陸地造成に伴なう地下水位変動についての一計算法**

藤　居　宏　一*

Koichi FUJII

On the Calculation of the Variation of the Groundwater Table due to the Reclamation by Filling-up in the Coastal Region

最近，臨海地帯において地下水位に関する問題が多発している。干拓や埋立などによる陸地造成が，その造成地はもとより旧海岸地域の地下水位を変化させる原因になっている。この地下水位の変動は，飲料水・かんがい用水・工業用水など各種井戸の給水量に関係するところが多く，また耕地の排水などにも大きな影響を及ぼしている。さらに塩害領域の拡大などもからみ，補償など問題が社会化しつつある。

これらの問題を処理するに当り，まず考えねばならないことは陸地造成に伴なってその近辺の地下水位がどう変化するかということである。つまり陸地造成後の地下水位を予測することが重要な課題となってくる。

実際，臨海地帯において汀線の前進後退あるいは平均海面の上昇低下による背後地の地下水位変動の定量的な推定は困難な問題である。これには経験的な方法と推算による解析的な方法がある。前者は帯水層・透水性・地下水の現況・塩水の地下浸透・地下水位と潮位との関係あるいは類似した既設の干拓地・埋立地の記録を参考にするものである。しかしこの経験的方法では定量的な地下水位の変動量は推定しにくく，著しく水位の変動する範囲を概定する程度である。したがって予測に際しては気象条件や地質などに基づいて推算する方法が望ましいわけである。

地下水位変動を解析的に予測するについて農林省[1]は2つの計算式を提示している。筆者はこれらに加えて，殊に埋立に伴なう地下水位変動を予測する1つの計算式を導びいたので紹介説明する。

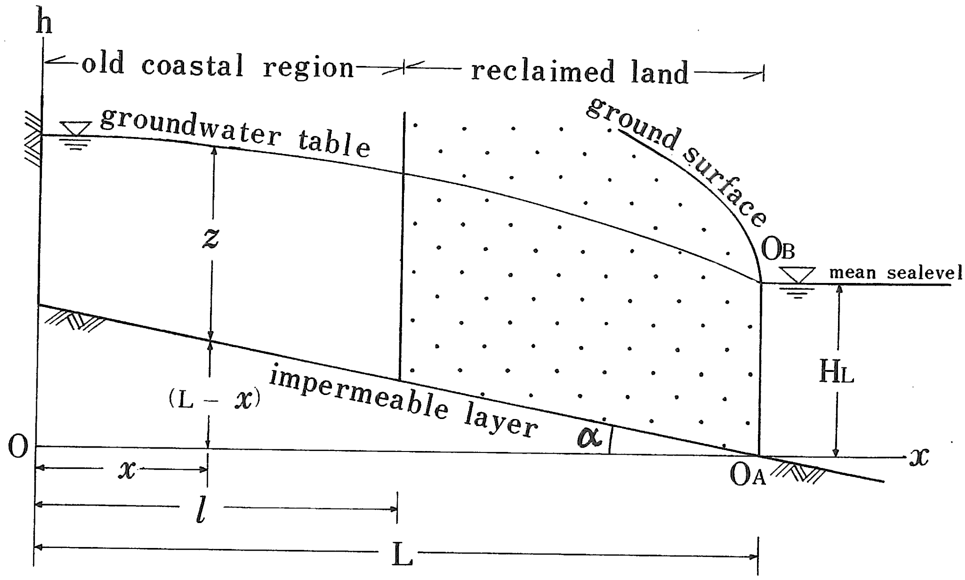

Fig 1　Diagrammatic representation of the groundwater table in the coastal region

＊　農業施設工学研究室　　＊＊　第21回農業土木学会中国四国支部講演会にて要旨発表

となり，比較的容易に解が得られる．したがって（1．8）の代りに（1．9）を解いて地下水位 z の近似解が得られるわけである．

2．従来の方法

松原[5]は背後地が不透層あるいは分水嶺になっている場合について，i)，ii）に記す2つの計算式を提示した．

i）松原氏法といわれるもので，境界条件を考慮しつつ（1．8）と（1．9）を勘案しながら解いて，次に示すような式を導びいた．

$$z^2=\{H_L-\alpha(L-x)\}^2+\frac{P}{a}(x-L+e^{aL}-e^{ax}) \tag{2.1}$$

ii）Runge-Kutta 法によって松原が解いたものである．微分方程式の数値計算法として最も精度が高いといわれる Runge-Kutta 法を適用できる式を同氏は導びいている．

