

# 内張鋼管を用いたコンクリート円筒の応力解析について

白 滝 山 二<sup>※</sup>

Yamaji SHIRATAKI

On the Stress Analysis of Steel-lined Concrete  
Cylinders under Internal Pressure

## ま え が き

大きな断面をもつ逆サイホンの管体を、鉄筋コンクリートで施工する場合には、内水圧水頭がある限度以上になると、コンクリート管壁の水密性を保つことが困難とされている<sup>(1)</sup>。このような高い内水圧をうける大規模サイホンの構造形式としては、鋼管サイホンが構造的にも、水密性の点からも最も信頼できるが、一般に建設コストが高く、塗装などの維持経費を要するなど、経済性の点で不利なことが多い。また、埋設サイホンの場合、口径が大きくなると外圧に対する剛性の点でも問題点が出てくる。

そこで、鋼管の水密性と、コンクリートの経済性とを組合せたところの内張管形式のコンクリートサイホンが考えられている。アメリカの開拓局で施工された、Soap Lake Siphon<sup>(2)</sup>では、内水圧水頭が100ft以下の部分を単体の鉄筋コンクリート円筒とし、それより大きい内水圧をうける部分については、鋼管サイホンとの比較設計を行なった結果、内張鋼管を用いた鉄筋コンクリート形式が経済的であるとして採用されている。わが国の農業用水路において施工されたこの種サイホンの例<sup>(3)</sup>としては、大井川農業水利神座サイホンがあげられるが、このサイホンの場合は、内圧に対するだけでなく、施工条件の良くない所で比較的経済的に、漏水のおそれのない完全な工事が施工できるという点で好結果を得ている。

そこで、本論文では、逆サイホンに用いられる内張鋼管を有するコンクリート円筒について、その応力解析の方法を考究し、その具体的な計算方法を示したものである。そしてこの種のサイホンの構造設計上の参考とする

ため、サイホン管の寸法や、鉄筋比と管体に生ずる応力との関係について、数値計算による検討をおこない、その結果について若干の考察をおこなった。

## I 基 礎 式

サイホン管の構造解析にあたっては、管軸方向に長く連続するものとして、平面ひずみの問題とみなし、しかも内水圧が一樣に作用し、変形ならびに応力について軸対称をなすものと仮定する。

しかるとき、釣合方程式は円筒座標系を用い

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 $\sigma_r$  は半径方向の応力、 $\sigma_\theta$  は円周方向の応力をあらわす、いま半径方向の変位を  $u$ 、半径方向のひずみを  $\varepsilon_r$ 、円周方向のひずみを  $\varepsilon_\theta$  とすると、平面ひずみと、軸対称の条件を考慮して、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \lambda(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) + 2G\varepsilon_r = (\lambda + 2G)\frac{du}{dr} + \lambda\frac{u}{r} \\ \sigma_\theta &= \lambda(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) + 2G\varepsilon_\theta = \lambda\frac{du}{dr} + (\lambda + 2G)\frac{u}{r} \\ \sigma_z &= \lambda(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) = \lambda\frac{du}{dr} + \lambda\frac{u}{r} \end{aligned} \right\} (2)$$

ただし、 $\lambda$  および  $G$  は Lamé の 常数で、ヤング係数を  $E$ 、ポアソン比を  $\nu$  とすると、

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

であらわされる。

うえの関係を(1)式に入れて整理すると、

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0 \dots\dots\dots(3)$$

※ 農業施設工学研究室

この式の一般解は

$$u = Ar + \frac{B}{r} \dots\dots\dots(4)$$

ただし、 $A$  および  $B$  は積分常数である。この式を応力成分であらわすため、(2)式をもちい、さらに

$$C_1 = -\frac{EA}{(1+\nu)(1-2\nu)}, C_2 = \frac{EB}{(1+\nu)} \dots\dots(5)$$

とすると、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= C_1 - \frac{C_2}{r^2} \\ \sigma_\theta &= C_1 + \frac{C_2}{r^2} \\ \sigma_z &= \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) = 2\nu C_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots(6)$$

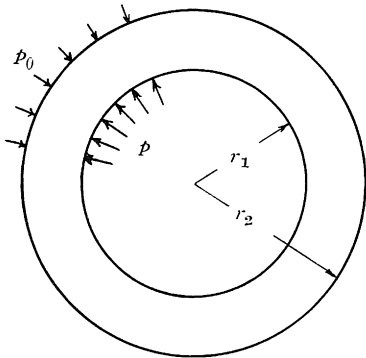


図 - 1

$C_1, C_2$  は境界条件によって定まる常数である。そこで、図-1に示すような、内半径  $r_1$ 、外半径  $r_2$  の厚肉円筒に内圧  $p$ 、外圧  $p_0$  が作用するときは、境界条件として、

$$\begin{aligned} r=r_1 \text{ において } \sigma_r &= -p \\ r=r_2 \text{ において } \sigma_r &= -p_0 \end{aligned}$$

