

木材のスパン—ハリタケ比と曲げ特性との関係^{※1}

高橋 徹・桜井 敏夫^{※2}

Akira TAKAHASHI and Toshio SAKURAI^{※2}

The Relationship between Span-Depth Ratio and Bending Characters of Wood Beam.^{※1}

緒 言

木材が構築材料として使用されるときには圧縮応力やせん断応力の作用も多いが、曲げ応力の作用下にある場合が多い。したがって従来の木材の力学的性質に関する研究では曲げ応力に関するものが多く見受けられた¹⁻¹¹⁾。木材の曲げ強さ σ_{max} はハリの最大曲げモーメント M と断面係数 Z により定まり

$$\sigma_{max} = \frac{M}{Z} \quad (1)$$

で示される。したがって、この曲げ強さ σ_{max} は材料の種類、断面形、荷重の種類、スパン—ハリタケ比に著しく影響されることが知られている。他の材料とくらべて木材の曲げ強さは含水率、年輪傾角、アテなどの異常組織などに影響され、また木材は圧縮強さ、引張強さにくらべてせん断強さは極めて低く、曲げにせん断応力が強く働きスパン—ハリタケ比の小さい場合には、せん断強さが曲げ破壊の原因となる。またスパン方向が繊維方向と一致しない場合にはその強度の減少および応力分布に顕著な変化がみられる。

本研究報告は木材のスパン—ハリタケ比が変化した場合、曲げ破壊係数、曲げヤング係数、曲げ比例限応力、曲げにおけるせん断応力などにおよぼす影響について検討した。

謝辞：本研究試料のうちラワン材は日新林業株式会社 が心よく提供して下さいたものである。ここで同社に対し厚くお礼申し上げる。

供試材と試験条件

供試材：ヒノキ（長野営林局上松営林署管内産）

HINOKI-*Chamaecyparis obtusa* Endle

レッドラワン（カリマンタン産）

Red Lauan *Shorea negrosensis* Foxw.

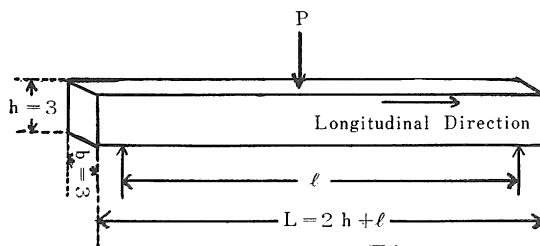
これらの木材から曲げ試験体とその他の強度試験体を得た。この材の強度的性質が **Table 1** に示される。この試験方法は J I S に準拠した。

曲げ試験体は **Fig. 1** に示したように、

寸法：ハリタケ $h = 3$ cm, 巾 $b = 3$ cm, スパン長 l はハリタケの 2, 4, 6, 8, 10, 14, 20 倍の 7 条件
試験片の全長 L は $L = 2h + l$ とする。

個数：各 5 個宛試験した。

荷重方式：中央集中荷重で試験機はアムスラー万能材料試験機（最大容量 10 ton）を適当な荷重容量（1 ~ 4 ton）で使用した。



$l : 2, 4, 6, 8, 10, 14, 20 \times h$

Fig. 1 Test specimen.

実 験 結 果

スパン長—ハリタケ比 l/h と曲げ強さ σ_{max} との関係は **Fig. 2**, 比例限応力 σ_p との関係は **Fig. 3**, せん断応力 τ_b との関係は **Fig. 4**, そして曲げヤング係数 E との関係は **Fig. 5** に示した。Fig. 2 から Fig. 5 までの関係は次式で求めた。

$$\text{曲げ破壊係数：} \sigma_{max} = \frac{3Pl}{2bh^2} \quad (\text{kg/cm}^2) \quad (2)$$

※1 第16回日本木材学会大会（April, 4, 1966）で講演

※2 木材加工学研究室 Laboratory of Wood Engineering.

$$\text{曲げ比例限度力} : \sigma_p = \frac{3Ppl}{2bh^2} \quad (\text{kg/cm}^2) \quad (3)$$

$$\text{水平せん断応力} : \tau_{max} = \frac{3P}{4bh} \quad (\text{kg/cm}^2) \quad (4)$$

$$\text{曲げヤング係数} : E = \frac{Ppl^3}{4ybh^3} \quad (\text{kg/cm}^2) \quad (5)$$

ここに PP : 比例限度の荷重 (kg)

