中等学校の数学における計算尺の指導法

新 宮 忠 雄 (数学研究室)

SINGU, TADAO

Teaching of a Slide Rule in Secondary Schools.

§1. 計算尺教育における問題点

計算尺は現在，中学2年で簡単な乗除計算を指導し，高等学校の数学Iでややすすんだ使用法や計算尺の原理を教えるようになっている．このほか高校の応用数学には不可欠であろうが，今はこれにはふれない．というのはそこでは必ずしも一意的な指導内容があるとは限らないし，かつまた必修課目でもないからである．このように計算尺を中等教育にとりいれることは，第2次世界大戦の頃から我が国で行われだしたことであるが，義務教育にまでふくまれだしたのは1950年のことである．今後この方向が強化されることはあっても，弱体化される見込みはまずない．ところがとかく計算尺の指導はおろそかにされがちである．ある人はいうであろう：〝計算尺のような高価なものを義務教育の中学生全員に買わせることは無理だ．貧しい家庭の子にはどうしてやるのか〞と．またある人はいうであろう：〝たとえ全員が買いもとめられたとしても，10 cm 位の粗末な目盛の分と，高価な 25 cm のくわしい両面型などとで同時にその成績を競えば，後者が勝るにきまっている．金持の子が貧しい者の子に無条件にすぐれているという結論が出るようなものは，むしろ教えない方がよいではないか〞と．中にはこういう教師もあるかもしれない：〝私達は戦時中ないし戦後の混乱時代に学校に通ったので，計算尺など手にとった事はおろか話にきいたこともありませんでした．それを今になって急に指導せよといわれて全く閉口しています．何とか理由をつけて教えないですます事を考えている次第です〞と．

計算尺はソロバンのような計算用の道具である．したがって不断に練習をかさねて，馴れていくことが大切で，そうしないととても正しくかつ速く計算することはおぼつかない．ソロバンの練習の方はその歴史が古いだけに，どこの家庭でも広く深く根をおろしているのに反して，今問題の計算尺の方は特殊な教育をうけた人でもないとなじみのうすいのが現状のようである．これはどうも年令にもかかわらず，またその人の能力の有無にもよらないように見える．このことは日本だけでなく，欧米諸国でも同様らしい．筆者がアメリカ在学中にうけた感じでは，計算尺の扱い方を知っているのは大学生でも理工系学生を除いては殆んどないと思った程であった．もちろんアメリカ合衆国では，電動計算器が事務室に1台という程度に普及しているから計算尺などは不要と考えられているからかもしれない．日本の義務教育に計算尺がとりいれられていることは世界に誇ってもよいと思う．ところが，前述したような計算尺軽視の風潮である．これではあまり誇るには足らないかもしれない．更にもう一つの軽視理由——特に高等学校の数学Iにおいて——としてあげられるものは，大学の入学試験にかんして文部省のだしている通達である．すなわち数学を必要とする学部，学科であろうと，必要としない学部，学科であろうと，一様に計算尺の原理（対数表による計算もふくめて）はすべてに共通な除外範囲とされていることである．つまり高等学校で必修の数学Iの中にありながら大学の入学試験には除外されている．とすると受験教育に専念されている高校の教師諸氏が，計算尺の指導を軽視されるのも不思議ではなくなる．

§2. 計算尺教育軽視の風潮に対する私見

§1でのべたような計算尺教育にかんする問題点に対する私見をのべる．

第1の計算尺は高価だから義務教育には無理との意見に対しては，次のような解決法が考えられる．第1法は計算尺を手製させるものであって，これについては11.でくわしくのべてあるからここではふれないことにする．この方法は製作指導に4桁の対数表（実際には3桁の対数表を印刷配布してやれば十分なのであるが）がいることと，若干の時間を要するという欠点はあるが，そのことは同時に，対数計算および計算尺の原理を身をもって体験させる長所ともなる．大きい欠点は精密な値がよめないことで，普通3桁の有効数字を期待される計算尺であるのに，2桁ぐらいしか期待できないことである．

ただし出来れば対数表を配るかわりに，紙に計算尺の目盛を印刷した所謂‘紙計算尺’を配布できれば，製作時間の節約と，出来あがったもので有効数字3桁がどうにか期待できるところまでいける．そのかわり前述した長所が失なわれるのはやむを得ない．

第2法は市販の安価なものを共同購入するものである．別にとりあげる程のことはないが，200円ぐらいからあり，350円もだせばまともな分が手にはいる．それをも買えない生徒に対しては，学校で貸出し用として整えてやるのが適当ではあるまいか．それに価格としてはソロバンと同程度であるから，特に高価すぎるというのは当らないと思う．何しろ一生涯使える便利な道具なのだから．ただソロバンの方は，大多数の家庭に既にあるというだけのちがいにすぎない．

第2の貧富による差を解決する方法としては，次のようなものが適当と考える．テストをする前に，生徒各自の所有している計算尺の種類をしらべておく．テストの結果を評価するときには，まず§3にのべているような各種の誤りのうち方法の誤りによるものは同等に扱う．目分量で補間する際の誤差に対してのみ，許容誤差に段階をつける．たとえばある種類の計算尺に対しては，許容誤差が有効数字の第3桁で±1であるとき，その半分の長さで同様な目盛をもつ計算尺使用者に対しては，有効数字第3桁の許容誤差を±2としてやるというふうにすれば不公平は解消する．この理由については§6参照．この方法によれば，手製の計算尺所有者についても，その許容誤差の割合の変化（後述の許容係数を大きくすること）によって調整しうるから極めて有効適切である．

第3の教師側の欠点については全くお話にならない．かりそめにも教育に携わる者として，その指導内容にふくまれている事柄が自分の能力外であるというならば，当然研修にはげんでその悩みを解消させるべきである．もしそれができないなら，すみやかに席を退いて，指導内容に計算尺のふくまれていない所にかわるか，教師の職からサヨナラすべきではあるまいか．いわんやその内容としては，若干の練習を重ねれば，ソロバンよりたやすく標準以上の所まで到達できる計算尺であってみればなおさらである．

第4の常時使用するという空気をかもしだすためには単に計算尺指導期間中だけにとどまらないで，常に計算尺をもっていて教室の内外をとわず，特に生徒の前で使用してみせるというふうにすると，不断の練習と使用の習性を身につけるようになるものである．

第5の大学入試の範囲外であるという点は，文部省内での教育関係者の考え方，およびその原因となっている全国の高等学校の教師の圧力に大きい関係がある．此等両者の再考を促がす次第である．