を入れることにより、次のような Lamé の解が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{r_1^2 p - r_2^2 p_0}{r_2^2 - r_1^2} - \frac{r_1^2 r_2^2 (p - p_0)}{r^2 (r_2^2 - r_1^2)} \\ \sigma_\theta &= \frac{r_1^2 p - r_2^2 p_0}{r_2^2 - r_1^2} + \frac{r_1^2 r_2^2 (p - p_0)}{r^2 (r_2^2 - r_1^2)} \end{aligned} \right\} \dots\dots(7)$$

つぎに半径方向の変位を求めるには、(5)式によって積分常数  $A, B$  を求めて、(4)式に代入すると、平面ひずみ状態では

$$\begin{aligned} u &= \frac{(1+\nu)}{E} \left\{ (1-2\nu) \frac{r_1^2 p - r_2^2 p_0}{r_2^2 - r_1^2} r \right. \\ &\quad \left. + \frac{r_1^2 r_2^2 (p - p_0)}{r (r_2^2 - r_1^2)} \right\} \dots\dots\dots(8) \end{aligned}$$

## II 内張鋼管を用いた無筋コンクリート円筒

厚さ  $t$  なる内張鋼管を用いたコンクリート円筒において、鋼管の内面の半径を  $a$ 、外面の半径を  $R (= a + t)$ 、コンクリート円筒の外半径を  $b$  とする。(図-2)

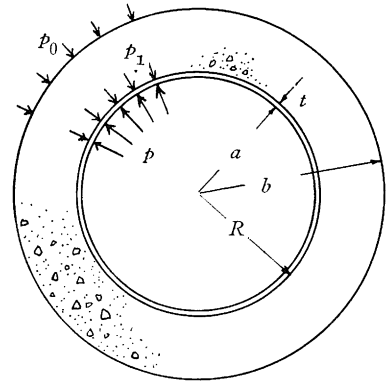


図 - 2

内圧  $p$ 、外圧  $p_0$  が作用したとき、内張鋼管とコンクリート円筒とが一体となって弾性的に荷重に対抗するものと仮定すれば、その応力分布は、鋼管とコンクリートの二つの材料からなる複成円筒として解析することができる。いま鋼管のヤング係数を  $E_s$ 、ポアソン比を  $\nu_s$ 、コンクリートのヤング係数を  $E_c$ 、ポアソン比を  $\nu$  とあらわし、両者のヤング係数比  $E_s/E_c$  を  $n$  とする。

### 1. 厳密解

いま内張管の外面すなわち  $r=R$  の位置において、鋼管とコンクリート円筒の内面とが及ぼしあう応力を  $p_1$  とし、まず内張鋼管のみを考えて、その半径方向の変位  $u_s$  を求めると、(8)式を用い

$$\begin{aligned} u_s &= \frac{(1+\nu_s)}{E_s} \left\{ (1-2\nu_s) \frac{a^2 p - R^2 p_1}{R^2 - a^2} r \right. \\ &\quad \left. + \frac{a^2 R^2 (p - p_1)}{r (R^2 - a^2)} \right\} \end{aligned}$$

コンクリート円筒と接する位置、すなわち  $r=R$  において

$$u_R = \frac{(1+\nu_s)R}{E_s (R^2-a^2)} \{ 2(1-\nu_s)a^2p - [a^2 + (1-2\nu_s)R^2] p_1 \} \dots\dots\dots (9)$$

一方コンクリート円筒では、内張管から伝えられる  $p_1$  を内圧とし、外圧  $p_0$  をうける円筒として、同様に(8)式によりその半径方向の変位  $u_c$  を求めると

$$u_c = \frac{(1+\nu)}{E_c} \left\{ (1-2\nu) \frac{R^2 p_1 - b^2 p_0}{b^2 - R^2} r + \frac{R^2 b^2 (b_1 - p_0)}{r (b^2 - R^2)} \right\}$$

$r = R$  においては、

$$u'_R = \frac{(1+\nu)R}{E_c (b^2 - R^2)} \{ [b^2 + (1-2\nu)R^2] p_1 - 2(1-\nu) b^2 p_0 \} \dots\dots\dots (10)$$

そこで変位の連続の条件を用いて  $u_R = u'_R$  とし、 $p_1$  について整理すると、

$$p_1 = \frac{2(1-\nu_s^2)a^2(b^2-R^2)p}{(1+\nu_s)(b^2-R^2)[a^2+(1-2\nu_s)R^2]} + \frac{+2n(1-\nu^2)b^2(R^2-a^2)p_0}{+n(1+\nu)(R^2-a^2)[b^2+(1-2\nu)R^2]} \dots\dots\dots (11)$$

