

2層土壌の温度日変化と熱拡散率について

藤 居 宏 一[※]

Koichi FUJII

Diurnal Temperature Variation and the Thermal Diffusivity in Soils consisting of Two Layers

浅層地温の変化は作物の発芽、甘藷の澱粉蓄積などと密接な関係がある。農業気象の一分野である地温の問題はその人工的調節など作物生育の環境制御に深く関連している。

地中温度の変化を定量的に把握することは重要な課題である。地温変化の解析によって土の物理性、ことに熱的性質を知ることができる。したがって逆に土の物理性が判明しておれば地温変化の様相の推定が可能になる。

一般的に土は不均質である。それは土性、物理性（密度・比熱など）、含水状態、気象作用などが一様でないことによっている。したがって土の熱的性質も一様であるとはいえない。

しかし實際上、巨視的に土は均質な媒体とみなし、その物理定数は一定なものと仮定され解析されてきた。だが上述のように条件が異なると熱的性質もかなり違う場合がある。それゆえ近年、土壌を上下2層に分解して解析されることが多くなってきた。

土中の熱移動は主として伝導によるものであり、地温変化の解析も放物線形偏微分方程式の境界値問題として扱われている。筆者は多層媒体の温度日変化を観測し、その解析結果と理論解とを比較した。土の熱的性質のうち主として熱拡散率について若干の検討を行なったので報告・説明する。

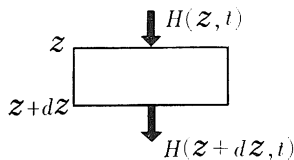


Fig. 1 Heat storage in an element.

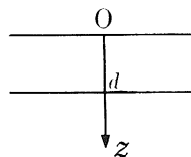


Fig. 2 Medium of two layers.

I 基礎理論

1. 熱伝導方程式とその特解

温度 u は場所 z と時間 t の関数で表わされるから

$$u = u(z, t)$$

とすると、Fig. 1 のような微小要素についての熱流収支から

$$-\frac{\partial}{\partial t}(\rho cu) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (1.1)$$

なる関係が得られる。密度 ρ 、比熱 c 、熱伝導率 λ はそれぞれ平均値でもって代表させ、それらの値は時間的にも空間的にも一定であると仮定すると (1.1) は

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (1.2)$$

となり熱伝導方程式が成立する。ここで $a = \lambda / (\rho c)$ は熱拡散率である。

なお実際の温度変化において、温度を $\theta \equiv \theta(z, t)$ 、周期を T とし

$$\theta - \bar{\theta} = u, \quad \bar{\theta} = \frac{1}{T} \int_0^T \theta dt$$

とおくと便利である。

いま Fig. 2 のように2層からなる半無限媒体を考え、以下、添字 1, 2 はそれぞれ上層、下層を示す。

熱拡散率については

$$a = a(z, t), \quad \frac{1}{T} \int_0^T a dt = a(z)$$

$$a_1 = \frac{1}{d} \int_0^d a(z) dz$$

$$a_2 = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{1}{z-d} \int_0^z a(z) dz$$

と考へて、2層状態の場合の解を求めらる。

※ 農業施設工学研究室

この場合の境界条件は

$$\left. \begin{aligned} u_1(0, t) &= U_k \sin k\omega t \\ u_1(d, t) &= u_2(d, t) \\ u_2(\infty, t) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

である。

この境界条件を満足する (1.2) の解は
上層： $0 \leq z \leq d$ において

$$\begin{aligned} u_k &= u'_k \exp\left(-\frac{z}{D_k}\right) \sin\left(k\omega t - \frac{z}{D_k} - \psi_k\right) \\ &+ u''_k \exp\left(\frac{z}{D_k}\right) \sin\left(k\omega t + \frac{z}{D_k} + \phi_k\right) \end{aligned} \quad (1.4)$$

下層： $d \leq z$ において

$$u_k = u'''_k \exp\left(-\frac{z-d}{D_k}\right) \sin\left(k\omega t - \frac{z-d}{D_k} + \psi'_k\right) \quad (1.5)$$

となる。1層の場合 ($a_1 = a_2$) は $\psi'_k = 0$, $u''_k = 0$ として (1.4), あるいは $d = 0$ として (1.5) が適用できる。上式中の記号は **Table 1** に示す。

