

シラカシの樹幹断面の評価法について

第1報 周囲および直径測定による推定断面積の誤差

安井 鈞 (森林経理学研究室)

Hitoshi YASUI

On the Appraisal Methods of Cross-Section of "Shirakashi"
(*Quercus myrsinaefolia* Blume) Stem.I. The Error of Estimated Cross-Sectional Area Based on
Girth or Various Diameter Measurements.

緒 言

シラカシ択伐薪炭林の固定標準地調査⁽¹⁶⁾において、巻尺による胸高周囲の測定 (mm単位) を継続実施している。その理由は断面の形状が不規則で明らかに円をなさず、測定方向による直径の変動が大きくまた相対的に小径木の集団で、しかも短期に択伐を繰返すこの林分では、直径測定によって精確な資料を得ることは難しいと予想したからであった。

一般に樹幹の水平断面は正円と仮定し、直径または周囲の測定値から断面が評価されるが、断面が円でないためにおこる誤差はそれから計算される材積にも関係してくる。従来の研究^(3, 8, 12)において、断面の形を楕円と仮定した測定法の研究や直径測定に比し巻尺を用いる周囲からの断面積計算値は常に過大な値を与えるとしているもの^(2, 3, 15)などみられるが、樹幹断面を楕円と見做すことには疑問があり、また測定されるのは断面の凸包であって断面が円でないかぎり直径あるいは周囲の測定はいずれも過大な値を与えることは同様で、正しい断面積を表わす直径を求めることは不可能であり、2~3の実験例はそれを示している^(5, 6, 11)。また断面積推定のための直径測定の方法として、互いに直角な2方向の直径の平均、最大直径とこれ^(10, 14)に直角方向の直径の平均、任意な一方向の直径、最大直径と最小直径の平均など種々の考え方があり、一方 Winkelzahl⁽¹⁾法が矢張り断面が円形であることを前提としているのに対して、断面のconvex性を仮定しSteinerの公式^(4, 7)から導かれた断面積推定法の研究がある。Bertl Matérn⁽¹¹⁾は樹幹断面について幾何学的に問題点を明示し、更に支持線函数で与えられる数種の卵形線に対する種々な測定法の誤差などについて有益な研究を行なっている。

以上のことから、断面を完全な円とみなすことにより

凹部のない場合でも推定される断面積は等周差を含み、従って一般に真の断面積に対し正の偏りをもつこと、幾何学的には周囲測定値が安定性のありそうなこと、定巾曲線の例から考えられるように周囲あるいは各方向における直径が知れていても断面の形や面積について正しい推定はできないことが明らかとなったが、この研究ではまず断面の形を仮定しないで種々の測定法による場合の偏りや推定誤差の大きさについて実験的に求め、諸法間の比較をすることを目的とした。なお円板から半径測定による断面積測定の問題は別途報告することにした。

この研究に当り数式などについて御教示頂いた林業試験場経営部の西沢正久技官、測定や計算に御援助頂いた当研究室の浜田明伸氏に厚く御礼申し上げる。

I. 断面の測定

この実験に用いたシラカシの断面資料は、島根県広瀬町下山佐の18本、伯太町須山の26本いずれも択伐薪炭林の萌芽木であるが、前者の林分は巨大な根株から密生しているものが多い。炭材をとるため胸高断面における円板採取ができないので根元から高さ0.73m (断面II)、1.46m (断面III) の2つの高さの断面について検討することにしたが、伐根や萌芽の調査に關係する樹幹の底断面 (断面I) も資料として追加した。従って観測断面の数は下山佐54、須山78、計132であるが、断面の周囲の大きさはそれぞれ18.6~80.0 cm、9.4~55.4 cmで断面の大きさが比較的小さく、このような実験の材料としては余り適当でないかも知れない。

断面の測定は特に慎重に行ない、正確な資料を得るよう注意した。まず各断面の形状を紙に写しとり、真の断面積 (G) と凸包の断面積 (g) をプランメーターで3回平均によってcm²単位で小数以下1位まで求めた。そ