$p_1$  が求めれば、鋼管部分とコンクリート部分をそれぞれ別個にあつかい、(7)式を用いてその各々の応力分布を求めることができる。構造設計上問題となるような円周方向の最大引張応力は、内張鋼管では

$$\sigma_s = \frac{a^2 p - R^2 b_1}{R^2 - a^2} + \frac{a^2 R^2 (b - p_1)}{a^2 (R^2 - a^2)} = \frac{R^2 + a^2}{R^2 - a^2} p - \frac{2R^2}{R^2 - a^2} p_1 \dots\dots\dots (12)$$

コンクリート円筒の内周面におけるコンクリート応力は

$$\sigma_i = \frac{R^2 p_1 - b^2 p_0}{b^2 - R^2} + \frac{R^2 b^2 (b_1 - p_0)}{R^2 (b^2 - R^2)} = \frac{b^2 + R^2}{b^2 - R^2} p_1 - \frac{2b^2}{b^2 - R^2} p_0 \dots\dots\dots (13)$$

2. 近似解

一般に内張管には管の内径あるいはコンクリート円筒壁の厚さにくらべ、肉厚のうすい鋼管を用いる。そこで鋼管部については、一般に薄肉管の構造解析においてとられるように、円周方向の応力が管の厚さに対して等分布するものと仮定すれば、その応力  $\sigma_s$  は、

$$\sigma_s = \frac{(p-p_1)a}{t} \dots\dots\dots (14)$$

また半径方向の変位は、厚さの方向および管軸方向の応力あるいはひずみの影響を無視して、

$$u_s = \frac{(b-p_1)a^2}{E_s t} \dots\dots\dots (15)$$

コンクリート円筒の内周面における半径方向変位  $u'_R$  を求める場合、内張管厚を無視し、(10)式において  $R=a$  とおけば

$$u'_R = \frac{(1+\nu)a}{E_c (b^2 - a^2)} \{ [b^2 + (1-2\nu)a^2] p_1 - 2(1-\nu)b^2 p_0 \}$$

そこで  $u_s = u'_R$  とおいて  $p_1$  を求めると、

$$p_1 = \frac{a(b^2 - a^2)p + 2n(1-\nu^2)b^2 t p_0}{a(b^2 - a^2) + n(1+\nu)[b^2 + (1-2\nu)a^2] t} \dots\dots\dots (16)$$

ここに  $n, \nu$  は材料の弾性的性質によって定まる値であるから

$$\left. \begin{aligned} F &= n(1+\nu) \\ G &= n(1+\nu)(1-2\nu) \\ H &= 2n(1-\nu^2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

とおき、また、円筒の寸法を内半径に対する比であらわす。すなわち

$$\gamma = \frac{b}{a}, \quad \mu = \frac{t}{a}$$

とすると

$$p_1 = \frac{(\gamma^2 - 1)p + H\gamma^2 \mu p_0}{\gamma^2 - 1 + (F\gamma^2 + G)\mu} \dots\dots\dots (18)$$

したがって、鋼管の円周方向の応力は

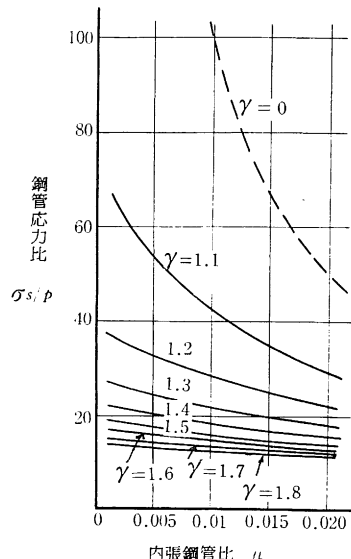


図-3 内張鋼管比と鋼管応力比との関係

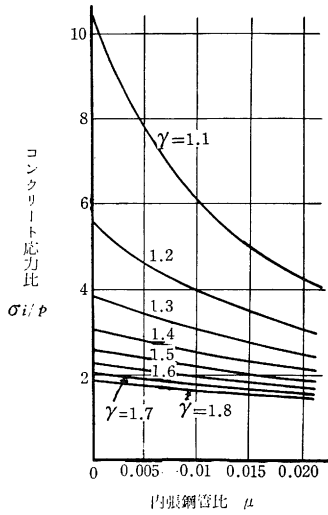


図-4 内張鋼管比とコンクリート応力比との関係

$$\sigma_s = \frac{(p-p_1)a}{t} = \frac{(Fb^2+Ga^2)ap-Hab^2p_0}{a(b^2-a^2)+(Fb^2+Ga^2)t} \quad (19)$$