P : 破壊荷重 (kg)

l : スパン (cm)

y : 比例限度におけるたわみ (cm)

b および h : ハリの幅と高さ (ハリタケ) (cm)

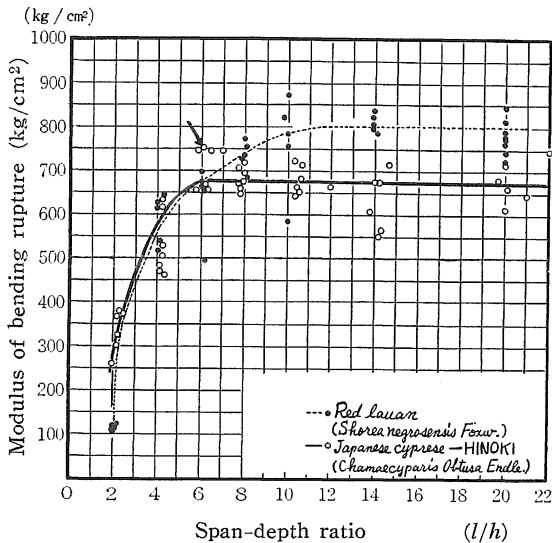


Fig. 2. Relation of span-depth ratio to value obtained by modulus of bending rupture.

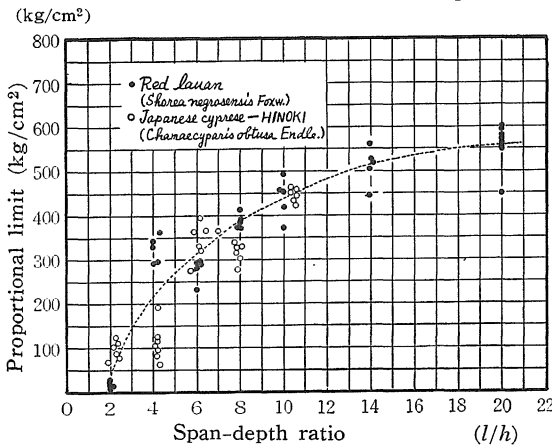


Fig. 3 Relation of span to value obtained by proportional limit in bending.

考 察

曲げ強さ

Fig. 6 に示すように、細長比 l/h の変化が曲げ強さにおよぼす影響は **Curve A** と **Curve B** の2通りの

説がある。**Curve A** は1922年に R. BAUMANN¹⁾ が、1924年に J. A. NEWLIN and G. W. TRAYER⁶⁾ が実験的に求め、やゝ遅れて1950年に金俊三⁴⁾が、1954年に金理論を拡張した沢田稔⁹⁾が、また1952年に C. B. NORRIS¹⁾ が理論的計算式を組立てた。一方 **Curve B** は1927年に F. SEEWALD¹⁰⁾ が理論式をつくったといわれる。また1964年に G. SCHNEEWEIß¹⁰⁾ が実験的にえた。

ヒノキおよびラワンについて細長比 l/h の変化に対する曲げ強さの関係を Fig. 2 に示す。ラワン材は細長比 $l/h=10$ で曲げ強さの減少がすでに始まり、ヒノキ材は細長比 $l/h=8$ 付近で矢印で示したように曲げ強さにピークを示す。したがってラワン材は Fig. 6 の **Curve A** 型を、ヒノキ材では **Curve B** 型に相当する。

G. SCHNEEWEIß によれば、ヒノキの l/h の減少とともに曲げ強さが一たん増加し、ピークをもったのちにせん断応力が働いて減少するのが普通であるが、ラワン材のように引張破壊の範囲すなわち $l/h=10$ ではすでに曲げ強さの減少が始まるのが異常としている。ピークの存在の原因は主に横圧縮強さ(又は荷重点の圧潰ないしはツブレ)に依存する。そこで横圧縮強度が低いか又は荷重点における圧潰量大きいと l/h に対し曲げ強さはピークをもたない関係を示した。しかしながら本報での結果 Table 1 からわかるようにラワン材の横圧縮強度はヒノキ材とほぼ同じである。したがって細長比 l/h に対する曲げ強さのピークの存在は横圧縮強度にある程度影響された結果にもよるが次のような理由も考えられる。すなわち内部応力の分布の変化が考えられる。