§3. 計算尺による計算の誤り

計算尺による計算で生じる誤りには次のようなものがある：

(1) 桁ちがい；

(2) 乗除を反対にするもの；

(3) 使うべき目盛と異った目盛（たとえばC尺のかわりにCI尺）をよむ；

(4) 逆目盛を普通目盛のように左から右によむ，また普通目盛を逆目盛のように右から左によむ；

(5) 1から2の間に補助に刻んである1～9を1.1～1.9としないで1～9と誤るもの；

(6) 目盛がたとえば0.02とびであるのに，0.01とびのようによむ．つまり目盛間隔の感ちがい；

(7) 目分量でよむ所で，過大に又は過小によむ；

(8) (6)と似て非なものに（これは視力の悪い人におこりがちであるが）隣りの目盛をよむものがある．

(9) 開平にあたって，A尺の左半分を使うか右半分を使うかを誤るもの．なおこの種の誤りは開立にあたってはなお一層起こりやすい．

此等を除去するように指導するのが数学教師の仕事であり，その方法としては次のようなものがある：

(1) 概算による方法で検算（あるいは始めからこの方法でやる）によってほとんど除去しうるはずである．しかし実際には概算による位取りでさえ間違う者が少なくない．これは計算尺以前の小・中学校における数学教育の問題で，もっと重要視されねばならない事の一つである．

(2) 方法の指導を個別にくりかえすより手はなさそうである．

(3) これも前項と同様であろう．

(4) これも方法の誤りではあるが，一応C尺，D尺による乗除が自由になった者が，よりはやく計算するために逆目盛を使いはじめる頃におかす誤りである．従って前2項のものより改めやすい．時々注意を与える程度で十分であるが，それでも改まらないときはしばらくの間逆目盛の使用をやめさせればよい．

(5) これは初期の誤りで最もしばしばおこるものである．最初によく注意を与えるのは勿論であるが，黒板に大体の目盛を写して，1.1，1.2，……，1.9というふうに補助の数字を明記しておくと効果がある．昔の計算尺にはこの補助の数字1.……を記入してあったのが多かったが，最近は殆んど影を消したようである．

(6) これの除去のためには，目盛間隔がどうなっているかということを，指導の最初に徹底させる必要がある．そのために，皆のもっている計算尺の目盛がどうい

う構造になっているかを各自でしらべて発表させ，教師はそれを分類しながら板書する．そうするとどうしても2～4種類位におちつくはずである（C尺とD尺について）から，自分の計算尺はどんな目盛のとび方をしているかがのみこめる．一度これに気づいてからは，この種の誤りは殆んどおこらなくなるのが普通である．なおこのときに1～2，2～4（又は5），4（又は5）～10の3通りの区間のあることと，それらにそれぞれL相（low phase 又は low zone），M相（middle phase 又は middle zone），H相（high phase 又は high zone）という名のあることにふれてもよい．これらは正式の名ではないようであるが，相当広く行われているらしいので本論文ではこれによることにした．

(7) 人間の肉眼による細かいものを弁別する能力の限界は，その視力にもよるし，また練習の程度にもよる．一般に中学校の理科などでは，1mmの 1/10 を判読するように指導されているが，実際にはこれは容易ではない普通程度の能力のもち主なら 1/5 mm位までであろう．25cm計算尺では，1.08mmの間隔の所から，0.54mm（又は0.44mm）位までである．従って前者でその 1/5 位まで，後者ではその 1/2 程度までを要求すれば十分と考える．なお計算尺の補間の目測にあたって特に注意しなければならないことは，丁度中央にあればその数は 1/2 より小さいということである．すなわち 1/2 になる所は中央より心持ち右よりになるはずである．このことは補間に際して特に指導を要する．この点は対数計算でも同様にいえることであるが，今はそれにはふれない．いずれにしても，(7)の誤りは練習によって減少できるし，また減少させたいものである．しかし完全になくすことはできない．あまり細かく読んでもそれを計算機で点検すると相当ちがっていることはしばしばみられるところである．これは計算尺の宿命とでもいうべきもので，人工的な目盛の刻み方に頼り，肉眼で目盛やカースルをあわせて読む以上やむをえない．この種の誤りが，§5，§6で論じようとする許容誤差の最も重要な対象となるのである．

(8) は練習と共に十分な睡眠などに注意しなければ除去できない．この種の誤りも今から論じる誤容誤差の対象となりうるが，通常外れることが多い．勿論指導初期には準正解のグループにはいることであろう．（準正解の意義にかんしては 11.参照）

(9) は方法の誤りに属しているので，指導をくりかえすと消失する．ただしその前に (1) の誤りをなくすことが先決問題である．なぜなら (9) の誤りの原因は知っていても，根号の中の乗除計算で桁ちがいをしたのではお話にならないからである．なおこの種の誤りに対しても(1) のような概算による点検は極めて有効である．

§4. 計算尺の目盛間隔の種類

普通計算尺の目盛の種類というとA，B，C，D，K，CI等といったものをいうが，ここでは主として中等教育の場合を対象とするので，C，D尺の目盛のわり方の種類だけをしらべることにする．現在日本で市販の計算中最も沢山出廻っているヘンミのものについて，そのC，D尺の目盛の間隔による分類を行うと次のようになる．

L：0.01とび（1～2），M：0.02とび（2～5），H：0.05とび（5～10）の方式によるものは，25cmものにだけあって，No. 40 RK，50，50w，153，250，301，2664などがそれである．

L：0.01とび（1～2），M：0.02とび（2～4），H：0.05とび（4～10）の方式によるものには，25cmのもので No. 64，80，80K，130，251，255，256，257，259，2690等があり，20cmのもので No. 2640等がある．15cmもので No. 66，86K，136；125mmものでは凸レンズつきのカースル所有の場合に限って発売されていたが，今ではほとんど製作していないようである．

L：0.02とび（1～2)，M：0.05とび（2～5），H：0.1とび（5～10）の方式によるものは，25cm計算尺にはなく，20cmもので No. 22，45等があり，125mmものでは No. 34 RK，74，2634等がある．また10cmものでは No. 30，32，32R等がある．

L：0.005とび（1～2），M：0.01とび（2～5），H：0.02とび（5～10）の方式は 50cm ものにだけあって，No. 70，154，275，279，2670等がそれである．

米国の代表的な計算尺製造会社である Keuffel and Esser Co. の製品についても大同小異である．1例をあげると25cmもののN 4081（両面型，木製）は，L：0.01とび（1～2），M：0.02とび（2～4），H：0.05とび（4～10）となっている．

§5. 目分量で補間するときの誤差

(7) にもとづく誤差には2通りあると考えられる．例えば，$x_1 \times x_2 = x$ という計算をD尺とC尺でするときを考えてみよう．まずD尺上のx_1 にカースルをあわせる．この時の誤差を第1誤差と命名することにする．つぎにこの上にC尺の1（又は10）をあわせる．この時の誤差を第2誤差と名づける．つぎにC尺の x_2 にカースルをあわせる．この時の誤差を第3誤差と命名する．最後に x_2 の下のD尺の目盛 x をよみとるのであるが，この時にも誤差を伴いうる．これを第4誤差とする．以上第1から第4までの誤差があるが，このうち第1はたとえカースルの真上から見たとしても若干はおこりうる．しか