$$= \frac{(F\gamma^2+G)p-H\gamma^2p_0}{\gamma^2-1+(F\gamma^2+G)\mu}$$

つきにコンクリート円筒における円周方向の応力は、その内周面において最も大きい値をとる。すなわち、

$$\sigma_i = \frac{b^2+a^2}{b^2-a^2} p_1 - \frac{2b^2}{b^2-a^2} p_0$$

$$= \frac{(b^2+a^2)[a(b^2-a^2)p+Hb^2tp_0]}{(b^2-a^2)[a(b^2-a^2)+(Fb^2+Ga^2)t]} - \frac{2b^2}{b^2-a^2} p_0$$

$$= \frac{(\gamma^2+1)p}{\gamma^2-1+(F\gamma^2+G)\mu} + \frac{\gamma^2p_0}{\gamma^2-1} \left[ \frac{(\gamma^2+1)\mu H}{\gamma^2-1+(F\gamma^2+G)\mu} - 2 \right] \dots (20)$$

外周面では

$$\sigma_o = \frac{2a^2}{b^2-a^2} p_1 - \frac{b^2+a^2}{b^2-a^2} p_0$$

$$= \frac{2a^2[a(b^2-a^2)p+Hb^2tp_0]}{(b^2-a^2)[a(b^2-a^2)+(Fb^2+Ga^2)t]} - \frac{b^2+a^2}{b^2-a^2} p_0$$

$$= \frac{2p}{\gamma^2-1+(F\gamma^2+G)\mu} + \frac{p_0}{\gamma^2-1} \left[ \frac{2H\mu\gamma^2}{\gamma^2-1+(F\gamma^2+G)\mu} - (\gamma^2+1) \right] \dots (21)$$

となる。外圧を考えないときは、 $p_0 = 0$  として、それぞれ第1項のみを用いて計算すればよい。

### 3. 円筒各部の厚さと応力の関係

以上のように内張管あるいはコンクリート円筒に生ずる引張応力は、各部分の寸法比、すなわち内半径に対する外径比  $\gamma$ 、および内張鋼管の厚さの比  $\mu$  によって変化する。そこでこれらの寸法比と応力の関係について数値計算をおこない、その傾向を調べた。この場合  $n=7$ 、 $\nu=0.15$  と仮定し、外圧は考えないものとする。そして内圧に対する鋼管応力比、および内周面のコンクリート応力比をとって考察する。

#### i) 内張鋼管の厚さと応力

外半径の内半径に対する比  $\gamma$  の各値について、内張鋼管比  $\mu$  と鋼管およびコンクリートに生ずる応力の内圧に対する比  $\sigma_s/p$ 、 $\sigma_i/p$  との関係を示したものが、図-3、図-4である。一般にコンクリート円筒の厚さが小さい場合に、内張管厚による応力の変化が大きいたことが示されている。

#### ii) コンクリート円筒の厚さと応力

内張鋼管の厚さを一定にしておいて、コンクリート円筒の厚さを変えた場合の応力の変化をみるため、 $\mu$  をパラメーターとして、 $\gamma$  に対するそれぞれの応力比を示したものが図-5、図-6である。

これらの図によると、一般に  $\sigma_s/p$ 、あるいは  $\sigma_i/p$  の値が比較的大きい場合、いいかえれば使用応力に対し内圧が小さいときは、コンクリート円筒厚の増加による応力の軽減が大きい。しかしこれらの応力比が小さいとき、たとえば内圧が非常に大きいときは、コンクリート円筒の厚さの増加による応力軽減が小さく、むしろ鋼管比を大きくすることの方が効果が大きい。

