

匹見演習林天然生スギ立木材積表の作成

安井 鈞・成田恒美 (演習林)

Hitoshi YASUI and Tunemi NARITA

Volume Table of Natural Regenerated "SUGI" (*Cryptomeria japonica* D. Don) in Hikimi College Forest.

I 緒 言

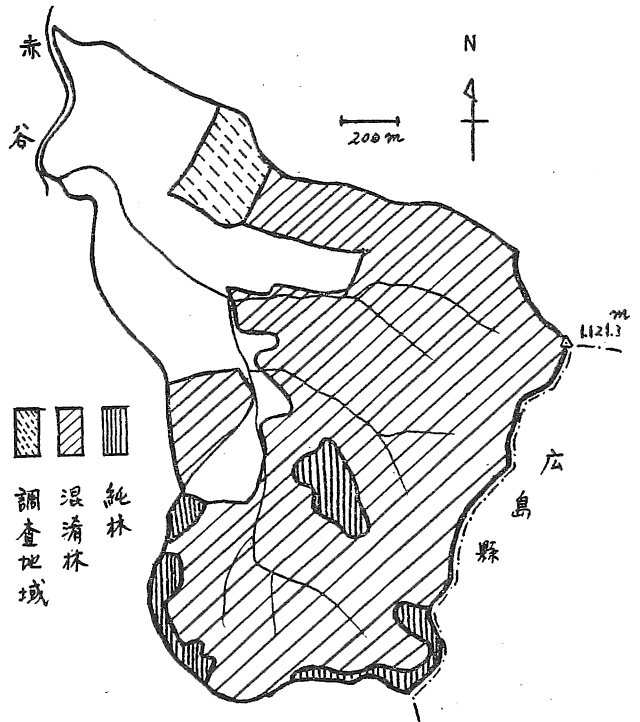
本学匹見演習林の森林調査簿によれば、天然生スギの純林が約9 ha、広葉樹との混淆林が約140haあり、それぞれ2,700m³、7,000m³の蓄積をもつものと推定されている。(第1図参照)

本年演習林の一部が伐採された際、天然生スギについて立木材積表作成等の目的で6月22日から約20日間、伐倒木の調査を行った。都合悪く調査範囲が2林班のみに限定されたため、資料数が少く又random性をもたすことも出来なかったことは残念であった。結局110本の伐倒木に対し、巻尺によって区分求積を行い、更に樹皮厚、樹高、枝下高、樹冠直径、利用材長及びその末口直径等についても測定した。

この基礎資料によって種々検討を加えたが、取敢えず立木材積表について報告する。資料を要約して示すと第1表のとおりである。

なお、困難な事情のもとで測定を実施した演習林の山根良夫、小野正行両君に感謝する。

以下本論の計算は特に断らない限り、資料は random sample であるとの仮定にもとづいて行った。



第1図 匹見演習林天然生スギ分布図

第1表 匹見演習林天然生スギ材積資料

D cm	H m	V m ³	D cm	H m	V m ³	D cm	H m	V m ³	D cm	H m	V m ³
17.5	11.8	0.1492	26.4	18.0	0.3883 [※]	33.7	19.2	0.9204 [※]	42.3	24.0	1.3697
17.8	11.0	0.1371	26.4	19.9	0.5172	33.8	24.1	1.1081	42.3	25.9	1.5478
18.1	14.9	0.1955	26.4	20.0	0.5713	34.1	30.5	0.7946	43.6	24.0	1.4156
19.1	12.6	0.1820	26.7	12.6	0.3452	34.1	21.3	0.8826	43.6	26.6	1.5014
19.1	13.8	0.2058	27.0	18.6	0.5387	34.3	19.2	0.8632	43.7	23.7	1.6488
21.1	10.0	0.1691	27.0	18.7	0.5482	34.7	20.0	0.8336	44.2	27.0	1.8086
21.1	12.3	0.2493	28.1	18.0	0.5578 [※]	35.0	19.7	0.7664	44.6	20.6	1.3424
22.6	16.0	0.3358	28.3	17.9	0.4243 [※]	36.0	17.6	0.8973	44.9	23.8	1.5806
22.9	15.0	0.3544	28.3	21.0	0.6743	36.0	18.5	0.8582	45.2	25.0	1.5756 [※]
23.2	14.6	0.3257	29.0	16.0	0.5108	36.3	19.6	1.0184	45.2	25.3	2.0497 [※]

