スギのクリープと温度について

竹村富男・福山万次郎（木材加工学研究室）

T. Takemura & M. Fukuyama

Studies on Temperature-Effect of Creep of Wood

1. はじめに

木材の力学的な挙動は，単一の弾性，粘性でなく，2つの性質がまじりあつた粘弾性の理論で説明されると考えられる。粘弾性体の力学的な挙動は，不定常現象いわゆる過渡現象と，定常現象としてあらわれるが，われわれの普通もちいる1つの実験装置では，2つの現象を同時にとらえることは不可能に近い。この実験は前者に属するものである。実験は試片を水中でクリープさせ，温度条件をかえることによつて，クリープ量がどう変化するかをしらべ，線型粘弾性理論[5)6)]をもとにして，木材の力学的な挙動を検討しようとした。

実験の指導をしていただいた京大農学部山田正講師，実験をすゝめられた青山君に感謝します。

2. 実験方法

i. 試験片

樹　種：スギ，約80年生，径42cm

木取り：辺材部より柾目木取り

形　状：0.2×1.0×14.0cm（厚さ×巾×長さ）

絶乾比重（r_0）は $r_0=0.38$，平均年輪巾（j）は j＝0.25〜0.30cmで，特に試片内の秋材数には注意し，木口面に4ケあるものをえらんだ。

ii. 装置および条件

Fig.1. にしめす装置により，試片を片持ばりとし，自由端にバランス（感度1mg）で一定荷重をくわえ，このときのたわみ量の時間的変化を読取顕微鏡（精度1/100mm）をもちいて測定した。

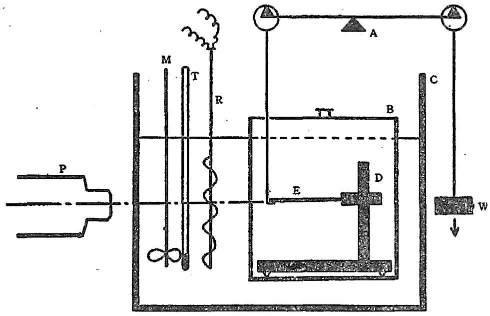
温度条件：0.5°，20°，40°，60°，80°C（±0.5°〜1.0°C）

一定荷重：最大縁応力一定（75kg/cm²）

ス パ ン：12.0cm

測定時間：200分

試片はどの場合も水中にあり，1温度条件あたり5本（0.5°Cは2本）とした。なお，上記一定応力は，20°，80°Cの2条件について，あらかじめ求めた荷重—たわみ曲線の直線部分からきめたものである。



Legends

A : Balance　C : Thermostat　D : Supporter

E : Test piece　P : Comparator　R : Regulator

W : Weight

Fig. 1. Apparatus.

3. 結果と考察

i. クリープ・カーブ

クリープ・カーブについては，木材以外の多くの材料についても，現在まで多数の人々によつて研究されているが，経験的には Power lawとlog law に大別されるようである。ここでは，荷重が比例限界内にあるので，もつとも一般的な形とおもわれる次式[7)]

$$y=PFJ(t) \tag{1}$$

y：負荷後 t における変形量

P：一定荷重（比例限界内）

F：形状係数

J：コンプライアンス

であらわすことにする。ちなみに上式をPについて解けば，y を一定にした場合，すなわち，$y=y_0$ としたときの応力緩和式（近似）がえられる。[7)]

Fig. 2. は各温度におけるクリープ・カーブの1例であるが，温度—クリープ間の関係はあきらかでない。

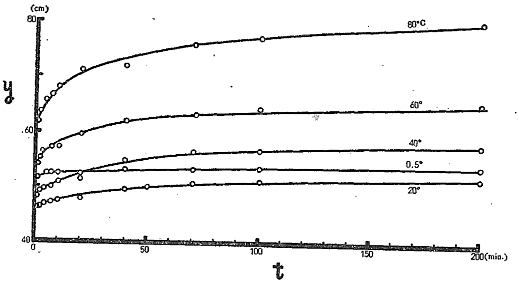


Fig. 2. Examples of original creep curves at different temperatures.