なお、図-3～図-6によれば、円筒の寸法および内張鋼管厚が与えられたときの内圧に対する応力の概略値を推定することができ、またコンクリートの許容引張応

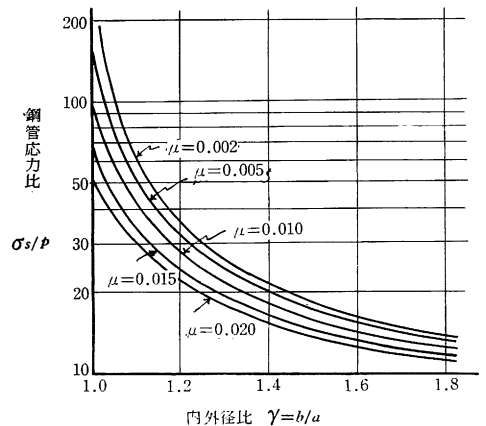


図-5 コンクリート円筒の内外径比と鋼管応力比との関係

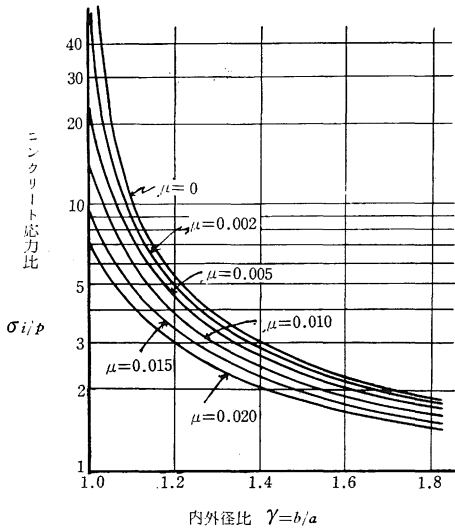


図-6 コンクリート円筒の内外径比とコンクリート応力比との関係

力と設計内圧が与えられたとき、必要な円筒厚と内張鋼管厚の組合せを求めるために利用できるものと思われる。

### III 円周鉄筋を用いた場合

コンクリート円筒内の外周に近い位置に円周鉄筋を挿入して補強した場合も同じようにその応力解析を行なうことができる。ただこの場合、円周鉄筋のフープの変位がその位置におけるコンクリート層の変位と一致するという条件が加って計算式の形はさらに複雑になる。

図-7のように、内張鋼管を有するコンクリート円筒の半径  $R_2$  の位置に、単位管長当り  $A'_s$  なる円周鉄筋が配置されているものとする。そして内張鋼管とコンクリート円筒の接面での応力を  $p_1$ 、円周鉄筋がその内側

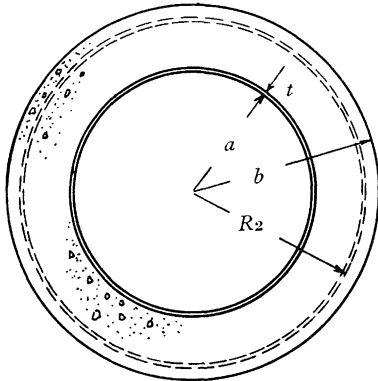


図 - 7

のコンクリート部からうける半径方向の応力を  $p_2$ 、外部へ伝える応力を  $p_3$  として、それぞれの点での半径方向の変位を求める。

内張管の半径方向の変位は

$$u_s = \frac{(b-p_1)a^2}{E_s t}$$

コンクリート円筒内周面の半径方向変位は

$$u_1 = \frac{(1+\nu)a}{E_c (R_2^2 - a^2)} \{ [(1-2\nu)a^2 + R_2^2] p_1 - 2(1-\nu) R_2^2 p_2 \}$$

円周鉄筋の位置におけるコンクリートの変位を、鉄筋の内側について考えた場合は

$$u_2 = \frac{(1+\nu)R_2}{E_c (R_2^2 - a^2)} \{ 2(1-\nu)a^2 p_1 - [a^2 + (1-2\nu)R_2^2] p_2 \}$$

鉄筋の外側を対象として同じ点の変位をとると、

$$u'_2 = \frac{(1+\nu)R_2}{E_c (b^2 - R_2^2)} \{ [b^2 + (1-2\nu)R_2^2] p_3 - 2(1-\nu)b^2 p_0 \}$$

つぎに、円周鉄筋のフープの半径方向の変位は

$$u'_s = \frac{(p_2 - p_3)R_2^2}{E_s A'_s}$$

そこで、円筒における変位の連続の条件

$$u_s = u_1$$

$$u_2 = u'_2 = u'_s$$

に上の関係を入れると、 $p_1, p_2, p_3$  についての連立式が得られる。いまこれらの内圧に対する比をとって整理すると、つぎようになる。

$$\left. \begin{aligned} A_1 \left( \frac{p_1}{p} \right) - B_1 \left( \frac{p_2}{p} \right) &= 1 \\ A_2 \left( \frac{p_1}{p} \right) - B_2 \left( \frac{p_2}{p} \right) + \frac{p_3}{p} &= 0 \\ \frac{p_2}{p} - C_3 \left( \frac{p_3}{p} \right) &= -D_3 \end{aligned} \right\} (22)$$

ただし

$$\begin{aligned} A_1 &= 1 + \frac{nt(1+\nu)}{a(R_2^2 - a^2)} [(1-2\nu)a^2 + R_2^2] \\ &= 1 + \frac{\mu(F\beta^2 + G)}{\beta^2 - 1} \end{aligned}$$

$$B_1 = \frac{2nt(1-\nu^2)R_2^2}{a(R_2^2-a^2)} = \frac{H\mu\beta^2}{\beta^2-1}$$

$$A_2 = \frac{2nA'_s(1-\nu^2)a^2}{R_2(R_2^2-a^2)} = \frac{\kappa_2(\gamma-1)H}{\beta(\beta^2-1)}$$