し第2はカースルの真上から見る習慣が身につけばまず無視できると思われる．第3は第1と同程度におこりがちである．第4は第1～第3の分とは異なり，結果をよみとるときの誤差である．最初（特に第1と第2）の方は，小木曾四郎氏によれば setzen の誤差であり，第4の方は reden（読みとり）の誤差である．3. 参照．このうち setzen の誤差の方は測りにくいことと，読みとりの誤差よりも小さいという理由からここではふれないこととし，読みとりの誤差だけをとりあげることとする．3.,5.,11.参照．さてこの読みとりの誤差のおこる原因を考えてみると，目盛間隔のせますぎるためにチラチラして読みにくいという場合と，目盛間隔はせまくはないが，その間の目分量による補間がうまくいかぬ場合との2通りがあるようである．何れの場合も目盛線の真上に答 x がきたときは，誤差がほとんどおこらない点からも納得がいくことと思う．としてみると読みとりの誤差は，その答 x のでる位置によって差があることは想像にかたくない．

§6. 結果に対する許容誤差

計算尺の指導にあたって最も困難を感じるのは，計算結果を評価する際の許容誤差をどれ位にするかという点であろう．しかも生徒の使っている計算尺は同一種類のものとは限らない．紙製，セルロイド製，手製のものから竹製，木製の市販のものまであるし，各々にも長短いろいろある．長い計算尺でえた結果は，正しく扱われたときには，短かい計算尺でえられた答より正確なものであることは，一応の心得のある人なら誰でも知っていることである．等しい長さの計算尺でも，高価なものは目盛が細かい．細かい目盛のものからはより細かな結果がえられる．筆者はこれら計算尺の長さと，目盛の細かさ，および指導の進度により，いろいろな場合をふくむような許容範囲の公式化を考え，その第1段階としての公式（方法）だけは既に1950年に発表した．11. 参照．しかしながらこれは裏付けとなる理論のない単なる経験的公式であったので，ここにその裏付けを発表する．

さて主として(6)を対象とする許容誤差の範囲について筆者のしらべたところでは次のようなものがある．ここに x は答の数値であり，LはL相，MはM相，HはH相をあらわす．また対象としている計算尺は尺度係数 m＝200(mm) で，目盛は次のようになっているものである：

L: $1 \leqq x < 2$　(0.02とび)

M: $2 \leqq x < 5$　(0.05とび)

H: $5 \leqq x < 10$　(0.1 とび)

ヘンミの No. 45の生徒の練習用と称しているのがこれに該当している．

Ⅰ．山梨県北巨摩数学研究部の案：

$x \in L$ の区間では，x の第4桁に±2；

$x \in M$ の区間では，x の第4桁に±5；

$x \in H$ の区間では，x の第4桁に±10

として答は第3桁までとるもの．5. 参照．

Ⅱ．ヘンミ研究部の松浦次郎氏の案：

$x \in L$ の区間では，x の第3桁に±0；

$x \in M$ の区間では，x の第3桁に±1；

$x \in H$ の区間では，x の第3桁に±2

として答は第3桁までとるもの．5. 参照．

Ⅲ．平田巧，佐藤忠両氏の案：

$x \in L$，M の区間では，x の第3桁に±1；

$x \in H$ の区間では，x の第3桁に±2

として第3桁までとる．5. 参照．

Ⅳ．中山政三氏の案：

$x \in L$ の区間では，x の第4桁に±2；

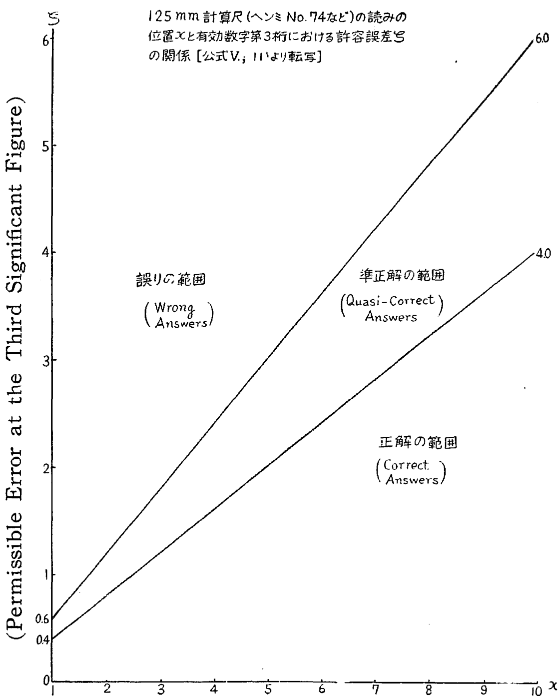
$x \in M$ の区間では，x の第4桁に±4；

$x \in H$ の区間では，x の第4桁に±10

として第3桁までをとる．5. 参照．

Ⅴ．新宮忠雄の第1案：

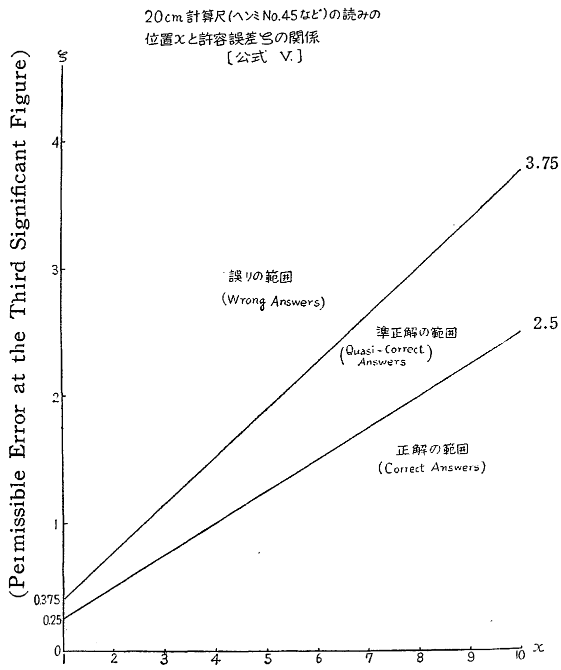
これは拙著 11. の 15ページにしめした方法（第1図参照）を，20 cm 計算尺に変換したものである．なお此



(Answer on D-scale)

Fig. 1.

等両計算尺（前者は125mm）の目盛の種類（L, M, Hの目盛のとび方と範囲）は同一である．変換の方法は，計算尺の長さと許容誤差の大きさを反比例さすものである．第2図参照．



(Answers on D-scale)
Fig. 2.

