# 線状群井系周辺の地下水位計算法 （Ⅰ）

藤　居　宏　一※

Koichi FUJII

Groundwater Table around the Line Sink (I)

河岸・海岸近くでの工事施工の際，工区の地下水位を低下させる必要がしばしば生じる．この際，背後地の地下水位も大きな影響を受ける．水位を10m以上低下させた場合などその低下の影響はかなりの範囲に及ぶ．したがって河岸近くでウェルポイント工法などが採用された場合，背後地の地下水位を予測することが重要な問題になってくる．

ウェルポイントのような井列が施されたところの周辺の地下水位は単なる井戸理論や海岸地下水位の計算法では十分でない場合が多い．

筆者は河岸・海岸線に平行な井列によって背後地の地下水位がどの程度影響されるかを三つの方法によって検討した．

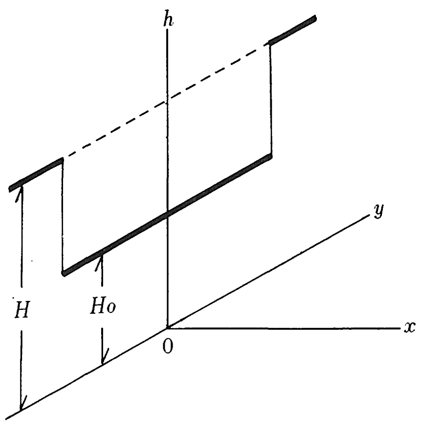



**Fig. 1**　A finite line sink along an infinite line drive.

※　農業施設工学研究室

## Ⅰ　基礎理論と計算式の誘導

解析の基礎となる理論は以下の三つである．

### A．ポテンシャル理論の応用

**Fig. 1** のように背後地に向って $x$ 軸，海岸線に沿って $y$ 軸をとる．定常揚水になったとき，点 $(x, y)$ における自由地下水の不透面よりの水位が $h$ になったとし，この影響の及ばない遠い地点の水位を $H$ とし，Dupuit の仮定を採用すると Laplace の方程式

$$\frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 h^2}{\partial y^2}=0 \tag{1.1}$$

が成立つ．いま海岸に沿って，長さ $2b$ にわたって水位を $H$ から$H_0$ に下げた場合を考える．つまり境界条件

$x=0,\quad |y|<b$　において　$h=H_0$

$x=0,\quad |y|>b$　において　$h=H$

を用いて方程式 (1.1) を解くと

$$h^2=H^2-\frac{H-H_0{}^2}{\pi}\left(\tan^{-1}\frac{y+b}{x}-\tan^{-1}\frac{y-b}{x}\right) \tag{1.2}$$

をうる．

(1.2) を変形して

$$(x-bc)^2+y^2=b^2(1+c^2) \tag{1.3}$$

ただし　$c=\cot\left(\frac{H^2-h^2}{H^2-H_0{}^2}\pi\right)$である．

(1.3) は各 $h$ に対する等水位曲線を与える．

### B．群井系理論

群井による周辺地下水位は

$$h^2=\frac{1}{2\pi k}\sum_1^n q_m \ln[(x-x_m)^2+(y-y_m)^2] \tag{2.1}$$

で与えられる．ただし点 $(x_m, y_m)$ における各井戸の揚水量を $q_m$ としている．

いま，井戸が海や河川の近傍にあるとき，**Fig. 2** のように汀線と対称に，井戸の揚水量に等しい給水量を持つ，いわゆる給水井を仮想すれば内陸側の理論的な地下水位の計算ができる．これは鏡像の方法といわれ，(2.1) において