$$B_2 = 1 + \frac{nA'_s(1+\nu)}{R_2(R_2^2-a^2)}[a^2 + (1-2\nu)R_2^2]$$

$$= 1 + \frac{\kappa_2(\gamma-1)(F+G\beta^2)}{\beta(\beta^2-1)}$$

$$C_3 = 1 + \frac{nA'_s(1+\nu)}{R_2(b^2-R_2^2)}[b^2 + (1-2\nu)R_2^2]$$

$$= 1 + \frac{\kappa_2(\gamma-1)(F_2+G\beta^2)}{\beta(\gamma^2-\beta^2)}$$

$$D_3 = \frac{2nA'_s(1-\nu^2)b^2}{R_2(b^2-R_2^2)} \left( \frac{p_0}{p} \right)$$

$$= \frac{\kappa_2^2(\gamma-1)H\gamma^2}{\beta(\gamma^2-\beta^2)} \left( \frac{p_0}{p} \right)$$

また、

$$\mu = \frac{t}{a}, \quad \beta = \frac{R_2}{a}, \quad \gamma = \frac{b}{a},$$

$$\kappa_2 = \frac{A'_s}{b-a} = \frac{A'_s}{(\gamma-1)a}$$

これらの式を解くことによって、 $p_1/p$ ,  $p_2/p$ ,  $p_3/p$  の各値が計算できる。そこで内張鋼管の応力は

$$\sigma_s = \frac{(p-p_1)a}{t}$$

または

$$\frac{\sigma_s}{p} = \left(1 - \frac{p_1}{p}\right) \frac{a}{t} = \left(1 - \frac{p_1}{p}\right) \frac{1}{\mu}$$

コンクリートの引張応力の最大は、内周面において

$$\sigma_i = \frac{R_2^2+a^2}{R_2^2-a^2}p_1 - \frac{2R_2^2}{R_2^2-a^2}p_2$$

または

$$\frac{\sigma_i}{p} = \frac{\beta^2+1}{\beta^2-1} \left( \frac{p_1}{p} \right) - \frac{2\beta^2}{\beta^2-1} \left( \frac{p_2}{p} \right)$$

外周面では

$$\sigma_o = \frac{2R_2^2}{b^2-R_2^2}p_3 - \frac{b^2+R_2^2}{b^2-R_2^2}p_0$$

または

$$\frac{\sigma_o}{p} = \frac{2\beta^2}{\gamma^2-\beta^2} \left( \frac{p_3}{p} \right) - \frac{\gamma^2+\beta^2}{\gamma^2-\beta^2} \left( \frac{p_0}{p} \right)$$

円周鉄筋の応力は

$$\sigma'_s = \frac{(p_2-p_3)R_2}{A'_s}$$

あるいは、

$$\frac{\sigma'_s}{p} = \frac{\beta}{\kappa_2(\gamma-1)} \left( \frac{p_2}{p} - \frac{p_3}{p} \right)$$

ところで、円周鉄筋が外周面に近く配筋されたときは、そのかぶりを無視して、 $R_2 \doteq b$  として計算しても、その誤差は僅かである。計算を簡単にするため、ここではこの近似を用い、さらに内圧のみを考えた場合は、 $\beta \doteq \gamma$ ,  $p_3 = p_0 = 0$  となり、

$$A_1 = 1 + \frac{\mu(F\gamma^2+G)}{\gamma^2-1}, \quad B_1 = \frac{\mu H\gamma^2}{\gamma^2-1}$$

$$A_2 = \frac{\kappa_2 H}{\gamma(\gamma+1)}, \quad B_2 = 1 + \frac{\kappa_2(F+G\gamma^2)}{\gamma(\gamma+1)}$$

をうる。そして、(22)式の第1式と第2式を用いて  $p_1/p$ ,  $p_2/p$  を求めることができる。そこで

$$N = \gamma(\gamma+1) + \kappa_2(F+G\gamma^2)$$

とおくと

$$\left. \begin{aligned} \frac{p_1}{p} &= \frac{(\gamma^2-1)N}{[\gamma^2-1 + \mu(F\gamma^2+G)]N - \mu\kappa_2 H^2 \gamma^2} \\ \frac{p_2}{p} &= \frac{\kappa_2 H(\gamma^2-1)}{[\gamma^2-1 + \mu(F\gamma^2+G)]N - \mu\kappa_2 H^2 \gamma^2} \end{aligned} \right\} (23)$$

したがって、これらを応力を求める式に適用すれば、鋼管応力については

$$\frac{\sigma_s}{p} = \frac{1}{\mu} \left(1 - \frac{p_1}{p}\right)$$

$$= \frac{(F\gamma^2+G)N - \kappa_2 H^2 \gamma^2}{(\gamma^2-1)N + [(F\gamma^2+G)N - \kappa_2 H^2 \gamma^2] \mu}$$

$$= \frac{1}{\mu + \frac{(\gamma^2-1)N}{(F\gamma^2+G)N - \kappa_2 H^2 \gamma^2}} \dots\dots\dots (24)$$

