

中海淡水化過程における塩分拡散機構

第2報 湖底摩擦係数の推定

福 間 順*

Jun FUKUMA

Studies on the Mechanism of the Salinity Diffusion in Nakaumi Sea, Shimane Prefecture

(II) On the Estimation of the Bottom Friction Coefficient

ま え が き

中海のような浅海における湖流変動の予測，湖底からの塩分拡散およびその流出等の解明は，淡水化水理学上もっとも重要な問題である。そのうち湖流変動は他の公共的事業にかかわる影響がきわめて大なるものがあり，その正確な予測が必要とされる。湖流に直接大きく関与する要素として底面摩擦があげられ，その推定および実測が基礎的な根拠となる。湖底摩擦係数の実測はその方法において複雑であり相当の記録の蓄積と労力が要求される。本報告では中海に隣接する宍道湖に例をとり，浅海閉塞海域における傾斜流としての取り扱いを行ない，湖底摩擦係数を風による剪断応力と湖底摩擦応力との平衡条件より算出を試みた。これによって宍道湖における湖底摩擦係数の概略値を得て，中海における水理量の推定値を示すとともに，計算の可能性を報告する。

1 観測場所および記録

宍道湖は最大水深 6.30m，平均水深 4.30m の東西に細長の海跡湖であって南側は中国山脈，北側は島根半島によって囲まれている。面積，水深ともに中海における値に近似している。湖面傾斜を観測する水位観測は宍道湖西端に位置する平田市東水位観測所，および東端の松江市白濁水位観測所の同時観測記録によった。両観測所はほぼ東西の線によって結ばれ，その距離約 17.0km である。風向，風速記録は松江气象台のものによった。採用する記録は宍道湖上で西風の季節風が卓越し，宍道湖流入河川の一つである斐伊川の流入量の少ない冬期のもとした。風向が東西のものでないものは東西のベクトル分風速を算出して計算に用いた。

* 農業水工学研究室

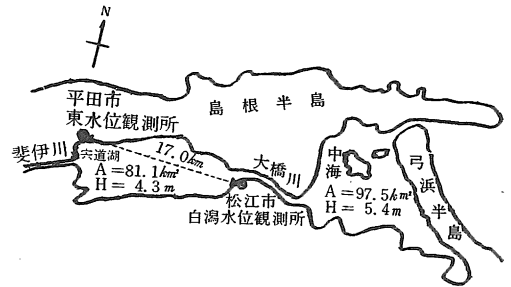


図-1 水位観測地点

2 運動方程式の適用

2-1 閉塞湖流運動方程式

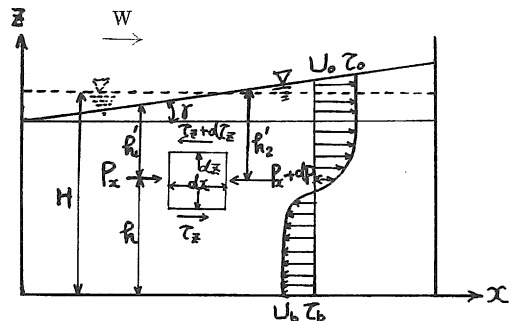


図-2 傾斜流模式図

τ_a : 風による剪断応力

$$\tau_0 = K \rho_a W^2, \quad \rho_a = 1.3 \times 10^{-3}$$

$$K = \begin{cases} 0.8 \times 10^{-3} & W < 6.6 \text{ m/sec} \\ 2.6 \times 10^{-3} & W > 6.6 \text{ m/sec} \end{cases}$$

τ_b : 湖底摩擦応力

U_0 : 表面吹送流速
 U_b : 湖底流速
 H : 平均水深
 Z : 鉛直深度
 γ : 水面傾斜角

$$\tau_b = -\varepsilon \frac{du}{dz} \Big|_{z=0} \quad \text{---(3)}$$

(1) (2) (3) 式より

$$U = U_0 - (\tau_0 / \varepsilon) (z - H) + (\rho g / 2\varepsilon) (z - H)^2 \tan \gamma \quad \text{---(4)}$$

