

熱気乾燥における木材の表面割について*

大草 克己・林 昭三 (木材加工学研究室)

Katsumi OKUSA and Shozo HAYASHI

On the Surface-checks of Wood in

Hot-air-drying

木材の人工乾燥においてその操作が適正でない場合には、種々の drying-defects を生じて木材の品質を著しく低下する。熱気乾燥における表面割は、主として乾燥の初期に不当にきびしい乾燥条件 (高温, 低湿) を採用したため、木材表面が急速に乾燥収縮し、そこに誘発される引張応力が木材組織の結合の強さを超えることによって生ずるものと考えられる。我々は次の様な考察に従って、この表面割発生 の限界条件を決定しよう と試みた。

I 弾性論に基く応力式

(1) 含水率の変化

半径 (a) に比べて長さが十分に長く、中心に髓を持った円柱材を一定条件の下で乾燥する場合、初期含水率が各部均一で $U=U_0$ 、木材内部の水分移動が拡散則に従うものとするれば、時間 θ 、中心からの距離 r における含水率 U に関して次の式が成立する。

$$\frac{\partial U}{\partial \theta} = k \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} \right) \quad \dots\dots (1)$$

若し境界条件が (2) の様にとえられる場合には (1) の解は (3) 式となる。

$$\left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)_{r=a} = -h (U - U_1) \quad \dots\dots (2)$$

(2) 式における U_1 はその乾燥条件 (温度, 湿度) に応ずる木材の平衡含水率である。

$$U = U_1 + 2 (U_0 - U_1) \sum_{s=1}^{\infty} e^{-k \left(\frac{\nu_s}{a} \right)^2 \theta}$$

$$J_0 \left(\frac{\nu_s}{a} r \right) \frac{J_1 (\nu_s)}{\nu_s \left[J_0^2 (\nu_s) + J_1^2 (\nu_s) \right]}$$

$$\equiv U_1 + 2 (U_0 - U_1) f (r, \theta) \quad \dots\dots (3)$$

但し ν_s は $x J_1(x) - ah J_0(x) = 0$ の s 番目の根。

(2) 含水率の変化に伴って生ずる応力

木材は乾燥するに従って収縮するが、その線収縮率は長軸方向、半径方向、接線方向において夫々大きさを異にする。しかし何れの方向においても、含水率がある critical point (U') を過ぎるまでは収縮せず、それ以下においては含水率の減少と共に収縮率は略直線的に増大する。

ある時点における含水率が、若し r のみの函数で与えられる場合には、断面内のある点の変位 (v) (乾燥による収縮及びそれに依って生ずる応力に基く変位) は同様に r のみの函数であり、而も接線方向の成分を持たない。従って単位長当りの寸度変化 (ϵ) は、

$$\left. \begin{array}{l} \text{半径方向: } \epsilon_r = dv/dr \\ \text{接線方向: } \epsilon_t = v/r \end{array} \right\} \quad \dots\dots (4)$$

となる。

今その 3 稜が夫々半径、接線、長軸方向に一致する微小直方体を考える。各面の応力は対象の条件から何れもその面に垂直であり、それ等を夫々 $\sigma_r, \sigma_t, \sigma_l$ とすると、 ϵ_r, ϵ_t は次の様に書かれる。

$$\left. \begin{array}{l} \epsilon_r = \frac{\sigma_r}{E_r} - \mu_{rt} \frac{\sigma_t}{E_t} - \mu_{rl} \frac{\sigma_l}{E_l} + u \alpha_r \\ \epsilon_t = \frac{\sigma_t}{E_t} - \mu_{tr} \frac{\sigma_r}{E_r} - \mu_{tl} \frac{\sigma_l}{E_l} + u \alpha_t \end{array} \right\} \begin{array}{l} (5) \\ \text{但し} \\ u \leq 0 \end{array}$$