D cm	H m	V m ³	D cm	H m	V m ³	D cm	H m	V m ³	D cm	H m	V m ³
23.2	17.1	0.3665	29.0	17.0	0.5885	36.3	21.0	0.9820	45.2	25.5	1.9812 [※]
23.3	17.5	0.3868	29.9	18.6	0.6199	36.3	22.9	1.0126	46.2	19.0	1.2913
23.3	18.4	0.4279	30.2	18.0	0.5810	36.3	23.2	1.0383	46.2	23.0	1.5047
23.5	12.2	0.2237 [※]	30.3	20.0	0.6656	37.2	18.6	0.8473 ^{※※}	49.7	25.0	1.7764
23.6	19.2	0.3563	30.5	17.6	0.6131	37.2	23.0	1.0639	50.0	23.0	1.9275
23.9	15.7	0.3896	30.9	21.7	0.7727	37.9	16.5	0.8839	51.3	23.6	1.9928
23.9	17.0	0.3942	31.2	14.8	0.5038	38.2	19.0	1.0087	51.6	24.0	1.8336
24.1	17.2	0.3809	31.2	23.3	0.7890	38.2	22.5	1.1197	55.4	27.3	2.6347
24.2	17.6	0.4033 [※]	31.6	19.8	0.8568	38.5	23.8	1.2442	57.9	27.7	2.7654
24.5	19.9	0.3666	31.8	18.0	0.6909	39.5	20.3	1.1594	65.3	29.0	3.5982
24.8	18.3	0.4065	31.9	14.5	0.6183	39.5	20.5	1.0180			
25.1	14.5	0.3530	32.1	20.2	0.7981	39.9	19.8	1.1890			
25.1	14.5	0.3865	32.2	18.0	0.7575	40.1	23.5	1.2945			
25.1	21.0	0.4652	32.2	22.7	0.8456	40.4	23.8	1.4036			
25.2	16.8	0.4006	32.8	17.2	0.7005	40.4	25.0	1.3215			
25.2	20.3	0.4741	33.1	19.0	0.7598	40.4	25.0	1.3310			
26.0	18.0	0.4702	33.4	18.3	0.6025 [※]	41.1	20.4	1.2098			
26.1	15.2	0.4222	33.4	19.3	0.7520	41.4	19.4	1.0450			
26.1	17.0	0.4667	33.4	20.5	0.7905	41.4	26.0	1.3992			
26.4	16.2	0.4375	33.4	22.0	0.8514	41.7	20.0	1.0874			

※印は |Y-Y| が標準偏差の2倍を超えるもの
 ※※印は棄却されたもの

$$\bar{Y} = 1.86136 \quad \bar{X}_1 = 1.50957 \quad \bar{X}_2 = 1.29372$$

平方和, 共変動は

$$S_{X_1^2} = \sum (X_1 - \bar{X}_1)^2 = 1.55804445$$

$$S_{X_1 X_2} = \sum (X_1 - \bar{X}_1)(X_2 - \bar{X}_2) = 0.96784151$$

$$S_{X_1 Y} = \sum (X_1 - \bar{X}_1)(Y - \bar{Y}) = 3.67298978$$

$$S_{X_2^2} = \sum (X_2 - \bar{X}_2)^2 = 0.91148301$$

$$S_{X_2 Y} = \sum (X_2 - \bar{X}_2)(Y - \bar{Y}) = 2.56770109$$

$$S_{Y^2} = \sum (Y - \bar{Y})^2 = 9.06003168$$

となり, 正規方程式を次表の如くして解いた。但しこの場合 $Y = 2 + \log V$ として計算した。

又, C-乗数を求めると次のようになる。

$$C_{22} = 3.22300333$$

$$C_{12} = -2.00209718$$

$$C_{11} = 1.88551282$$

従って材積方程式は

$$\hat{Y} = 1.78468215X_1 + 0.92202665X_2 - 2.025587$$

となる。又標準偏差を求めると

回帰に基づく平方和は

II 材積式の想定と計算

⁽¹¹⁾ 山本和蔵は次の材積式

$$V = 10^a \cdot d^{b_1} \cdot h^{b_2}$$

V: 幹材積, d: 胸高直径, h: 樹高, a, b₁, b₂: 定数

を採用しておられるが, 今第1表の資料によって対数方眼紙上に縦軸に材積, 横軸に胸高直径, 樹高をとって, plotすると第2図, 第3図のように略直線状に分布する, 即ちこれらの対数の間には1次方程式の関係があることが考えられるから, 上の材積式を採用することにした。