これは，(1)式におけるP, F, Jが試片によつてことなるためと思われる。

そこで，まずP, Fを消去するために，瞬間的な変形量y_0（ここでは0.5分における）を基準にした相対変形率ε

$$\varepsilon=\frac{y-y_0}{y_0}=\frac{PFJ(t)}{PFJ(t_0)}-1=\frac{J(t)}{J(t_0)}-1 \qquad (2)$$

をとる。εは，なお，コンプライアンJの相違がのこるが，いまyの代りにεをとつてみると，Fig.3.の例のように，温度が一定ならば，ほぼ近い値となる。変形量の相対的な値が，ほぼ一定になることは，他のクリープ実験でも認められている[2]。そこで，温度ごとにεの平均値をとり，これと温度との関係をみることにする(Fig.4)。

しかし，そのまえに，変形の力学的模型・仮定などについてふれておきたい。

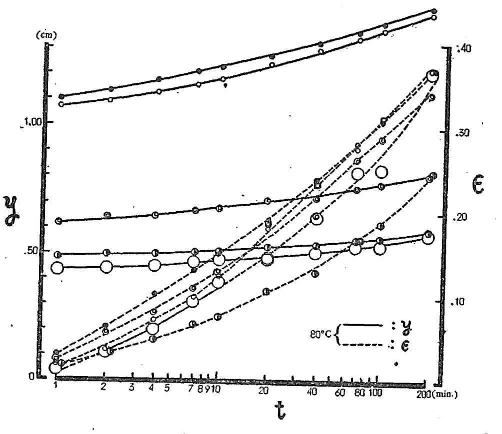


Fig. 3. Comparison of two types of creep curves y-log t to ε-log t at 80°C.

ii 力学的模型と遅延時間

Fig.4.において相異なる温度のカーブは，相互にlog t軸にそつて平行移動すれば重なりあい，相おぎなつて1本の完全なカーブ（master curve）をえがくのではないかと思われる。

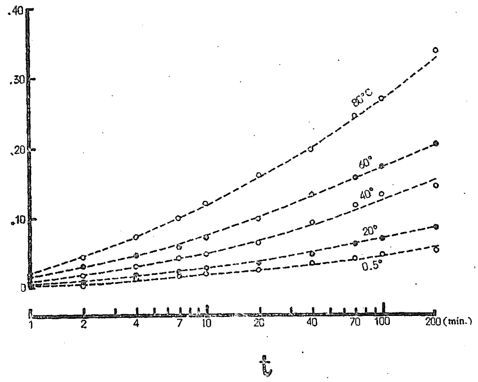


Fig. 4. Creep curves shown by ε-log t at different temperatures.

master curveをえがく方法は，金属・繊維質材料などで用いられているが，木材については，まだ確証されていないようである。この考えは次のような簡単な力学的モデルの中にみられるので，このモデルを足場として，上のデータに考察をくわえる。

a. 木材の変形機構が，左図のような力学的なモデルによつてあらわされるとする。このようなモデルでは，木材の変形量は遅延時間τ_iがどんな形の分布をするかによつてきまる。逆にいえば，どんな形のクリープ・カーブでも，τ_iの値とnを適当に与えれば，いくらでも正確にあらわすことができるはずである。

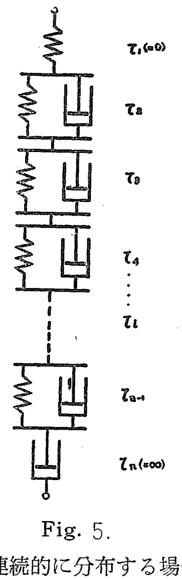


Fig. 5.

b. このモデル全体を，ある温度（基準温度）よりθ°Cだけ高い状態におくとき，すべての遅延時間がもとの$1/a_\theta$ ($a_\theta>1$) に短縮されると仮定してみる。

基準温度およびそれよりθ°Cだけ高温における変形量γ, γ_θは，たとえば，τ_iが0から∞にまで，連続的に分布する場合を考えると，

$$\gamma=S\int_0^\infty J(\tau)\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)d\tau \qquad (3)$$

[5)]

$$\gamma_\theta=S\int_0^\infty J(\tau')\left(1-e^{-\frac{t'}{\tau'}}\right)d\tau' \qquad (4)$$