$dx dy dz$ の微力体のつり合いを考えると (Fig 2)

$$\{P_x - (P_x + dP_x)\} dy dz + \{(\tau_z + d\tau_z) - \tau_z\} dx dy = 0$$

$$\therefore d\tau_z dx dy = dP_x dy dz$$

他方

$$\tau_z = \varepsilon \frac{du}{dz} \quad \therefore d\tau_z = \varepsilon \frac{d^2u}{dz^2} dz \quad \varepsilon : \text{渦粘性係数}$$

$$P_x = \rho g h \quad \therefore dP_x = \rho g \tan \gamma dx$$

$$\therefore \varepsilon \frac{d^2u}{dz^2} = \rho g \tan \gamma \quad \text{---(1)}$$

境界条件として

$$\tau_0 = \varepsilon \frac{du}{dz} \Big|_{z=H} \quad \text{---(2)}$$

$$U \Big|_{z=0} = U_b$$

$$\int_0^H U dz = 0 \quad \text{とすれば,}$$

$$\varepsilon U_0 + \tau_0 H + \frac{1}{2} \rho g H^2 \tan \gamma = \varepsilon U_b \quad \text{---(5)}$$

$$\varepsilon U_0 H + \frac{1}{2} \tau_0 H^2 + \frac{1}{6} \rho g H^3 \tan \gamma = 0 \quad \text{---(6)}$$

(5) (6) 式より $\tan \gamma, \tau_0$ について解くと

$$\tau_0 = -\varepsilon (4 U_0 + 2 U_b) / H \quad \text{---(7)}$$

$$\tan \gamma = 6 (U_0 + U_b) / \rho g H^2 \quad \text{---(8)}$$

$$\text{他方 } \left\{ \begin{array}{l} \tan \gamma = (-\tau_0 + \tau_b) / \rho g H \\ \tau_0 = K \rho_a W^2 \end{array} \right. \quad \text{---(9)}$$

$$\tau_0 = K \rho_a W^2 \quad \text{---(10)}$$

$$U_0 = -\frac{H}{6\varepsilon} (3K\rho_a W^2 + \rho g H \tan \gamma) \quad \text{---(11)}$$

表-1 水位、風速記録

年月日	水位観測		日平均風速	最風風向	大速向	最大風速	E-W分風速
	白濁	平田					
39.11.5	0.41	0.28	1.7	W		5.2	5.2
12	0.45	0.33	2.3	W		8.7	8.7
14	0.58	0.36	7.6	W		12.2	12.2
15	0.66	0.37	1.6	W		4.2	4.2
18	0.36	0.20	1.3	WNW		4.5	4.1
19	0.40	0.29	1.7	W		8.3	8.3
20	0.45	0.28	2.1	W		7.0	7.0
25	0.29	0.27	1.2	W		6.7	6.7
27	0.08	0.19	0.9	ESE		3.2	2.7
39.12.10	0.12	0.21	1.4	E		3.7	3.7
16	0.05	0.15	1.5	E		4.0	4.0
22	0.11	0.25	1.3	E		3.3	3.7
23	0.11	0.26	1.5	ESE		4.2	3.8
40.1.5	0.09	0.19	1.0	ENE		3.7	3.4
11	0.20	0.12	10.4	W		16.5	16.5
12	0.19	0.10	11.6	W		15.3	15.3
13	0.16	0.13	5.1	W		9.3	9.3
14	0.12	0.10	3.2	WSW		8.2	7.5
15	0.10	0.01	4.9	W		10.0	10.0
16	0.14	0.07	3.6	W		9.2	9.2
40.2.2	0.19	0.10	8.3	W		14.3	14.3
3	0.14	0.06	7.5	WSW		12.3	11.2
4	0.08	0.03	3.4	WSW		8.0	7.3

年月日	水位観測		日平均風速	最風風向	大速向	最大風速	E-W分風速
	白濁	平田					
40.2.6	0.06	0.05	4.4	WSW		11.3	10.3
7	0.08	0.04	4.9	WSW		9.5	8.6
11	0.14	0.09	1.5	WNW		5.7	5.2
12	0.14	0.07	1.1	W		4.0	4.0
13	0.18	0.11	1.4	WSW		8.0	7.3
14	0.24	0.16	4.4	WSW		8.7	7.9
40.2.16	0.20	0.10	1.4	W		5.8	5.0
20	0.06	0.02	1.7	W		5.7	5.7
24	0.16	0.08	4.2	WSW		8.0	7.3
25	0.18	0.04	4.9	WSW		11.7	10.6
26	0.13	0.00	4.4	WNW		8.3	7.6
27	0.10	0.00	3.8	WSW		10.8	9.4
28	0.14	0.02	5.9	W		10.8	10.8
40.3.5	0.13	0.05	2.0	WSW		6.0	5.5
6	0.09	0.01	3.3	WNW		7.0	6.4
8	0.05	0.01	2.9	WSW		10.2	9.3
9	0.14	0.07	4.6	WSW		13.0	11.8
10	0.18	0.12	1.6	W		4.8	4.8
11	0.14	0.07	2.4	W		7.5	7.5
12	0.21	0.14	5.9	W		13.7	13.7
18	0.18	0.14	1.8	WSW		6.7	6.1
19	0.21	0.15	5.8	WSW		13.5	12.3
23	0.10	0.14	1.6	ESE		3.8	3.5