$$n=2,\quad q_1=-q_2=q$$
$$(x_1, y_1)=(a, y_0),\quad (x_2, y_2)=(-a, y_0)$$

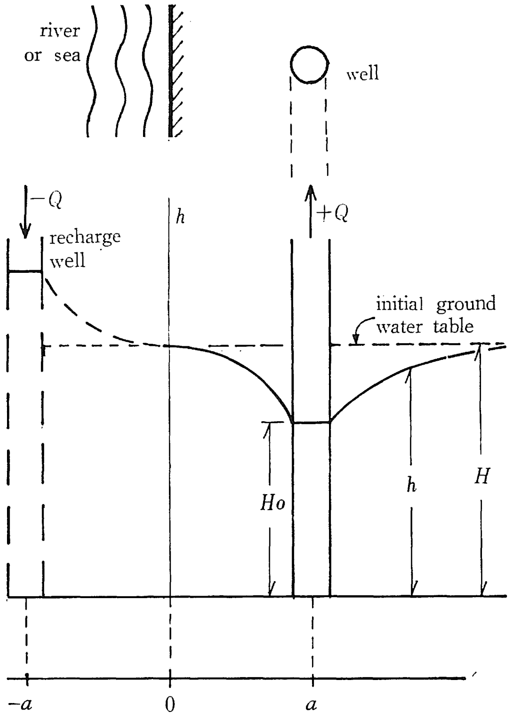



**Fig. 2** A well and a recharge well.

とおき，$x=0$ で $h=H$ とすれば

$$h^2=\frac{q}{2\pi k}\ln\frac{(x-a)^2+(y-y_0)^2}{(x+a)^2+(y-y_0)^2}+H^2 \tag{2.2}$$

となる．したがって **Fig. 3** のように汀線に平行に有限な井列 $(x_m=a,\ |y_m|\leqq b)$ による内陸側の地下水位を与える式は (2.1)(2.2) より

$$h^2=\frac{1}{2\pi k}\sum_{-n}^{n} q_m\ln\frac{(x-a)^2+(y-y_m)^2}{(x+a)^2+(y-y_m)^2}+H^2 \tag{2.3}$$

である．さらに **Fig. 4** のように各井戸が等間隔 $(=d)$ で並んでおり $q_m$ が一定 $(=q)$ とすると (2.3) は

$$h^2=\frac{q}{2\pi k}\sum_{-n}^{n}\ln\frac{(x-a)^2+(y-md)^2}{(x+a)^2+(y-md)^2}+H^2 \tag{2.4}$$

となる．

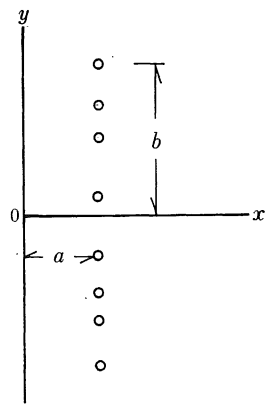
## C. 筆者の方法

前述の (2.3)(2.4) を用いて計算するとき，$n$ が大きいと計算量は著しく増加する．そこで筆者は (2.4) に相当する式を積分表示しようと試みた．

**Fig. 5** のように点 $(a, \eta)$ にある井戸が，$\eta\leqq b$ にわたって連続分布しており，単位長さ当り一定 $(=q)$ の揚水量とすると (2.1) より

$$h^2=\frac{q}{2\pi k}\int_{-b}^{b}\ln\frac{(x-a)^2+(y-\eta)^2}{(x+a)^2+(y-\eta)^2}\,d\eta+H^2 \tag{2.5}$$

で表わされる．




**Eig. 3** A line array of wells.

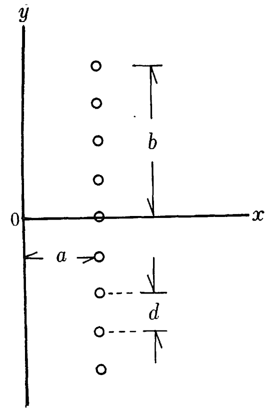



**Fig. 4** Wells spaced by a distance $d$.

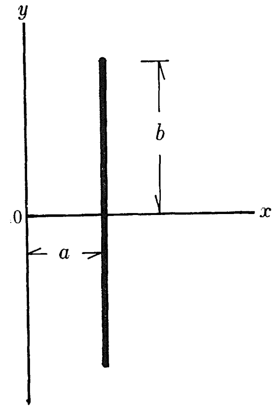



**Fig. 5** A finite line sink.

この積分を計算すると

$$2I=\frac{2\pi k(h^2-H^2)}{q}$$

$$=\int_{-b}^{b}\ln\frac{(x-a)^2+(y-\eta)^2}{(x+a)^2+(y-\eta)^2}d\eta$$

$$=b\ \ln\frac{[(x-a)^2+(y-b)^2][(x-a)^2+(y+b)^2]}{[(x+a)^2+(y-b)^2][(x+a)^2+(y+b)^2]}$$

