合は？」 → (ウ)「画鋲を投げて、針が上向きに

(ア)で相対度数による確率の定義、(イ)で経験的確率と数学的確率の説明。なお実験の方法は(イ)はクラス全員をまとめて11,428回。(ウ)は1つのコップに画鋲3本(他の組では5本)入れて、クラス全員をまとめて8,294回。

「午前8時から8時10分までの国道2号線の車の通行量の割合はどうであろうか。大型車(ダンプ・トラックを含む)、普通乗用車、軽乗用車、二輪車の4種類について調べてみよう。」

観察したデータを一覧表にし、相対度数を求め最終的に次の表にして考察させた。(図19)

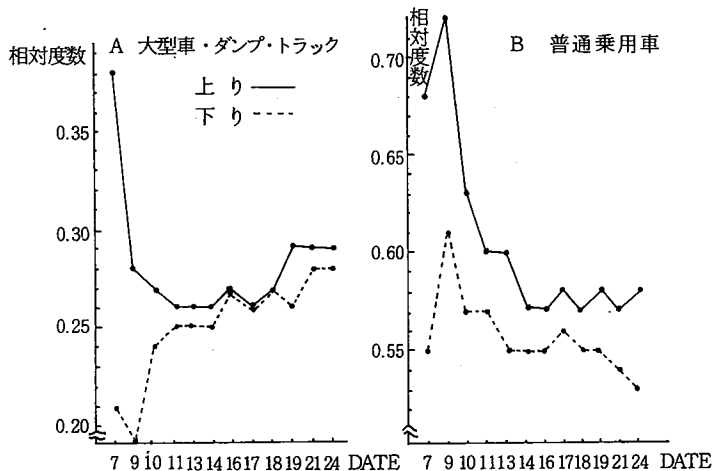


図 19. 国道 2 号線の車の通行量

主に導入を中心として：広島・吉名中 若年秀雄 (17回中四国)

この実験の特長は、大量現象の規則性を見いだすのに通行量を取りあげたことである。大量現象を扱う実践例は多数回試行にくらべてずっと少ない。交通量に目を向けることはなかなか気がつかない。生徒も興味をもってとりくめたと思う。しかし難を言えば、相対度数が安定しているとは上の図からは判断しにくく、日数も 日間もかけてやること自体大変なように思われる。また(イ)(ウ)に関しては集計するところがやはりどうしてもひっかかってしまう。「同じ条件下で」という確率の基本にかえると、やっではいけないことのように思われてしかたないのである。

発表③ 導入(ア)「赤玉 6 個、白玉 14 個の入った袋から玉を 1 個とりだす」

- (イ)「1 個の画鋲を投げるとき、下向きになる相対度数」を調べる。
- (ウ)教科書を利用して「ビールびんの王冠を投げて、表が出る確率」「出生児数の割合より、男の生まれる確率」を求める。
- (エ)班別に実験内容をきめ、実験を行う。なお実験方法は班ごとで 100 回、200 回のちらばりを見て、それから合計をしている。

興味・関心を高める確率指導：島根・境南ブロック (17回中四国)

この実践の特長は、構成比と一致していく例から導入している点と、(エ)の班別に実験内容をきめさせて実験をさせている点である。生徒が自ら実験内容をきめてやっているのはこの発表だけである。

確率実験は同じことを何度もするため、だんだんあきてくる場合もある。まして他からさせられていたらその思いはいっそう強くなる。しかし自分達でやることを決めれば、それをする大変さもかなりちがってこよう。そういう点で意義がある。みごとに相対度数が安定でもすればその感激は満足感の伴ったものになるだろう。(ア)の実験では玉の数が少し少なすぎる気がする。構成比と統計確率がほぼ一致することをした後なら、それを確かめる例として(ア)をとりあげるのはいいと思う。しかし、導入としてとりあげるには相対度数の安定はなかなか得られないと思う。

発表④ 導入(ア)「等間隔にひかれた平行線の上に10円硬貨を投げる実験」

- (イ)「画鋲投げの実験」
- (ウ)「2枚の硬貨の実験」
- (エ)「じゃんけん」

(ア)では大量に観察したときの規則性、(イ)では統計的確率の導入、(ウ)では「同様に確からしい」への考察と計算方法の示唆、(エ)では統計的確率と数学的確率との関連。なお、実験方法は(イ)は班別のグラフとその比較(500回)(ウ)は4人1組で100回、それを合計して1,000回。(エ)は100回、250回の結果をヒストグラムで表し、範囲がせまくなり、 $\frac{1}{3}$ にかたまってくることを確かめている。