$$U_b = \frac{H}{6E} (3K\rho_a W^2 + 2\rho g H \tan \gamma) \quad \text{--- (12)}$$

湖底摩擦応力は Keulegan の定義にしたがえば

$$\tau_b = C_f \rho U_b^2 \quad \text{--- (13)}$$

C_f : 湖底摩擦係数

ρ : 流体密度

$$\therefore C_f = \frac{36E^2 (K\rho_a W^2 + \rho g H \tan \gamma)}{\rho (3K\rho_a W^2 + 2\rho g H \tan \gamma)^2 H^2} \quad \text{--- (14)}$$

(14)より渦粘性係数 ϵ , 風速 W , 水面傾斜角 γ を知れば湖底摩擦係数 C_f が算出できる。

2-2 渦粘性係数の値

渦粘性係数 ϵ は平均流の流速分布および湖底からの距離 z の関数であって流体固有の物理定数ではない。 ϵ の値は測定者によって異なり、しかも個々の値に相当の開きがある。一般的に表層では深層より大きな値をとり、風速が大になるほど増大する。代表的な測定値は表-2 のようである。

表-2 渦粘性係数 ϵ の測定値 (c.g.s単位)

測定者	スバードナップ (Sverdrup)	トレード (Thorade)	田 中
渦粘性係数の値	北シベリア海 の海流観測から	風速と ϵ の表 面値との関係 を求め	串本港で風速 7 m/s以下の ときの観測から、 表面での ϵ の値として
	深さ (m) ϵ	風速(m/s) ϵ	
	0 335	3 28	防波堤港外
	5 223	5 110	15~20
	10 198	7 220	防波堤の陰部
15 181	15 1,000	8	
20 74	30 4,000	港の沈砂域 2以下	

宍道湖に適用する場合、Sverdrup, Thorade の実測値は深度の点で難点があり、むしろ田中の実測値が適当と考えられる。すなわち宍道湖における渦粘性係数を串本港防波堤外におけるそれと近似するとみなして、 $\epsilon = 15$ (C.G.S) を用いる。

2-3 模型実験における湖底摩擦係数の推定

湖流の考えられるすべての現象を模型の相似によって再現することは不可能である。中海湖流をとり扱う場合、 $x-y$ 平面の流れが卓越していると考えられるから湖流の平均流速によって湖底摩擦係数の相似を考える。

原型と模型においてつぎの運動方程式および連続式が成立する。但し偏向力、風応力を無視する。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} &= -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{C_f}{2h} U^2 \\ \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} &= -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{C_f}{2h} V^2 \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (Uh) + \frac{\partial}{\partial y} (Vh) &= 0 \end{aligned} \right\} \text{--- (15)}$$

原型と模型が力学的に相似であるためには(15式)に対する原型、模型の対応項の比が等しくなければならないから、Suffix p, mを原型、模型に対するものとして次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{U_m}{U_p} = R_u \quad \frac{V_m}{V_p} = R_v \quad \frac{t_m}{t_p} = R_t \\ \frac{x_m}{x_p} = R_x \quad \frac{y_m}{y_p} = R_y \quad \frac{h_m}{h_p} = R_h \\ \frac{C_{fm}}{C_{fp}} = R_{cf} \quad \frac{\zeta_m}{\zeta_p} = R_\zeta \end{aligned} \right\} \text{--- (16)}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{R_u}{R_t} = \frac{R_u^2}{R_x} = \frac{R_u R_v}{R_y} = \frac{R_\zeta}{R_x} = \frac{R_{cf}}{R_h} \cdot R_u^2 \\ \therefore \frac{R_v}{R_t} = \frac{R_v^2}{R_y} = \frac{R_u R_v}{R_x} = \frac{R_\zeta}{R_y} = \frac{R_{cf}}{R_h} R_v^2 \\ \frac{R_\zeta}{R_t} = \frac{R_u R_h}{R_x} = \frac{R_v R_h}{R_y} \end{aligned} \right\} \text{--- (17)}$$