$$+y\ \ln\frac{[(x+a)^2+(y-b)^2][(x-a)^2+(y+b)^2]}{[(x-a)^2+(y-b)^2][(x+a)^2+(y+b)^2]}$$

$$+2(x-a)\left(\tan^{-1}\frac{y+b}{x-a}-\tan^{-1}\frac{y-b}{x-a}\right)$$

$$+2(x+a)\left(\tan^{-1}\frac{y+b}{x+a}-\tan^{-1}\frac{y-b}{x+a}\right) \tag{2.6}$$

なる計算式が得られる．

## Ⅱ　計算法の比較・検討

### A．ポテンシャル論の応用

ポテンシャル論による解は，一般に地下水の流動を支配する透水係数 $k$，揚水量 $q$ が与えられなくても境界条件つまり $|y|<b$ で $h=H_0$ が示されるとただちに計算ができる．したがって境界での低下水位が一様である条件を満す場合の計算には非常に簡便である．

任意点の計算には (1.2)，等水位曲線図には (1.3) を用いれば，それぞれ容易に求めることができる．それゆえ概略の影響の程度を簡単に知るのにも役立つ．

### B．群井系理論

この理論によると地下水位は (2.3)(2.4) に見るように，すべての井戸の位置（$y_m$ または $d$）および各井戸の揚水量を知らなければ計算ができない．また任意点の水位を計算するには項別の値を総和して求めなければならない．この点いたって不便である．

**Table 1**

| | | A．ポテンシャル論 (1.2)(1.3) | B．群井系理論 (2.3)(2.4) | C．筆者の方法 (2.6) |
|---|---|---|---|---|
| 計算に必要な要素 共通は除く | | ①$H_0$ | ①$y_m$または$d$<br>②$k$<br>③$q$または$q_m$ | ①$H_0$または$q/k$ |
| 計算内容 | 任意点の水位 | (1.2) に $(x, y)$ を代入 | $(x, y)$ を代入して総和を求める | (2.6) に $(x, y)$ を代入 |
| | 等水位曲線 | (1.3) に$h$を代入 | 多点の水位計算後 | 多点の水位計算後 |
| 適用事例 | | $H_0$が$y<b$ にわたつて保たれている | $q_m$が一定でない (2.3) | $q$ が一定またはある一点で$H_0$である |

### C．筆者の方法（Bの拡張）

水位計算に (2.6) を用いる方法は繁雑ではあるが，任意点の水位を求めるには，その点の座標値を代入するだけで直接計算できる．ウェルポイント工法などにおいて，$H_0$ を井列全域にわたって一様に保つことは困難な場合が少なからずある．このようなとき井列の中央附近で $H_0$ になると考えれば実状に近いと思われる．$x=a$，$y=0$ で $h=H_0$ とすれば (2.6) より $q/k$ が定まり，この $q/k$ でもって計算すれば比較的現状に適合した水位が求められる．

以上，三つの計算法の特徴をまとめると **Table 1** のようになる．

## Ⅲ　計　算　例

農林省の中海干拓事業の一つとして，弓浜半島（鳥取県）と江島（島根県）の間に中浦水門が建設される．その工事においてウェルポイントが使用される．(**Fig. 6**) それによって弓浜半島（あるいは江島）の背後地の地下水位が平常（工事前）よりどの程度低下するかを試算してみた．