教室の床の上に、50枚の10円硬貨を落とします。そのとき、板のつなぎ目に何枚ぐらいの10円硬貨がかかると思いますか。

- (予想)
- 5枚…… 2人
 - 10枚…… 9人
 - 15枚…… 11人
 - 20枚…… 14人
 - 25枚…… 1人

(結果)

1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	6回目
18枚	16枚	13枚	22枚	15枚	16枚

確率の意味を正しく理解させるための指導についての一考察：香川・東中 大西孝司

(17回中四国)

この発表は大量現象を扱うところから入っているところに特長がある。内容もビュッフォンの針を工夫してつくったものと思われる。板のつなぎ目を利用したりして、にぎやかに楽しくやっている様子が目にうかぶようである。しかし50枚でしかも平たい10円玉という、数が少なく針にくらべ動きにくい気もする。結果をみるとこれだけではだいたい一定とはいえない。そのへんの工夫が必要な気がするが、興味づけという点ではおもしろい実験例である。(ウ)はやはり集計するところでひっかかるが、それ以外ではちらばりに一貫して着目している。相対度数を安定させるよりもちらばりの範囲がせまくなる方が、少ない回数で得られるし、説得力もある。この点ですぐれていると思う。

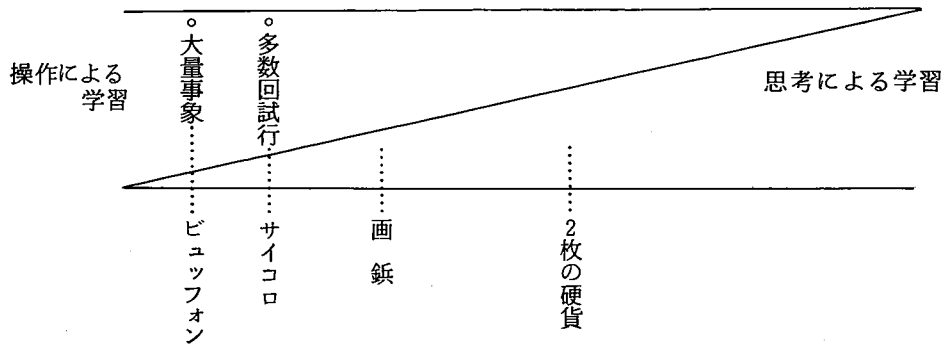
発表⑤ 導入 → 先験的確率 → 経済的確率 → 評価テスト

導入実験「サイコロ」(ちらばりと安定) → 「王国」

「反省」より——「自らの操作をとり入れた実験グループ」と「念頭操作による実験グループ」を比較して、思考の広がりという点では自ら操作をとり入れた方で、まとめのスッキリしているのは念頭操作の方であった。「正しくできた硬貨ならば、それを2回投げれば1回は必ず表がでる」問題では両者に差はなかった。体験による学習と思考による学習に差がないことを示しているかもしれない」としている。

「確率」の指導における一考察：徳島 石井中 小林泰政(16回中四国)

この発表の特長は、念頭操作による実験グループと自らの操作をとり入れた実験グループとの間に理解力という点で差がない、という結論をだしたことである。硬貨を投げて表が出る確率が $\frac{1}{2}$ とは、2回投げれば1回は必ず表がでることである。こういう誤った理解をさせないために実験をとり入れてきたと思う。しかしそこさえ押さえておけば、あとは思考による学習—場合の数を中心とした—を進めてもかまわないということを示唆している。実験中心から思考学習中心への移行をどの時点でやるか、またきちんとした理解をさせるための実験は何か、思考学習はどこまで可能かなどが課題となってくるであろう、こんな例が考えられる。



(4) 興味をもたせるための実践例

① 導入に関して

確率の実験は、簡単なことを何回もくりかえししなければならず、その単調さに「いやさ」を感じる生徒もいる。それも「たぶんこうなるだろう」とはじめから、または途中から思えることを確かめていくのである。確率をもっといろいろな場面で実際に使われていることを知らせていく必要があると思う。そこで導入時にいくつかの話題をプリントにして配布した。

