

氏名	山本 託也	
学位の種類	博士 (理学)	
学位記番号	総博甲第 1 3 2 号	
学位授与年月日	平成 3 1 年 3 月 2 2 日	
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項	
文部科学省報告番号	甲第 6 3 8 号	
専攻名	総合理工学専攻	
学位論文題目	個別 Dirac 固有値分布を用いた $SU(2) \times U(1)$ 格子ゲージ理論の 低エネルギー定数の精密決定 (Precise determination of low-energy constants for $SU(2) \times U(1)$ lattice gauge theory via individual Dirac eigenvalue distributions)	
論文審査委員	主査 島根大学教授	田中 宏志
	島根大学教授	三好 清貴
	島根大学教授	中西 敏浩
	島根大学准教授	武藤 哲也

論文内容の要旨

素粒子物理学における強い相互作用の基礎理論である量子色力学 (QCD) はフェルミオンであるクォークとクォーク間の相互作用を媒介するゲージボゾンであるグルーオンを記述する。QCD は摂動論において漸近的自由性を示し, QCD の繰り込まれたゲージ結合定数は高エネルギースケールになるほど弱結合になることが知られる。このため QCD の低エネルギースケールでは強結合になることが予想され, よく知られた現象であるクォークの閉じ込めやカイラル対称性の自発的破れは非自明な非摂動的量子効果によって起こると考えられている。前者は低エネルギースケールにおいてクォークが単体で存在せず, 複合粒子であるハドロンとして存在することを意味し, 後者は π 中間子の質量が他のハドロンと比べて非常に軽いことを説明する機構を与えることが知られる。強結合領域ではゲージ結合定数による接動展開を使うことができないため, QCD の低エネルギーにおける性質を明らかにするための非摂動的手法が不可欠である。そのような手法の一例として, Wilson によって提案された格子ゲージ理論 (LGT) がある。LGT は 4 次元ユークリッド時空を格子化し, QCD を有限な自由度を持つ統計力学系として定式化した理論である。LGT の有用な点はモンテカルロ法による数値シミュレーションを用いて物理量の非摂動的な計算を可能にしたことである。もう一つ重要な視点は QCD が持っている大域的対称性が低エネルギースケールにおいて本質的な役割を果たすことである。その一例である低エネルギー有効理論はカイラル対称性が低エネルギースケールにおいて自発的に破れることに基づいて構成され, 最も軽いハドロンである π 中間子が擬南部-Goldstone ボゾンとして含まれる理論として知られる。もう一つの重要な大域的対称性は Dirac 演算子の反ユニタリー対称性である。Verbaarschot

は反ユニタリー対称性の有無から Dirac 演算子の固有値の準位統計 (Dirac 準位統計) が持ちうる 3 種類の対称性クラスがそれぞれ 3 種類のカイラルランダム行列と同一であることを提案し, Dirac 準位統計からカイラル対称性の自発的破れを反映した低エネルギー有効理論に直接アクセスできることが理解された。一方, ある対称性クラスに属するエルミート演算子に対して, その演算子が持っている大域的対称性を破る摂動を加えることによって別の対称性クラスに遷移することが一般に知られ, 対称性クラス間のクロスオーバーと呼ばれる。そのクロスオーバーに対応するランダム行列は遷移ランダム行列と呼ばれる。

Damgaard らは LGT の Dirac 準位統計における対称性クラス間のクロスオーバーを利用して, その対称性を破る摂動を添加したときの Dirac 準位統計の遷移から低エネルギー有効理論に含まれる未定の結合定数である 2 つの低エネルギー定数, すなわち, カイラル凝縮および π 中間子の崩壊定数を決定する方法を提案した。