内部応力分布は E/G と l/h によって、せん断応力の関与が変る。従来の研究によればその関係には樹種特性が認められる。また一方曲げ強さにおよぼす試片体の寸法効果(形状相似)は殆んど存在しないか、または少し存在する¹³⁾。ここで G は剛性率である。

結局、支点および荷重点の木材部のメロコミによる二次的応力集中と E/G の関係で示されるようにせん断力の影響が樹種により著しく異なることにより、**Curve A** と、**Curve B** が存在する。

Table 2 はヒノキ材およびレッドラワン材の細長比の変化による曲げ強度特性の一覧表である。その平均値およびその分散を示した。特に曲げ強さは沢田の曲げ強さについての数理的な解析法に従って計算した。

破壊時におけるハリ内部の圧縮側引張側の弾性塑性域破壊の区分から用いた計算式は次式に従った。

※ 圧縮強度およびせん断強度については第1表の独立強度値を用いた。

(全弾性域……純粋なせん断破壊)

$$\sigma_b = \frac{2\tau b}{h} \quad (6)$$

(圧縮側塑性域, 引張側弾性域)

$$\sigma_b = \frac{3\sigma_c}{1 + \frac{h}{l} \cdot \frac{\sigma_c}{\tau b}} \quad (7)$$

(圧縮側, 引張側とも塑性域)

$$\sigma_b = \frac{8\sigma_c}{(r+1)\left(\frac{h}{l}\right)^2\left(\frac{\sigma_c}{\tau b}\right)^2} \left[\sqrt{1 + \frac{3}{4}r\left(\frac{h}{l}\right)^2\left(\frac{\sigma_c}{\tau b}\right)^2} - 1 \right] \quad (8)$$

ここで σ_c は圧縮強さである。

(1)式適用細長比: ヒノキ $\frac{l}{h}$ = なし

ラワン $\frac{l}{h}$ = 2

(2)式適用細長比: ヒノキ $\frac{l}{h}$ = 2, 4, 6, 8

ラワン $\frac{l}{h}$ = 4 ~ 20

(3)式適用細長比: ヒノキ $\frac{l}{h}$ = 10, 14, 20

ラワン $\frac{l}{h}$ = なし

Table 2 によれば曲げ強さの測定値 b と (6) ~ (8) 式の計算値 σ' との比 σ'/b は 1.78 ~ 0.83 に大きく分散する。しかしその内容を検討すれば、ラワン $\frac{l}{h} = 2$ の場合、部分圧縮に近い応力分布になり計算値と値が比較的ズレる場合を除けば、比 σ'/b は 1.15 ~ 0.83 と比較的よい近似値を示す。この比 $\sigma'/b = 1.15 \sim 0.83$ のバラツキ範囲は、沢田の結果と比較すればおおむね妥当とみてよい。

比例限度

細長比 $\frac{l}{h}$ と比例限度 σ_p との関係は Fig. 3 に示した。この図からは測定値が比較的バラツいているが全体的には放物線状の曲線がえがける。曲げ強さ—細長比曲線 (Fig 2) は細長比 $\frac{l}{h} \geq 8 \sim 10$ の場合、曲げ強さは一定になるから曲げ比例限度—細長比曲線の場合と異なる。これは両者間における内部応力分布の差異によるものと思われる。すなわち松本も指摘しているように曲げ破壊時の応力は圧縮側、引張側とも塑性域に入り中立軸も引張側に移動した状態があるが曲げ比例限における応力は圧縮側応力は比例限を過ぎ、圧縮縁繊維は挫屈破壊をしながらも中立軸は引張側に移動することなく

※※: 材引張試験で最大ひずみを測定出来なかつたので塑性変形を生じないとした。

荷重—たわみ曲線は直線のプロットを続けて、やがてある程度以上に圧縮塑性領域が進行したとき中立軸の引張側への移動が始まり、荷重—たわみ曲線も比例関係から離れてのちしばらくして引張破壊がおこるが、曲げ比例限度応力はこの中立軸の移動が始まる点である。比例限度応力の計算式は荷重—たわみ曲線の折点における荷重を用いる。いま Table 3 において $\frac{l}{h} \geq 10$ の場合曲げ応力に比してせん断応力が非常に小さく、Table 1 に示したように曲げ比例限度応力は縦圧縮比例限度応力より大きく縦引張比例限度応力より小さく両者の比例限度応力の間にある。しかも細長比 $\frac{l}{h}$ の増加によって比例限度応力が漸減する。