実際の温度変化には種々の周期・振幅・位相をもつ無数の波動が混在している。したがって (1.3) 第1式は

$$u_1(0, t) = \sum_0^{\infty} U_k \sin k\omega t$$

になると考えればよい。したがって解も重ね合わせの原理より

$$u(z, t) = \sum_0^{\infty} u_k$$

で表わされる。

しかし、実際の観測資料から解析をすすめる上では、有限級数 ($k = 0 \sim 6$ あるいは $k = 0 \sim 12$) で十分である。

Table 1 Notations in Eq.(1.4) and Eq.(1.5)

$$\begin{aligned} u'_k &= U_k [1 + r^2 \exp(-2\beta_k) + 2r \exp(-\beta_k) \cos \beta_k]^{-\frac{1}{2}}, \\ u''_k &= u'_k r \exp(-2\beta_k), \\ u'''_k &= U_k (1 + r) \exp(-\beta_k/2), \\ \psi_k &= \tan^{-1} \frac{r \exp(-\beta_k) \sin \beta_k}{1 + r \exp(-\beta_k) \cos \beta_k}, \\ \phi_k &= \psi'_k - \beta_k, \quad \psi'_k = \psi_k + \frac{\beta_k}{2}, \quad \beta_k = \frac{2d}{D_k}, \\ D_k &= \left(\frac{2a_1}{k\omega}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad r = \frac{\sqrt{\lambda_1 \rho_1 c_1} - \sqrt{\lambda_2 \rho_2 c_2}}{\sqrt{\lambda_1 \rho_1 c_1} + \sqrt{\lambda_2 \rho_2 c_2}} \end{aligned}$$

2. 振幅と日較差

1層半無限媒体の解における振幅 $R_k(z)$ は

$$R_k(z) = u'_k \exp\left(-\frac{z}{D_k}\right) \quad (2.1)$$

$$\ln R_k(z) = \ln u'_k - \frac{z}{D_k} \quad (2.2)$$

である。この (2.2) を半対数座標系で表わすと直線になり、その傾きは

$$-\frac{1}{D_k} = -\left(\frac{k\omega}{2a}\right)^{\frac{1}{2}} = -\gamma$$

$$\text{i.e. } a = \frac{k\omega}{2\gamma^2} = \frac{k\omega D_k^2}{2} \quad (2.3)$$

である。それゆえこの定数 (減衰深) D_k あるいは傾き γ を知ることで熱拡散率 a が計算できる。

また、 $R_1(z)$ を1周期項、 $R_2(z)$ を半周期項と称する。地温の日変化においてはそれぞれ1日項、半日項といい、これら $R_1(z)$, $R_2(z)$ が他の項に比べて大きく変動の形を支配しており、次に述べる日較差とともに重要な要素である。

地温変化の概略を調べる要素として較差および最高温度起時がある。日較差 $R_0(z)$ は

$$R_0(z) = \frac{u_{\max} - u_{\min}}{2} = \frac{\theta_{\max} - \theta_{\min}}{2}$$

で表わされ、 $R_0(z)$ の対数は振幅と同様に z の一次式

$$\ln R_0(z) = -\gamma z + \delta$$

となる。しかし地温変化においては振幅と異なり一般に平均値のまわりに対称でない。すなわち

$$u_{\max} - R_0(z) \neq R_0(z) - u_{\min}.$$

最高温度起時 $\tau(z)$ は1周期の変化のうちで最高温度に達した時刻であり次式のような関係がある。

$$\tau(z) = \tau(0) + \alpha z \quad (2.4)$$

(2.1) および (2.4) を図示すると **Fig. 3** のようになる。

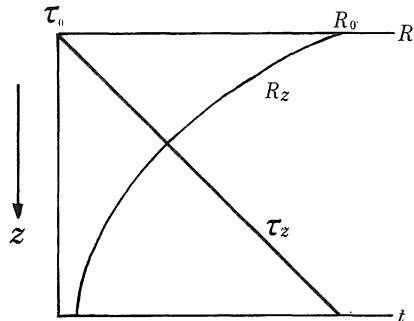


Fig. 3 Amplitude and phase lag for depth.