Ⅰ.～Ⅳ. と Ⅴ. をくらべると，前者の許容誤差はⅤ. より著しく小さいが，これは学習する生徒の能力および練習の進度によるものであって，一概にはどちらがよいとは言えないことである．Ⅴ. の許容範囲はこれより若干狭める方がよいかもしれないし，練習の進むのに応じては当然そうなるべきである．しかしいずれにしてもこれは経験的な許容範囲にすぎない．より理論的なものとしてはⅤ. を改めた後述のⅥ. が考えられる．これによるとⅠ.～Ⅳ. の長所も考慮にいれられているし，Ⅴ. の考え方もふくんでいる．そのかわりⅠ.～Ⅳ. にくらべて相当繁雑化するので，テストの評価にあたっては時間を余計にくうのはやむを得ないことであろう．

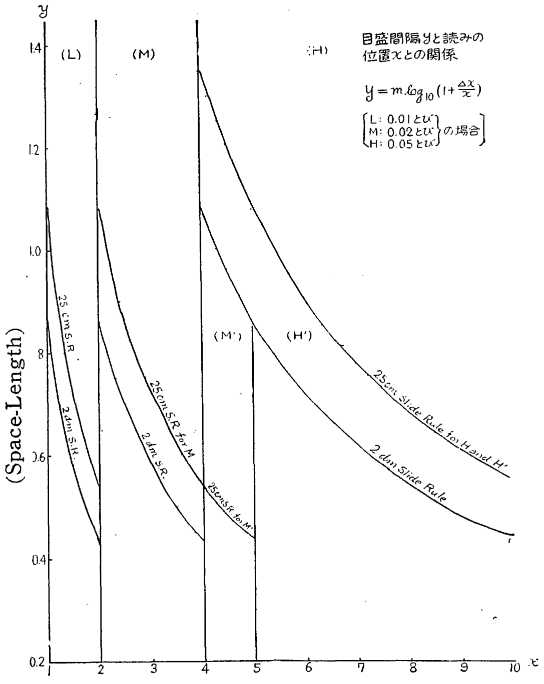
Ⅵ. 新宮忠雄の第2案：

ここではL：　$1 \leqq x < 2$（0.01とび），

M：　$2 \leqq x < 4$ 又は5（0.02とび），

H：　4又は $5 \leqq x < 10$（0.05とび）

の種類の目盛をもつ125mm，20cm，25cm 3種の計算尺についてしらべることにした．目盛間隔の逆数をグラフにあらわすと第4図の如く直線となる．（この理由については後述する.）これに目盛間隔（とび）を乗じたものをもって許容誤差の基準とする案である．例えばこの積を10（これを許容係数，coefficient of permissibility と命名する）倍した量をもって有効数字第3位における許容誤差とすると第6図のようになる．結果的にみると第6図は第1，第2図と大差はない．勿論計算尺の長さや目盛間隔などの考慮は別にはらうものとするが，直線になるという点は同じである．しかしⅤ. は単なる筆者の経験的公式にすぎなかったのに反し，Ⅵ. はこれに理論的な裏づけがついている点が異なる．前者の目盛様式をもつ計算尺についてその正味の長さ m（尺度係



(Answers on D-scale)
Fig. 3.

数，scale coefficient）毎に許容誤差を図示すれば，第7図のようになる．

第3図は横軸に答の読みとり位置をとり，縦軸に計算尺上の目盛間隔をとったものである．これには

L：　1～2（0.01とび），

M：　2～4（0.02とび），

H：　4～10（0.05とび）

の場合をしめしたが，M相が2～5で，H相が5～10となったときも大同小異である．

横軸上に計算尺の隣りあわせの2つの目盛 x_1，x_2 をとると

$$x_1 + \Delta x = x_2,$$

ここに Δx は目盛のとびの量をあらわす．x に応ずる計

算尺上の目盛間隔を y であらわすと，

$$y_1 = m\ (log_{10} x_2 - log_{10} x_1)\ .$$

ここに m は計算尺の尺度係数である． これをかきかえて

$$y_1 = m\ log_{10} \frac{x_2}{x_1}$$

とし，さらに一般に

$$y = m\,log_{10} \left(\frac{x+\Delta x}{x}\right),$$

$$\therefore\ y = \frac{m}{log_e 10} \cdot log_e \left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right).$$

さて $-1 < \frac{\Delta x}{x} \leqq 1$ であるから $log_e \left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)$ は級数に展開できる．すなわち

$$y = \frac{m}{log_e 10}\left[\frac{\Delta x}{x} - \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^3 - \cdots\cdots\right]$$

ところが

$1 \leqq x < 2$ のとき $\Delta x = 0.01$,

$2 \leqq x < 4$ 又は $2 \leqq x < 5$ のとき $\Delta x = 0.02$,

$4 \leqq x < 10$ 又は $5 \leqq x < 10$ のとき $\Delta x = 0.05$

であるから

$$\frac{\Delta x}{x} \leqq 0.0125$$

$$\therefore\ \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 \leqq 0.0001.$$

よって上の展開式における第2項以下を省略すると

$$y \fallingdotseq \frac{m\ \ \Delta x}{log_e\ 10} \cdot \frac{1}{x}$$

となる． これは近似直角双曲線をしめす． Δx は各相により異なるから， 同一の計算尺について3通りの曲線がえられる (各相につき1本ずつ)．すなわち

$$\mathrm{L}:\ y \fallingdotseq \frac{0.01m}{log_e 10} \cdot \frac{1}{x},$$

$$\mathrm{M}:\ y \fallingdotseq \frac{0.02m}{log_e 10} \cdot \frac{1}{x},$$

$$\mathrm{H}:\ y \fallingdotseq \frac{0.05m}{log_e 10} \cdot \frac{1}{x},$$

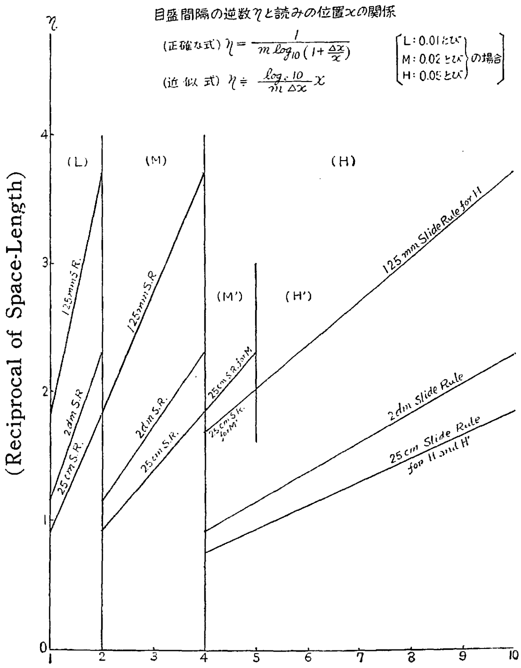
第3図参照．

同一の目盛形式であっても， 尺度係数が異なると別々の式がえられるのは当然である．

この y の逆数を η とすると，η は許容誤差の基準化に有効である． 第4図参照． 第4図の横軸には第3図の横軸と同一の x (答のよみとり位置) がとってあり， 縦軸には第3図の y の逆数 η がとってある． 第4図の方程式は