曲げにおけるせん断応力

木材ハリ中におけるせん断応力の計算は TIMOSHENKO の導いた **An Elementary Direct Method** による (4) 式に従った。この式の適用範囲について J I S では示していないが、主に比例限度以下でこの式を用いるのが妥当である。特にハリの破壊時ではハリの圧縮や引張部分が塑性域に入り、その部分でのせん断応力は存在しない。したがって、沢田の式

$$\tau_{max} = \frac{3P}{4b(\mu_2 - \mu_1)} \quad (9)$$

で計算されるべきである。 $(\mu_2 - \mu_1)$: 引張、圧縮側の塑性域に入っていない距離。

曲げにおけるせん断応力の細長比依存性を Fig. 4 に示した。ヒノキ、ラワン材ともほぼ同じ傾向を示し細長比の増加とともにせん断応力は減少し $l/h = 20$ でもまだ (kg/cm²)

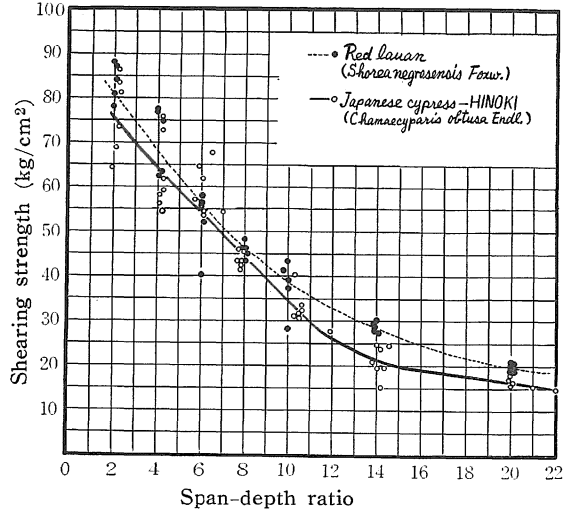


Fig 4. Relationship between span to depth ratio and shearing strength in bending.

※※※: 第3図に於ける比例限度応力は荷重—たわみ曲線の始原接線から5%かたよつた直線から決める JIS にしたがつた。

減少の傾向がみられる。

曲げ破壊時におけるせん断応力の寄与は式 (6) ~ (8) 式を用いて計算される。曲げ破壊に対するせん断応力の割合について、簡単な計算結果を Table 3 に示す。

ここで Table 1 の引張強さ σ_t , せん断強さ τ および Table 2 の曲げ応力 σ_b および曲げにおけるせん断応力 τ_b を用いて、それぞれの比 σ_b/σ_t , τ_b/τ から、

$$\tau_b/\tau/\sigma_b/\sigma_t = r \quad (10)$$

をえる。

Table 3 には Table 2 の計算からえた破壊の形 **Shear**, **Shear and Tension**, **Tension** をそれぞれの細長比について再び示した。一方両者の強度比 r を用いて、曲げ破壊に主要な役割りを占める応力のタイプを決めた。すなわち、ヒノキ、ラワンともに細長比 $l/h \div 6$ のとき、 $r=1.08$ であるから、曲げ破壊はせん断応力と引張応力がほぼ均等に寄与している。 $l/h < 6$ ときは、せん断応力が曲げに対し優勢に働き、 $l/h > 6$ では引張応力が曲げに対し優勢に働くことがわかる。