E : ヤング率, μ : ポアソン比, α : 含水率 1% の変化に対する収縮率, $u = U - U'$

一般に木材においては $\mu_{rl}/E_l, \mu_{tl}/E_l$ は $1/E_r, 1/E_t, \mu_{rt}/E_t, \mu_{tr}/E_r$ に比べて極めて小さいから、簡単のため (5) 式の第 3 項を省略し、更に $E_r \equiv E_t = E, \mu_{rt} \equiv \mu_{tr} = \mu$ とすると、

$$\left. \begin{array}{l} \epsilon_r = \frac{1}{E} (\sigma_r - \mu \sigma_t) + u \alpha_r \\ \epsilon_t = \frac{1}{E} (\sigma_t - \mu \sigma_r) + u \alpha_t \end{array} \right\} \quad \dots\dots (6)$$

* 文部省助成研究費によつて行なわれた。尚この概要は昭和31年日林関西支部大会で発表した。

(6) 式から

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[(\epsilon_r + \mu\epsilon_t) - u(\alpha_r + \mu\alpha_t) \right] \\ &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[\left(\frac{dv}{dr} + \mu \frac{v}{r} \right) - u(\alpha_r + \mu\alpha_t) \right] \\ \sigma_t &= \frac{E}{1-\mu^2} [(\epsilon_t + \mu\epsilon_r) - u(\alpha_t + \mu\alpha_r)] \\ &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[\left(\frac{v}{r} + \mu \frac{dv}{dr} \right) - u(\alpha_t + \mu\alpha_r) \right] \end{aligned} \right\} (7)$$

力の釣合に関する条件から

$$\sigma_r - \sigma_t + r \frac{d\sigma_r}{dr} = 0 \quad \dots (8)$$

(8) に (7) を代入すれば

$$\frac{d^2v}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv}{dr} - \frac{v}{r^2} = (\alpha_r + \mu\alpha_t) \frac{du}{dr} - (1-\mu)(\alpha_t - \alpha_r) \frac{u}{r}$$

$$\therefore v = \frac{(1+\mu)(\alpha_t + \alpha_r)}{2r} \int r u dr - \frac{(1-\mu)(\alpha_t - \alpha_r)}{2} r \int \frac{u}{r} dr + C_1 r + \frac{C_2}{r}$$

これを (7) の第一式に代入して

$$\sigma_r = E \left[-\frac{\alpha_t + \alpha_r}{2r^2} \int r u dr - \frac{\alpha_t - \alpha_r}{2} \left\{ \int \frac{u}{r} dr + \frac{C_1}{1-\mu} - \frac{C_2}{r^2(1+\mu)} \right\} \right]$$

中心にある髄は極めてぜい弱な組織で殆ど強さを持たないから、その半径をbとすると、 $r=b$ で $\sigma_r=0$ 、又当然 $r=a$ では $\sigma_r=0$ であり、この2つの条件から C_1, C_2 を決定すると

$$\sigma_r = \frac{E}{2} \left[-\frac{\alpha_t + \alpha_r}{r^2} \int_b^r r u dr - (\alpha_t - \alpha_r) \left\{ \int_b^r \frac{u}{r} dr + \frac{a^2(r^2-b^2)}{r^2(a^2-b^2)} \left\{ \frac{\alpha_t + \alpha_r}{a^2} \int_b^a r u dr + (\alpha_t - \alpha_r) \int_b^a \frac{u}{r} dr \right\} \right\} \right] \quad \dots (9)$$

従つて

$$\sigma_t = \sigma_r + r \frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{E}{2} \left[\frac{\alpha_t + \alpha_r}{r^2} \int_b^r r u dr - (\alpha_t - \alpha_r) \left\{ \int_b^r \frac{u}{r} dr + \frac{a^2(r^2+b^2)}{r^2(a^2-b^2)} \left\{ \frac{\alpha_t + \alpha_r}{a^2} \int_b^a r u dr + (\alpha_t - \alpha_r) \int_b^a \frac{u}{r} dr \right\} - 2u\alpha_t \right\} \right] \quad \dots (10)$$