$$\eta \fallingdotseq \frac{log_e\ 10}{m\ \ \Delta x} \cdot x$$

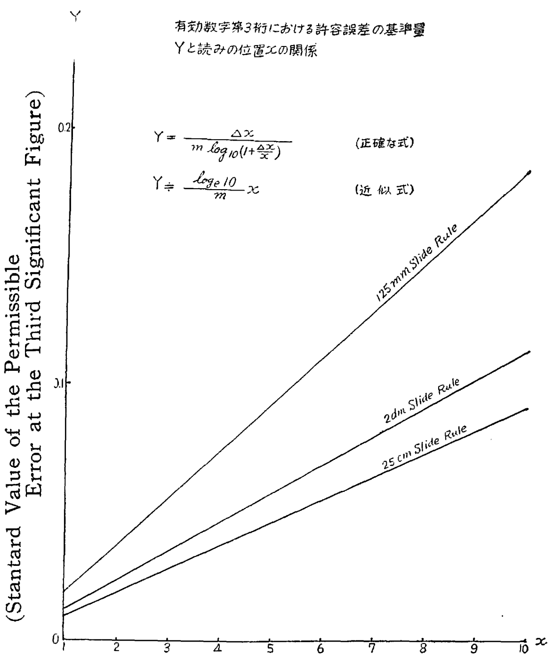
であり，ここに $\frac{log_e\ 10}{m\ \ \Delta x}$ は各相毎の定数であるから，上式は各相毎の近似直線をあらわす．



(Answers on D-scale)

Fig. 4.

しかしながら η をもってしてもなお許容誤差の基準を与えるものとするのは不都合である． なぜならば，計算尺の目盛間隔の広いところ (例えば左端) では誤りはおこりにくく，またたとえおこってもその誤差は小さい．



(Answers on D-scale)

Fig. 5.

しかしながら狭いところ（例えば右端）では誤りはおこりやすく，しかもその誤差は大きくなりがちである．故にηに更に，その目盛のとびの量Δxを乗じてやれば，許容誤差の基準量として採用できると考えるのは当然のいきおいである．これを図示したものが第5図であって，第4図では同一種の計算尺でもL，M，H 3相により異なった3近似直線となったのが，1本の近似直線となる．この縦座標をYとすると，

$$Y=\frac{\Delta\ x}{m\ log_{10}\left(1+\frac{\Delta x}{x}\right)},$$

または

$$Y=\frac{\Delta x\ log_e\ 10}{m\ log_e\left(1+\frac{\Delta x}{x}\right)}$$

となる．これを前述のように級数に展開して，第1項だけをとったものは

$$Y \fallingdotseq \frac{log_e\ 10}{m}\cdot x$$

であって，これが第5図にかいてある近似直線の方程式となる．第6図はYに筆者の経験から出した倍率（許容係数，coefficient of permissiblty）10をかけたものϕを縦軸にとって図示したものである．

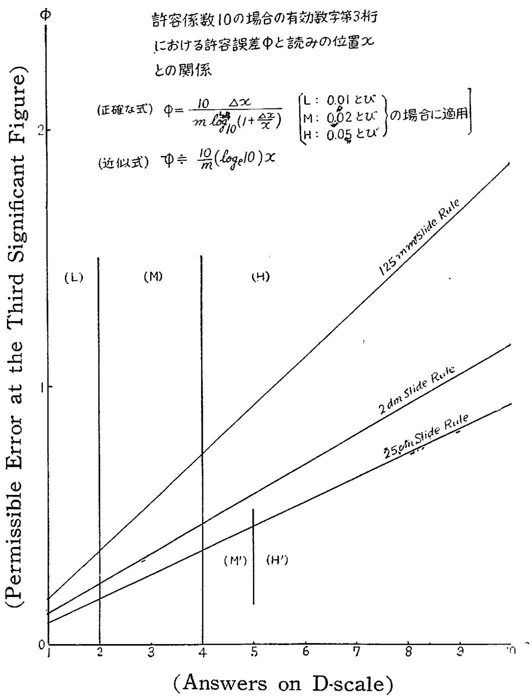


Fig. 6.

また第7図は許容係数を20としたときである．この係数の大きさについては人によりいろいろ異った意見が出ることと思うが，指導初期と末期で，又中学と高校とでは当然大小がある．このことについては11.を参照されたい．

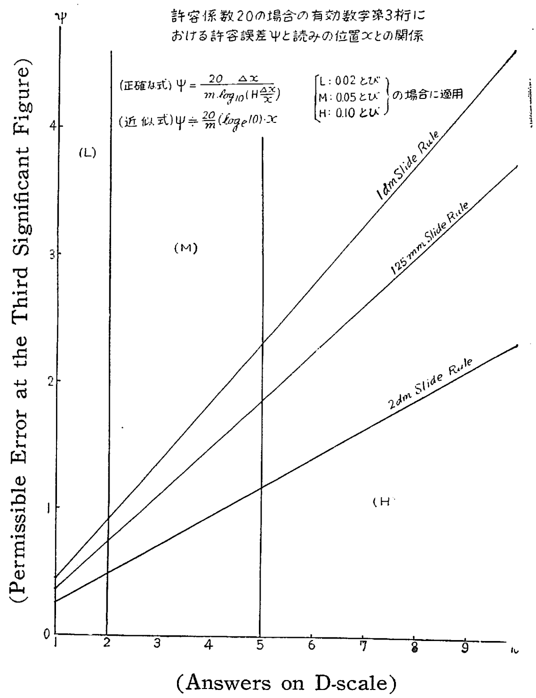


Fig. 7.

第1，2表は此等の値を計算でもとめる経過をしめしたもので，第1表の方では $log_{10}\left(\frac{x+\Delta x}{x}\right)$ を対数表16.によって小数13位までもとめてみた．ただしそれによってくわしい計算をしたのはm=200の場合だけであって，m=125とm=250の場合は対数表17.によった計算である．第2表の方では17.だけによって計算した．というのは16.は$x > 4.00$に対しては未刊であるからである．しかし第1表から

$$\eta=\frac{1}{m\ log_{10}\left(\frac{x+\Delta x}{x}\right)}$$

が3本の近似直線になりながらも，くわしい計算をしたときには直線にはならぬことに気付きうるであろう．すなわちm=200に対するηの上下の差をもとめたところをみれば，上の方の差は下の方の差よりも少しずつ大きいことがわかる．勿論この差たるや小数第6位までは一致して，小数第7位でごくすこし違うだけであるから，実用には直線とみていささかも差支えは生じない．なお第2表の方は全く近似直線になることをしめしている．この第1，2表は比較的くわしい目盛をもっている計算尺について求めたものであるが，はじめの許容誤差についての各種の案の所で出たような目盛をもつものについ