γ：基準温度，時刻tにおけるひずみ

γ_θ：基準温度$+\theta$°C，時刻t'におけるひずみ

S：一定応力

τ'：$\dfrac{\tau}{a_\theta}$（仮定）

(4)式は(3)式に，仮定$\tau'=\frac{\tau}{a_\theta}$を考慮してえたものであるが，両式の積分範囲に変化がない。したがつて，γ，γ_θのかん数形は同じである。

いま，$\gamma=\gamma_\theta=C$(一定)として，両者が等しいひずみCに達するまでの所要時間をくらべると，(3)(4)式より

$$C=S\int_0^\infty J(\tau)(1-e^{-\frac{t}{\tau}})d\tau=S\int_0^\infty (\tau')(1-e^{-\frac{t'}{\tau'}})d\tau'. \qquad (5)$$

両辺を比較して

$$\frac{t}{\tau}=\frac{t'}{\tau'} \qquad (6)$$

$$\therefore\ t'=\frac{1}{a_\theta}t,\quad t=a_\theta t'. \qquad (7)$$

したがつて，同じ変形量を起こすに要する時間は，高温（低温）の方が低温（高温）よりa_θ倍早い（遅い）ことになる。

このようなモデルに対しては，縦軸を変形量，横軸をlogtにとれば，温度を異にするクリープ・カーブはlogt軸にそつて$\log a_\theta$平行移動して重ね合わすことができる。

c. そこで

$$\left.\begin{array}{ll} y=y(t), & y：基準温度，時刻tにおけるたわみ \\ y_\theta=y(a_\theta\cdot t), & y_\theta：基準温度+\theta°C，時刻tにおけるたわみ \end{array}\right\} \quad (8)$$

と仮定した場合，εがどうあらわされるかを考える。(3)式$\varepsilon=\frac{y-y_0}{y_0}=\frac{J(t)}{J(t_0)}-1$で，$t_0=\phi(t)$を満足する適当なかん数$\phi$を考え，$J(t_0)$の変数$t_0$をtに変数変換すれば，$\varepsilon$は変数として，tだけをふくむ式になる。たとえば，$t_0=k$とすれば，$\phi$として簡単に$\phi=t-(t-k)$をえらべばよいから，たしかに，このようなかん数$\phi$は存在する。従つて，yに関する(8)の仮定は，$\varepsilon$についても，その儘保存される：

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon=\varepsilon(t) \\ \varepsilon_\theta=\varepsilon(a_\theta t). \end{array}\right\} \quad (9)$$

さらに一般に，εの任意のかん数$f(\varepsilon)$についても，同様な関係

$$(10)\quad \left.\begin{array}{l} f=f(\varepsilon)=F(t) \\ f_\theta=f(\varepsilon_\theta)=F(a_\theta t) \end{array}\right\} \quad (10)$$

が成立することはあきらかである。[6]

iii 時間—温度重ね合わせの原理

再びFig.4. にかえつて，(8)式の仮定がなりたつかどうかを(9)式に従つてみる。それにはii. bの方法で，異なる温度のクリープ・カーブを重ね合わせてみればよいのであるが，実際には，温度差による同時刻のクリープ差は，低温・短時間部において，特に小さいので，a_θを正しくもとめることは困難である。そこで，(10)式の関係を利用して，εをlog軸にとつてみると，Fig.6. のようになり，各温度におけるカーブは，logtに関係なく，大体平行に走つていることがわかる。

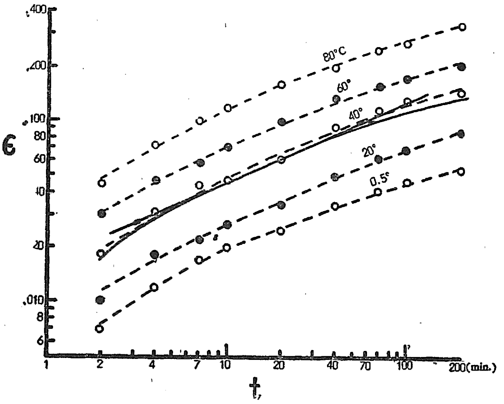


Fig. 6. Creep curves shown by logε–logt.