同様に、コンクリート円筒の円周方向応力は内周面で

$$\frac{\sigma_i}{p} = \frac{\gamma^2+1}{\gamma^2-1} \left( \frac{p_1}{p} \right) - \frac{2\gamma^2}{\gamma^2-1} \left( \frac{p_2}{p} \right)$$

$$= \frac{(\gamma^2+1)N - 2\kappa_2 H_1^2}{(\gamma^2-1)N + [(F\gamma^2+G)N - \kappa_2 H^2 \gamma^2] \mu} (25)$$

外周面の応力については

$$\frac{\sigma_o}{p} = \frac{2}{\gamma^2-1} \left( \frac{p_3}{p} \right) - \frac{\gamma^2+1}{\gamma^2-1} \left( \frac{p_0}{p} \right)$$

$$= \frac{2N - \kappa_2 H (\gamma^2 + 1)}{(\gamma^2 - 1) N + [(F\gamma^2 + G) N - \kappa_2 H^2 \gamma^2] \mu}$$

円周鉄筋の応力は、……………(26)

$$\frac{\sigma'_s}{p} = \frac{\gamma}{\kappa_2 (\gamma - 1)} \left( \frac{p_2}{p} \right)$$

$$= \frac{H\gamma(\gamma + 1)}{(\gamma^2 - 1) N + [(F\gamma^2 + G) N - \kappa_2 H^2 \gamma^2] \mu}$$

……………(27)

となって、直接各応力の値を計算することができる。

#### IV コンクリートの引張応力がはたらかないとき

内張鋼管の特性の一つは、内圧によってコンクリートに微細なひびわれが生じて、その水密性が確保できることである。このようなひびわれを許容しうる場合には鋼材の強度を十分利用した設計が可能となる。そこで、コンクリートの引張抵抗が失われた場合の応力計算について考察をすすめる。

内張鋼管を無筋のコンクリートで巻立てた場合に、コンクリートにひびわれが生じたときは、内圧に対して鋼管だけで対抗しなければならない。薄肉管の計算法を用いて鋼管の応力を求めれば

$$\sigma_s = \frac{ap}{t}$$

となる。

ついで、円周鉄筋を用い、内圧を分担せしめる場合については、複鉄筋コンクリート円筒について取扱ったと全く同じように<sup>(5)</sup>

$$M = n(1 - \nu^2) \ln \frac{R_2}{a}$$

$$= 2.3n(1 - \nu^2) \log \frac{R_2}{a}$$

とにおいて、鋼管に生ずる応力を求めると、

$$\sigma_s = \frac{a(R_2 + A'_c M)p - bR_2 p_0}{aA'_s + R_2 t + tA'_s M}$$

……………(28)

鉄筋の応力は、

$$\sigma'_s = \frac{a^2 p - b(a + tM)p_0}{aA'_s + R_2 t + tA'_s M}$$

……………(29)

コンクリートの圧縮ひずみの影響は小さいので無視し、応力を内圧に対する比であらわすと

$$\frac{\sigma_s}{p} = \frac{R_2 [a - b(p_0/p)]}{aA'_s + R_2 t} = \frac{\beta [1 - \gamma(p_0/p)]}{\kappa_2 (\gamma - 1) + \mu\beta}$$

(30)

$$\frac{\sigma'_s}{p} = \frac{a [a - b(p_0/p)]}{aA'_s + R_2 t} = \frac{1 - \gamma(p_0/p)}{\kappa_2 (\gamma - 1) + \mu\beta}$$

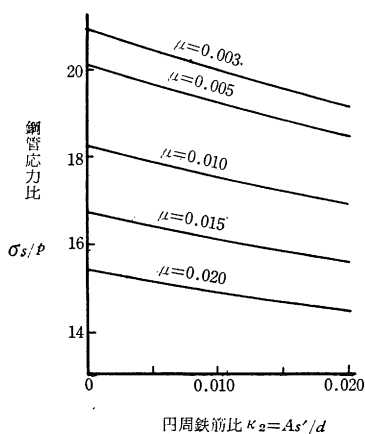
(31)

$$\sigma'_s : \sigma_s = 1 : \beta$$

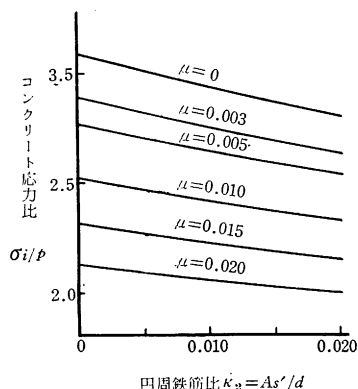
となる。

#### V 円周鉄筋と応力の関係

内圧によって生ずる応力状態に対する円周鉄筋の影響を検討するため、2, 3の数値計算をおこなった。コンクリート部分の引張応力を考慮したときの、円周鉄筋比 $\kappa_2$ と、 $\sigma_s/p$ , あるいは $\sigma_i/p$ の関係を、 $\gamma = 1.4$ の場合を例にとって図示したものが図-8である。その結果



