

緩こう配流れに関する研究

—その実験的研究と自然河川への適用—^{※※}

今 尾 昭 夫[※]

Akio IMAO

Studies on Flow with very mild Hydraulic Gradient
—Experimental Studies and Application to Natural River—

まえがき

近年、農業の近代化、合理化が叫ばれ、農業業基盤の整備と多元的農業による所得の増収が提唱されているが、このような農業は、農地の用、排水組織の整備、区画整備などの耕地条件が合理的に満足されてはじめて可能となり、その成果を期待できる。

わが国の農地は、河川沿いの低平地、河川下流部の扇状地、あるいは遠浅海、湖面を利用して開発され、必然的にその大部分が低位部に存在する。したがって、農地の生命線ともいべき用、排水路の流れは、水面こう配が小さく、かつ流速の遅い、いわゆる緩こう配の流れを形成するが、従来、この種の流れに関する研究は、ほとんどなされていないのが実状である。そこで、合理的な用、排水計画の樹立に際し、緩こう配流れの水理学的研究が、この基本的問題解決の一つとして、推進されなければならない。

筆者は、さきに緩こう配流れの水理学的諸問題を解決

する一助として、おもに水理学の未知係数といわれる抵抗係数、および粗度係数などの特性について、理論的な考察を加えているが、本報告では、それに続くものとして実験結果を中心にとりまとめ、さらに野外実測結果について検討を加えたものである。

1. 緩こう配流れの実験について

緩こう配流れについての研究が、いままであまり推進されなかった理由の一つに、流れの水理量測定の高難易さが挙げられている。きわめて小さい水面こう配、あるいは数 cm の order である流速などの測定は、従来の水理実験、あるいは河川調査などに用いられた計測器類の測定範囲外の測定量であり、ここに新たな計測方法が要求される。したがって、本研究においては、この計測方法の改良と工夫が、研究目的を達成するうえに欠くことができないものである。ここで、本研究を進める基礎となった実験に関する事項について、その概略を述べる。

1.1 実験水路

実験水路は、循環式二次元水路の形式をとり、水路末端に水槽、または角落しを付設して、水面こう配を調節した。表-1に実験水路の諸元を示す。

1.2 水理量の測定方法

本実験において測定された水理量は、流量、流速、水面こう配（水面形）、および摩擦速度である。

1.2.1. 流量および流速

流量は、水路上流端に設置した直角三角形せき付計量水槽によって測定し、流量調節は、Valve で行なった。

流速は、対象とする範囲が数 cm/sec の order であ

表-1 実験水路の諸元

水路番号	材 料	幅 (m)	高さ (m)	長さ (m)	水 路 水 面 傾 斜	備 考
I	鋼	0.5	0.2	40.0	$\frac{1}{1000}$	水路 I は、Wall shear meter を付設 水路末端に水路 I は水槽を、水路 II、III、IV は角落しを付設
II	コンクリート	2.0	0.5	16.4	$\frac{1}{900}$	
III	コンクリート	1.0	0.6	25.0	$\frac{1}{200}$	
IV	コンクリート	0.5	0.3	26.0	$\frac{1}{700}$	

※ 農地工学研究室

※※第25回農業土木学会中国、四国支部講演会（1970年）において発表

り、一般の水理実験用流速計では、十分正確な測定を期待することができない。そこで、本実験では、食塩水と過マンガン酸カリの着色溶液を水流に混入させて、下流の二断面における塩分濃度の変化を電氣的に測定し、断面間の距離と濃度変化の対応点の時間的ズレから、任意点における平均流速を知る方法を用いた。すなわち、溶液を小型ポンプにより、一定の時間間隔で、一定量注出させ、それが下流の流速測定点に、小間隔で配置された二本の probe 間を通過する対応点のズレを、ペン書きオシログラフの記録から読みとり、次式によって流速を求めた。

$$u = \frac{S \cdot V_p}{\Delta s} \quad \dots\dots(1)$$

ここで、 u : 任意点の流速 (cm/sec), S : probe 間隔 (cm), Δs : 記録紙に示される対応点のズレ (cm), V_p : 記録紙のおくり速度 (cm/sec) である。