(10) 式のuが (3) 式で与えられる場合、

(但し $u=U-U'$, $u_0=U_0-U'$, $u_1=U_1-U'$)
 $(\sigma_t)_{\max} = (\sigma_t)_{r=a}$ であり、これを σ_0 と書くと、

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= E \left\{ \frac{\alpha_t + \alpha_r}{a^2 - b^2} \int_b^a r u dr + \frac{b^2(\alpha_t - \alpha_r)}{a^2 - b^2} \int_b^a \frac{u}{r} dr - \alpha_t (u)_{r=a} \right\} \\ &= E \left[u_1(\alpha_t - \alpha_r) \left\{ \frac{b^2}{a^2 - b^2} \log \frac{a}{b} - \frac{1}{2} \right\} + (u_0 - u_1) F(\theta) \right] \quad \dots (11) \end{aligned}$$

$$F(\theta) = 2 \left[\frac{a(\alpha_t + \alpha_r)}{a^2 - b^2} G_1(\theta) + \frac{b^2(\alpha_t - \alpha_r)}{a^2 - b^2} G_2(\theta) - \frac{\alpha_t}{ah} G_3(\theta) \right]$$

$$G_1(\theta) = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{J_1(\nu_s)}{\nu_s^2 [J_0^2(\nu_s) + J_1^2(\nu_s)]} \left[aJ_1(\nu_s) - bJ_1\left(\nu_s \frac{b}{a}\right) \right] e^{-k\left(\frac{\nu_s}{a}\right)^2 \theta}$$

$$G_2(\theta) = \int_b^a \frac{1}{r} f(r\theta) dr$$

$$G_3(\theta) = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{J_1^2(\nu_s)}{J_0^2(\nu_s) + J_1^2(\nu_s)} e^{-k\left(\frac{\nu_s}{a}\right)^2 \theta}$$

即ち初期含水率 U 。(但し $U_0 \leq U'$) の長い円柱材を、ある一定条件 (その条件に対する平衡含水率 U_1) の下で乾燥する場合、乾燥に伴つて木材内部に応力を生ずるが、最大の引張応力は円柱表面に生じ、その大きさは (11) 式によつて与えられる。

II 収縮率, ヤング率, 引張強さ及びk, hの測定

(11) 式によつて σ_0 の値を計算するためには式中の各常数を決定しなければならない。材料は本学演習林 (松江産) のアカマツ (25年生, 胸高直径 25cm) を伐倒して用いた。比重 (全乾重量/生材容積) : 0.442 g/cm³ 平均年輪巾 : 2.94mm

(1) 収縮率

半径方向収縮率の測定には、半径に沿うて約 10cm 長さの細長い棒状試片を用い、その両端近くに標点を附した。接線方向収縮率は、厚さ約 5mm の円板上に髄を中心として直径約 10cm 及び 11cm の同心円を描き、この2つの円によつてはさまれる環状部分を切り取り、この環状試片の互に直交する2つの直径上に4ヶの標点を附し

て測定した。生材時、及び各段階の恒湿器中で湿度平衡に到達した時、夫々標点間距離及び重量を測定して収縮率—含水率の関係を得た。この結果から次の様に計算された。

第 1 表

$\alpha_r \cdot 10^3$	1.12 ± 0.05
$\alpha_t \cdot 10^3$	3.46 ± 0.13
$U' \cdot 10^2$	27.8 ± 0.6

(2) ヤング率

測定装置の都合から曲げ試験によつてヤング率を求めた。厚さ0.5cm, 巾1.2cmの矩形梁とし、梁の軸を板目方向にとつた。スパン12cmの中央に集中荷重を加え、荷重25~120gの範囲で撓みを測定し次の結果を得た。