いま $R_x = R_y$, $R_u = R_v$, $R_\zeta = R_h$ とすれば相似の条件として次式が得られる。

$$R_t = \frac{R_x}{R_h^{1/2}} \quad \text{--- (18)}$$

$$R_u = R_h^{1/2} \quad \text{--- (19)}$$

$$R_{cf} = \frac{R_h}{R_x} \quad \text{--- (20)}$$

R_{cf} のみに着目すれば、模型に与えるべき C_{fm} は(20)式より算出される。模型において流れは層流域より乱流域に達しているであろうが、平均流としての湖流は乱流が卓越していると考えて Manning の抵抗則を適用すると、

$$C_f = \frac{2gn^2}{h^{1/3}} \quad \text{--- (21)}$$

n : Manning の粗度係数

$$\therefore R_{cf} = \left(\frac{n_m}{n_p} \right)^2 \cdot \left(\frac{h_m}{h_p} \right)^{-1/3} = \frac{R_h}{R_x} \quad \text{--- (22)}$$

$$\therefore R_n = \frac{R_h^{2/3}}{R_x^{1/2}} \quad \text{--- (23)}$$

(23)式より模型に与えるべき粗度係数 n が算出される。

3 湖底摩擦係数の算出および考察

宍道湖における湖底摩擦係数Cの算出結果は表-4のようである。

この値はいままでに得られている(表-3)ものと比較的近似している。平均値として $C_f = 7 \times 10^{-3}$ (C.G.S) が得られた。風速との関連は図-4に示すように相関性はないようである。元来宍道湖底は斐伊川によって運搬された風化花崗岩微砂から成っている。湖深が浅いためにわずかの風浪で湖底土の攪乱が生じ、湖面が変色するのを特徴とする。C-Wの相関が見られないのは、湖底粗度を支配する粒度が常に攪乱状態の場合についてだけCが算出された結果と考えられる。ちなみに島根県が宍道湖底土の採取、分析した結果によると(図-5・6, 表-5参照), 宍道湖の東部になるほど砂粒を含むが、西半部は殆んど微砂であるということが示されている。粒度と摩擦係数の関係はそれ自体が研究対象であるが、今回は島根県の調査資料をもって参考とし

表-4 C, n 算出表

年月日	水位差 (m)	$K\rho_a W^2$ (C.G.S)	tany	n	C_f (C.G.S)
39.11.5	0.13	2.81×10^{-5}	0.765×10^{-5}	0.016	4×10^{-3}
12	0.12	25.2	0.706	0.017	4
14	0.22	50.3	1.294	0.012	2
15	0.29	1.83	1.706	0.011	2
18	0.16	1.75	0.941	0.015	3
19	0.11	23.3	0.647	0.018	4
20	0.17	16.6	1.000	0.015	3
25	0.02	15.2	0.118	0.013	24
27	0.11	0.875	0.647	0.018	4
12.10	0.09	1.42	0.529	0.020	5
16	0.10	1.66	0.588	0.019	5
22	0.14	1.13	0.824	0.016	3
23	0.15	1.50	0.882	0.015	3
40.1.5	0.10	1.20	0.588	0.019	5
11	0.08	92.0	0.471	0.021	6
12	0.09	79.1	0.529	0.020	5
13	0.03	29.2	0.176	0.011	15
14	0.02	19.0	0.118	0.013	24
15	0.09	33.8	0.529	0.020	5
16	0.07	28.6	0.412	0.023	7
2.2	0.09	69.1	0.529	0.020	5
3	0.08	42.4	0.471	0.021	6
4	0.05	18.0	0.294	0.027	9

表-3 海底摩擦係数

人名	摩擦係数 (C.G.S)	場所
Taylor, G.I.	2×10^{-3}	Irish Sea
Grace, S. F.	$1.4 \sim 4.1 \times 10^{-3}$	Bristol Channel
Grace, S. F.	$2.4 \sim 21.3 \times 10^{-3}$	English Channel
Bowden, K. F. - Fairbairn, L. A.	$1.42 \sim 2.04 \times 10^{-3}$	Red Wharf Bay
Bowden, K. F.	$1.1 \sim 2.8 \times 10^{-3}$	Red Wharf Bay
Charnock	$3.4 \sim 11.6 \times 10^{-3}$	Red Wharf Bay
樋口, 中村	$0.95 \sim 2.49 \times 10^{-3}$	名古屋港