第1表

$\varDelta x$	x	$log_{10}\left(\frac{x+\varDelta x}{x}\right)$	$mlog_{10}\left(\frac{x+\varDelta x}{x}\right)$ $(m\ n)$			$\frac{1}{mlog_{10}\left(\frac{x+\varDelta x}{x}\right)}$ $\left(\frac{1}{mm}\right)$				$\frac{\varDelta x}{mlog_{10}\left(\frac{x+\varDelta x}{x}\right)}$ $\left(\frac{1}{mm}\right)$		
			$m=125$	$m=200$	$m=250$	$m=125$	$m=200$	(左の欄の差)	$m=250$	$m=125$	$m=200$	$m=250$
0.01	1.00	0.0043213737826	0.54017	0.8642747565	1.08034	1.85127	1.157039463	0.115130118	0.92563	0.0185127	0.01157039463	0.0092563
	1.10	0.0039302936285	0.49129	0.7860587257	0.982575	2.03547	1.272169581	0.115129976	1.01773	0.0203547	0.01272169581	0.0101773
	1.20	0.0036041242688	0.450525	0.7208248538	0.90105	2.21963	1.387299557	0.115129864	1.10982	0.0221963	0.01387299557	0.0110982
	1.30	0.0033279433489	0.46599	0.6655886698	0.831975	2.40392	1.502429421	0.115129778	1.20196	0.0240392	0.01502429421	0.0120196
	1.40	0.0030910769771	0.38639	0.6182153954	0.772775	2.58807	1.617559199	0.115129709	1.29404	0.0258807	0.01617559199	0.0129404
	1.50	0.0028856882375	0.36070	0.5771376475	0.72140	2.77239	1.732688908	0.115129651	1.38619	0.0277239	0.01732688908	0.0138619
	1.60	0.0027058933759	0.33824	0.5411786752	0.676475	2.95650	1.847818559	0.115129606	1.47825	0.0295650	0.01847818559	0.0147825
	1.70	0.0025471890139	0.31840	0.509437802	0.63680	3.14070	1.962948165	0.115129566	1.57035	0.0314070	0.01962948165	0.0157035
	1.80	0.0024060697659	0.30076	0.4812139532	0.601525	3.32488	2.078077731	0.115129534	1.66244	0.0332488	0.02078077731	0.0166244
	1.90	0.0022797662949	0.284975	0.4559532590	0.56995	3.50908	2.193207265		1.75454	0.0350908	0.02193207265	0.0175454
	1.99	0.0021769192543	0.27211	0.4353838509	0.544225	3.67495	2.296823821		1.83748	0.0367495	0.02296823821	0.0183748
0.02	2.00	0.0043213737826	0.540175	0.8642747565	1.08035	1.85125	1.157039463	0.115130118	0.92563	0.0370250	0.02314078926	0.0185126
	2.20	0.0039302936284	0.49129	0.7860587257	0.982575	2.03547	1.272169581	0.115129976	1.01773	0.0407094	0.02544339162	0.0203546
	2.40	0.0036041242688	0.450525	0.7208248538	0.90105	2.21963	1.387299557	0.115129864	1.10982	0.0443926	0.02774599114	0.0221964
	2.60	0.0033279433489	0.41600	0.6655886698	0.83200	2.40385	1.502429421	0.115129778	1.20192	0.0480770	0.03004858842	0.0240384
	2.80	0.0030910769772	0.38639	0.6182153954	0.772775	2.58807	1.617559199	0.115129709	1.29404	0.0517614	0.03235118398	0.0258808
	3.00	0.0028856882375	0.36070	0.5771376475	0.72140	2.77239	1.732688908	0.115129651	1.38619	0.0554478	0.03465377816	0.0277238
	3.20	0.0027058933759	0.33824	0.5411786752	0.676475	2.95650	1.847818559	0.115129606	1.47825	0.0591300	0.03695637118	0.0295650
	3.40	0.0025471890138	0.31840	0.5094378028	0.63680	3.14070	1.962948165	0.115129566	1.57035	0.0628140	0.03925896330	0.0314070
	3.60	0.0024060697659	0.30076	0.4812139532	0.601525	3.32488	2.078077731	0.115129534	1.66244	0.0664976	0.04156155462	0.0332488
	3.80	0.0022797662949	0.284975	0.4559532590	0.56995	3.50908	2.193207265		1.75454	0.0701816	0.04386414530	0.0350908
	3.98	0.0021769192543	0.27211	0.4353838509	0.544225	3.67495	2.296823821		1.83748	0.0734990	0.04593647642	0.0367496

第2表

Δx	x	$log_{10}\left(\frac{x+\Delta x}{x}\right)$	$mlog_{10}\left(\frac{x+\Delta x}{x}\right)$ (mm)			$\frac{1}{mlog_{10}\left(\frac{x+\Delta x}{x}\right)}$ $\left(\frac{1}{mm}\right)$			$\frac{\Delta x}{m\ log_{10}\left(\frac{x+\Delta x}{x}\right)}$ $\left(\frac{1}{mm}\right)$		
			$m=125$	$m=200$	$m=250$	$m=125$	$m=200$	$m=250$	$m=125$	$m=200$	$m=250$
0.05	4.00	0.0053950	0.674375	1.07900	1.34875	1.48285	0.92678	0.74143	0.0741425	0.0463390	0.0370715
	4.50	0.0047989	0.59986	0.95978	1.199725	1.66705	1.04191	0.83352	0.0833525	0.0520955	0.0416760
	5.00	0.0043214	0.54016	0.86424	1.080325	1.85129	1.15709	0.92565	0.0925645	0.0578545	0.0462825
	5.50	0.0039303	0.49129	0.78606	0.982575	2.03547	1.27217	1.01773	0.1017735	0.0636085	0.0508865
	6.00	0.0036041	0.45051	0.72082	0.901025	2.21969	1.38731	1.10985	0.1109845	0.0693655	0.0554925
	6.50	0.0033279	0.41599	0.66558	0.831975	2.40392	1.50245	1.20196	0.1201960	0.0751225	0.0600980
	7.00	0.0030911	0.38639	0.61822	0.772775	2.58808	1.61755	1.29404	0.1294040	0.0808775	0.0647020
	7.50	0.0028857	0.36071	0.57714	0.721425	2.77229	1.73268	1.38615	0.1386145	0.0866340	0.0693075
	8.00	0.0027059	0.33824	0.54118	0.676475	2.95650	1.84781	1.47825	0.1478250	0.0923905	0.0739125
	8.50	0.0025472	0.31840	0.50944	0.63680	3.14070	1.96294	1.57035	0.1570350	0.0981470	0.0785175
	9.00	0.0024061	0.30076	0.48122	0.601525	3.32488	2.07805	1.66244	0.1662440	0.1039025	0.0831220
	9.50	0.0022798	0.284975	0.45596	0.56995	3.50908	2.19317	1.75454	0.1754540	0.1096585	0.0877270
	9.95	0.0021669	0.27086	0.43338	0.541725	3.69191	2.30744	1.84596	0.1845955	0.1153720	0.0922980
0.02	4.00	0.0021661			0.541525			1.84664			0.0369328
	4.20	0.0020632			0.51580			1.93874			0.0387748
	4.40	0.0019696			0.49240			2.03087			0.0406174
	4.60	0.0018842			0.47105			2.12292			0.0424584
	4.80	0.0018058			0.45145			2.21508			0.0443016
	4.98	0.0017407			0.435175			2.29793			0.0459586