Fig 1 において O_A を原点として背後地の方の向きに x 軸をとって考えると，Darcy 法則と連続の方程式より（1．1）から（1．4）と同様にして，

$$\frac{\partial}{\partial x}\left\{kz\left(\frac{\partial z}{\partial x}+\alpha\right)\right\}+p=0$$

を得る．境界条件を考慮して上式を積分すれば，

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{p\lambda(L-x)}{kz}-\alpha \tag{2.2}$$

となる．次に無次元化するために

$$\frac{z}{L}=z',\qquad \frac{x}{L}=x'$$

とおき（1．7）を用いて（2．2）を書き改めると

$$\frac{\partial z'}{\partial x'}=\frac{P}{2}\cdot\frac{1-x'}{z'}-\alpha$$

となる．H_L/L を初期値とし，順次に数値計算を行なう方法である．

3．計算式の誘導

陸地造成を行なった場合，旧海岸と埋立地において，地下水位を定める諸条件（特に透水係数）が異なるため（2．1）は適用しにくい．また（2．3）を用いてもよいが計算が非常に繁雑である．そこで筆者は松原氏法を前述の諸条件が異なる場合に適用できる形に導びいた．

松原氏法は（1．8）と（1．9）の両式から解を求めたのに対し，筆者は（1．9）だけを用いて1つの近似解

$$z^2=\frac{P}{a}\left(x+C+\frac{1}{a}-C'e^{ax}\right) \tag{3.0}$$

すなわち

$$\begin{cases} z_1{}^2=\dfrac{P_1}{a}\left(x+C_1+\dfrac{1}{a}-C_1'e^{ax}\right) & 0\leqq x\leqq l \\ z_2{}^2=\dfrac{P_2}{a}\left(x+C_2+\dfrac{1}{a}-C_2'e^{ax}\right) & l\leqq x\leqq L \end{cases}$$

ただし　$C_1,\ C_1',\ C_2,\ C_2'$：積分定数

を得た．汎用性を考慮して，背後地（$x=0$ における断面）の条件によって，次に記すA，Bの場合に分けて境界条件を考える．それによって積分定数を決定するのである．

Aの場合　**Fig 1** のように背後地が不透層や分水嶺となっている場合

Bの場合　**Fig 3** のように背後地において河川・湖水などで水位が規制されている場合

A，B 各場合の境界条件はそれぞれ4つであり，次の5条件のうち，はじめ3つは両方の場合に共通である．

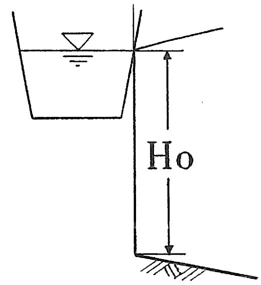

Fig 3　Boundary condition : groundwater table $z_1=H_0$ at $x=0$

境界条件：—

1）埋立地の新海岸における地下水位は平均海面の水位 H_L（不透層からの高さ）に等しい．

$$z_2|_{x=L}=H_L$$

$$\frac{P_2}{a}\left(L+C_2+\frac{1}{a}-C_2e^{aL}\right)=H_L{}^2 \tag{3.1}$$

2）埋立地と旧海岸との境界面において両側の地下水位が等しい．

$$z_1|_{x=l}=z_2|_{x=l}$$

$$b(C_1-C_1'e^{al})-(C_2-C_2'e^{al})=\left(l+\frac{1}{a}\right)(1-b) \tag{3.2}$$

ただし　$b=\dfrac{k_2}{k_1}=\dfrac{P_1}{P_2}$

3）　2）と同じ境界面において両側の流量が等しい．

$$q_{x1}|_{x=l}=q_{x2}|_{x=l}$$

$$a(1-b)=\frac{\partial z_1}{\partial x}-\frac{\partial z_2}{\partial x}$$

（3．2）を用いて上式を書き直すと，

$$-C_1'e^{al}-C_2'e^{al}=\frac{2\alpha d}{P_1}(1-b) \tag{3.3}$$

4 A）上記 A の場合

$$q_{x1}|_{x=0}=0$$

$$\alpha=\left.\frac{\partial z_1}{\partial x}\right|_{x=0}=\frac{P_1}{2a}\cdot\frac{1}{z_0}(1-aC_1')$$

$$C_1'=\frac{1}{a}-\frac{2\alpha d}{P_1} \qquad (3.4\,\mathrm{A})$$

ただし　$z_0=z_1|_{x=0}\fallingdotseq d$

4 B）上記 B の場合：水位が H_0 に等しい

$$z_1|_{x=0}=H_0$$

$$\frac{P_1}{a}\left(C_1+\frac{1}{a}-C_1'\right)=H_0^2 \qquad (3.4\,\mathrm{B})$$