生徒に話題1から話題6まで4枚のプリントに印刷して一度に渡して、読んで興味をもてたかどうか各話題ごとに5段階で評価させた。内容が多すぎて1時間では無理なようであった。評価は「全然つまらない」「ややつまらない」「ふつう」「まあまあおもしろい」「とてもおもしろい」で各話題とも「まあまあおもしろい」が一番多かったが、「ふつう」「ややつまらない」との差は少なかった。導入でつかう話題と、終わった後で読む話題とに分けたほうがよかったと思う。話題1、話題2、話題4が導入に向いていると思う。話題5、話題6は終りに読む話題として有効であろう。

話題 1

偶然を宗学、哲学、心理学などによって解き明かそうとする試みは、人間の歴史とともに古いものであるが、これを数量的に処理しようとする試みは、比較的最近のことである。しかもそれは、賭けの計算という形で現われ、サイコロを投げたとき、その結果がどうなるかという問題となって、15世紀ごろから論ぜられてきた。これがいわゆる賭けの数学のはじまりともいえるべきものである。

ダンテが14世紀のはじめに書いた、あの有名な『神曲』の淨罪篇第六歌はつぎのように書きはじめられている。

「ザラの遊戯が終わっても負けた人は後に残り、
心を痛めて繰り返し 子を投げては憂いの中に
学ぶのに、他の者はみな勝った人と立ち去り
ある者は前に立ちふさがり、ある者は後から袖を引き
ある者は側から自分の存在を知らすのである。
だが勝った人はとまらずあちらの人こちらの人へ
耳を傾け、手を伸ばしてながしの物を与えると、
それ以上はねだられないので、こんなふうにして
雑踏から自分の身を守るのであるが」

(野上繁一訳)

この最初のことはザラ(Zara)というのはイタリア語で、中世に流行したサイコロの賭けを意味する。勝負が決まらないときザラ(これはまたアラビア語で零を意味し、勝利者なしという意味)と叫ぶので、この名称がつけられたといわれている。そしてこの賭けには、三つのサイコロを用いるので、いくつの目が出やすいかが問題となる『神曲』のヴェネツィア版注釈本(1477年)には、この賭けについての種々の計算がなされているといわれているが、これが賭けの、数学の記録としてはおそらく最古のものであろう。

パスカルといえば17世紀におけるフランスの天才で、数学者・物理学者として有名であるばかりでなく、宗教思想家またはモラリストとしてもその名をうたわれている。著書『パンセ』により、その名は不朽であるが、そのなかから2、3の有名な句を拾ってみると、これはもう人びとによく親しまれていることがわかる。

「クレオパトラの鼻、それがもう少し低かったら、大地の全表面は変わっていたであろう」

「劇の他の場面はいかに美しくても、最後の場面は血なまぐさい。ついには頭から土をかぶせられる。それで永遠におしまいである」

「人間は自然のうちで最も弱い一茎の薬にすぎない。しかしそれは考える薬である」

フェルマは数学者として有名であるが、実は弁護士から高等法院評定官になった人で、数学は余暇を利用して研究したものである。それにもかかわらず、その業績は多方面にわたり、群を抜くものがある。その詳細は数学史にゆずるが、整数論における「フェルマの問題」という。現在でも未解決な問題のあることだけは述べておこう。

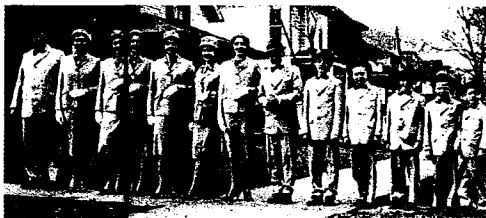
さて、この起こりはつぎのような次第なのである。パスカルが社交界で親しく交わった人にメレという人があった。彼はマルタ島武士団において騎士の称号をもつ人で、数度の海戦の後にパリに定住するようになった。その後サロンに出入りするようになり、その才気は人びとを驚かすほどであった。才気があるうえに賭け好きな彼はパスカルに、つぎの二つの問題を提出した。

1. 甲乙2人がおのおの32ピストル(当時の金貨のこと)の金を賭けて勝負をしたとする。そしてどちらか先に3点を得たものを勝ちとする。ところが甲が2点、乙が1点を得たとき、勝負を中止したならば、2人の賭け金はどのように分配するのが公平であるか。
2. 「二つのサイコロを24回投げるとき、少なくとも1回、両方のサイコロの目がともに6になる」とい賭けは得であるか?