Table 1. Summary of the results of computation for the strength of wooden beam

Species	Test	Tension		Compression				Shear	
		Parallel to grain	Parallel to grain	Perpendicular to grain		Diagonal grain 45°		Radial *5	Tangential *6
				Radial *1	Tangential *2	LR*3	LT*4		
HINOKI : (Chamaecyparis obtusa Endle)	Number of specimens	10	6	7	6	6	5	10	10
	Width of annual ring (mm)	1.01	1.01	0.83	0.99	1.49	1.00	0.99	0.99
	Specific gravity	0.408	0.391	0.392	0.325	0.407	0.391	0.403	0.398
	Moisture content (%)	13.13	13.83	14.16	14.16	14.08	13.69	13.64	13.65
	Strength (kg/cm ²)	920.9	307.1	45.6	49.6	117.8	80.4	70.5	86.9
	Stress at P. L. (kg/cm ²)	730.7	247.2	36.1	40.3	86.6	43.3		
	Strain at P. L. (%)	0.416	1.257	1.51	1.06	0.840	0.920		
	Work at P. L.	158.5	150.4	27.3	21.4	36.7	19.9		
	Specific strength (kg/cm ²)	2257	786.7	114.1	127.1	289.4	205.6	174.9	218.5
	Modulus of elasticity	17.6×10^4	17.3×10^4	2.49×10^3	3.36×10^3	12.9×10^3	4.91×10^3		
	Max. strain (%)	0.564							
Red Lauan : (Shorea negrosensis Foxw)	Number of specimens	8	12	11		11		12	11
	Specific gravity	0.502	0.502	0.503		0.502		0.489	0.494
	Moisture content (%)	13.5	13.8	14.3		14.6		15.0	15.1
	Strength (kg/cm ²)	1190	414.2	49.9				90.9	100.2
	Stress at P. L. (kg/cm ²)		344.4	28.8		46.1			
	Strain at P. L.		0.482	0.830		0.909			
	Work at P. L.		83.4	9.2		21.0			
	Specific strength (kg/cm ²)	2371	825	99				185	203
	Modulus of elasticity (kg/cm ²)	1.6×10^5	7.31×10^4	2.79×10^3		5.15×10^3			

Note ; *1, *2, *3, *4, *5, and *6 show as the following diagrams :

P. L. ; Propotional limit

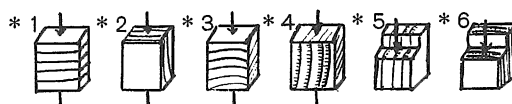


Table 2. Strength properties of wooden beams and comparison of measured and computed bending strength

Species	Span to depth ratio			Number of specimens	Specific gravity in air dried		Moisture content (%)		Modulus of elasticity $\times 10^4$ (kg/cm ²)		Stress at proportional limit (kg/cm ²)		Shear stress at rupture τb (kg/cm ²)		Bendings strength (kg/cm ²)			Ratio $\frac{\sigma'}{\sigma b}$	Type of failure
	l/h		h/l		av.	dev.	av.	dev.	av.	dev.	av.	dev.	av.	dev.	determined by test σb		computed from eq. σ'		
	av.	dev.													av.	dev.			
HINOKI i. e. Japanese Cypress (<i>Chamaecyparis obtusa</i> Endle)	2.19	0.10	0.456	6	0.383	0.022	11.17	0.56	0.125	0.02	97.2	18.9	76.3	8.2	340.1	44.9	353.0	1.04	Shear and Tension
	4.21	0.21	0.237	7	0.420	0.021	11.90	0.95	0.882	0.11	97.2	15.9	62.8	7.5	531.0	63.8	501.6	0.94	Shear and Tension
	6.21	0.38	0.161	7	0.381	0.008	11.90	0.95	4.01	0.70	346.6	6.1	58.9	5.1	710.5	42.9	587.4	0.83	Shear and Tension
	7.83	0.10	0.128	7	0.412	0.017	13.95	0.25	4.93	0.10	315.4	19.6	43.9	1.4	683.9	21.3	625.6	0.91	Tension
	10.67	0.97	0.094	7	0.398	0.001	13.53	0.19	6.83	0.15	447.3	13.8	32.7	3.5	676.9	29.6	626.1	0.92	Tension
	14.20	0.23	0.070	7	0.398	0.067	13.97	0.37	7.09	0.68	—	—	21.1	3.1	603.1	88.9	666.8	1.11	Tension
	20.51	0.77	0.049	6	0.426	0.020	13.82	0.20	6.94	0.07	—	—	16.1	1.2	676.9	43.4	678.7	1.00	Tension
Red Lauan (<i>Shorea negrosensis</i> Foxw.)	2.04	0.04	0.490	5	0.419	0.032	13.67	0.64	0.057	0.01	15.7	1.9	84.2	3.6	114.7	4.8	408.0	1.78	Shear
	4.10	0.10	0.244	5	0.424	0.037	13.58	0.46	1.85	0.33	326.0	28.1	69.8	6.7	582.9	42.0	619.6	1.06	Shear and Tension
	6.05	0.36	0.165	5	0.472	0.046	12.94	0.70	4.69	0.58	279.9	21.8	52.8	6.4	638.8	72.8	739.7	1.15	Shear and Tension
	8.00	0	0.125	5	0.484	0.011	12.74	0.53	7.29	0.42	388.6	14.0	45.9	1.6	736.0	25.9	776.0	1.05	Shear and Tension
	10.00	0.08	0.100	5	0.508	0.088	13.23	0.34	8.48	1.14	441.0	42.1	38.1	5.4	763.6	98.5	815.5	1.07	Tension
	14.00	0.08	0.072	5	0.470	0.008	15.43	1.03	11.40	0.68	512.8	40.0	29.0	0.8	810.5	18.2	815.5	1.01	Tension
	19.94	0.10	0.050	8	0.506	0.008	13.50	1.37	12.25	0.66	561.1	44.7	19.6	0.8	781.0	23.6	815.5	1.04	Tension