して凸包の周囲を巻尺とキルピメーターを別々に用いて互いに checkしながら1mm単位で測定した。次に直径は凸包の平行な2接線間の距離として真鍮製輪尺で測定したが、便宜上測定方向の角度を10°単位として一断面につき直角に対比した9対(計18個)の直径を0.5mm単位で読みとり、更に最大直径・最小直径とこれらに直角な方向の直径をそれぞれ測定した。

この直径測定資料から直径の不偏分散推定量($\hat{\sigma}^2$)、変動係数を計算し、また互いに直角方向の2直径間の相関係数(γ)を求めたが、特に断面Iの資料では負の数値を示すものが多い、これらを因子として断面の型の分類が可能かも知れないが、資料数も多くないので全部一括して取扱うことにした。それらの数値の概要を第1表、第2表に示す。

第1表 断面直径の変動係数 (%)

区分	下山佐			須山		
	I	II	III	I	II	III
断面高						
平均	10.6	4.2	3.9	6.5	3.9	3.8
最大	26.5	7.6	8.8	11.9	12.2	9.8
最小	3.0	1.4	0.9	2.3	1.2	0.5

第2表 互に直角な2方向の直径間の相関係数

資料区分	下山佐			須山		
	I	II	III	I	II	III
相関係数						
-1.0~-0.8	12	9	7	18	15	12
-0.8~-0.6	4	5	3	2	2	3
-0.6~-0.4	1		1		3	3
-0.4~-0.2			1	3	1	1
-0.2~0.0		1	1	1	2	
0.0~0.2	1		2		3	3
0.2~0.4		3				1
0.4~0.6			1			1
0.6~0.8			2	2		
0.8~1.0						2
計	18	18	18	26	26	26

第3表 真の断面積に対する凸包面積、周囲測定からの面積、Convex deficit および等周差

断面	下山佐			須山		
	I (比)	II (比)	III (比)	I (比)	II (比)	III (比)
G	233.39 1.0000	116.42 1.0000	102.08 1.0000	91.75 1.0000	58.88 1.0000	51.69 1.0000
g	245.47 1.0518	116.99 1.0049	102.56 1.0047	92.85 1.0120	59.03 1.0026	51.95 1.0050
g ₀	266.12 1.1402	120.28 1.0332	105.10 1.0296	100.08 1.0908	61.77 1.0491	54.13 1.0472
凸差	12.08 0.0518	0.57 0.0049	0.48 0.0047	1.10 0.0120	0.15 0.0026	0.26 0.0050
等周差	20.65 0.0884	3.29 0.0283	2.54 0.0249	7.23 0.0788	2.74 0.0465	2.18 0.0422

また真の断面積(G)、凸包の面積(g)および周囲(C)から $C^2/4\pi$ として計算した断面積(g_0)の全資料からの平均値とそれらの convex deficit ($g-G$)、等周差(g_0-g)を第3表に示す。これによると平均して、convex deficitは胸高付近の断面で0.5%程度であるが、等周差は下山佐資料では約3%、須山資料では4%以上のようなものである。

II. 直径測定値からの断面積計算

この実験では断面測定の因子として、従来から主として用いられている次の6種の直径測定を取り上げることとし、その測定値から得られる推定断面積について検討を加えることにした。

- (1) ランダムな1方向の直径
- (2) ランダムな方向とこれに直角な方向の2直径の算術平均
- (3) (2)と同じであるが、その幾何平均
- (4) 最大と最小直径の算術平均
- (5) 最大とこれに直角方向の直径の算術平均
- (6) 最小とこれに直角方向の直径の算術平均

これらの直径測定値から円の求積式 $\pi D^2/4$ で断面積を推定することにして、それぞれの断面積を計算しその推定値を $g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6$ で表わす。このうちランダムな直径による断面積 g_1, g_2, g_3 は統計的期待値として次に示すような式によって計算したが、前述の周囲測定による断面積推定値はランダム2方向直径の幾何平均から推定した期待値と平均して等しいことが解っている。

