

# 転動車輪の横すべり特性 (1)

大きい横すべり角における E. Fiala の理論の適合性

中尾清治<sup>\*</sup>・田辺一<sup>\*\*</sup>

Seiji NAKAO and Hajime TANABE

Side Skidding Performance of Rolling Tire (1)

Applicability of E. Fiala's Theory to the Side Force at the large Side Slip Angle

## I 緒 言

車輪の横すべりは車輪回転面と車輪の進行方向とが一致しない運動で、トラクタが傾斜地で等高線方向に走行するために傾斜上向にかじ取りして傾斜下方への降下を防止する場合、あるいは、プラウ作業や作業機のオフセットけん引など、トラクタが作業機から車輪に直角の方向の力(サイドフォース)を受けながら作業する場合は、車輪に連続的に横すべりを発生し、また、旋回時や障害物、作物などをさけるためにかじ取りする場合は、瞬間的に横すべりを発生する<sup>1)</sup>。

このような運動は、横すべりするタイヤの接地部に発生する進行方向と直角の方向の力、すなわち、コーナリングフォースで走行の安定を保持している。したがって、トラクタの走行安定性、操縦性、運動性を論じる場合には、横すべりしているタイヤに発生している力の特徴を知らなければならない。これまでの自動車タイヤでの研究では横すべり角が $5^{\circ}$ ~ $10^{\circ}$ 以下の場合が中心となっているが<sup>2),3),4)</sup>、トラクタでは $10^{\circ}$ を越える横すべり角を発生する場合が多いので、このような状態における運動解析が必要である。

自動車の走行安定性は、主としてコーナリングフォースと復元トルクの特性に基づいて検討されているが、このうち復元トルクは横すべり角 $4^{\circ}$ ~ $6^{\circ}$ で最大となり、 $8^{\circ}$ ~ $10^{\circ}$ 位で零になる<sup>5)</sup>。したがって、ここでは対象としている大きい横すべり角における小型トラクタ車輪のコーナリングフォースの発生と、けん引力の発生に問題となる車輪の走り抵抗の特性を検討した。

## II タイヤの力学的考察

一般に自動車タイヤの力学的説明には、転動車輪の接地部に起こるタイヤの弾性的変形を考察した E. Fiala の理論が用いられているので<sup>6)</sup>、ここでは横すべり角の適用範囲を $0^{\circ}$ ~ $90^{\circ}$ まで拡大してその適合性を検討した。

### (i) タイヤの変形

E. Fiala はタイヤの変形とそこに発生するサイドフォースの関係を次のように考察している。すなわち、横すべりしている車輪とリム部A、トレッドベースB、カーカスC、トレッドEに模型化し、Cはバネ系で、半径方向および軸方向の変位に対して弾性力を発揮すると仮定した。また、Eのトレッドは、取扱いを簡単にするために、軸に平行に多数の溝が切込まれた独立弾性体の並列と仮定した。

車輪荷重によるタイヤの接地圧は、接地長さ $l$ の方向には放物線分布、幅 $b$ の方向には一様分布と仮定し、中心部の最大接地圧を $P_m$ 、原点を接地部前端にとれば、接地圧の分布 $P$ は

$$P = 4P_m \frac{x}{l^2} (l-x) \quad (1)$$

車輪荷重を $W$ とすると

$$W = b \int_0^l P dx = \frac{2}{3} b P_m l \quad (2)$$

また、路面からサイドフォース $S$ が作用し、タイヤ全体が第2図のように横変形すると考えると、バネ系CによってトレッドベースBは $y_b$ だけ横方向に変位する。これを放物線形に変化すると仮定すると、

<sup>\*</sup> 農業機械工学研究室

$$y_b = \frac{KS}{C_0} \frac{x}{l^2} (1-x) \quad (3)$$

$$K = \alpha^3 l^2 C_0 / 2k, \quad \alpha = 4\sqrt{k/EJ}, \quad C_0 = bG/t$$

$C_0$ : トレッドの横弾性係数

$k$ : 弾性基礎の係数

$E$ : トレッドベース材料の弾性係数

$J$ : トレッドベースの半径線まわりの断面慣性モーメント

$G$ : トレッドの横せん断弾性係数

$t$ : トレッドの厚み

$OI$  線はリム中心線の位置すなわちトレッドベースの変形前の位置,  $O'I'$  線は接地部の基準線,  $O'HP$  は接地圧による最大摩擦力以下に相当する弾性変形しかしていない部分すなわち粘着域,  $PHI'$  は接地圧による最大摩擦力に達している部分すなわちすべり域,  $HP$  は粘着からすべりに移行する線,  $\beta$  は横すべり角とする. ここで応力は粘着域では  $kx$  で直線的に増加し, すべり域では  $HP$  線からすべり摩擦係数  $\mu$  に移ると仮定した.