1.2.2. 水面こう配—水面形の測定

緩こう配流れの水面こう配は $10^{-4} \sim 10^{-5}$ の order を示すため、その測定には相当の精度が要求される。そこで本実験では、流水面を pitot tube により水路外の manometer へ導き、その水面を $1/20$ mm の精度を有する point gage で測定し、さらに流水面を直接測定した結果とあわせて、二重の測定方法を取り、慎重に水面形を決定した。

1.2.3. 底面せん断力—摩擦速度—の測定

一般に開水路における底面せん断力 τ_0 は、流れの最大の抵抗を示すもので、いわゆる wall shear といわれるものである。これは、流れの流速分布や、掃流の問題に関与し、流れの抵抗係数を規定するものである。いま、 ρ : 水の密度、 g : 重力の加速度、 R : 径深、 h : 水深、 I : 水面こう配とすると、底面のせん断力 τ_0 は簡単に

$$\tau_0 = \rho g R I = \rho u_*^2, \quad u_* = \sqrt{\tau_0 / \rho} = \sqrt{g R I} = \sqrt{g h I} \quad \dots\dots(2)$$

で示される。式中、 u_* は速度の dimension をもつ摩擦速度といわれるもので、流れの抵抗係数に関する重要な因子である。緩こう配流れの抵抗係数を検討するとき、これに重要な役割りをなす u_* の評価が大きな問題として指摘され、この実測を目的とする計器の開発が必要となった。そこで、摩擦力が非常に小さい場合や、壁面が rough な場合の水路底の u_* を求めるために開発された wall shear meter を本実験に利用し、壁面摩擦の実測と抵抗係数に関する検討を行なった。

wall shear meter の原理は、水路床に可動板をとりつけ、それに働らく shear を板の変位にかえ、その水

平変位は、差動変圧器をとおして変位測定器へ導かれる。

変位測定器は、電流計と電子管式自動平衡記録計からなり、板の変位は、記録紙に記録される。記録された板の変位を X とすると、 u_* は次式により求められる。

$$u_* = K \sqrt{X} \quad (\text{cm/sec}) \quad \dots\dots(3)$$

ここで、 K は測定器のレンジと感度によって定められる定数である。

以上、実験に関する事項について、その概略を述べたが、水位測定、流速測定法における改良と工夫、および wall shear meter の開発と利用によって、正確な data の収集ができたものと考えられる。

2. 実験結果とその検討

緩こう配流れの研究を推進させるために必要な水理学

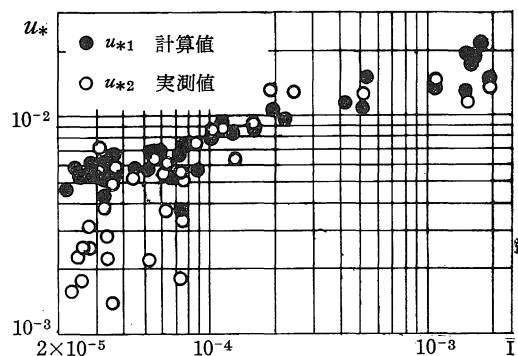


図-1 I と u_{*1} , u_{*2} の関係

的問題点は、他の流れと同じように、いまなお水理学上の未知係数といわれる流れの抵抗係数、流速分布、およびこれを具体的にあらわす流路の粗度係数などが基礎的なものとして存在し、本研究においても、それらの水理学的挙動と特性を検討することが必要である。

2.1 摩擦速度 u_* の実測について

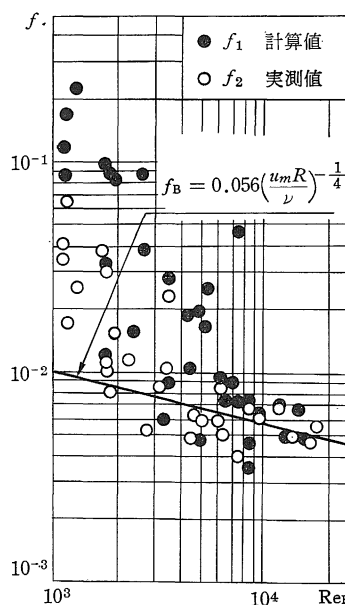


図-2 Re_R と f_1 , f_2 の関係

流れの抵抗係数を規定する因子として、 u_* の挙動が影響するので、wall shear meter (水路-I に付設) を用いて u_* を実測し、その特性を考察した。抵抗係数は f は、一般につきのように定義される。

$$f = \frac{2\tau_0}{\rho u_m^2} = \frac{2u_*^2}{u_m^2} \quad \dots\dots(4)$$

ここで、 u_m : 平均流速である。そして、この f は、通常の水理計算では、 $C = \sqrt{2g/f}$, $n = R^{1/3} \sqrt{f/2g}$ で示されるように、CHÉZY の C や、MANNING の n に結びつけられている。