$$g_1 = g_0 + \frac{\pi}{4} \hat{\sigma}^2$$

$$g_2 = g_0 + \frac{\pi}{8} \hat{\sigma}^2 (1 + \gamma)$$

$$g_3 = g_0 + \frac{\pi}{4} \hat{\sigma}^2 \gamma$$

このようにして計算された推定断面積の全資料の平均値を真の面積を1として第4表に示す。

また真の面積に対するこれら推定断面積の関係を一次回帰をなすとみなして計算すると、断面III(高さ1.43m)における回帰常数、回帰係数は第5表のようにな

第4表 真の断面積に対する各推定断面積の相対的大きさ

区分	下山佐			須山		
	I	II	III	I	II	III
g ₁	1.1532	1.0349	1.0322	1.0956	1.0508	1.0486
g ₂	1.1410	1.0332	1.0309	1.0912	1.0491	1.0472
g ₃	1.1288	1.0319	1.0299	1.0875	1.0476	1.0457
g ₄	1.1712	1.0304	1.0176	1.0540	1.0290	1.0288
g ₅	1.2205	1.0488	1.0414	1.0848	1.0448	1.0577
g ₆	1.1402	1.0171	1.0046	1.0217	1.0114	1.0083

り、殆んどが過大な偏りをもつことが想像できる。無論いずれも回帰は著しく有意であった。

III. 各断面積測定法の推定精度

周囲および種々の直径測定から7種の断面積推定値をそれぞれ計算したわけであるが、樹幹断面に対して特定のModelを前提しないで、先ず

第5表 断面IIIにおける真の断面積に対する各推定値の回帰常数、係数

各推定断面積	下山佐		須山	
	a	b	a	b
g ₁	-0.40	1.036160	0.63	1.036362
g ₂	-0.58	1.036473	0.65	1.034704
g ₃	-0.67	1.036434	0.67	1.032838
g ₄	1.25	1.005414	0.67	1.015904
g ₅	1.14	1.030310	0.11	1.055437
g ₆	0.52	0.999547	1.11	0.986847

これら推定量の偏りの実際の大きさと誤差の程度を明らかにすることにした。

前節で真の断面積に対する各推定断面積の回帰関係は著しく有意であることを示したが、逆にこれら推定値から真の断面積を推定する形式で回帰分析を行ない、推定値の偏りや推定誤差率を比較したが、その計算で得た回帰係数および常数を第6表に示す。

次にこれら回帰方程式による推定の適合度をみるため、a = 0, b = 1の仮説検定を次に示す同時検定の方式によって行なった。

第6表 回帰常数 (a) と回帰係数 (b) の値

区分	下山佐						須山					
	I		II		III		I		II		III	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
g ₀	4.46	0.860267	-1.13	0.977262	0.82	0.963468	0.48	0.911964	-0.54	0.961974	-0.55	0.965111
g ₁	2.58	0.857596	-1.24	0.976582	0.62	0.962861	0.51	0.907710	-0.53	0.960176	-0.51	0.963169
g ₂	4.55	0.859345	-1.13	0.977280	0.79	0.962566	0.50	0.911439	-0.54	0.961974	-0.54	0.964835
g ₃	6.69	0.860526	-1.05	0.977895	0.89	0.962560	0.53	0.914218	-0.55	0.963577	-0.56	0.966761
g ₄	2.24	0.845622	0.91	0.962868	-1.15	0.993751	1.24	0.935959	-0.39	0.978187	-0.59	0.983066
g ₅	11.23	0.779876	0.26	0.915384	-0.80	0.967701	2.64	0.895324	-0.18	0.960030	0.02	0.945103
g ₆	-0.31	0.878186	1.56	0.970021	-0.39	0.999231	-0.54	0.984494	-0.68	1.000093	-1.04	1.011612

第7表 a = 0, b = 1 の同時検定における F₀ の値

各推定断面積	下山佐			須山		
	I	II	III	I	II	III
g ₀	214.49	25.90	20.48	73.28	38.16	20.22
g ₁	191.31	26.60	23.74	70.01	37.92	29.48
g ₂	218.09	24.90	22.19	73.56	38.32	27.30
g ₃	236.11	23.53	16.00	75.47	37.58	25.19
g ₄	99.10	48.51	15.22	32.46	16.63	9.56
g ₅	152.61	47.91	27.07	63.18	44.99	22.53
g ₆	46.49	6.14	0.72	2.97	7.27	0.82
F _n ² (0.01)	6.01			5.53		

$$F_0 = \frac{(n-2) \{n(\hat{a})^2 + 2 \cdot SX(\hat{a})(\hat{b}-1) + SX^2(\hat{b}-1)^2\}}{2 \cdot (S_{xy} - \hat{b} \cdot S_{xy})}$$