したがって, トレッドの横変形は次のようになる.

粘着域では  $y_{m-h} = y_h - y_b$

$$= x \tan \beta - \frac{KS}{C_0} \frac{x}{l^2} (1-x) \quad (4)$$

すべり域では  $y_{m-r} = y_r - y_b$

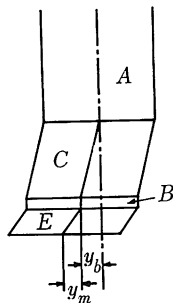
$$= \frac{4\mu P_m b}{C_0} \frac{x}{l^2} (1-x) \quad (5)$$

粘着域とすべり域の範囲は  $H$  点の位置によって決められるので, 線分  $HP$  の値から  $l_h$  を求めると次のようになる.

$$l_h = l - \frac{C_0 l^2 \tan \beta}{4\mu P_m b + KS} \quad (6)$$

(ii) コーナリングフォースと走り抵抗

このようなタイヤの変形による力学的要素のうち, ト



第1図 トレッドおよびトレッドベースの横変形

レッドの横変形からサイドフォースを計算する.

粘着域でのサイドフォース  $S_h$  は

$$S_h = C_0 \int_0^{l_h} y_{m-h} dx \quad (7)$$

すべり域でのサイドフォースは

$$S_r = C_0 \int_{l_h}^l y_{m-r} dx \quad (8)$$

したがって, 全体のサイドフォースは  $S = S_h + S_r$  で示され, その計算結果は

$$S = \frac{1}{(1 + \frac{KL}{6})} \left\{ \frac{C_0 l^2 \tan \beta}{2} - \frac{C_0^2 l^3 \tan^2 \beta}{2(4\mu P_m + KS)} + \frac{C_0^3 l^4 \tan^3 \beta}{6(4\mu P_m b + KS)} \right\} \quad (9)$$

(9)は近似計算を行ない次の式を得ている.

$$S = \frac{C_1 l^2}{2} \tan \beta - \frac{1}{8} \frac{C_1^2 l^3}{\mu P_m b} \tan^2 \beta + \frac{1}{96} \frac{C_1^3 l^4}{\mu^2 P_m^2 b^2} \tan^3 \beta \quad (10)$$

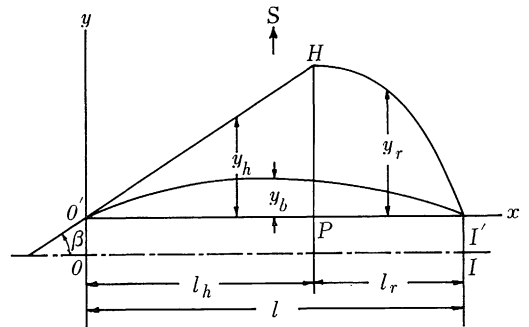
$$C_1 = \frac{C_0}{1 + \frac{KL}{6}}$$

ここで, (10)によって計算される値と各種の実験条件による実験値との比較検討を容易にするために,  $S$  の値を車輪荷重で除して係数で示すと, (2)と(10)より

$$\frac{S}{W} = C_2 \tan \beta - \frac{C_2^2}{3\mu} \tan^2 \beta + \frac{C_2^3}{27\mu^2} \tan^3 \beta \quad (11)$$

$$C_2 = \frac{C_1 l^2}{2W}$$

第2図で  $\beta$  が大きい値となって  $H$  点が  $O'$  点に一致するとき, タイヤ接地部は全域がすべり域となってサイドフォースは最大値を示す. そこで, (11)を微分して  $\frac{S}{W}$  が