従って対数をとると,

$$\log V = \log A + b \cdot \log D + c \cdot \log H$$

今 $\log V = Y, \log A = a, \log D = X_1, \log H = X_2$ とおくと, $Y = a + bX_1 + cX_2$

となり, 第1表の資料について計算の結果, 平均値は

	b	C	G	total	check
I 1)	1.55804445	0.96784151	3.67298978	6.19887574	3.67298978
2)		0.91148301	2.56770109	4.44702561	2.56770109
II 3)	1.55804445	0.96784151	3.67298978	6.19887574	
4)	1.00000000	0.62118992	2.35743581	3.97862573	3.97862573
III 5)		0.31026962	0.28607686	0.59634648	0.59634648
6)		1.00000000	0.92202665	1.92202665	1.92202665
III 8)			b = 1.78468215		
7)			C = 0.92202665		

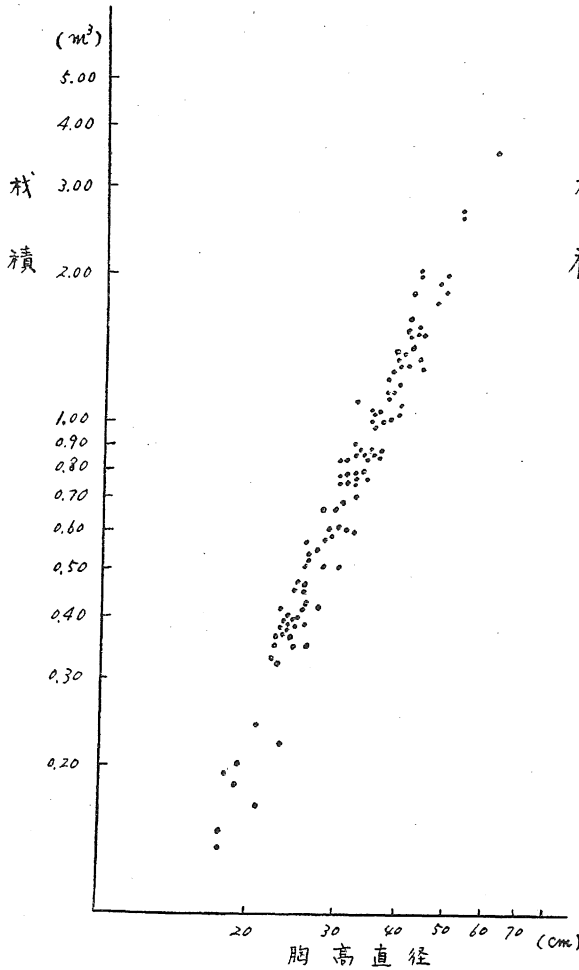


表2図. 胸高直径と材積の関係

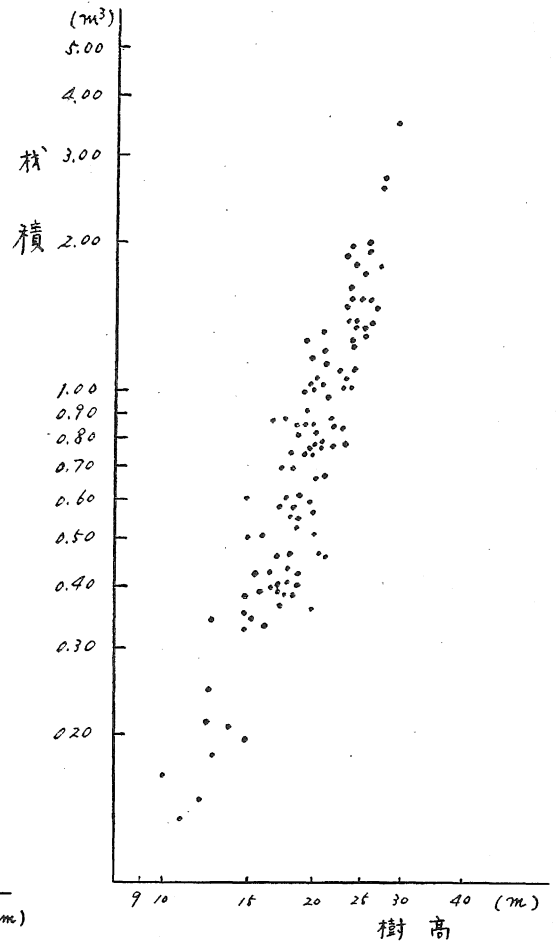


表3図. 樹高と材積の関係

$\hat{S}y_2 = 8.922608144$
 残差平方和は
 $Sdy^2 \cdot x_1 x_2 = 0.13742354$
 となり、推定の標準偏差は
 $Syx_1 x_2 = 0.0358376$
 となる。

III 資料の棄却と材積式の決定

収集した資料は実存するものであるから回帰式決定において棄却すべきでないとも考えられるが、測定或は計算における過誤から異常な数値が交じること予想されるので偏差の大きいものについて吟味した。

先ず第1表資料全部について前節で求めた材積表によ

$\bar{X}_1 = 1.50901$	$\bar{X}_2 = 1.28472$	$\bar{Y} = 1.86074$
$Sx_1^2 = 1.55429815$	$Sx_1 x_2 = 0.96877203$	$Sx_1 y = 3.66888579$
$Sx_2^2 = 0.91125188$	$Sx_2 y = 2.56872046$	$Sy^2 = 9.0555385$

る推定材積 \hat{Y} と実材積 Y とを対比し、その差 $|Y - \hat{Y}|$ を求めたところ、標準誤差の2倍以上のものが10個あった。

棄却帯は有意水準1%において次式で与えられる。

$$E_{y \cdot x_1 x_2} = t_{0.01} \cdot S_{y \cdot x_1 x_2} \left\{ 1 - \left[\frac{1}{n} + C_{11} (X_1 - \bar{X}_1)^2 + C_{22} (X_2 - \bar{X}_2)^2 + 2C_{12} (X_1 - \bar{X}_1)(X_2 - \bar{X}_2) \right] \right\}^{1/2}$$