ても作成してある．ただし大同小異であるので掲載は省略した．

以上論じた許容誤差は勿論絶対誤差 (absolute error) であって，相対誤差 (relative error) は Y/x で与えられる．Δx の小さい限りでは，近似的に

$$\frac{Y}{x} \doteqdot \frac{\log_e 10}{m}$$

となるので，x によらない定数となる．すなわち

10cm計算尺では	0.02302585093……
125mm計算尺では	0.0184206807
20cm計算尺では	0.01151292547
25cm計算尺では	0.009210340

(単位： 1/mm) となる．このように相対誤差が計算尺毎に一定であるということは計算尺の特長であるが，テストの評価にはやはり絶対誤差によるのが望ましいと思う．

§7. 指導上の他の注意事項

以上のべたところは，中等教育における計算尺指導上おこるいろいろな障害およびそれの解決法である．実際に計算尺を利用する場合には，この外にCF，DFのようなずらし目盛 (folded scales) CI, CIF のような逆目盛 (inverted scales)，2重対数目盛 (log log scales) 等の用法は極めて便利なものであるが，中等教育でそこまで指導するのは無理と考える．それよりも指導上欠かしてならないことは，なるべくすべり尺 (slide) を動かさないで計算する工夫である．すなわち $a \times b \div c$ は $a \div c \times b$ というふうにするとか，$x_i \times y$ $(i = 1, 2, \cdots)$ は $y \times x_i$ と改めてするとかいったものである．まだこの外に $x_i \div y$ $(i = 1, 2, \cdots)$ は $1 \div y \times x_i$ に改めるものや，$y \div x_i$ $(i = 1, 2, \cdots)$ はC尺のかわりに CI 尺〔もし CI 尺がないときは，すべり尺をぬきとり左右いれかえてさしこみ，C 尺（逆立ちをして上端にある）をもってCI尺のかわりとすればよい〕を利用する除法を行うといったものがある．なお以上のような計算のとき，目外れがおこったときは（ずらし目盛がないとき），その都度すべり尺を動かすことをしないで，目外れのおこったものをまとめて最後に計算する方法をとれば，すべり尺の運動は高々2回ですむことになる．このような簡単なことでも，考えなしにすごすと相当な手間と，大きな誤差を招く原因となる．このような指導は案外軽視されているようであるが，実際面を考えるともっと重要視されなければならないと信ずる．

終りに当って，他の種類の計算尺について少しふれたい．計算尺といえば普通乗除に限られるように感じられるが，指導のはじめには理解を助けるための加減用計算尺も当然考えられてよいし〔4.,9.,10.,11.,14.等参照〕，現実にその目的のために出来ている計算尺さえある．12.参照．しかし此等はいずれにしても考えられるというにとどまって，実用性には乏しい．

文　献

1. ヘンミ計算尺研究部：計算尺発達史．
2. Kells, Lyman M.; Kern, Willis F.; Bland, James R.: Log Log Duplex Decitrlg Slide Rule Manual. 1943. Keuffel & Esser Co., New York.
3. 小木曾四郎：計算尺の誤差について．数学教育，4，19，1950．日本数学教育会．
4. 森達雄：計算図表および新計算尺の設計，173，1944．積善館．
5. 中山政三：計算尺練習過程における視読許容範囲について．数学教育，36，6，1954．日本数学教育会．
6. 日本数学教育会：計算尺使用法．
7. 大家豊視：二重対数における実用解析．数学教育，40，112，1958．日本数学教育会．
8. 大家豊視：対数尺の副尺について．数学教育，43，12，1961．日本数学教育会．
9. 柴垣和三雄：実用解析，78，1948．河出書房．
10. 柴垣和三雄：実用数学，12，1955．共立出版．
11. 新宮忠雄，大原要次郎：小・中学校における数学教育の理論と実践，14，1950．島根大学教育学部付属中学校数学研究会．
12. 曾田梅太郎：満年月計算尺について．数学教育，35，4，1953．日本数学教育会．
13. 杉浦次郎：計算尺標準教本．共立出版．
14. ブラジス（БРАДИС），B．M．：基礎数学―暗算と筆算，計量の補助手段，88，1958．商工出版．
15. 渡辺哲雄（数学教育研究会）：数学教育と教材研究，123，1960．明治図書．
16. University of London, Biometric Laboratory: Logarithmetica, Britannica, Part I, II, III, 1934–1952. Cambridge University Press.
17. 丸善出版部：丸善7桁対数表，1956．

Summary

§ 1. Problems in Teaching of a Slide Rule

The teaching of a slide rule has been compulsory in junior and senior high schools since 1950, and yet many teachers are neglecting or at least trying to ignore it. Accordingly the use of a slide rule is not popular in our society yet. The reasons for this fact should be as follows:

(1) It is rather expensive compared to a text-book.

(2) Those who are rich can get better ones than those who are poor, so it would be unfair in the estimation of a test.

(3) Some teachers are not accustomed to the use of a slide rule or have few knowledge of it.

(4) It is not popular to use a slide rule usually.

(5) It is not contained in the extent of the entrance examinations to colleges, so that many teachers of senior high schools deal it rather lightly.

§ 2. My Opinion against the Tendency of Poor Teaching of a Slide Rule

I have the following solutions for the problems cited in § 1 :

(1) One solution is to let them make slide rules by themselves, and they can get some knowledges of principles of a slide rule by doing so. Although a home-made slide rule has a defect that it can give less precise result than the result obtained from a bought one. Another solution is to buy slide rules cheaper than the ordinary price through joint buying. And also prepare some for the needy students. But remember that the price of a slide rule is almost the same to that of an abaccus.

(2) It is possible to make the estimation fair by justifying the permissible error at the third significant figure according to the kind of slide rules used by students. As for its method in detail see § 3.

(3) It is necessary to study hard by himself if he is a teacher, and if he cannot do so he should resign from his occupation of teaching.

(4) Teach in the class-room with emphasis, and also in other cases, especially in the presence of students, use it as often as you can, then they will be accustomed to it.

(5) I ask the authorities of ministry of education concerned and the teachers of senior high schools not to neglect or ignore the teaching of a slide rule, and that is all I can do.