そこで、wall shear meter で実測された u_{*2} と、(2) 式によって計算された u_{*1} について考察してみよう。

図-1 は、水面こう配 I と、 u_{*1} , u_{*2} の関係を示し

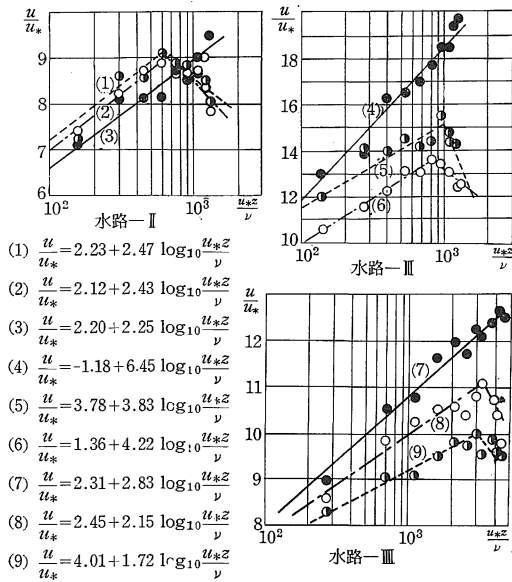


図-3 流速分布の一例

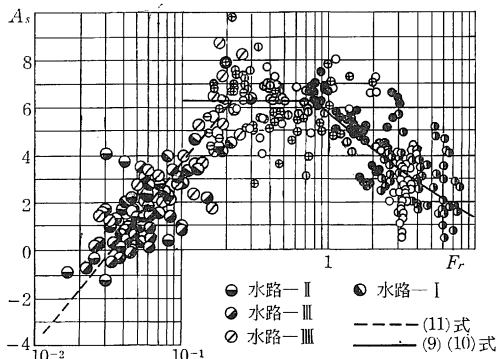


図-4 A_s と F_r の関係

たものである。水面こう配が小さくなると、それぞれの u_* が小さくなることは、底面の shear として当然のことであるが、I が 10^{-4} より小さくなると、 u_{*1} が u_{*2} より、2~3 倍大きくなる。したがって、これらの値を用い、(4) 式によって抵抗係数を計算すると、 u_{*1} によって計算された抵抗係数が大きくあらわれる。図-2 は u_{*1} と u_{*2} を用いて求めた抵抗係数 f_1, f_2 を Re 数であらわしたものである。 $f \sim Re$ の関係は、 f_1, f_2 によってかなりの差がみられる。すなわち、 f_2 は $Re = 2 \times 10^3$ までは、バラツキをみせながらも BLASIUS の式 $f_B = 0.056(u_m R/\nu)^{-1}$ に近似している。しかし、 Re 数がこれより小さくなると、 f_2 が急激に大きくなっている。このように、緩こう配流れにおける u_* の実測によって得られた抵抗係数は、 Re 数が 2×10^3 以下になると計算値のほぼ 1/2 の大きさを示しながらも、従来用いられていた f_B の 2~5 倍程度大きくなることが示される。

この実験結果より、緩こう配流れの抵抗係数は、実用上、 $Re = 2 \times 10^3$ を境界として、それ以上のときは f_B として求め、以下の場合には流れの状況によって $2 \sim 5 \times f_B$ と考えるべきであろう。

2.2. 流速分布について

開水路流れの流速分布については、理論的主流として、流速分布の対数法則が認められている。そこで、緩こう配流れの流速分布と対数法則との関連性を検討するため、それに含まれる常数項の挙動を追究し、その特性を明らかにすることにした。

開水路流れの流速分布は、流れの水理学的な粗滑によって、基本的な形として次式が与えられる。(対数法則) 滑面の場合

$$\frac{u}{u_*} = A_s + \frac{1}{K} \log e \frac{u_* z}{\nu} \quad \dots\dots(5)$$