第 2 表

U (%)	70	24.6	18.0
E (kg/cm ²)	1444±173	1805±110	2498±129

(3) 引張強さ

引張部分断面0.5×1.0cm, 摺み部分断面0.5×3.0cm, 材長20cmとし、板目方向に荷重を加えて引張試験を行い、横方向引張強さ(σ_z)を測定した。

第 3 表

U (%)	70	24.4	17.1
σ_z (kg/cm ²)	23.6±1.4	28.7±1.9	36.1±2.4

(4) k及びh

初期含水率 U_0 , 厚さ2dの板を一定条件(平衡含水率 U_1)の下で乾燥した時、板の平均含水率 (\bar{U}) と時間(θ)との間には次の関係がある。

$$\frac{\bar{U} - U_1}{U_0 - U_1} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-k \left(\frac{\delta_n}{d}\right)^2 \theta} \frac{\sin \delta_n^2 \delta_n}{\delta_n (\delta_n + \sin \delta_n \cos \delta_n)} \dots (12)$$

但し δ_n は $\cot \delta = \delta / hd$ の第n番目の根。 θ が充分大きい時には第2項以下を省略し得るから、 $\log \{ (\bar{U} - U_1) / (U_0 - U_1) \}$ と θ / d^2 との間には次の様な直線関係が成立する。

$$\log \frac{\bar{U} - U_1}{U_0 - U_1} = \log \frac{2 \sin^2 \delta_1}{\delta_1 (\delta_1 + \sin \delta_1 \cos \delta_1)} - K \left(\frac{\delta_1}{d}\right)^2 \theta \equiv A - B \frac{\theta}{d^2} \dots (13)$$

面積 $6 \times 6 \text{ cm}^2$, 厚さ(柁目方向) 2cm, $U_0 \approx 28\%$ の板(側面にパラフィンを塗布して側面からの蒸発を防

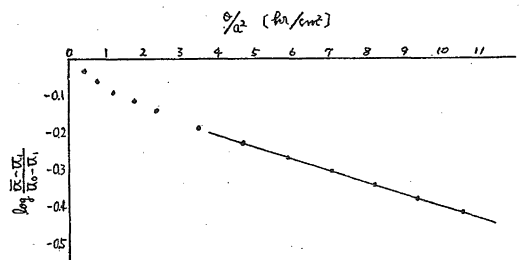
止した。)を乾球温度 50°C , 湿球温度 40°C , 風速 $30 \sim 40 \text{ m/min}$ の条件 ($U_1 = 9.48\%$) で乾燥し、各時間における重量の減少を測定した。この結果 $\log \{ (\bar{U} - U_1) / (U_0 - U_1) \}$ と θ / d^2 の間に第1図の様な関係が得られ、 $\theta / d^2 > 4 (\text{hr/cm}^2)$ では暑直線とみなされるので、夫々の試片について(13)式の常数A及びBを決定した。

$2 \sin^2 \delta_1 / \delta_1 (\delta_1 + \sin \delta_1 \cos \delta_1) = eA$ から δ_1 を求めると、 $h = \delta_1 / d \cdot \cot \delta_1$ によつてhが定まり、更に $k = B / \delta_1^2$ から、kの値が決定される。以上の様にして次の値を得た。

第 4 表

k ($10^{-2} \text{ cm}^2/\text{hr}$)	3.37 ± 0.09
h (cm^{-1})	16.5 ± 3.8

第 1 図



Ⅲ 表面割発生の限界条件

$\alpha_t = 3.46 \times 10^{-3}$, $\alpha_r = 1.12 \times 10^{-3}$, $h = 16.5 (\text{cm}^{-1})$, $k = 3.37 \times 10^{-2} (\text{cm}^2/\text{hr})$ として、(11)式における $F(\theta)$ を $a = 6.0 (\text{cm})$ $b = 0.2 (\text{cm})$ の場合について計算した結果は第5表の通りである。従つて σ_0 の最大は乾燥を開始して約4hr後に現れることが判る。

第 5 表

θ (hr)	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0
$F(\theta)$	0.1573	0.1682	0.1714	0.1723	0.1720	0.1714