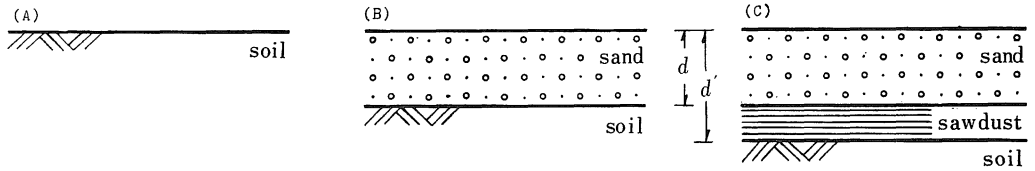


Fig. 4 Schematic representation of measured medium.

- (A) Natural soil (semi-infinite)
- (B) Sand and soil layer.
- (C) Sawdust layer sandwiched between sand and soil layer.

II 測定

観測は島根大学農学部構内東南部で行ない、測定箇所として Fig. 4 のような構成による3種類の試験区を設置した。自然土壌(赤土)の試験区(A)を基準試験区とする。試験区(B)は上層を砂で、試験区(C)は砂およびオガクズで、それぞれ10数cmにわたって置換されている。また表面はいずれの試験区ともほぼ同一の標高に保たれている。各試験区につき地表面より深さ約1, 3, 5, 10, 15, 20, 20~35cmの点に曲管地中温度計あるいは温度検出端(自記記録用)を挿入・埋設した。温度計による計測は1時間ごとの直読によった。

これらの資料はいずれも晴天時に得られたものであるが、観測直前数日間の天候は若干異なっている。7月の観測前は晴天続きであったのに比べ11月の観測のときは数日前に降水があった。

III 測定結果とその解析

地温日変化の観測資料から、深さに対する振幅あるいは日較差の関係を概括的に図示すると Fig. 5 のようになる。AA'は1層(自然土壌)、BB₁B'は2層(砂層+断熱層「オガクズ」+自然土壌)の場合である。断続的な降水などが無い限り、同一の媒体において(2.2), (2.3)より D_0 あるいは a が同じであるからグラフの直線は平行になる。すなわち AA'//BB₁B'//C₂C' (自然土壌), BB₁//CC₁ (砂層) である。

2つの季節(7月下旬および11月上旬)について各点の日較差 $R_0(z)$ および振幅(1日項) $R_1(z)$ を算出してみると Table 2, Table 3, Table 4 および Table 5 のようになる。

また,(2.3)によって, Table 3 および Table 5 (Fig. 5 を参照して) 熱拡散率を求めると Table 6 のような結果がえられる。なお, Table 6 には含水率も併記されている。

Table 2 Diurnal amplitude in Sep.

Point in Fig. 5	depth (cm)	Location of observation		
		(A)	(B)	(C)
A, B, C	0	9.8	13.4	14.2
B ₁	10.5	(3.0)	7.5	(8.3)
C ₁	12.5	(2.4)	(5.5)	7.5
C ₂	18.0	(1.3)	(2.2)	2.4
A', B', C'	30.0	0.3	0.4	0.4

Table 3 Amplitude of first harmonic in Sep.

Point in Fig. 5	depth (cm)	Location of observation		
		(A)	(B)	(C)
A, B, C	0	9.6	13.0	16.3
B ₁	10.5	(2.6)	4.3	(6.3)
C ₁	12.5	(2.0)	(3.8)	5.2
C ₂	18.0	(1.0)	(1.8)	1.8
A', B', C'	30.0	0.2	0.4	0.4

Table 4 Diurnal amplitude in Nov.

Point in Fig. 5	depth (cm)	Location of observation		
		(A)	(B)	(C)
A, B, C	0	8.1	10.0	9.8
B ₁	10.0	(2.5)	4.1	(4.8)
C ₁	11.5	(2.1)	(3.3)	4.4
C ₂	16.5	(1.1)	(1.8)	1.6
A', B', C'	30.0	0.2	0.3	0.3

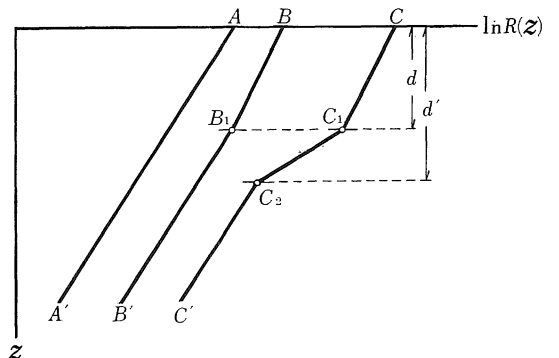


Fig. 5 Value of $\ln R(z)$ as a function of depth.