粗面の場合

$$\frac{u}{u_*} = A_r + \frac{1}{K} \log e \frac{z}{K_s} \quad \dots\dots(6)$$

ここで、 u : 平均流速、 u_* : 摩擦速度 (2) 式、 z : 水深、 ν : 動粘性係数、 K : KÁRMÁN 常数、 K_s : 砂粒粗度の粒径、 A_s, A_r : 常数項である。SCHLICHTING によれば、水理学的な滑面となる条件について、次式を与えている。

$$\frac{u_* k}{\nu} < 5, \text{ あるいは } k < \frac{5\nu}{u_*} \quad \dots\dots(7)$$

ここで、 k : 粗度高である。

この実験においては流量 $0.005\text{m}^3/\text{sec} \sim 0.030\text{m}^3/\text{sec}$ 水深 $0.05\text{m} \sim 0.46\text{m}$ 、水面こう配 $2.0 \times 10^{-5} \sim 1.2 \times 10^{-4}$ の範囲で、水路-II, III, IV を用いて、ほぼ 200 点の流速分布を測定した。そこで流れは、(7) 式の検

討から水理学的に滑面であることを確かめたい。 (5) 式に従って $u/u_* \sim u_{*z}/\nu$ の関係を求めた。その一例を図-3に示す。図中、実線は水路中央、鎖線および破線は水路壁近くの流速分布をあらわし、それぞれ常数項を求めて式化しておいた。この図から、中央部の断面においては、ほとんど対数法則に従うが、壁に近い断面では、最大流速点の位置が低下し、この傾向は、流速が遅くなるほど著しい結果を示した。これより、緩こう配流れの流速分布は、境界層内で対数法則に従うようであるが、通常の意味での全体にわたるものではない。しかし、最大流速点までは、対数法則に従うことは明らかであろう。そこで、滑面の対数法則式 (5) 式を

$$\frac{u}{u_*} = A_s + B_s \log_{10} \frac{u_* z}{\nu} \quad \dots\dots(8)$$

とにおいて、常数項 A_s, B_s について考察してみる。

開水路の流れにおける流速分布については、自由表面の影響を考慮した岩垣の研究が画期的なものとして、注目されているが、これによれば、流れが水理学的に滑面の場合、 A_s は FROUDE 数によって (9), (10) 式のように変化することを示している。すなわち、 Fr 数の減少とともに A_s が増大し、 $Fr \leq 0.89$ では $A_s = 6.3$ の一定値をとることを示している。しかし、 Fr 数がこれよりさらに小さい範囲については実験が行なわれず、検討されないままになっているが、緩こう配流れの多くは、 Fr 数が 10^{-2} 以下の order であり、この範囲の A_s についていまだ追究された事例をみない。図-4は本実験における A_s の値と、 Fr 数の関係を、岩垣の研究結果とともに示したものである。この図から、 $Fr = 2 \times 10^{-2}$ 程度を境界として、 Fr 数の減少とともに A_s の値も減少する傾向がみられるが、これを岩垣の研究と関連づけ、 A_s と Fr の関係について、(9), (10), (11) 式のようにあらわすことができる。

滑面の場合

$$Fr \geq 0.89 : A_s = 9.7 - 5.75 \log_{10} Fr + 1.2(\log_{10} Fr)^2 \quad \dots\dots(9)$$

$$0.89 \geq Fr > 0.2 : A_s = 6.3 \quad \dots\dots(10)$$

$$Fr < 0.2 : A_s = 11.3 + 7.60 \log_{10} Fr \quad \dots\dots(11)$$

すなわち、岩垣の考察した A_s と Fr 数の関係に加えて、 Fr 数の小さい流れにみられる (11) 式のような減少する形が認められ、これが、緩こう配流れの流速分布特性を示すものと考えられる。

(8) 式に含まれる B_s は、流速分布式のこう配をあらわし、(5) 式から $B_s = 2.303/\kappa$ として与えられる。したがって、 B_s は κ の検討によりその特性を知ることができる。一般に、 κ は 0.40 として一定値が与え

られているが、本実験においてはかなり変動がある。そこで、 κ を Fr 数で示してみると図-5のようになる。これによると、 κ の値は、 $Fr < 0.1$ で増大し、 $Fr > 0.1$ となると 0.40 に漸近する。これは、緩こう配流れにおいては κ の値が 0.40 より大きくなるが、一般の流れにおいては 0.40 とすることに支障がないことを示している。