た。

宍道湖湖底摩擦係数の値がそのまま中海におけるものとは即断できないが、現調査段階では概略値としての価値は認められる。中海水理模型実験の実施を想定した場合の試算を行なうと

年月日	水位差 (m)	$K\rho_a W^2$ (C.G.S)	tany	n	C_f (C.G.S)
40.2.6	0.01	35.8×10^{-5}	0.059×10^{-5}	0.061	48×10^{-3} 棄却
7	0.04	25.0	0.235	0.030	12
11	0.05	2.81	0.294	0.027	9
12	0.07	1.66	0.412	0.023	7
13	0.07	18.0	0.412	0.023	7
14	0.08	21.1	0.471	0.022	6
16	0.10	2.60	0.588	0.020	5
20	0.04	3.38	0.235	0.031	12
24	0.08	18.0	0.471	0.022	6
25	0.14	38.0	0.824	0.017	3
26	0.13	19.5	0.765	0.016	4
27	0.10	29.9	0.588	0.019	5
28	0.12	39.4	0.706	0.017	4
3.5	0.08	3.15	0.471	0.021	6
6	0.10	4.26	0.588	0.019	5
8	0.04	29.2	0.235	0.030	12
9	0.07	47.1	0.412	0.023	7
10	0.06	2.40	0.353	0.025	8
11	0.07	19.0	0.412	0.023	7
12	0.07	63.4	0.412	0.023	7
18	0.04	3.87	0.235	0.030	12
19	0.06	51.1	0.353	0.067	8
23	0.04	1.27	0.235	0.030	12

$\bar{n} = 0.019 \quad \bar{C}_f = 7 \times 10^{-3}$

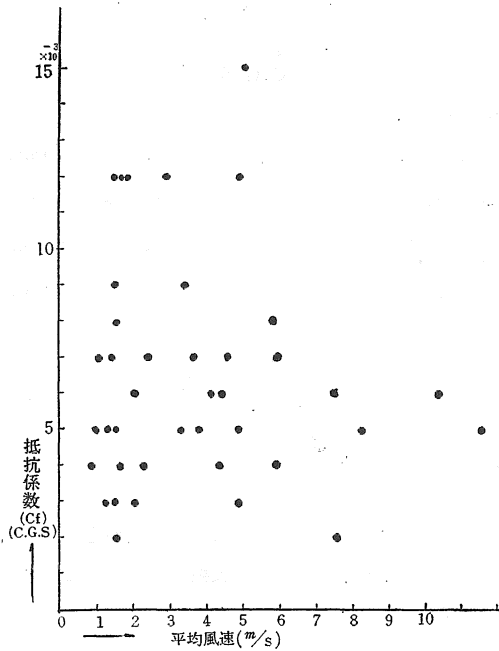


図-3 C_r-W 相関グラフ

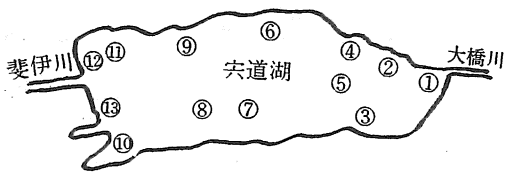


図-5 底質採取地点 (島根県資料による)

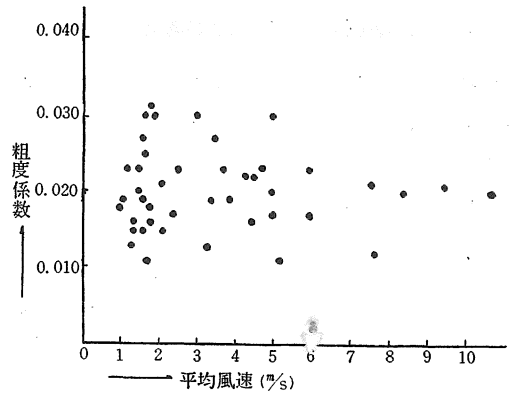


図-4 n-W 相関グラフ

$$R_x = \frac{1}{400}, \quad R_h = \frac{1}{50} \text{ とし } n_p = 0.019 \text{ であるから}$$

$$n_m = \frac{R_h^{2/3}}{R_x^{1/2}} \cdot n_p = \left(\frac{1}{50}\right)^{2/3} \cdot \left(\frac{1}{400}\right)^{-1/2} \cdot (0.019)$$