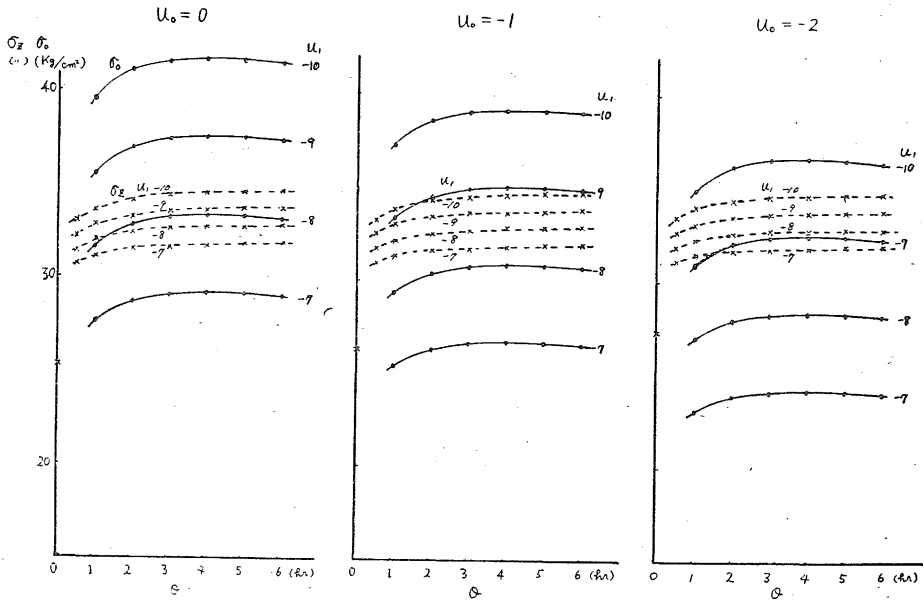
第5表の値を用い、 $-u_0 = 0, 1, 2 (\%)$, $-u_1 = 7, 8, 9, 10 (\%)$ の範囲で σ_0 の値を計算した結果を第2図に実線で示す。(E=1444kg/cm²を用いた。)

木材の引張強さは他の強度と同様繊維飽和点以下において、含水率の減少と共に増大することが知られている。今 σ_z (kg/cm²) と U(%) との間一次式が適用されたとすれば、第3表の結果から

$$\sigma_z = 53.26 - 1.005 U \dots (14)$$

となる。次にこの円柱材の表面含水率 (U_a) は(3)式において $r = a$ とすれば得られる。即ち

第 2 図



$$U_a = U_1 + 2(U_0 - U_1) \frac{1}{ah} G_3(\theta) \quad \dots (15)$$

$U' = 27.8\%$ とし u_0 及び u_1 の同じ範囲について、(15)式から各 θ に対する U_a を求め、それに応ずる σ_z を(14)式から計算すれば第2図の点線の如くなる。

第2図の σ_0 は、その条件の下で乾燥する円柱材の表面に発生する引張応力の大きさを現わし、 σ_z はその状態における木材自体の引張強さを示している。若し $\sigma_0 > \sigma_z$ の時表面割が起るものとすれば、 $u_0 = 0$ (即ち初期含水率 $U_0 = 27.8\%$ では $u_1 < -8$ (即ちその乾燥条件に対する木材の平衡含水率 U_1 が 19.8% 以下)、 $u_0 = -1$ ($U_0 = 26.8\%$) では $u_1 < -9$ ($U_1 < 18.8\%$)、 $u_0 = -2$ ($U_0 = 25.8\%$) では $u_1 < -10$ ($U_1 < 17.8\%$) で夫々表面割が起ることになる。

IV 表面割試験及び論議

以上の様な考察が実際の木材に対して果して何の程度に妥当するかを検討するために、Ⅱの測定に用いたものと同じ材料によつて表面割試験を次の様にして行なつた。即ち髓を中心とし半径6cmの円柱材から厚さ2cmの円板を切り取り、(繊維方向の乾燥による収縮、或は応力による歪は、横方向のそれに対して殆ど無視し得るから、後に述べる如く、乾燥にあつて木口面からの蒸発防止の措置をこうずれば、円板試片は長い円柱材と同一に取扱ひ得る。) 室内で極めて徐々に含水率約26%まで乾燥し、その後、試片各部の含水率が均一になる様、底に水をはつたデシケーターの中に約10日間静置した。