2.3 MANNING の粗度係数について

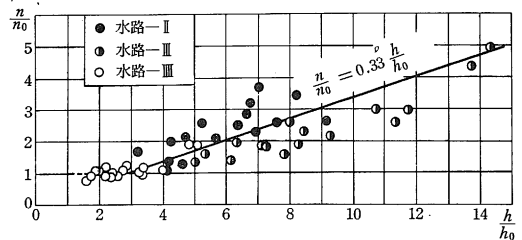


図-7 n/n_0 と h/h_0 の関係

開水路における抵抗係数、あるいは流速分布の研究は、流れのいろいろな障害要素を追究する手段ともいえるが、これを具体的に表現するものとして、いわゆる平均流速公式がある。従来、平均流速公式は、多くの研究者によって、いろいろな式形であらわされているが、現在では、式形の単純さと、実際への適合の良さ、あるいは理論的に流速分布の対数法則に結びつけられる MANNING 公式が広く用いられている。しかし、この平均流速公式は、流れにおける熟知できない抵抗のすべての要素を、粗度係数 n に包含させ、これを水路潤辺の性質によって定まる一定値として取り扱っている。このように、 n は数値的に重要な因子となっているが、その水理学的意味を対数法則式と対比して考えると、水路潤辺の性質のみによって定められるものではなく、流れ

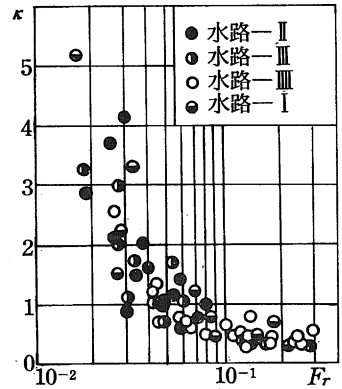


図-5 κ と Fr の関係

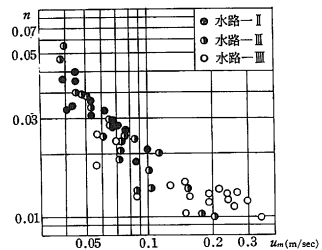


図-6 n と u_m の関係

の性質にも関与することがわかる。そこで、緩こう配流れに MANNING 式を用いる場合、粗度係数 n をどのように処理すべきかを考察してみる。

本実験で得られた粗度係数 n を平均流速であらわしたものが、図-6 である。この図から、 n が、 $u_m = 0.15\text{m/sec}$ 程度の流速より遅くなると急激に増大し、速くなると一般にコンクリート水路の n として採用している $n = 0.013$ の値に漸近してくる。これは、慣用されている水路潤辺による n は、緩こう配流れの水利計算にはそのまま採用することができないことを示している。そこで、得られた実験値をもとに、つぎのような補正をすることによって、MANNING 式を緩こう配流れの実用水利計算に利用することができるのではないかと考える。

従来、得られている潤辺の性質による粗度係数を n_0 、その水路の等流水深を h_0 とし、実験で求められた緩こう配流れの水深 h と、そのとき得られた粗度係数 n を用いて、 n/n_0 と h/h_0 の関係を求めると図-7 のよう

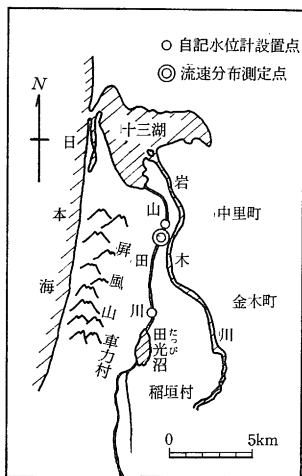


図-8 調査対象地区

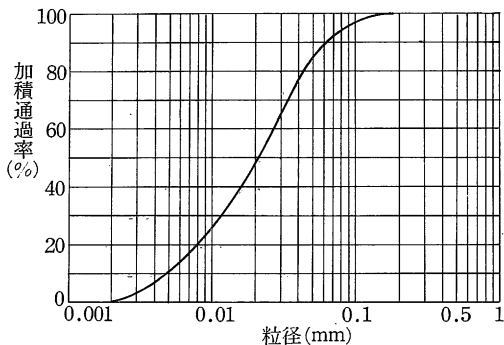


図-9 底質試料の粒度試験結果

になる。

この図から、 $Fr < 2 \times 10^{-1}$ 範囲では、つぎの実験式が得られる。(m-sec 単位)

$$\begin{aligned} \frac{h}{h_0} > 3 : \frac{n}{n_0} &= 0.33 \frac{h}{h_0}, \\ \frac{h}{h_0} < 3 : \frac{n}{n_0} &= 1 \end{aligned} \quad \dots\dots(12)$$