(途中略)

を解いて $n > 24, 60$ ……つまり25回またはそれ以上投げると得になる。

話題 2



話題 3

伏兵モンテプアス制す

○一〇月三十一日の大穴



大穴は、大穴の馬券を買った人、損した人、それは数限りなくあることだろうが、ここでは馬券についての話を少しのべてみよう。

まず儲けた人の話としてつぎの例がある。昭和37年11月23日府中競馬場の天皇賞レースで大穴を射止めた上森子鉄氏(氏は丸ビルのある商社会社の社長で、ミス・カーニバルの実行委員長として有名)は28万円の馬券を買ったうちで、3万円(800枚)が連勝(一着と二着を入着順に当てる)の12,260円の高額配当を受けたので、98万8,000円の収入となり、差引となり、差引き9,528,000円の儲けを得たとのことである。

これを聞くと羨ましい話になるが、本人の談話によれば、競馬は何も得にはならないとのことである。「こんどのような穴は4、5回とっているが、しかし35年間のトータルは大損ですよ。……敗けたときの馬券は1枚残らずテーブルでしばって家に持って帰ってとってある。勝ったときに、その中から勝った金額だけ破り棄てて、いつでも収支決算が一目でわかるようにしてあるんだが、千万円取ったって、敗けた馬券が、まだ柳ゴウリー一杯残っている。それほど競馬は儲からない。儲かるときは運ですよ。しかし運を開発するのはデータですよ」

これによるとデータを研究することによって運が開けることもあるが、まず損をするのがあたりまえのように思われる。「僕は金儲けのために馬をやるんじゃない。酒も煙草もやらない僕のただ一つの道楽ですよ」といわれてみれば、競馬は分限に応じてレジャーを楽しむものなのであろう。実際、10人のファンが競馬にいくと、1人は儲け、2人はトントン、あとの7人はやられてしまう、といわれている。

益田競馬 新記録

ラッキー③-⑦
枠順も同じ大穴

大穴は、大穴の馬券を買った人、損した人、それは数限りなくあることだろうが、ここでは馬券についての話を少しのべてみよう。

まず儲けた人の話としてつぎの例がある。昭和37年11月23日府中競馬場の天皇賞レースで大穴を射止めた上森子鉄氏(氏は丸ビルのある商社会社の社長で、ミス・カーニバルの実行委員長として有名)は28万円の馬券を買ったうちで、3万円(800枚)が連勝(一着と二着を入着順に当てる)の12,260円の高額配当を受けたので、98万8,000円の収入となり、差引となり、差引き9,528,000円の儲けを得たとのことである。

これを聞くと羨ましい話になるが、本人の談話によれば、競馬は何も得にはならないとのことである。「こんどのような穴は4、5回とっているが、しかし35年間のトータルは大損ですよ。……敗けたときの馬券は1枚残らずテーブルでしばって家に持って帰ってとってある。勝ったときに、その中から勝った金額だけ破り棄てて、いつでも収支決算が一目でわかるようにしてあるんだが、千万円取ったって、敗けた馬券が、まだ柳ゴウリー一杯残っている。それほど競馬は儲からない。儲かるときは運ですよ。しかし運を開発するのはデータですよ」

これによるとデータを研究することによって運が開けることもあるが、まず損をするのがあたりまえのように思われる。「僕は金儲けのために馬をやるんじゃない。酒も煙草もやらない僕のただ一つの道楽ですよ」といわれてみれば、競馬は分限に応じてレジャーを楽しむものなのであろう。実際、10人のファンが競馬にいくと、1人は儲け、2人はトントン、あとの7人はやられてしまう、といわれている。

話題 4

神風特攻隊

神風特攻隊によるアメリカ艦隊攻撃は、昭和19年10月下旬、比島レイテ湾において、はじめておこなわれたが、絶大な偉力を発揮したのは沖繩決戦においてであった。すなわち、昭和20年4月上旬、神風特攻機の波状攻撃を受けたアメリカ艦隊は、退却一步手前というほどの痛撃を受けた。それというのもアメリカ将兵は激しいショックのため、ノイローゼにかかるものが多かったからである。この恐ろしい特攻機にどう対処したらよいか。この解決策を案出したのは、戦略にすぐれた司令長官でもなく、勇敢な艦長でもなかった。それは冷静な数学者のグループであった。