この特異な資料10個について棄却帯の計算を行った結果、1個を棄却することにした。(第1表参照)

次に棄却した残りの資料により前節と同様な方法で材積式の計算を行った。平方和、積和等の計算結果は次の通りである。

従って回帰係数は次表の如くなる。

	b	C	G	total	check
I 1)	1.55429815	0.96877203	3.66888579	6.19195597	3.66888579
2)		0.91125188	2.56872046	4.44874437	2.56872046
II 3)	1.55429815	0.96877203	3.66888579	6.19195597	
4)	1.00000000	0.62328584	2.36047749	3.98376333	3.98376333
III 5)		0.30743000	0.28195589	0.58938588	0.58938588
6)		1.00000000	0.91713850	1.91713847	1.91713847
III 8)			b = 1.78883805		
7)			c = 0.917138503		

C-乗数は次の通りである。

$$C_{22} = 3.25277298$$

$$C_{12} = -2.02740734$$

$$C_{11} = 1.9070150$$

回帰に基づく平方和 $S\hat{y}^2$ は

$$S\hat{y}^2 = 8.9189149$$

残差平方和 $Sdy^2 \cdot x_1 x_2$ は

$$Sdy^2 \cdot x_1 x_2 = 0.13662095$$

従って推定誤差の標準偏差は

$$S_{y \cdot x_1 x_2} = 0.0354035$$

となる。

なお回帰係数の標準偏差は次の如くである。

b, cの標準偏差はそれぞれ

$$S_b = 0.0488904$$

$$S_c = 0.0638518$$

となり、両者の有意性の検定を行うと

$$t_b = b/S_b = 365.88^{**} > t_{0.01} = 2.64$$

$$t_c = c/S_c = 14.36^{**} > t_{0.01} = 2.64$$

となり著しく有意であり、材積式は

$$\hat{Y} = 1.7888380X_1 + 0.917138503X_2 - 2.01690$$

を採用し計算することにした。その結果は第2表として取りまとめた。

IV 重相関係数と偏相関係数

念のために重相関係数、偏相関係数を求めその有意性の検定を行った。

重相関係数を次式で計算すると、

$$R = \sqrt{S\hat{y}^2/Sy^2} = 0.992427$$

となり、検定の結果は次の如く1%水準で有意である。

Variation	d.f.	Sum of Squares	Mean Squares
Ascribable to regression	2	8.9189149	4.4594574**
unaccountable	106	0.1366209	0.0012534
Total	108	9.0555358	