用いた計算式は (1.3) と (2.6) でそれぞれ低下等水位曲線を求めた．計算に要する諸元は同事業所の資料を参考にした．

$H=20\text{m}$，$a=20\text{m}$，$b=50\text{m}$

$H_0=9\text{m}$　$(q/k=10.36\text{m})$

求められた結果は **Fig. 7** に示される．

## む　す　び

河岸海岸近くにおいて工事の必要上，人工的な井列・線源 (line sink) を設けた場合，周辺の地下水位をあらかじめ算定しておくことが必要である．比較・検討の章でも述べたように各計算法にはそれぞれ特徴があり，現場の条件に適合する方法を選ぶべきである．そのうち **B** の方法，**C** の方法は計算が繁雑であるために水位計算する位置が少なく成りがちだが，電子計算機の普及とともに解消されると思われる．今後，**B**・**C** の計算法そのものの簡略化を試みたいと考えている．

本論文の製作にあたって，当研究室の松原茂氏ならびに白滝山二氏（現東京農工大学）に懇篤なるご指導を賜わった．また農林省中海干拓事務所の方々のご援助を頂いた．ここに謝意を表します．

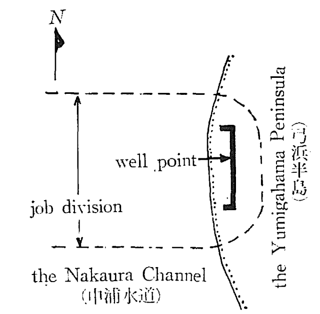



**Fig. 6** The rough map of the construction site.

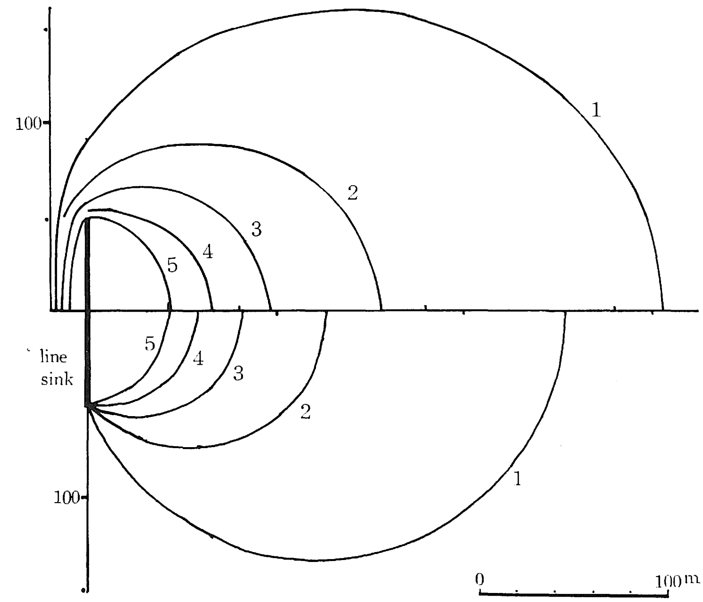



**Fig. 7** Equi-drawdown lines : Upper part : by the auther's method
Lower part : by the potential theory

## 参　考　文　献

1) Muskat, M. : The Flow of Homegeneous Fluids through Porous Media, 1937, McGRAW-HILL, N. Y. : p. 507～530

2) De Weist, R. : Geohydrology, 1965, John Wiley & Sons, N. Y. : p. 233～271

3) 酒井軍治郎：応用地下水学　1967，朝倉，東京，p. 222～237

4) 西本勝之：初等関数論　1965，昭晃堂，東京，p. 184～209

5) 古川　満：二次元浸透流解析への群井系理論の応用　日本地下水学会会誌 **13**：7～10，1967

## Summary

It is required to analyse the groundwater table with wells in line arrays neibouring river or coastline. In the numerical works of analyses three procedures are adoped. One is based on the theory of multiple-well systems and the method of images, and others are based on the expantion of previous theory and on potential theory.

The solutions derived from these theories will serve to give descriptions of the equi-potential lines. A few numerical examples are shown.