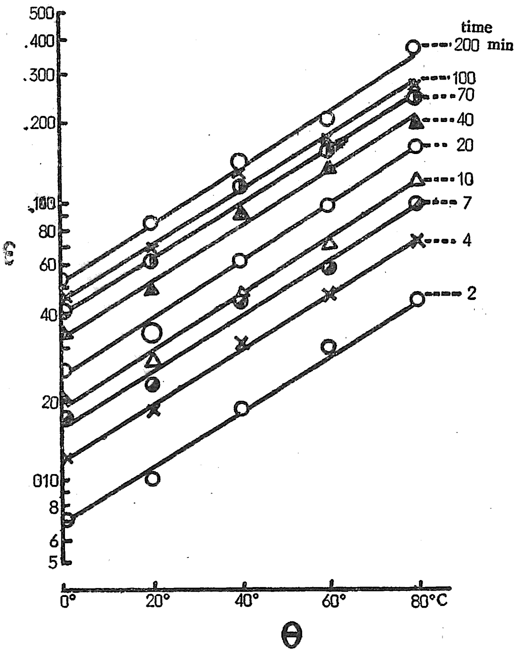


Fig. 7　Relationship between logε and teperature at different times.

平行の度合いをしらべるために，logt軸上で，等間隔にちかいt=2，4，7，10，20，40，70，100，200分における，logε—温度θ間の直線関係をみると，Fig.7 のようになる。すなわち各時刻における直線の勾配はほぼ一定である (Table 1)。

従つて，すべての時刻に対して，直線の勾配は等しい

Table 1. Gradients of $\log\varepsilon$-temperature θ lines at different times.

Time (min.)	2	4	7	10	20	40	70	100	200	Ave.
Gradients ($\times10^{-2}$/°C)	1.0423	.9868	.9809	.9897	1.0443	.9848	.9829	.9715	.9946	.9975

とみなすことができる。Fig.7. の各直線は同じ勾配をもつものとして，最小２乗法により，その位置を決定した。この共通勾配（0.9975×10^{-2}/°C）は次の方法でもとめた：Fig.7で各時刻に対する５点１組を$\log\varepsilon$軸に平行に移動し，40°Cの点が同温度20分の点（$\varepsilon=6.2\times10^{-2}$）に重なるようにした。次いで，これに最小2乗法を適用して，直線式をもとめ，その勾配を共通の勾配とした。これを，Table 1 の平均値とくらべてみると，有効数字４ケタすべてが等しい。

このように，勾配を一定とみなせば，Fig.6. の各曲線は，あきらかに同じ形となり，いずれか１本の曲線をえらべば，他はこれであらわすことができる。すなわち両対数紙上では，温度差による常数項の差異があるだけである。従つて，Fig.6. の各曲線は，次の２式であらわされる：

$$\log\varepsilon=g(\zeta)+\eta,\quad \zeta=\log t \tag{11}$$

$$\eta=\lambda\theta\ ,\quad \lambda\ ,\ :\text{常数} \tag{12}$$

上式で$g(\zeta)$は温度に無関係な$\zeta(=\log t)$のかん数である。$g(\zeta)$のカーブをえるには，各時刻に対する5点１組に，直線の勾配λを既知（共通勾配）として，最小２乗法でもとめればよい。このようにしてえた各点を40°Cの位置でなめらかに結んだものが，Fig.6. の実線で示すカーブである。

この曲線は，僅かであるが，上にとつである。しかし，$4\leqq t\leqq70$（分）の間では，ほとんど直線に近いとみなせるので，この部分に対して直線式をもとめると，次のようになる（Fig.6.）。

$$\log\varepsilon=\alpha\log t+\beta+\eta,\ \alpha,\beta:\text{常数} \tag{13}$$
$$=\alpha\log t+\lambda\theta+\beta$$
$$=0.4323\log t+0.9975\times10^{-2}\times\theta-2.1773$$

上の式で，ε＝一定とし，$\log t$をθのかん数として微分すると次式がえられる：

$$d(\log t)=-\frac{\lambda}{\alpha}d\theta \tag{14}$$
$$=-2.307\times10^{-2}\times d\theta.$$

従つて，ある温度のクリープ・カーブを基準にとると，他の温度のクリープ・カーブは温度差$d\theta$に起因して$\log t$軸にそい，$-\frac{\lambda}{\alpha}d\theta$だけ位置がずれる。