各相関係数は

$$r_{x_1 x_2} = 0.81402229, r_{x_1 y} = 0.97793643,$$

$$r_{x_2 y} = 0.89421134$$

となるが、次に偏相関係数を求めると次のようである。

即ち樹高に対する胸高直径と材積の偏相関係数を $r_{yx_1 \cdot x_2}$ 、胸高直径に対する樹高と材積のそれを $r_{yx_2 \cdot x_1}$ とすれば

$$r_{yx_1 \cdot x_2} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} \cdot r_{x_1 x_2}}{\sqrt{(1 - r_{2yx_2})(1 - r_{2x_1 x_2})}} = 0.9616^{**} > 0.286$$

$$r_{yx_2 \cdot x_1} = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} \cdot r_{x_1 x_2}}{\sqrt{(1 - r_{2yx_1})(1 - r_{2x_1 x_2})}} = 0.8089^{**} > 0.286$$

となり1%水準で有意である。故に各直径階或は樹高階を通じて胸高直径或は樹高と材積との相関は略等しいといえる。

V 修正係数と誤差率の算定

本材積式は対数を用いて計算を行ったが、そのために常に bias (過少推定) を生じる。即ち対数による累積誤差は約合っているが真数に変換した真の材積は推定値よりも常に大となるといわれている。依て次式により修正値を算出した。

$$f = 10^{\frac{n-1}{n} \cdot (1.151293) \cdot \sigma^2} = 1.0032$$

式中 n : 資料数, σ : 標準偏差

第2表は推定値にこの修正係数を乗じて補正したものである。

次にこの材積表による誤差率を求めたが、先ず真数による標準偏差を次の様にして計算した。

$$(S. D.) = \left\{ \frac{1}{n - (K + 1)} \cdot \Sigma (V - \hat{V})^2 \right\}^{1/2} = 0.07876$$

式中 K : 独立変数の数, V : 実材積, \hat{V} : 補正推定値

第1表について算定した結果、誤差率は95%信頼度で

$$P = \frac{(S.D.) \cdot t_{0.05}}{\bar{V}} \times 100 = 21.6(\%)$$

となる。式中 \bar{V} は対数の平均値 \bar{Y} の真数を補正したものである。この誤差率は単木に対するもので林分に適用する場合は

$$P' = \frac{P}{\sqrt{n}}$$

で求められる。nは測定本数である。

VI 現在材積表の適合性

材積表による材積推定において林木本数が多くなれば材積合計の誤差率は小さくなるが、別個に現在ある材積表の適合の可否の問題がある。

天然生スギ材積表は余り多く見当たらないが、ここでは秋田地方及び西日本一般の二者と匹見演習林とを比較検定した。

その方法は実材積をY、材積表による材積をXとして、 $Y = a + bX$ を計算した場合、 $a = 0$ 、 $b = 1$ となれば、その材積表は一致する訳でこの仮説の検定を行った。

先ず回帰方程式は

$$(秋田) \quad Y = 0.07565 + 0.850645X$$

$$(西日本) \quad Y = 0.05285 + 0.923052X$$

回帰定数及び係数の標準偏差は

$$(秋田) \quad S_a = 0.018941 \quad S_b = 0.015999$$

$$(西日本) \quad S_a = 0.013846 \quad S_b = 0.012650$$

従って

$$(秋田) \quad t_a = 4.217^{***} \quad t_b = b - 1/S_b = 9.335^{***}$$

$$(西日本) \quad t_a = 3.815^{***} \quad t_b = b - 1/S_b = 6.083^{***}$$

何れも1%水準で有意で仮説は棄却される。換言すれば秋田地方材積表、西日本材積表ともに過大な値を与え演習林の天然生スギに適合しないということになる。

VII 結 言

1. 匹見演習林において天然生スギの伐倒木を調査し、

110本の区分求積資料から立木材積表を作成した。

2. 材積式は $\log V = \log A + b \cdot \log D + c \log H$ を採用して計算を行い、棄却帯を求めて各資料を吟味し異常なものを棄却した。残りの資料によって再計算を行った結果、材積式は

$$\log V = 1.78838 \cdot \log D + 0.91711 \cdot \log H - 2.01690$$

となり回帰係数は1%水準で有意であった。

3. 又重相関係数、偏相関係数の計算を行った結果1%水準で著しく有意であった。

4. 対数方程式であるために生じる偏りを補正するため修正係数を計算した。補正して第2表にまとめた。この材積表による単木の誤差率は21.6%となったが林分に適用する場合は $\frac{21.6}{\sqrt{n}}$ (%)となる。