Table 5 Amplitude of first harmonic in Nov.

Point in Fig. 5	depth (cm)	Location of observation		
		(A)	(B)	(C)
A, B, C	0	6.7	8.7	9.8
A*	6.5	3.9		
B ₁	10.0	(2.5)	3.2	(3.6)
C ₁	11.5	(2.1)	(2.6)	3.0
C ₂	16.5	(1.1)	(1.4)	1.4
A', B', C'	30.0	0.2	0.3	0.3

Table 6 Average thermal diffusivity derived from the amplitude of first harmonic and water contents.

Medium	Thermal diffusivity ($10^{-3}\text{cm}^2\text{sec}^{-1}$)		Water contents (%)	
	Sep.	Nov.	Sep.	Nov.
Soil	2.33	2.30	33.9	34.4
		5.42*		41.7*
Sand	3.62	3.63	3.4	3.8
Sawdust	0.98	1.57	36.3	76.2

* in lower layer

IV 解析結果・考察

Table 6 にみられるように、土と砂の熱拡散率について、それぞれ季節変動は認められなかった。また、土については(A), (B), (C), 砂については(B), (C)の試験区の違いによる差はなかった。断熱層を設けた試験区(C)の解析結果が検討・判定の意義を十分果していると考えられる。

なお断熱材として用いたオガクズにおける熱拡散率の差は季節の違いによるものでなく観測時の含水状態の違いによるものと思われる。その理由として前述のように観測前の天候の相違が現われたと考えられる。すなわち11月の観測時に、含水性の高いオガクズがかなり保水していたことによる。

11月の観測資料の解析結果において、深さ 6.5cm のあたり (Table 5 の A₁) でグラフ ($z, \ln R_1(z)$) の

線が折れ、1層でありながら2層の場合と同じ結果を示している。みかけは1層半無限の自然土壌であるが、熱的性質からは2層媒体と考える方が妥当であろう。

この原因は前に述べたように観測数日前の降水の影響によるものと考えられる。したがって Table 6 に示した熱拡散率も深さ 6.5cm の点で上下2層に分割してそれぞれ算出したものである。このように自然土壌で以上のような現象を呈し、オガクズ層が保水状態にあり、砂層には大きな影響がないのは各媒体の透水性の違いである。空ゲキの多い砂は透水性が大きく降水の影響は短時間で終わるのに対し透水性の小さい土は比較的長時間にわたってその影響が残る。

それゆえ気象作用などによる反応が大でその影響が残留するような媒体はときにはたとえ1層であっても2層媒体とみなす方がよい。したがって解析においても1層半無限の解を用いるよりも、むしろ条件によっては2層である場合の解を適用した方がよりよい近似がえられる。

む す び

地温の人工制御など考察されるべき内容は多く残しているが、熱拡散率を中心に解析結果をまとめ考察した。たとえ1層の土壌でも環境・条件次第では2層からなる土壌とみなした方が妥当である。以上のことをある程度知りえたことから、多層媒体の温度変化の測定が十分に意義を有することが確認できた。

本報告の作製にあたり、いろいろご教示下さった松原茂教授(現長崎大学工学部)に謝意を表します。

参 考 文 献

1. 藤居宏一：第23回農業土木学会中国四国支部講演会要旨：38~39, 1968
2. Van Wijk, W. R. and Derksen, W. J. : Physics of Plant Environment, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1963, p. 102~191

Summary

Natural soils are generally not homogeneous, though that is at rest. The thermal constants of soil varies as a function of depth. The temperature variations were measured at three points (Fig. 4) and the thermal properties of soil have been analyzed from the result of the measured data. The special discussion is focused on the thermal diffusivity. Judging from the result of those investigations, it is satisfactory to consider soils consisting two layers even if that is one layer.