アメリカ作戦研究室付の学者たちは、特攻機による損害を最少限に食いとめるために、問題をつぎの二点にしばった。

特攻機が来襲したとき、艦の行動として

- (1) 逃げるべきか
- (2) 攻撃すべきか

これに対する解答を得るために、特攻機の攻撃を受けた場合の彼我の状況についての報告を求めた。その結果477件の報告があったが、つまりこれが攻撃を受けた場合の数である。このうち172件、つまり36%は命中しており、大型艦の方がよけいに、あたっていることがわかった。(ただし撃沈されたものは沖繩決戦において小型艦20隻にすぎない)

そのうち、どのような対抗手段をとったかの報告をしたものは365件なので、これを細かに分析してみた。まず大型艦と小型艦に分類し、逃げた場合と、攻撃した場合に、特攻機の爆弾の命中率がどうなるかをしらべた。その結果がつぎのAの表の通りである。

確率に関する学習指導についての考察

A	逃げる	攻撃する
大型艦	22%	49%
小型艦	36%	26%

B	逃げながら撃つ	泰然として撃つ
大型艦	77%	74%
小型艦	59%	66%

これで見ると大型艦は逃げた方が損害が少なく、小型艦は、攻撃した方が損害が少ないことがわかった。なぜこのようなことになるのか。それは、特攻機を目がけて撃つ艦の対空火力の命中率が、数値で答えてくれた。すなわち前頁のBの表の通りである。

つまり、大型艦は逃げながら撃つても、泰然として撃つても対空火力の命中率にはあまり変化はないが、大型であるために、泰然としてしていると特攻機の命中する率が多くなるのである。これに反して小型艦は、逃げ廻ると艦の動揺が激しくなり、狙いが狂い、対空火力の命中率が低くなるので特攻機を落とせなくなり、損害が大きくなるのである。

以上によりつぎの勧告がなされた。「戦艦、対空母艦、巡洋艦などの大型艦は急速な変針による蛇行運動をすべきである。駆逐艦以下の小型艦は、高速と舵一杯の変針を同時におこなってはいけない。蛇行運動は対空火器の効力を落とささない程度にゆるやかにすべきである。

さらに、おもしろい分析は、特攻機が急降下してくるか、水平飛行してくるか、艦体に対する方向はどうであるかの調査から得られた。

急降下の場合には、艦船の横からくると、あたる率は少なく、艦首または艦尾からくると成功率は大きい。海面すれすれの水平飛行でくるときは、これの逆になる。

この結果、つぎの勧告がなされた。「急降下の特攻機に対しては、艦の舷側を向けること。水平飛行に対しては舷側を向けてはならない。

以上の二つの勧告がなされた結果はどうであったかといえ、勧告を受入れなかった艦船に対する特攻機の命中率は47%であり、勧告を受入れた艦船に対しては29%であった。日本の特攻司令部でも、アメリカ艦船の避け方が巧みになったので、命中率が次第に低くなったことは認めていたようである。

話題 5

〔資料①〕

東京大学医学部助手の安斎育郎さん(39)は、持ち歩くアタッシュケースの中に新聞の切り抜きを1枚しのばせている。
・国電うっかり発車

「国電うっかりドアを開けずに発車」という見出しの記事である。ことし4月19日朝、東京・神田駅で山手線電車がドアを開けないうちに10数秒ほど停車して発車してしまうミスがあった。車掌は秋葉原駅を発車後、考えごとをしていて神田駅手前の信号機でまったものと勘違い。運転士は運転士で、ドアが閉まっていることを示すランプがともっているのを見て、もう乗客が降りたものと考えて発車した。もう1人、ホームの駅員は電車が停車位置を誤って場所を移動するものと思い、反対側の京浜東北線電車の客扱いをしていた。この3人のミスがまたま重なったわけだ。

安斎さんの専攻は放射線健康管理学。放射線の人体への影響を踏まえて、その安全管理を追究する学問である。国電の「うっかり事故」との関係は皆無のように思えるが、「いえ、原発の安全性を考えるうえで、この事故をただの珍事として片づけるわけにはいかないんですよ。」と言うのだ。

