宍道湖の静振に関する研究（第Ⅰ報）

小　田　瑞　穂（物理学研究室）

Mizuho ODA :

On the Seiche of Lake Shinji　（Ⅰ）

緒　　論

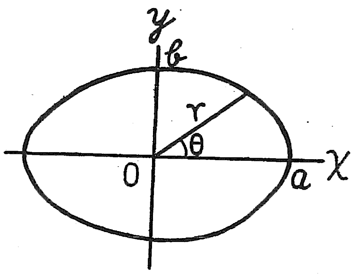
宍道湖に静振の起つている事は可なり前より知られ，既に本多，寺田，清水，安井その他の人々によつて，その周期が測定されているが理論的には殆んど求められていない。湖の形を矩形とし，一様な深さと仮定した場合の湖の表面に起る自由振動の解は Lambに依りて求められている。然し湖の形は図で見る様に矩形と可なり違つていて，寧ろ楕円形に近い。そこで本論文では楕円形として静振の周期を求めることにする。

この研究に就いて，島根大学教授長谷川節先生に種々懇篤なる御教示を賜つた。謹んで謝意を表する。

理　　論

宍道湖は浅さく等深で楕円形をしていると仮定する。図の如く中心Oを座標原点にえらび極座標（γ,θ）を用いると湖の周辺は

$$\gamma=f(\theta)=\frac{ab}{\sqrt{b^2\cos^2\theta+a^2\sin^2\theta}}$$



で表される。こゝにa，bは楕円の長径及び短径の長さを表す。　（$a=8.5\times10^3$m，$b=3\times10^3$m）

今湖の水面上の一点が静穏なときの水平面より上昇した高さをwとし湖の深さをh，時間をtで表すとwに関する微分方程式は

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=gh\left\{\frac{\partial^2 w}{\partial \gamma^2}+\frac{1}{\gamma}\frac{\partial w}{\partial \gamma}+\frac{1}{\gamma^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}\right\}\cdots\cdots(1)$$

となりその境界条件は，nを周辺に立てた外向きの法線方向を表すと　$\frac{\partial w}{\partial n}=0\cdots\cdots(2)$

今　$w=e^{ipt}v\ (\gamma,\theta)\ \cdots\cdots(3)$

とおくと(1)，(2)は

$$\frac{\partial^2 v}{\partial \gamma^2}+\frac{1}{\gamma}\frac{\partial v}{\partial \gamma}+\frac{1}{\gamma^2}\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2}+k^2v=0\cdots\cdots(4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial n}=0\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

となる。こゝに　$k^2=\frac{p^2}{gh}\cdots\cdots(6)$

次は(5)を極座標で表すと次のようになる。

$$\left\{\frac{\partial}{\partial \gamma}-\frac{1}{\gamma^2}f'(\theta)\frac{\partial}{\partial \theta}\right\}v=0\cdots\cdots(7)$$

こゝに ' はθに関する微分を示す。

(4)の一般解は

$$v=\sum_{S=0}J_S(k\gamma)\ (A_S\cos S\theta+B_S\sin S\theta)\cdots\cdots(8)$$

で与えられる。今湖面上の振動がx軸及びy軸につき対称である場合のみを取扱うことにすると

$B_S=0$　（S=0，1，2，……）

$A_S=0$　（S=3，5，7，……）

でなければならないから

$$v=\sum_{S=2,4\cdots}A_SJ_S\ (k\gamma)\ \cos S\theta\cdots\cdots(9)$$

となる。これを(7)に代入すると

$$-A_0kJ_1\ (k\gamma)\ +\sum_{S=2,\ 4\cdots}A_SC_S\ (k\gamma,\ \theta)\ =0\cdots\cdots(10)$$

となる。こゝに

$$C_S=k\left\{J'_S(k\gamma)\cos S\theta+\frac{1}{k\gamma^2}f'(\theta)SJ_S(k\gamma)\sin S\theta\right\}\ (11)$$

式(10)は周辺上では常に満されなければならないのであるがこれは不可能であるので第一象限内にある3点即（$\gamma_1=a,\ \theta=0$），（$\gamma_2=0.4707a,\ \frac{\pi}{4}$）及（$\gamma_3=b,\ \frac{\pi}{2}$）の点だけで満すようにする。その為式(9)の中の$A_0$，$A_2$，$A_4$

のみを0でないとし，他のAsをすべて0とすると

$$-A_0kJ_1(ka)+A_2C_2(ka,o)+A_4C_4(ka,o)=0$$

$$-A_0kJ_1(k\gamma_2)+A_2C_2(k\gamma_2,\frac{\pi}{4})+A_4C_4(k\gamma_2,\frac{\pi}{4})=0$$

$$-A_0kJ_1(kb)+A_2C_2(kb,\frac{\pi}{2})+A_4C_4(kb,\frac{\pi}{2})=0$$

これらの式よりA_0，C_2，C_4が同時に0でない解を得るためには，これらの係数で出来る行列式が0でなければならない。この行列式が0になる様なkの値が我々の求める振動の周期を定めるものである。その周期Tは

$$T=\frac{2\pi}{k\sqrt{gh}} \quad \cdots\cdots(12)$$

で与えられる。

このkの値を求めると　$k=5.663\times10^{-6}\mathrm{cm}^{-1}$

湖の平均の水深hは豊原氏の論文によると4.5mである。

これを上式に代入して周期を求めると

$$T=28分$$

これを安井氏の観測値，28分，29分，80分内外と比較すると28分と全く一致した値が得られた。他に80分に近い値が得られなかつたのは，計算する時用いた地点の数が僅少の為めであると思われる。それ以外に上述のような対称形の振動以外も起つている為とも考えられるので，今後地点の数を多くとり，然も色々の振動型を考えて計算したいと思つている。

文　　献

(1)　Lamb : Hydro Dynamics, Chambridge, 1932

(2)　豊原義一：宍道湖水理調査に関する考察　1954

(3)　神戸海洋気象台：宍道湖，湖沼観測報告　1941（安井技師）

SUMMARY

I have calculated the period of the Seiche of Lake Shinji by assume its shape to be an ellipse and obtained 28minutes as the value of the period. We see that this value agrees with the values 28m. and 29m. observed by Yasui.