これは，前の仮定Cがなりたつことを意味している。また，⒀式より

$$\varepsilon=t^{\alpha}\cdot10^{\lambda\theta+\beta} \tag{15}$$

$$y=y_0\ \{1+t^{\alpha}\cdot10^{\lambda\theta+\beta}\} \tag{16}$$

となり，クリープ式中のtのべきαは温度に依存しない。

4. おわりに

以上主として，時間－温度重ね合わせの原理を中心にクリープに対する温度の効果を検討してきた。

その結果，

(1) 相対的な変形率ε

$$\varepsilon=\frac{y-y_0}{y_0}=\frac{J(t)}{J(t_0)}-1$$

をとることにより，試片の個体差（コンプライアンスJの相違）が消去できる。ただし，y，y_0は時刻t，t_0（ここでは0.5分とした）における変形；$J(t)$，$J(t_0)$も同様に，それぞれの時刻におけるコンプライアンスである。

(2) εは次の形で，温度θだけに依存する項と，時刻tだけに依存する項との和で示される。

$$\log\varepsilon=g(\zeta)+\eta,\ \zeta=\log t$$
$$\eta=\lambda\theta,\ \lambda,\ :\text{常数}$$

(3) 上式中の$g(\zeta)$は，両対数紙（$\log\varepsilon-\log t$）上，僅かに上にとつなカーブである。

(4) これを近似的に直線とみなせば，上式は

$$\log\varepsilon=\alpha\log t+\lambda\theta+\beta,\ \alpha,\beta:\text{常数}$$

$$\therefore\ d(\log t)=-\frac{\lambda}{\alpha}d\theta\ （ただし，\varepsilon=一定として）$$

となつて，時間一温度重ね合わせの原理がなりたつ。

この実験は，はじめにことわつたように，クリープの短時間テストだけである。従つて測定範囲という点で一般的な結論としては，大きな制約がある。この制約をとり除くためには，非常に広範な静的および動的粘弾性に関する実験研究をつまねばならない。

それと同時に，はじめから試片のコンプライアンスの等しいものを予備テストによつてえらび出し，これについて上と同様な実験を行い，それと今の結果とを比較してみることも必要なことであるとおもわれる。この場合試片の処女性はいくらか犠牲になるが，個体差の少い結果が期待できる。

参考文献

1. 南　義夫：木材の匍匐的性質(1)，木材工業 4，156〜160 (1949).
2. 鈴木　寧：木材の匍匐変形の研究 第1報，木材工業 2，8，43〜47 (1947).
3. R. L. Youngs : Mechanical Properties of Red Oak related to Drying, Forest Products J., 11, 315-324 (1957).
4. R. Meredith : Mechanical Properties of Wood and Paper. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, (1953).
5. T. Alfrey : Mechanical Behavior of High Polymers, Interscience, New York, (1948).
6. 斉藤信彦：高分子物理学，裳華房 (1958).
7. 山田・竹村・梶田：木材のレオロジー (I) (木材研究一投稿予定).

Résumé

We studied on the creep of Sugi (*Cryptomeria japonica D. Don*) and examined the relationship between the creep and the temperature.

The constant load within the proportional limit was applied with a balance to the end of a cantilever (0.2×1.0×12.0cm) in the distillated water. The temperatures of the water were 0.5°, 20°, 40°, 60°, 80°C (±0.5°〜1.0°C). The deflection of the cantilever was measured by comparator during 200 minutes.

Then in each specimen the ratio

$$\varepsilon = \frac{y - y_0}{y_0}$$

y : deflection at time t
y_0 : deflection at time 0.5 min.

was nearly constant at the same temperature. These ratios at different temperatures are essentially equal except a constant η :

$$\log \varepsilon = g(\zeta) + \eta,\ \zeta = \log t$$

where $g(\zeta)$ is a function of logt. The constant η is linear to temperature (cf. Fig. 7). And $g(\zeta)$ is approximately a linear function of ζ ($=\log t$) within the range of our measurements, although this approximation is rough (cf. Fig.6). Then the time-temperature superposition principle is concluded like a generalized voigt model, of which retardation times τ are decreasing with increasing temperature and represented by τ/a_θ ($a_\theta > 1$, suffix θ is the difference from the standard temperature).