人間が同じ行為をくり返す時、過ちを犯す確率は一般に千分の3程度とされる。神田駅の事故は3人のミスが重なったのだから、その3乗、すなわち10億分の27、約3千7百万分の1の確率で起きたことになる。

一方、原発の安全性、日本で、米国で、推進派の論拠となっている「ラスマッセン報告」も事件の起る確率を扱ったものである。1975年、マサチューセッツ工科大学のラスマッセン博士がまとめたこの報告書は、原子炉百基を運転して、百人の死者が出るような事故が起きる確率1万年に1回ぐらい。千人の死者が出るような大事故のそれは百万年に1回ぐらいで、いん石が落下して死者が出る程度に極端に少ない、と説明している。

ことし3月末のスリーマイル島原発事故の後、すぐに前述の神田駅の事故が起きた。「事故を予測したり、その確率を計算したりすることは、今の技術ではできないんですよ。スリーマイル程度のものが、あるいはそれ以上のものが、わが国で起きないと言い切える可能性はまったくない。」安斎さんは、各地で開かれる原発問題をめぐる市民集いに招かれると、この新聞の切り抜きを取り出して話を進める。

かといって、原発絶対否定論者なのではない。「科学者として、頭ごなしに原子力平和利用の可能性を否定はできない。」だが、現在の原発推進の現状に対しては、強い疑問を投げかける。

その1つに、原発推進側の政府、電力会社などのPRがある。年間約百ミリレムの自然界からの放射能、レントゲン写真など国民1人平均百数十ミリレム程度といわれる医療被ばく。これらに比べると原発からの放射能ははるかに低い(原発の敷地境界で年間5ミリレム以下が設計の目安となっている)。とする言い分である。

これを「誤った相対性理論」と安斎さんは命名した。「放射能は浴びないにこしたことはない。どんな低い値であっても、それに応じた確率で将来、白血病、がん、奇形などの遺伝的障害が出ることは、医学的にも確認されているのです。低いから安全だと思わせるPRや事故の過小評価は、本当に危険なんです。」お得意の分野だけに、安斎さんの口調は厳しく、重い。

昭和35年、東大工学部に初めて新設された原子力工学科の1回生。大学院では、工学部学生にとっては異端といっている医学部系の教室を選んだ。「1人ぐらい変なヤツがいてもぐらいの気持ちだったんですよ。」原子炉工学科の原子炉工学、核燃料工学、核反応物理学といった学問はもちろん、工学部にある機械、土木、電気、金属、工業化学学科などの枠を総動員した巨大な構築部=原子力発電所だが、人間の健康という角度から取り組む学問は放射線健康管理学だけである。

人間の進歩を勝ち取ってきた「科学」は今日、巨大なエネルギー源というプラス面の半面、1つまちがえば人間やその子孫にとり返しのつかない悪影響を与える原発に行き着いた。それをめぐって、科学者の見解はさまざまに

異なる。積極的推進派、条件付き賛成派、慎重派、絶対反対派……。『現代は、科学そのものが問われているような気がします。真に人間のための科学とは何か?』と。

文明考え直す時期

こうした科学者の分裂状況をよそに、エネルギー危機は原発推進を前面に打ちしつづつある。「われわれはまず、これまでの資源浪費型の文明、生活を考え直す時期に来ている。たとえば24時間営業の自動販売機、不必要なまでの車のモデルチェンジなど、ね。原発はその安全性を研究し尽くしてからでも、遅くはありませんよ。」安齋さんは、こうした時代認識から6月、日本科学者会議の事務局長を引き受けた。今夏の原水爆禁止大会を主催する実行委員会のメンバーでもある。(1979.7.28 朝日新聞「核時代を生きる」⑤ 被爆から34年)

話題6

(資料②)

神だなからおろされた新聞紙の包みは、黄色から茶色に変わっていた。なかには、古ぼけた白い開きんシャツが1枚、きちんと折りたたまれ、「証1号」の赤い証拠番号札をついたままだ。「お前を罪人にしたこの1枚のシャツが、いつか無臭の罪を晴らしてくれるにちがいない。」10年に及ぶ服役から、仮出獄した日の、老いた父のひとことと、那須隆さんから(55)=弘前市在住、公衆浴場管理人=は、いまま鮮やかに覚えている。