次に示す記号

$$K_1=\frac{a}{P_2}H_L^2-\frac{1}{a}-L$$

$$K_2=\left(l+\frac{1}{a}\right)(1-b)$$

$$K_3=\frac{2\alpha d}{P_1}(1-b)$$

$$K_4=\frac{2\alpha d}{P_1}-\frac{1}{a}$$

$$K_4'=\frac{a}{P_1}H_0^2-\frac{1}{a}$$

$$E\ =e^{al}$$

$$E'=e^{aL}$$

を用いて（3.1）から（3.4 B）を書きかえると次に示すような，積分定数 C_1, C_1', C_2 および C_2' に関する連立方程式が得られる。

$$\begin{cases} C_2-E'C_2'=K_1 & (1) \\ bC_1-bEC_1'-C_2+EC_2'=K_2 & (2) \\ -EC_1'-C_2+EC_2'=K_3 & (3) \\ -C_1'=K_4 & (4) \\ C_1-C_2=K_4' & (4') \end{cases}$$

A の場合については（1），（2），（3），（4）を，また B の場合については（1），（2），（3），（4′）をそれぞれ連立させて方程式を解けばよいわけである。

4. 計 算 の 手 法

前記の連立方程式を代数のまま解き，その後各要素に数値を代入して C_1, C_1', C_2 および C_2' を求めてもよいが，この方法によると計算が複雑になる。実際の計算に臨んでは次の順序に従って計算するのが望ましい。