5. 秋田と西日本の材積表の適合度の検定を行った結果両者とも過大な値を与えることが解った。

VIII 参 考 文 献

- (1) 秋田営林局：秋田地方杉天然生林立木材積表 (秋田営林局) 1957
- (2) 北川・増山：統計数値表(河出書房) 1952
- (3) 長沢武雄：計算法(丸善) 1949
- (4) 成実清松：統計解析の理論(朝倉書店) 1951
- (5) 西沢正久：材積表作成に関する一考察 (新潟大報告第3号) 1952
- (6) 西沢正久：中の沢演習林スギ現実林平均収穫表の作成 (第63回日林講) 1954
- (7) 大友栄松：材積表調製に関する研究(I) (日林誌) 1956
- (8) 林試経営部：立木材積表調製法解説書 (林業試験場) 1956
- (9) 林野庁：メートル法立木材積表——西日本編—— (日本林業調査会) 1957
- (10) 佐藤良一郎：数理統計学概説 (培風館) 1950
- (11) 山本和蔵：あかまつ単木材積表並びに胸高形数表 (林試報告第16号) 1919

Summary

(1) To complete the volume table of natural regenerated "SUGI" (*Cryptomeria japonica* D. Don.) in the Hikimi College Forest 110 sample trees were measured.

Data of sample trees is shown in Table 1.

(2) We used the following equation;

$$\log V = \log A + b \log D + c \log H$$

If we put,

$$2 + \log V = Y, \log A = a, \log D = X_1, \log H = X_2$$

then the expression will be transformed as follows;

$$Y = a + bX_1 + cX_2$$

At first, the normal equation was calculated with the data of all sample trees, and next we eliminated the abnormal data which was rejected at the 1 per cent level of significance.

With 109 sample trees, above equation become as follows;

$$Y = 1.78838X_1 + 0.91711X_2 - 2.01690$$

and the test of regression coefficients b, c and the constant a was very significant at the 0.01 significant level of significance.

- (3) The test of multiple and partial correlation coefficient were very significant at the 1 per cent level of significance.
- (4) Ajustment coefficient of bias that arises from this logarithmic equation is 1.0032.

Volume table (Table 2) was being revised by this coefficient.

The error ratio of the estimate of volume of a tree by this equation is about 21 per cent, and the standard error of mean or sum is $\frac{21}{\sqrt{n}}$ per cent.

- (5) The result of the test on fitness of volume tables for Akita district and for Western Japan is as follows; These tables are not applicable to the sample at the 1 per cent significance level.

第2表 匹見演習林天然生スギ立木材積表
 Table 2. Volume table of natural regenerated "Sugi" in HikiMi College Forest.