この試片の木口面をパラフィンで厚く被覆して、この面からの水分蒸発を防止し、乾球温度 50°C 、風速 $30\sim 40$ m/min、湿球温度 $45\sim 40^\circ\text{C}$ の各一定条件に保つた乾燥機内で6hr乾燥し、その後取出して表面割の有無を調べた。その結果は次の通りであつた。

第 6 表

湿球温度($^\circ\text{C}$)	初期含水率 (%)		平衡含水率 (%)		試片総数	割れを生じた試片の数 n'	n'/n (%)
	U_0	u_0	U_1	u_1			
45	26.4	-1.4	14.7	-13.1	10	0	0
44	26.9	-0.9	13.9	-13.9	10	0	0
43	26.6	-1.2	12.2	-15.6	10	3	30
42	27.3	-0.5	10.5	-17.3	9	6	67
41	26.9	-0.9	10.3	-17.5	11	8	73
40	26.9	-0.9	9.5	-18.3	9	8	89

この試験では $u_0 = -1$ であるから、Ⅲの推論によると $u_1 = -9$ で試片の約50%に割れが生じなければならない。しかるに第6表の結果はこれとかなり相違しており ($u_1 = -16$)、Ⅲによつて与えられる条件より、実際には更にもつときびしい条件でも割れを起すことなく乾燥し得ることを示している。

(11)式の誘導にあつて先ず指摘される問題点は、Eを常数として取扱つていることであろう。乾燥しつつある木材ではその含水率が変化するに応じてEはかなり大はばに変化する。第2表の結果からも明らかな様に、含水率の減少と共にEは増大するから、若し近以度を更に高めようとするなら、 σ_0 の計算において生材時の値を

用いる代りに表層附近の平均含水率に應ずる E の値を用いることが考えられる。しかしその場合には、 σ_0 の計算値が更に大きくなり 試験結果との相違は愈々大きくなる。

次に I の理論は総てその材料がフック則に従うことを前提としている。木材の引張に関する応力～歪線図は、破壊点までかなり正しく直線的であつて、塑性変形は余り大きくないが、乾燥に伴つて生ずる応力は、通常の引張試験における負荷と異なり、相当長時間にわたり徐々にその大きさを増加するものであるから、匍匐又は応力緩和現象として知られている時間効果を考慮しなければならぬ。例えば一定の応力または一定の歪を与えて長時間放置した後の応力と歪との比、即ちその状態における見かけのヤング率は相当小さくなるから、通常の静的試験で決定される E の値をそのまま用いることは適當でない。

I 及び III の推論において更に重大な難点は、収縮率を常数と考え、無応力状態における値をそのまま用いている所にある。先に報告した如く、⁽²⁾⁽³⁾ 応力を受けている木材が、繊維飽和点以下でその含水率を変化する場合、収縮率は正常な値より著しく異なつて来る。乾燥初期における円柱材表層附近に生ずる応力は、明らかに接線方向に引張、半径方向に圧縮であるが、今その大きさ及び含水率