（1）　z の平均値 d を定める。すぐに定まらなければ H_L またはそれに近い値を用いる。

（2）　他の既知の条件・要素より連立方程式の定数項 K_1, K_2, K_3, K_4 および K_4' を計算する。

（3）　その連立方程式を各場合に応じて C_1, C_1', C_2 および C_2' について数値解を求める。

（4）　（3）で求めた値を関数（3.0）に適用して，x に対する z を計算する。

5. 数 値 計 算 例

予想される若干の場合について数値計算を試みた。想定した条件は下記の 5 通りである。

全部に共通の条件として

$p\lambda=3.507\times10^{-3}$ m/day,　　$\alpha=0.001$

$k_1=86.4$m/day

（例 1）陸地造成をする前について考察した。

$l=1{,}000$m,

$H_L=19$m　A の場合

（例 2）　$l=1{,}000$m,

$L=2{,}000$m, $H_L=20$m

$k_2=k_1$,（$b=1$）

A の場合

（例 3）　$l=2{,}000$m,

$L=3{,}000$m, $H_L=21$m

$k_2=k_1$,（$b=1$）

A の場合

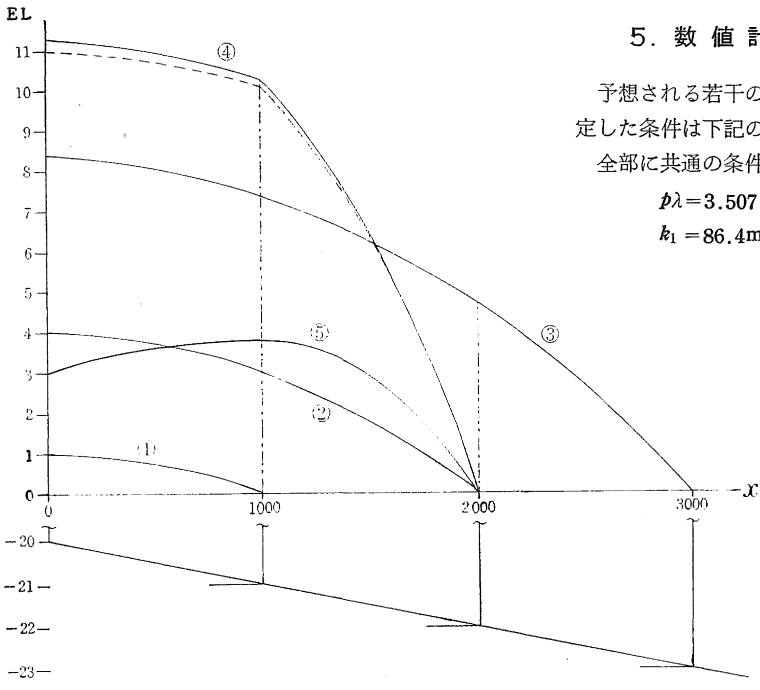

Fig 4　Graphical representation of numerical calculation for some examples

（例4）　$l=1{,}000\mathrm{m}$,　　$L=2{,}000\mathrm{m}$　　$H_L=20\mathrm{m}$

$k_2=21.6\mathrm{m/day}$,　（$b=1/4$）　Aの場合

（例5）（例4）と要素は同じでBの場合

計算の結果は**Fig 4**に示される．曲線の番号は計算例の番号である．

上記の例のうち1），2），4），については Runge-Kutta 法による計算を試みた．その結果，1），2）についてはほぼ同じ曲線をえがいた．4）については④に近接し，点線で示されている．

6．む　す　び

数値計算例からもわかるように筆者の方法によるzの値は Runge-Kutta 法によるそれと大差なく，精度の点では十分実用に耐えるものである．このことは（3.0）で表わされる計算式が十分に有意なものと考えられる．

筆者の方法は基礎方程式の解を直接的に用いず，一度連立方程式に変換する段階を経ねばならないが，その後の計算そのものは比較的容易である．Runge-Kutta 法は初期値より順次に繁雑な計算をしなければならない．従ってもし途中で計算に誤りがあればそれ以降の個所はすべて不可となる．これに対し松原氏法および筆者の方法では任意断面における水位が一意的に計算できる．このことが最大の特徴である．さらに筆者の方法では背後地で水位が規制されている場合にも適用できる．以上考察した如く筆者の方法は汎用的で実用性に富んでいると考えられる．なお，実際の例によって計算式の確認を行なえなかったが，これは今後の課題としたい．

本論文の製作にあたっては，松原茂氏ならびに白滝山二氏に貴重な示唆と懇篤なるご指導を賜った．ここに謝意を表する．

参　考　文　献

1）農林省農地局：土地改良事業計画設計基準
　第3編第6部　海面干拓：5～6，1966

2）Harr, M.：Groundwater and Seepage
　McGRAW-HILL（N.Y.）：40～44, 1962

3）松原茂：排水路に流入する地下水面の近似解法（Ⅰ）
　農業土木研究　25（5）：33～38, 1958

4）松原茂：排水路に流入する地下水面の近似解法（Ⅱ）
　農業土木研究　25（6）：23～27, 1958

5）松原茂：干拓地背後地の地下水について
　中国四国農政局中海干拓調査書：23～24, 1960

Summary

Many problems with reclamation by filling-up occur frequently in the coastal region. Some of them are caused by the variation of the groundwater table.

To solve them, the first it should be known the pattern and the variation of the groundwater table after being reclaimed. So, a method is necessary for analysing the variation. Some formulas have, so far, been proposed to analyse the variation. These fit in general cases but these do not always suit the case in question. So, the author derived a useful formula and showed some examples with numerical calculation. Also the result of calculation was tried to compare with others in the same case. The author's method is expressed in short as follows.

The principle to determine the groundwater table is to solve the basic equation (1.4) being derived from Darcy's law and the equation of continuty. Its solution is expressed as a function

$$z^2 = \frac{P}{a}\left(x + C + \frac{1}{a} - C'e^{ax}\right). \qquad (3.0)$$

The procedure of calculation is the following.

1) To make the system of equations (1) to (4′) about constants in (3.0) considering the boundary conditions.

$$\begin{cases} C_2 - E'C_2' = K_1 & (1) \\ bC_1 - bEC_1' - C_2 + E\,C_2' = K_2 & (2) \\ -EC_1' - C_2 + E\,C_2' = K_3 & (3) \\ -C_1' = K_4 & (4) \\ C_1 - C_2 = K_4' & (4') \end{cases}$$

2) To solve the system of equations.

3) To apply the determined constants to (3.0).

4) To calculate z (or z^2) for any x using (3.0).

Judging from the result of numerical calculation, the method produces a good approximation in spite of simple procedures.

In other word the method developed by the author is practical to forecast the variation of the groundwater table, that is, it is possible to calculate z for x at any position by the method. This is the most important character. The method is useful for planning land reclamations.