Table 3. Relationship between shear-bending strength ratio and cause of failure in case of different span to depth ratio

Species	Span to depth ratio l/h	Ratio $\tau b/\tau$	Ratio $\sigma b/\sigma_t$	Ratio $\frac{\tau b/\tau}{\sigma b/\sigma_t}$	Cause of failure
HINOKI i. e. Japanese Cypress (Chamaecyparis obtusa Endle)	2.19	108.2	36.9	2.93	Shear and Tension
	4.21	89.8	46.7	1.92	Shear and Tension
	6.21	83.5	77.1	1.08	Shear and Tension
	7.83	62.3	74.3	0.83	Tension
	10.67	46.4	73.5	0.52	Tension
	14.20	29.9	65.5	0.45	Tension
Red Luan (Shorea negrosensis Foxw.)	2.04	92.6	9.6	9.64	Shear
	4.10	76.8	49.0	1.56	Shear and Tension
	6.05	58.1	53.6	1.08	Shear and Tension
	8.00	50.5	61.9	0.82	Shear and Tension
	10.00	41.9	64.2	0.65	Tension
	14.00	31.9	68.1	0.46	Tension
	19.94	21.6	65.6	0.32	Tension

曲げ弾性率

Fig. 5 に示した曲げ弾性率は細長比 $l/h \leq 10$ の場合に増加し、その後 $l/h > 10$ ではほぼ一定となる。ヒノキ、ラワンともほぼ同じ傾向を示す。曲げ弾性率がほぼ一定となる値は Table 1 に示した引張又は圧縮弾性率

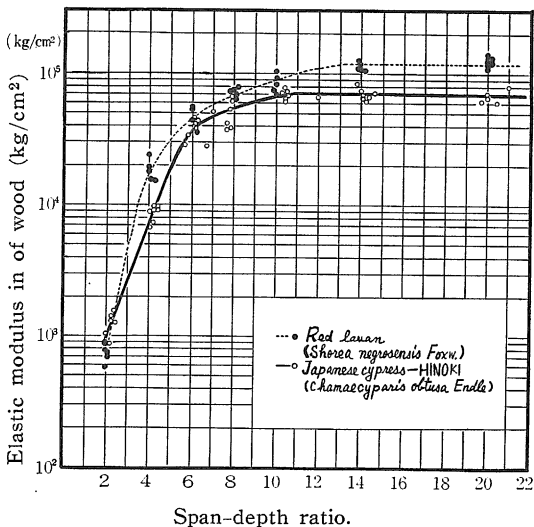


Fig. 5. Relationship between span to depth ratio and elastic modulus in bending of wood.

とくらべてすこし小さいようであった。この曲げ弾性率—細長比との関係は従来の研究とほぼ同じ傾向を示した。^{3) 6) 11)}

要 約

木材の曲げ試験において、スパンーハリタケ比が変化した場合、それが曲げ強さ、比例限度力、せん断応力および弾性率等の曲げ強度特性におよぼす影響について検討した。その結果、(1) ヒノキとラワンの曲げ強さはほぼ同じ傾向を示し、ヒノキの細長比 $l/h = 6$ のときピークを示したが、ラワンはそれを示さない。その原因について検討した。そしてヒノキ細長比 $l/h \geq 8$ 、ラワン $l/h > 10$ のとき、曲げ強さはほぼ一定となる。(2) 比例限度力はヒノキ、ラワンともに細長比に対して、ほぼ同じ傾向を示し、 $l/h = 20$ までも増加の傾向を認める。(3) 曲げにおけるせん断応力は細長比の増加とともに減少し $l/h = 22$ でも減少の傾向がある。(4) Table 2 に曲げ試験の各平均値、分散値を示した。そこで曲げ強さの実験値と計算値とを比較し、ラワン $l/h = 2$ を除けば、全体として0.83~1.11の間にあり、よい近似を示した。