$$\approx 0.026$$

すなわち模型粗度は $n = 0.026$ で与える必要がある。

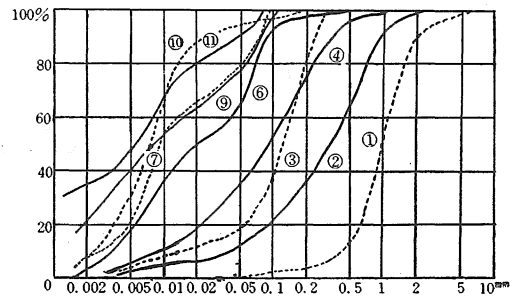


図-6 底質粒径加積曲線

表-5 粒度分析表

採土地点	粒径mm 0.0050 以下	0.010	0.050	0.100	0.250	0.500	1.0	2.0	5.0
1	0	0	2.0	3.5	6.0	15.0	53.5	92.0	99.0
2.1	7.0	10.3	20.0	38.0	64.0	82.6	98.0	100.0	—
2.2	2.5	3.0	7.0	11.3	27.5	46.5	93.0	100.0	—
3	6.5	3.0	19.5	41.0	92.5	100.0	—	—	—
4	8.0	12.0	36.0	54.0	89.0	97.5	98.5	99.0	100.0
5	30.0	44.0	80.5	95.5	99.0	100.0	—	—	—
6	18.5	38.0	65.0	96.0	98.0	99.0	99.0	99.5	—
7	22.0	55.0	80.0	100.0	—	—	—	—	—
8	63.0	77.0	93.5	99.5	100.0	—	—	—	—
9	41.0	55.0	77.0	98.0	100.0	—	—	—	—
10	32.5	71.5	95.0	97.0	100.0	—	—	—	—
11	47.0	68.0	90.0	100.0	—	—	—	—	—
12	19.0	33.5	79.0	100.0	—	—	—	—	—
13	8.0	19.0	75.5	99.0	100.0	—	—	—	—

(島根県資料による)

む す び

この試算によって宍道湖，中海の湖底摩擦係数の値は $2 \times 10^{-3} \sim 24 \times 10^{-3}$ (C. G. S.) の範囲に存在することが推定される。算出過程において若干の仮定を含んでいるが，これ等の仮定を現地での値にいかにかに近づけるかが今後の問題であろう。本報告を作成するにあたり建設省松江工事事務所，松江气象台，島根県耕地課から貴重な資料の提供を受けた。謹んで謝意を表する。

引用文献

1. 第11回海岸工学会講演集 1964 土木学会 東京
62~68, 118~125
2. 松江吉行：水質汚濁調査指針 1965 恒星社厚生閣
東京 325~330
3. 岩垣雄一・柿沼忠男：京都大学防災研究所年報
1965 329~395
4. 石原藤次郎・本間仁：応用水理学中 II 1958 丸善
東京 473~476
5. 須田皖次：海洋物理学 1932 岩波 東京 78~82
6. 豊原義一：宍道湖水理調査に関する考察 1953
島根県 10~11
7. 速水頌一郎・樋口明生・吉田幸三：京都大学防災研
究所年報 1958 83~95
8. 福間順：島根農大研報 1965 14(A)：134~138

Summary

One of the most important problems in the hydraulic model test to investigate lake current variation is how to assume the value of the bottom friction coefficient defined by $C_f = \tau_b / \rho U_b^2$ in which τ_b is shearing stress across the bottom, ρ density of fluid and U_b bottom velocity of flow. Several methods to estimate C_f , wave spectrum method, significant wave method were proposed, but for the lack of data it is impossible to apply the methods mentioned to the case of Nakaumi Sea. In this paper, from shearing stress caused by wind on the water surface and hydraulic gradient observed on Shinji Lake, the value of C_f is quantitatively estimated on the assumption that the hydraulic peculiarities of Shinji Lake can be regarded as similar to that of Nakaumi Sea for the limited purpose of the investigation of the lake current variation. The values of C_f obtained ranges from 2×10^{-3} to 24×10^{-3} (C.G.S.) and the mean value of C_f is nearly 7×10^{-3} (C.G.S.). It should be noticed that these values of C_f are nearly equal to the values generally expected and no correlation between C_f and wind velocity W is recognized so far as the results obtained up to the present are considered. Some suggestions to the future studies are given by the author's trial calculations.