上式は、緩こう配流れに MANNING 式を適用

するときの n_0 に対する補正粗度係数 (N_r) を示したもので、水路の等流水深と、水路潤辺の性質による粗度係数がわかれば、 $h/h_0 > 3$ の場合、MANNING 式は次式のように示される。

$$u_m = \frac{1}{N_r} R^{2/3} I^{1/2}, \quad N_r = 0.33 \frac{n_0 h}{h_0} \quad \dots\dots(13)$$

これは、粗度係数 n に対する理論的な意味をもつものではないが、不等流である緩こう配流れを、小区間は等流として、MANNING 式で水利計算する場合、式中に含まれる粗度係数 n は、実用的に上式によって補正した形で用いれば、計算できることを指摘したものである。

3. 緩こう配流れの野外観測

緩こう配流れについて、流速分布、および MANNING

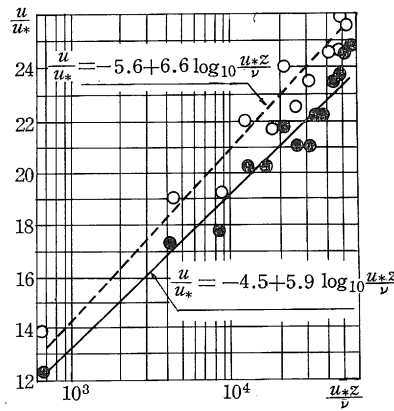


図-10 流速分布図

の粗度係数の水利特性について、実験的な検討を進めてきたが、これらを実用の場合に移したときの合理的な適用性を検討するため、実際の排水河川について、野外実測調査を行なった。

実測対象河川として青森県西津軽郡に位置する山田川をとりあげた。山田川は、図-8 に示されるように、岩木川と屏風山にはさまれた細長い低平農地のほぼ中央を北流して十三湖に至る流域面積 284km^2 、流路延長約 40km 河川こう配約 $1/6000$ の農地排水河川である。この河川の

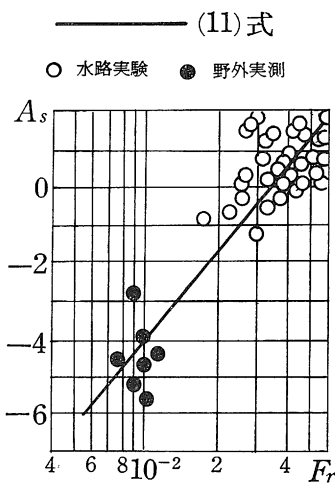


図-11 A_s と Fr の関係

特徴は、河口が十三湖に面しているため、日本海の潮位、あるいは十三湖自体の水位変化に直接影響され、流れはせき上げられた流況を示す。そのうえ、上流の田光沼の水位変化にも影響され、典型的な緩こう配流れを形成する。

実測対象区間は、図-8に示すように、十三湖と田光沼間の直線に近い区間約5kmとした。測定された水理量の概略を示すと、各測定点の流速0.10~0.15m/sec、水深1.0~3.0m(平均水深2.0m)、流量35.35m³/sec、流積94.51m²、水面こう配6.7×10⁻⁵≒1/15,000、水面幅58mである。これらの測定量から計算すると平均流速=0.370m/sec、粗度係数n=0.0301を与える。また河床は、多少水草もあるが、シルト質の細かい土であり、図-9に底質試料の粗度試験結果を示す。

以上の実測値を用いて、まずそれぞれの流速分布が対数法則に従うか否かを検証するため、この流れが水理学的な意味での粗滑の検定を(7)式に従って行なった。(7)式中、kの決定は、自然河川の場合、きわめてむずかしい。このkは、ばく然と粗面の凹凸に関する量として考えられ、その物理的意味は明らかでない。自然河川を対象とするときは、単に粒径をもってこれにあてることもあるが、ここでは、河川の底質試料の粒度試験結果を利用して、つぎに示す実験式⁹⁾に従うことにした。

$$k = (0.5 \sim 4.0) d_m \quad \dots\dots(14)$$

ここで d_m は底質試料の平均粒径をあらわし

$$d_m = \frac{\sum_{p=0}^{100} d \Delta p}{\sum_{p=0}^{100} \Delta p} \quad \dots\dots(15)$$