§ 3. Mistakes in Using a Slide Rule

(1) Widely different result.

(2) Doing multiplication instead of division, or vice versa.

(3) Reading different scales, for example C-scale instead of CI-scale.

(4) Reading a scale from reverse side, for example to read D-scale from right to left.

(5) Reading 1.1, 1.2, 1.3,…, 1.9 as 1, 2, 3,…9.

(6) Misjudgement of the space-length between a pair of successive tertiary marks, for example to think a 0.02-space-length as a 0.01-space-length.

(7) Mistake at an interpolation, namely too large or too small estimate.

(8) Reading the next mark instead of the correct one.

(9) Using an unsuitable part of A-scale or K-scale in calculating a square root or a cubic root.

The methods of elimination of these mistakes are as follows:

(1) Check by approximate mental calculation. If it is not enough, it should be said that the education before that of a slide rule is not enough. It depends upon the mathematical education in the elementary school and in the beginning half of the junior high school.

(2) Just repeat the guidance personally.

(3) Ditto.

(4) This is a kind ef mistakes by a wrong method, but it is rather easy to correct. Warn once, and perhaps your student will do the calculation correctly. If it is not enough, stop the using of an inverted scale for a while, this will work well generally.

(5) Before teaching the use of a slide rule write a model of a slide rule on the blackboard. It should contain written numbers of secondary marks between 1 and 2, and also these numbers should be written as 1.1, 1.2, 1.3, ···, 1.9 instead of 1, 2, 3, ···, 9. The latter system is used on a general slide rule, so you should warn to students often.

(6) Let every student announce the kind of his space-length on D-scale before his practice, and the teacher writes them on the blackboard classifying into several kinds. By doing so every student will remember his space-lengths correctly, and this will decrease the number of his such mistakes.

(7) It is severe to claim too much details in an interpolation. I think the limit of such detail should be inside of the permissible error which is discussed in §§ 5, 6. This kind of error decreases generally by practices and we must let them decrease. Call students' attention to the fact that the middle of a pair of successive tertiary marks should be read as less than half of the space-length.

(8) This may be eliminated by practice and enough sleep. It may come into the group of permissible errors for the quasi-correct answers at the begining of practice.

(9) This will vanish by repeating cautions if they do not make mistakes of (1). And also let them check by approximate mental calculations afterwards.

§ 4. Kinds of Space-Lengths of Slide Rules

We can classify C- or D-scales by their kinds of space-lengths between a pair of successive tertiary marks, and we get the followings:

Kind a : Low phase or low zone (L) : Between 1 and 2, and its space-length is 0.01;
Middle phase or middle zone (M) : Between 2 and 4 or 5, and its space-length is 0. 02;
High phase or high zone (H) : Between 4 or 5 and 10, and its space-length is 0.05;

Kind b : (L) : Between 1 and 2, and its space-length is 0.02;
(M) : Between 2 and 5, and its space-length is 0.05;
(H) : Between 5 and 10, and its space-length is 0.1;

Kind c : (L) : Between 1 and 2, and its space-length is 0.005;
(M) : Between 2 and 5, and its space-length is 0.01;
(H) : Between 5 and 10, and its space-length is 0.02.

In the text I cited examples for these three (or four) kinds from the slide rules sold at present.

§ 5. Interpolation-Errors

I sorted the errors which happen from (7) of § 3 by their cause, namely the first, second, third and the fourth. The first kind is the error which may happen in setting a number on D-scale under the hair-line of the cursor. The second kind error happens in setting a number on C-scale under the same hair-line. The third kind error occurs when we set the hair-line to the other place on C-scale; and the fourth kind error is a "reading-error" which may come out when we read the answer under the same hair-line on D-scale. The first, second and the third kind errors are "setting-errors" and they are rather small compared with the other, so I treat here only the fourth. The reading-error is mainly decided by its place of reading.

§ 6. Permissible Error for the Result

It is not easy to decide the size of the permissible error in estimating the result of calculations done in a test by students. There are many kinds of slide rules which are used by them. I found a formula (VI.) for this error which is rather simple and applicable to every case. To compare with this I showed some other formulae by others and by myself (I.—V.). The formula VI. and its theory are as follows:

The graph of the space-lengths y (independent variable x is the answer read on D-scale) is shown in Fig. 3. It consists of three approximate rectangular hyperbolas. The graph of $\eta=1/y$ becomes approximate segments (one segment in each phase) as in Fig. 4. The Fig. 5 shows the graph of $Y=\varDelta x\cdot\eta$ where $\varDelta x$ is the space-length, and I think this is just suitable for the standard of the permissible error. This becomes a single straight line approximately, and it depends only on the length of a slide rule (scale coefficient). Multiplying the coefficient of permissibility (empirical rate decided by the space-lengths of slide rules, the conditions of progress of students, and by the condition of production of a slide rule) to Y, we get permissible error ϕ or ψ as shown in Fig. 7 or in Fig. 8. The coefficients are 10 and 20 respectively.

The reason of the approximate linearity which happens in Fig. 4—Fig. 8 is as follows:

Since $\varDelta x/x$ is very small, we get

$$y=m\, log_{10}\left(\frac{x+\varDelta x}{x}\right)=\frac{m}{log_e 10}\, log_e\left(1+\frac{\varDelta x}{x}\right)\fallingdotseq m\,\frac{\varDelta x}{x\, log_e 10}$$

$$\therefore\quad \eta\fallingdotseq\frac{log_e 10}{m\cdot\varDelta x}x,\qquad Y=\frac{\varDelta x\, log_e 10}{m\, log_e\left(1+\frac{\varDelta x}{x}\right)}\fallingdotseq\frac{log_e 10}{m}\,x$$

According to the precise calculation done in Table 1 we see that η is not linear. Of course it is approximately linear as shown by the calculation done in Table 2.

The error discussed hitherto is an absolute error; if we think of a relatvie error, it becomes to

$$Y/x\fallingdotseq log_e 10\,/m,$$

when $\varDelta x$ is enough small. This is almost constant in a slide rule, so this is a convenient merit of a slide rule, although it is not proper to use this relative error as the permissible error.

§ 6. Other Important Items in Teaching of a Slide Rule

One of the most important factor in using a slide rule is not to move the slide often. This technique saves much time and at the same time makes the error less. Its examples are as follows:

1) $a \times b \div c$ should be calculated as $a \div c \times b$.

2) $x_i \times y$ should be calculated as $y \times x_i$ $(i = 1. 2, \cdots)$.

3) $x_i \div y$ should be calculated as $1 \div y \times x_i$ $(i = 1, 2, \cdots)$.

4) $y \div x_i$ should be calculated by using the Cl–scale. If there is no such inverted scale, pull out the slide and insert it upside down then C-scale works as CI-scale.

5) When an answer goes beyond D-scale, and if your slide rule has no folded scale, leave such problem to be calculated at the end, thus you can save many movements of the slide.