本論文において $SU(2) \times U(1)$ LGT の基本表現におけるスタッガード Dirac 演算子の準位統計を用いた低エネルギー定数の決定手法を考える。SU(2) LGT の基本表現におけるスタッガード Dirac 演算子の準位統計は chGSE クラスに属し, 固有値は Kramers 縮退している。SU(2) スタッガード Dirac 演算子に U(1) の寄与を摂動的に添加すると Kramers 縮退が解けて chGUE クラスに遷移する。すなわち, その Dirac 準位統計は遷移カイラルランダム行列の chGSE-chGUE クロスオーバーに属することが予想される。本論文ではこの予想に基づき, $SU(2) \times U(1)$ LGT のスタッガード Dirac 固有値を 4 次元体積 $V=4^4$ および 6^4 の小規模な格子上で測定し, その Dirac 準位統計が遷移カイラルランダム行列の解析的結果と精密に 2 パラメータフィットできることを確認した。本論文における初めての試みは観測量として複数の個別固有値分布, すなわち, 最小固有値分布から 4 番目までの固有値分布を併用した手法を採用したことである。従来の微視的固有値密度や最小固有値分布のみを用いた方法との比較において, 本手法の利点は chGSE の Kramers 辞退した固有値分布が U(1) の寄与により辞退が解ける影響を考慮することで, 個々の固有値分布のフィットで起こりうる系統的な誤差を低減できる点にある。実際に本論文において複数の個別固有値分布のフィットを併用することでフィットパラメータの確度および統計精度の向上に成功した。したがって, 小規模な格子上でも従来の方法に比べて精密な低エネルギー定数の決定が可能となった。また, 2 種類の格子サイズの結果から有限サイズスケールリングにより低エネルギー定数の熱力学極限を推定することに成功した。

論文審査結果の要旨

本学位論文審査委員会は当該提出論文を詳細に査読するとともに, 博士論文公聴会を平成 31 年 2 月 5 日 (火) に開催し, 十分な質疑応答を行なった。以下に審査結果の要旨を記す。

素粒子標準模型において量子色力学 (QCD) は, クォークとグルーオンに働く強い相互作用を記述する SU(3) ゲージ理論である。摂動論における QCD の漸近的自由性のため, クォークの閉じ込めやカイラル対称性の自発的破れなどの低エネルギースケールにおける重要な未解明現象の研究には非摂動的手法の発展が不可欠である。そのような手法の主な例として, 数値的手法である格子ゲージ理論や現象論的手法である低エネルギー有効理論が知られ, 現在まで盛んに研究されている。特にカイラル対称性の自発的破れの研究においてその秩序変数であるカイラル凝縮が

Banks-Casher 機構によって決定されることは有用である。この機構によってカイラル凝縮は Dirac 演算子の固有値の準位統計によって決定される。一方で標準模型は、ゲージ階層性問題を抱えており、近年発見されたヒッグス粒子の質量 (125GeV) を微調整なしに説明することができない。このような問題を解決するための標準模型を越えた理論の一例としてテクニカラー模型が知られている。この模型におけるヒッグス粒子は未知のフェルミオンによって構成される複合粒子であると解釈される。テクニカラー模型において未知のフェルミオンに働くゲージ相互作用のゲージ群およびその表現の選択は自由度が大きく、標準模型における QCD とは異なる QCD ライク理論を研究するための物理的動機が与えられる。

本提出論文は、レフェリー制度の整った国際誌に掲載済みの関連論文 2 編から構成されている。申請者は特に有限密度系における QCD ライク理論である $SU(2) \times U(1)$ 格子ゲージ理論において、スタッガード Dirac 固有値の準位統計からその低エネルギー定数を精密に決定する方法を提案している。先行研究では Dirac 演算子の最小固有値分布と遷移カイラルランダム行列模型から解析的に得られる最小固有値分布が非常によくフィットすることが確認され、その有効理論に含まれる 2 つの低エネルギー定数 (カイラル凝縮および崩壊定数) が決定されることを示している。申請者はこの方法を拡張し、最小固有値だけでなく複数の個別固有値分布を同時に利用することを新たに提案している。複数の個別固有値分布をフィットする方法は論文目録の関連論文 (ii) で与えられ、低エネルギー定数を精密決定するための新手法である複数の個別固有値分布のフィットから得られるベストフィットパラメータの解析方法は論文目録の関連論文 (i) で与えられている。この手法によって得られた 2 つの低エネルギー定数は先行研究よりも系統誤差および統計誤差の両方とも大きく改善されている。

このように本提出論文は個別 Dirac 固有値分布を用いて QCD ライク理論の低エネルギー定数を決定する新しい研究手法を開発し、十分価値のある研究結果を与えている。この結果は $SU(2)$ ゲージ理論をテクニカラー模型の候補として考える場合、複合ヒッグス粒子の現象論的なパラメータを決定することへの応用が期待され、申請者による研究の価値は非常に大きい。

以上のことから、申請者は優れた結果を出しており、本審査委員会一同は島根大学大学院総合理工学研究科の課程博士の学位授与に十分に値するものと認定した。