円周 cm	50.3	56.5	62.8	69.1	75.4	81.7	88.0	94.2	100.5	106.8	113.1	119.4	125.7	131.9	138.2	144.5	150.8	157.1	163.4	169.6	175.9	182.2	188.5			
樹高 Hm	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60			
8	0.0926	0.1144	0.1380																							
9	0.1032	0.1274	0.1538																							
10	0.1137	0.1403	0.1694	0.2009	0.2347	0.2710																				
11	0.1240	0.1532	0.1850	0.2193	0.2562	0.2956																				
12	0.1343	0.1659	0.2002	0.2375	0.2774	0.3202																				
13	0.1446	0.1785	0.2154	0.2555	0.2985	0.3446	0.3935	0.4450	0.4994																	
14	0.1547	0.1910	0.2306	0.2735	0.3196	0.3689	0.4211	0.4763	0.5346																	
15		0.1997	0.2411	0.2859	0.3341	0.3855	0.4403	0.4979	0.5588	0.6230	0.6900	0.7601														
16		0.2160	0.2606	0.3092	0.3613	0.4169	0.4760	0.5371	0.6042	0.6736	0.7461	0.8219	0.9010	0.8827	1.0685	1.1569										
17			0.2756	0.3268	0.3820	0.4407	0.5032	0.5618	0.6387	0.7121	0.7889	0.8688	0.9524	1.0389	1.0296	1.2231	1.3193	1.4196	1.5226	1.6290	1.7385	1.8509	1.9689			
18			0.2904	0.3444	0.4025	0.4645	0.5304	0.5999	0.6732	0.7506	0.8307	0.9157	1.0038	1.0950	1.1905	1.2890	1.3904	1.4963	1.6048	1.7169	1.8324	1.9508	2.0734			
19				0.3620	0.4230	0.4882	0.5574	0.6304	0.7075	0.7887	0.8736	0.9624	1.0550	1.1507	1.2511	1.3546	1.4613	1.5724	1.6865	1.8043	1.9256	2.0501	2.1790			
20				0.3793	0.4432	0.5115	0.5847	0.6607	0.7415	0.8266	0.9155	1.0085	1.1055	1.2059	1.3112	1.4196	1.5314	1.6480	1.7674	1.8909	2.0180	2.1486	2.2830			
21					0.4676	0.5350	0.6108	0.6909	0.7754	0.8645	0.9443	1.0548	1.1562	1.2611	1.3712	1.4845	1.6015	1.7233	1.8483	1.9775	2.1104	2.2469	2.3881			
22						0.5583	0.6375	0.7210	0.8092	0.9022	0.9992	1.1007	1.2109	1.3161	1.4310	1.5493	1.6713	1.7984	1.9290	2.0637	2.2024	2.3448	2.4921			
23							0.6640	0.7510	0.8428	0.9397	1.0407	1.1465	1.2568	1.3709	1.4905	1.6137	1.7409	1.8733	2.0092	2.1495	2.2941	2.4424	2.5958			
24							0.6904	0.7809	0.8763	0.9771	1.0801	1.1923	1.3068	1.4255	1.5498	1.6781	1.8102	1.9479	2.0892	2.2351	2.3854	2.5396	2.6992			
25								0.8107	0.9098	1.0143	1.1234	1.2375	1.3566	1.4797	1.6088	1.7420	1.8791	2.0222	2.1687	2.3203	2.4762	2.6363	2.8020			
26									0.9432	1.0516	1.1647	1.2831	1.4065	1.5342	1.6781	1.8061	1.9482	2.0961	2.2485	2.4056	2.5674	2.7333	2.9051			
27									0.9765	1.0887	1.2057	1.3283	1.4560	1.5883	1.7268	1.8697	2.0168	2.1703	2.3277	2.4903	2.6579	2.8295	3.0074			
28										1.1256	1.2467	1.3730	1.5055	1.6421	1.7854	1.9231	2.0853	2.2458	2.4067	2.5748	2.7480	2.9256	3.1094			
29											1.2873	1.4181	1.5546	1.6957	1.8436	1.9962	2.1533	2.3171	2.4852	2.6588	2.8377	3.0210	3.2108			
30											1.3279	1.4629	1.6036	1.7492	1.9018	2.0591	2.2212	2.3901	2.5636	2.7426	2.9271	3.1162	3.3121			
31												1.5074	1.6524	1.8024	1.9597	2.1218	2.2888	2.4630	2.6416	2.8262	3.0163	3.2111	3.4130			
32													1.7012	1.8556	2.0175	2.1845	2.3564	2.5357	2.7197	2.9097	3.1054	3.3060	3.5137			
33														1.9088	2.0753	2.2470	2.4239	2.6083	2.7975	2.9929	3.1943	3.4006	3.6143			
34															2.1329	2.3094	2.4922	2.6808	2.8752	3.0761	3.2830	3.4951	3.7147			
35																2.1904	2.3716	2.5584	2.7530	2.9526	3.1589	3.3714	3.5892	3.8148		
36																	2.4337	2.6253	2.8250	3.0300	3.2416	3.4596	3.6831	3.9146		
37																	2.4956	2.6920	2.8968	3.1070	3.3241	3.5477	3.7768	4.0142		
38																		2.7587	2.9686	3.1840	3.4064	3.6355	3.8703	4.1136		
39																			3.2607	3.4885	3.7232	3.9637	4.2128			
40																				3.5703	3.8107	4.0568	4.3119			