(a) 鋼管応力比の変化



(b) コンクリート応力比の変化

図-8 円周鉄筋による応力比の変化

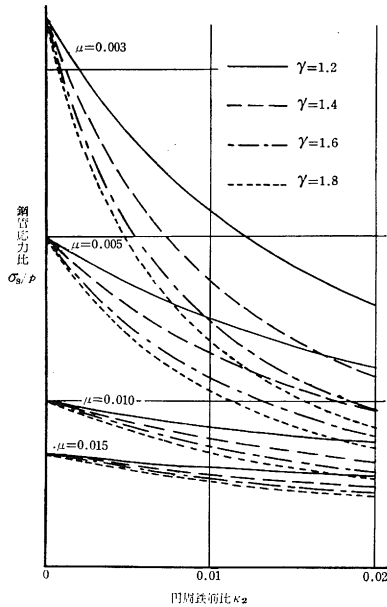


図-9 コンクリートの引張抵抗がないときの  
円周鉄筋による鋼管応力比の変化

から見られるように、コンクリートの引張応力が有効である範囲においては、円周鉄筋の効果はあまり大きくないものと思われる。

ついでコンクリートが引張に対して抵抗し得なくなった場合の計算結果を図-9に示す。この結果、 $\mu$ の小さい場合に、円周鉄筋の増による鋼管応力の軽減が大きい。いいかえれば、内張鋼管がうすいときの方が、円周鉄筋が有効にはたらくと考えられる。一般に単位重量あたりのコストは、鋼管よりも鉄筋の方がはるかに低いので、その意味において内張鋼管の厚さをうすくして、円周鉄筋で補強するのが有利になるものと推測される。

### VI 摘 要

高い内水圧をうける逆サイホンにおいて、内張鋼管を

用いたコンクリート円筒が、一つの有用な形式として注目される。ここではこの形式のサイホンの設計にあたって必要な、内圧に対する応力解析の方法を示した。その計算の方法は、コンクリート部分が無筋の場合、円周鉄筋を配置した場合、あるいはコンクリートの引張応力が消失した場合など、いろいろな条件の場合についてみちびかれた。

また、管体を構成する各部の寸法、あるいは鉄筋比などと応力との関連について検討を試みた。その結果、内張鋼管の力学的効果は、内圧がとくに大きい場合によく発揮される。また、円筒内の外周に近い位置に挿入した円周鉄筋は、コンクリートの引張応力が十分にはたらくときはその効果はあまり大きくない。しかし、コンクリートにひびわれが生じ、引張応力が消失したような場合、とくに内張鋼管の厚さが小さいときには、円周鉄筋は比較的良好にはたらく、内張鋼管の応力を軽減せしめる効果が大きいなどの点も明らかになった。

### 引用文献

1. Davis, C. V. : Handbook of Applied Hydraulics, McGraw-Hill, New York, 1952, p.457
2. Sailer, R. : Soap Lake Siphon, Engineering Monographs No. 5, U. S. Bureau of Reclamation, Denver, Colorado, 1950
3. 白滝山二 : 大井川農業水利神座逆サイホンに用いた内張り鋼管について, 水門鉄管, No. 17, 34-42, 1961
4. Jaeger, J. C. : Elasticity, Fracture and Flow, Methuen, London, 1964. 125-126
5. 白滝山二 : 逆サイホンの内圧に対する構造解析について(II)——複鉄筋コンクリート円筒の場合——, 農工論集, No.22, 14-20, 1967



### Summary

For circular siphon barrels under high heads, it is advisable to use steel lining to ensure watertightness. This paper deals with the method for stress analysis of such steel-lined concrete cylinders under high internal pressure.

The principles for the analysis are based upon the assumption that the steel liner and the surrounding concrete would deform alike and work together in resisting internal pressure. Since the steel lining is relatively thin compared with diameter of the cylinder or thickness of the concrete shell, it is treated by using the approximate method as in the design of thin wall pressure pipes. The deformation of the outside concrete cylinder is determined by treating it as a thick-walled cylinder. The methods are extended to the case of a concrete cylinder with hoop reinforcement, considering the deformation of hoops of the reinforcing bar to be compatible with adjoining concrete.

The steel lining has a merit to assure watertightness of the pipe when cracks in concrete would occur. The method of stress analysis is therefore developed for the case in which the concrete portion is incapable of taking circumferential tension.

Numerical computations were carried out to illustrate the variations in stresses with dimensions of the cylinder section or quantities of reinforcement.