で与えられる。

これらの値から、(7)式によって、この流れは、水理学的に滑面と考えるとよいことが検定された。そこで、対数法則式の滑面の(8)式に従って流速分布を求め、 u/u_* と u_*z/ν の関係を図示すると、対数法則に従った分布形を示すことがわかった。図-10はその代表例を示す。つぎに、このようにして求めた対数分布式から、常数項 A_s をとり出し、流速分布測定点の平均流速と、水深で求めた F_r 数の関係を考察したが、この場合の A_s は負値をあらわし、 F_r 数も 10^{-3} の order を示し $F_r < 2 \times 10^{-1}$ の範囲に該当する。図-11は、この実測値による A_s と F_r 数の関係を示したものである。これによれば、多少のパラッキはあるが、著者の示した(11)式によく適合していると考えられる。このように、緩こう配流れの実測においても、実験で示された結果と同様、流速分布は対数法則に従い、常数項 A_s の値は(11)

式であらわせることを検証することができた。

また、この河川の実測値による粗度係数 n は0.0301となる。そこで、この河川断面を等値長方形断面におきかえて、等流水深を計算し、 h/h_0 を求めてみると、1.25~1.87となりいずれも $h/h_0 < 3$ となる。したがって(12)式、および図-7の結果からすれば、 $n = n_0 = N_r$ となる。ここでは、等流水深を求める際に必要な n_0 を、シルト土壌で水草が多少ある河川の粗度係数に相当するものと考えて0.029を用いているので、 $0.029 \div 0.0301$ とすれば、一応(12)式の $h/h_0 < 3$ の範囲になり、この流れは、緩こう配流れの特性を示しながらも、実用水理計算上は $n = n_0$ としてよいものと思われる。このように、野外観測値について、著者の提案とよく適合した結果を得ることができたが、これらによって、緩こう配流れの実用水理計算に一応の指針を与えることができたものとする。

4. 摘 要

本報告は、低平農地の用、排水路の流れによくみられる緩こう配流れの水理学的挙動について実験的検討を行なったものである。その結果、つぎのような知見を得た。

1. 流れの摩擦速度を実測して、抵抗に関する実用的な指針を与えた。
2. 流速分布の特性を検討し、これがほぼ対数法則に従うことを実証した。また、対数分布式中に含まれる常数項 A_s, B_s について、従来空白であった F_r 数の小さい範囲での特性を論じた。
3. MANNING の粗度係数を補正することによって、実用水理計算の指針を与えた。
4. これらの結果を、実際の排水河川に適用し、よく適合することを実証した。

引 用 文 献

1. 角屋睦・今尾昭夫：京都大学防災研究所年報 5 A : 275-283, 1962.
2. 角屋睦・今尾昭夫：京都大学防災研究所年報 6 : 200-208, 1963.
3. 今尾昭夫：農業土木学会誌 33(6):42-43:1965.
4. 田中宏平：農業土木研究 23(2)6-9, 1955.
5. 石原藤次郎・岩垣雄一・末石富太郎：京都大学工学研究所彙報 5 : 31-34, 1954.
6. 余越正一郎・角屋睦：京都大学防災研究所年報 7 : 311-314, 1963.
7. T. CHOW : Open channel hydraulics Mc-Graw Hill New York, 1959, p. 195.

8. 岩垣雄一：土木学会論文集 16：22-28, 1953. 10. 石原・本間：応用水理学（中I）丸善 東京 1958
9. 土木学会：水理公式集土木学会，東京 1963, p. 7. p. 10.

Summary

This report describes the experimental results and the discussions on the hydraulic behavior of a flow with very mild hydraulic gradient in smooth open channels.

The following results were obtained from these investigations ;

1. Practical instruction on the resistance coefficient of flow is given by the measurement of the friction velocity of flow.
2. The velocity distribution of flow is nearly conformed to logarithmic law by the investigation of characters, and the following discussion is given on the constants A_s and B_s which contained logarithmic distribution formula.
3. The instruction of practical hydraulic computation is given by the correction of MANNING's roughness coefficient.
4. The practicability of these results were proved from the survey of the natural drainage river.