その結果は第7表に示すように下山佐資料の断面III、須山資料の断面I、IIIにおいてg₀による推定の回帰式は有意的な差がないことを示した。他の回帰式の殆んどが1%水準で有意であり、推定された断面積は真の断面積に対し正の偏りのあることを表わしている。

これらの測定法による断面積のうちで、たとえ真の面積に対して偏りがあっても回帰による補正で安定性のある数値を得るものがあれば、断面積推定の有用な測定法と考えてよい。そこでそれぞれの回帰式による単一推定の誤差率 (P) を次式で計算し、これによって精度を比

較する方法をとったが、その結果を第8表に示す。

$$P = \frac{t_{0.05} \times (\text{標準誤差})}{\text{平均値}} \times 100$$

第8表 回帰推定における推定誤差率 (%)

区分	下山佐			須山		
	I	II	III	I	II	III
g_0	6.83	4.42	4.78	9.92	8.14	6.54
g_1	7.96	4.50	4.75	10.66	8.14	6.79
g_2	6.88	4.44	4.75	9.94	8.14	6.54
g_3	6.10	4.42	4.80	9.43	8.17	6.34
g_4	12.69	4.50	2.91	9.49	8.10	5.75
g_5	15.19	4.97	5.38	11.27	8.56	7.99
g_6	14.50	5.70	3.45	10.55	9.46	6.60

各断面ごとに誤差率を比較すると、諸方法間に余り大きい差異はないが g_0 は予想に反して比較的推定誤差が大きく、他より精度のよいのは下山佐の断面IIにおいてみられる (g_3 と同値) だけである。最も誤差率の低いのはすべての断面で g_3 または g_4 であり、最も大きい誤差率を示すのはいずれの断面においても g_5 か g_6 のいずれかである。 g_3 は下山佐の断面I, II, 須山の断面Iにおいてそれぞれ6.1%, 4.4%, 2.9%の誤差率で最も低く、 g_4 は下山佐の断面III, 須山の断面II, IIIにおいて誤差率9.4%, 8.1%, 5.8%で最も精度のよいことを示している。特に両資料とも断面IIIでは g_4 が最も推定誤差が少なく、下山佐の断面Iを除いては相対的に低い誤差率であることは注目される。

断面の問題の解析が不十分で未だ結論は引出せないが、以上の考察でこの実験では次のようなことが認められる。胸高断面に最も近い断面IIIについてみると、 g_6 (最小直径とこれに直角方向の直径の平均からの断面積) は両資料とも真の断面積 (G) に対し平均値はわずかに大きい値を示しているが、その間に有意差は認められない。これによる推定断面積は偏りのないことを示すが、推定誤差率は下山佐資料で3.5%, 須山資料で6.6%である。また g_4 (最大と最小直径の平均よりの断面積) は断面IIIにおいて両資料とも正の偏りをもつが、回帰推定によって補正すれば下山佐資料で2.9%, 須山資料で5.8%の推定誤差率での推定となり最も精度がよさそうである。 g_0 は理論的に安定性があると期待されるにも拘らず、この場合あまりよい結果とはならなかった。また誤差率からみても g_5 と g_6 は一般に安定性に欠けると思われる。

断面Iにおいては、この7種の測定法はすべて真の面積に対し有意な偏りがあるが、回帰推定により補正を行

なえば、 g_3 (ランダムな直径とこれに直角方向の直径との幾何平均による断面積) が下山佐資料6.1%, 須山資料9.4%の誤差率での推定となり最もよい推定法と考えられる。

VI. 摘 要

樹幹の断面形を仮定せず、周囲あるいは種々の直径測定法による断面積推定値の実際の偏りの大きさや誤差について実験した。

断面の資料は下山佐および須山の択伐薪炭林からのシラカシ18本, 26本の萌芽木を用い、根株から0.00m (断面I), 0.73m (断面II), 1.46m (断面III) の3種の高さの断面について測定した。真の断面積と凸包の面積をプランメーターで正確に求積し、凸包の周囲を巻尺とキルビメーターの併用で測定した。直径は測定方向10°毎の9対と最大・最小直径およびこれに直角な方向の直径をそれぞれ観測した。