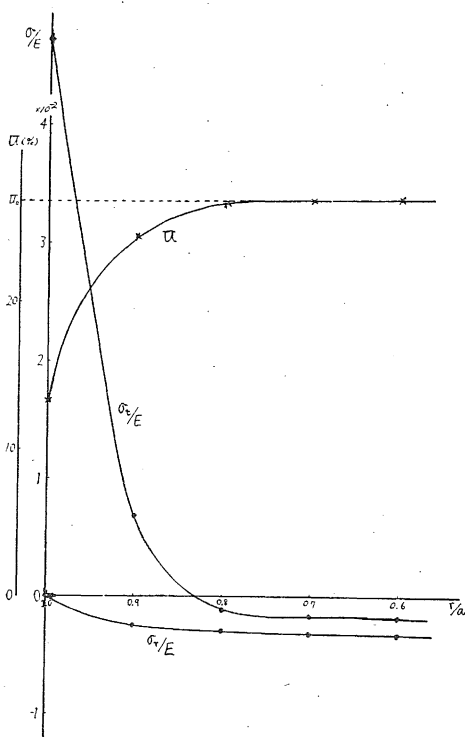
分布を $u_0 = -1, u_1 = -16, \theta = 3$ として (3) (9) (10) 式から計算すると第 3 図の様になる。即ち表面附近には半径方向の圧縮応力に比べて著しく大きい引張応力が接線方向に作用しており、含水率はその様な応力状態の下で U_0 から約 13% まで減少している。従つて α_r は殆ど影響を受けないとしても、 α_t は無応力状態での値 3.46×10^{-3} より著しく小さくなることが予想される。今 $u_0 = -1, u_1 = -16, \theta = 4$ として (11) 式から σ_0 を計算すると

$$\sigma_0 = E (13.14\alpha_t - 1.125\alpha_r)$$

となり、又この条件に対する表面含水率から引張強さを求めると $\sigma_z = 41.68$ (kg/cm²) となる。若し α_r の値に変化がないものとすれば、 $\sigma_0 = \sigma_z$ の条件から $\alpha_t = 2.26 \times 10^{-3}$ を得る。即ち接線方向収縮率が 2.26×10^{-3} の値をとるとすれば $u_1 < -16$ で $\sigma_0 > \sigma_z$ となり見かけ上試験結果に適合することになる。

以上述べた様に、木材の乾燥に伴つて生ずる応力は、木材のヤング率が含水率と共に変化すること、応力と歪との関係が一般に時間の函数であること、更に応力状態の下では収縮率が著しく変化すること等のために、その値を厳密に計算することは甚だ困難である。こゝでは E、 α 共に常数であり且応力と歪との間に常にフック則が成立つと仮定して、円柱材に生ずる最大引張応力を求め、これをその木材の引張強さと対比することによつて、表面割発生の限界条件を決定しようと試みた。しかし実際には、この様にして定まる条件よりも、更に相当きびしい条件においても割を生ずることなく乾燥し得ることが明かになつた。

第 3 図



引用文献

- (1) Maku, T : 木材研究 (13), pp. 81—120, 1954
- (2) 大草, 林 : 日本木材学会誌 2 (1), pp. 5—7, 1956
- (3) 大草, 林 : 鳥農大研報 (4), pp. 93—96, 1956

Summary

When a long round timber dries under such a certain constant condition as the equilibrium moisture content of wood is U_1 , the maximum tensile stress (σ_0) in the drying timber can be calculated by equation (11) on some assumptions, where E is the Young's modulus of wood perpendicular to the grain, α_t and α_r are coefficients of tangential and radial shrinking, respectively, θ is the drying period, a and b are radii of round timber and pith, respectively, k is the drying

diffusion constant, h is a constant in equation (2) which represents a boundary condition, $u_0 = U_0 - U'$, U_0 is the initial moisture content of the timber and U' is the moisture content from which the shrinking begins, and $u_1 = U_1 - U'$. If σ_0 is larger than the transverse tensile strength (σ_z) of the timber, checks will occur at surface of the timber.

We calculated σ_0 by equation (11) in the case of various drying conditions, and compared with σ_z , and thereby, tried to determine the critical condition which should cause surface-checks of the timber. However, we could not accomplish this

purpose, i. e., there was a considerable discrepancy between the results of test on the surface-checks and that of calculation, and the timber could dry without surface-checks even under the severer conditions than the calculated one.

In the derivation of equation(11), we assumed that E and α are constants and Hooke's law is adaptable. But all these assumptions are not always true in wood when its moisture content is changing. Therefore, other equation must be find to calculate the true value of stress in drying timber.