・自信満ちた結論

那須さんは、24年8月、弘前大学の教授夫人が殺された事件の元被告。シャツに付着した血こんの鑑定が、一審から再審、無罪に至るまで鋭い議論を呼び起こし、鑑定とは何かが根底から問われるケースとなった。

血こんの鑑定は、事件後3カ月の間にも三度行われたが、裁判でカギを握ったのは、事件のほぼ1年後に出された古畑種基東大教授(当時)の鑑定書だ。鑑定の結果は「ABO式ではB型、MN式ではM型、Qg式ではQ型、E式ではE型」那須さんの血液型はB、M、Q、E型。シャツと畳についた血こんの血液型は、4つの型でピタリ一致した。

だが、血液型が同じでも、同じ人の血だとは断定できない。裁判所も、同一人かどうかの鑑定まで求めてはいなかった。しかし、古畑教授は、これにも挑戦する。刑事裁判では初めて確率の定式を応用し「同一人の血液に由来する確率は98.5%」と結論づけたのだ。「実際には、同一人の血こんをみてさしつかえない」とも、いい張っている。最新の理論と技術を駆使してみせたという自信の読み取れる鑑定書だった。

・高裁の問題提起

裁判は分かれた。一審(青森地裁弘前支部)「無罪」、二審(仙台高裁)「懲役75年」「きわめて高い確率」とはいえても、「同一」と断定できない以上、証拠不十分とするほかない……一審の判断であった。

ここをくつがえした二審は、残る1.5%を、別の証拠で補強する道を選ぶ。那須さんのズックぐつにB型の人血が付着していたとする鑑定など5つの傍証をあげ、これらを加えれば、確率は「全きもの」となり、「推定」は「認定」に高められる、とした。

再審で、那須さんの無罪が確定した現在でも、法医学者の間では確率を示すことに対するためらいと確率が微妙に交錯している。

「科学者でない人(裁判官)が判断の資料を求めている以上、可能性の高いものは高いと答えてあげるのが当然ではないか。親子鑑定などでは、確率を求めることによって事実上、親子と判断できる場合が現にある」(岡嶋道夫・東京医科歯科大教授)

「裁判所の要求を超えた推定は判断を誤らせるものだ。捜査のよりどころとして使われる場合も多いが、それが1人歩きして、確定的なものと扱われる危険も大きい」(船尾忠孝・北里大教授)

しかし、再審、無罪のドンデン返しは、確率論議を離れ、裁判所がその前提に目を注ぐことによってもたらされた。

仙台高裁の再審開始決定は問題をこう提起した。「確率の適用は、その以前においてもうひとつ存在する疑問点の解明がなされない限り、事実認定にとって無価値なものとなる。」

・疑問1 白シャツの血こんは、当初「帯灰暗色」とされた。後の鑑定で、血こんの色としてはより新しい「褐色または赤褐色」となったのはなぜか。

・疑問2 血こんの付着状況には、返り血としては不自然な点がある。

・疑問3 仙台高裁の再審無罪判決はこたえた。「血こんは、白シャツが押収された当時には、ついていなかったのではないか。そう推察するならば、これらの重要な疑問点は氷解する。」確定判決は崩れ、これを支えてきた鑑定は、その鑑定を否定されたのである。

・消えた古畑著書

この判決は、古畑鑑定そのものが間違いだとは一言も語らなかつた。だが、那須さんはいふ。それなら、私を事実上犯人と決めつけた古畑さんの鑑定は、一体、何だったんでしょうか。」ある法医学者の感想はこうだ。

「判決は、血こんが押収後につけられたとにおわせているんだから、古畑さんは結果的には、違法捜査に踊らされていたことになる。だからといって、法医学に責任がなかったといえるだろうか。むずかしいことかも知れないが『手品』の手助けだけは絶対にしたくない。」

古畑氏の著書「法医学の話」(岩波新書)は、昭和33年の初版以来25刷を重ねたが、那須さんに対する再審法廷の無罪判決が出た52年2月のあと、書店から姿を消していった。

「先生も亡くなられ、売れ行きも落ちたので、増刷していないだけ」と岩波書店はいふ。だが、法律家、法医学者の間では、事実上の「絶版」と受け取られている。その1章「VI 証拠としての血液型の価値」は、「血液型によって殺人事件を解決した例」として、弘前事件での同氏の鑑定を誇らしく紹介したものであった。

(1979.6.4 朝日新聞「鑑定」への問い(中) 財田川事件に寄せて)