ここで比較されたのは、次の6個の直径から $\frac{\pi D^2}{4}$ で推定された断面積 $g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6$ と周囲 (C) から $\frac{C^2}{4\pi}$ による断面積 g_0 の計7とおりの推定断面積である。

- (1) ランダムな一方方向の直径
- (2) ランダムな直径とこれに直角な方向の直径の算術平均
- (3) (2)と同様であるが、その幾何平均
- (4) 最大と最小直径の算術平均
- (5) 最大とこれに直角な方向の直径との算術平均
- (6) 最小とこれに直角な方向の直径との算術平均

そして g_1, g_2, g_3 は数学的期待値として計算し、これら推定値の平均を第4表に示した。

各推定値から真の断面積を推定する形式で回帰計算を行ない、偏りと推定誤差率について検討し、各推定法間の比較をした。先ず回帰計算の結果は第6表に示したが、次に $a = 0, b = 1$ の仮説検定を行ない推定値の偏りをみた。第7表に示すように g_6 の3個の回帰は不偏であり断面IIIの場合最もよい推定断面積であることがわかったが、それ以外の回帰は著しく有意差を示した。そして第8表のように推定誤差率を計算した結果、断面IIIでは g_4 、断面Iでは g_3 が精度がよく、回帰による補正でよい推定ができると認められる。

参 考 文 献

1. Grosenbaugh, L. R. : J. Forestry 50 : 32~37 1952
2. 堀田正逸 : 測樹学 1928 東京 P71
3. Matusita, K. et al : Annals of Institute of

- Statis. Math. 7 : 1~23 1955
4. 甲斐原一郎：農業統計研究 1 : 16~36 1953
5. 木梨謙吉：推計学を基とした測樹学 1954 東京 P 6
6. 窪田忠彦：数学辞典 1952 大阪 P 1019
7. Masuyama, M. : Sankhya 12 : 291~302 1953
8. 松下・林：森林調査の実際 1955 東京 P 216 P 237
9. 嶺 一三：東大演習林報告 16 1933
10. 同 上 : 測樹 1952 東京 P 56
11. 林業試験場経営部：森林測定研究資料 1959 : P 111~141
12. 清野 要：日林誌 10 : P 181~198 1928
13. 同 上 : 林試報告 35 : P 169 1936
14. 同 上 : 林試イ報 39 : P 41~58 1935
15. 鈴木外代一：測樹学 1943 東京 P 164
16. 安井・成田・十川：島根農大研報 8 A : 121~130 1960
17. 吉田正男：測樹学要論 1930 東京 P 105

Summary

The author studied on the fitness and the errors among estimated cross-section areas of a tree, calculated by some usual estimation formulae, in which a cross-section figure is assumed as a circle.

1. Samples were 44 disks taken from shoots of *Quercus myrsinaefolia* of some coppice forests in Shimane Prefecture.
2. Measurements were taken at the height of 0.00 m (section I), 0.73 m (section II), 1.46 m (section III), as follows;
 - i) Precise cross-section areas, measured by a planimeter.
 - ii) Diameters in 18 directions, every ten degrees, on a disk, so that he could find a maximum and a minimum diameter and a pair of two diameters crossing at right angle.
 - iii) Girths, measured by a tapeline, supplemented by a curvimeter.
3. As a value D in the estimation by a formula $\frac{\pi}{4}D^2$, he picked up following values,
 - D_1 : a diameter in a random directon.
 - D_2 : the arithmetic mean of a pair of diameter crossing at right angle.
 - D_3 : the geometric mean of a pair of diameter crossing at right angle.
 - D_4 : the mean of the maximum and minimum diameter.
 - D_5 : the mean of a pair of the maximum and a crossing diameter.
 - D_6 : the mean of the minimum and a crossing diameter.

To check the fitness of these of estimations, the author carried a regression analysis, and he found,

- i) When it is $a=0$, $b=1$, the fittest index for the section III and II might be the mean of a pair of the minimum and the crossing diameter.
- ii) In view of convergency of variances around a regression line, the fittest were the mean of the maximum and the minimum diameter for the section III, and the geometric mean of a pair of diameters crossing at right angle for the section I.