Table 3 には曲げ強さにおけるせん断応力の役割を示し、その値が1.00より大なる場合はせん断応力が破壊に対し大きい役割を果し、1より小さい程、純粹の曲げ応力が働き破壊せしめたことになる。

引用文献

- BEGTEL, S. G. and NORRIS, C. B. : U. S. Forest Prod. Lab. Report. 1910, 1—19, 1959
- BIBLIS E. J. : Forest Prod. J. 15, 492—498, 1965
- 金 俊三：北大工学部集報 1, 157—166, 1948
- 金 俊三：土木学会論文集 5, 41—55, 1950
- NARAYANAMURTI, D., JAIN, N. G. and PANT, C. : Holztechnologie, 4, 133—136, 1963
- NEWLIN, J. A. and TRAYER, G. W. : U. S. Forest Prod. Lab. Rept. 1309 1—19, 1956
- 松本 昶：岩手大農学部報告, 5, 96—103, 1961
- 松浦 誠：広島大工学部報告 2, 299—309, 1953, 6, 131—138, 1957
- 沢田 稔：林試報告 71, 40—79, 82—119, 1954, 77, 69—102, 1955, 108, 116—224, 1958
- SCHNEEWEIß, G. : Holz als-R. u. W. 22, 418—423, 1964
- SCHNEEWEIß, G. : Holzforschung u. Holzwertung 14, 41—47, 1962
- 角谷和男, 杉原彦一：木材誌, 3, 168—173, 1957
- 布施忠司：満鉄技研報告, 236, 1—129, 1942

Summary

This paper deals with the characteristics of bending strength i. e. the modulus of bending rupture, stress value at propotional limit, shearing stress and the modulus of elasticity in bending, when the span-to-depth ratio of wooden beam is varied from 2 to 20. In case of a simply supported beam that carries a concentrated load P at midspan, as Figure 1 indicates, the results of the experiments are shown in Figure 2 through 5.

On the basis of the results, it can be concluded as follows :

(1) Figure 2 illustrates the similar tendency to the modulus of bending rupture between HINOKI and RED LAUAN, except that the span-to-depth ratio of 6 of HINOKI beam makes a maximum, that while that of RED LAUAN does not show the maximum. It demonstrates, furthermore, such a phenomenon of the modulus of bending rupture is affected by the compressive strength perpendicular to grain, and by species, etc.

(2) In Fig. 3, it can be seen that the stress at proportional limit of bending increases as the span-to-depth ratio of beam increases, and a single curve is drawn through all of the points to emphasize the similar behavior of HINOKI and RED LAUAN beams tested. The author can infer that the span-to-depth ratio is dependent on the normal distribution of internal stress in beam.

(3) The shearing strength is affected by the span-to-depth ratio of the wooden beam. As the span-to-depth ratio is increased, it is observed generally that the shearing strength decreased.

(4) Table 2 illustrates the strength properties of HINOKI and RED LAUAN beams and comparison on an average (av.) and deviation (dev.) of the measured and calculated bending strength. The measured bending strength of beam specimens agrees resonably well with those computed, as a whole, falling in the range from 0.83 to 1.11. And Table 3 shows the distribution of the shearing stress to the modulus of bending rupture.

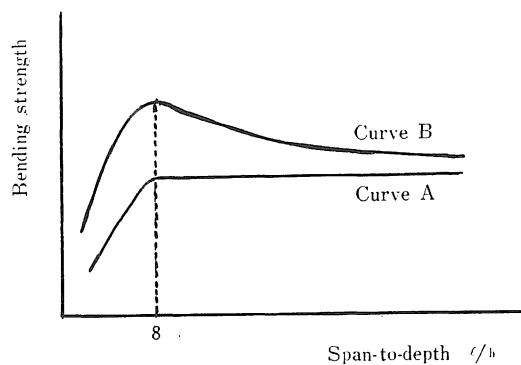


Fig. 6. Relationship between bending strength and Spanto depth of wooden beam.