第2図 タイヤの横変形

最大となる  $\beta$  の値を求める。このときのサイドフォースを  $S_m$ 、横すべり角を  $\beta_m$  とすると

$$\beta_m = \tan^{-1} \frac{3\mu}{C_2} \quad (12)$$

$$S_m = \mu W \quad (13)$$

そこで、横すべり角を  $0 \sim 90^\circ$  の範囲に適用するために、サイドフォースの発生を次のように仮定する。

$0 \leq \beta < \beta_m$  のとき (11) の  $S$  値

$$\beta_m \leq \beta < 90^\circ \text{ のとき } S = S_m$$

この仮定に基づいて、車輪に発生するコーナリングフォース  $S_R$  および走り抵抗  $D$  を求めると次のようになる。

$$S_R = S \cos \beta - RW \sin \beta \quad (14)$$

$$D = S \sin \beta + RW \cos \beta \quad (15)$$

ここで  $R$  はころがり抵抗係数である。(13)より走り抵抗の最大値  $D_m$  の横すべり角  $\beta_d$  は

$$\beta_d = \tan^{-1} \frac{S_m}{RW} \quad (16)$$

(16)において、一般に  $R$  は  $S_m$  に対して非常に小さいので  $\beta_d$  はほぼ  $90^\circ$  に近い値となる。

### III 実験方法

ここで用いた実験値は、さきに発表した論文「偏角をもつトラクタのけん引力<sup>1)</sup>」の一部であるので、その実験装置および実験方法について概略のみを示す。

実験装置は転動する2輪の装置に、 $5^\circ$ 間隔にけん引かんを装着できる円板を固着し、円板は側壁によって一方のみ進行可能な保持棒と2個のロードセルによって連結されている。このロードセルは保持棒の進行方向とそれと直角の方向に取付けられており、この装置を他の動力源で一定の速度でけん引することによって、車輪は一定の横すべり角を保持して進行することができる。このとき、進行方向のロードセルに走り抵抗が、それと直角の方向のロードセルにコーナリングフォースが測定される。

第1表 実験時の車輪荷重

タイヤの種類	車輪荷重 (kg)			
	$W_1$	$W_2$	$W_3$	$W_4$
4.00 - 7	222.8	253.4	284.6	315.9
4.00 - 9	227.0	257.6	288.8	320.1
4.00 - 10	228.6	259.2	290.4	321.7
4.00 - 12	233.8	264.4	295.5	326.9
5.00 - 12	235.8	266.4	297.6	328.9
6.00 - 12	247.0	297.6	308.8	340.1
(4.00-12) × 2	265.0	295.6	326.8	358.1

また、円板と2個のロードセルの連結点の位置を変えることにより横すべり角を  $0 \sim 90^\circ$  まで測定できるようになっている。車輪荷重は左右等荷重である。横すべり角  $5^\circ$  付近では復元トルクが作用すると考えられるが、走り抵抗、コーナリングフォースの測定に影響を及ぼさないように、タイヤの大きさをなわち直径に比較して円板の直径 (1400mm) を十分に大きくした。横すべり角  $10^\circ$  以上については、復元トルクはほとんど零になると考えられるので、この考慮の必要はない。

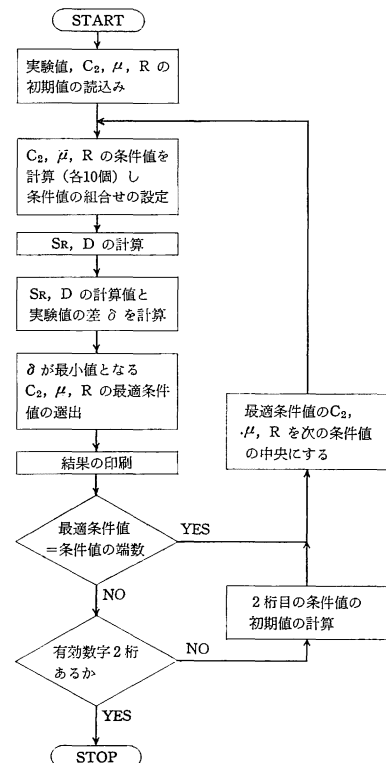
実験装置重量は 212.6kg (車輪重量を除く)、供試車輪は農耕用タイヤ (2ply) で、第1表のように車輪荷重を4段階に変えて測定を行った。タイヤ圧はいずれも  $1.2\text{kg/cm}^2$  で、けん引速度は  $0.15\text{m/sec}$  である。

### IV 実験結果および考察

IIで検討したタイヤの横すべり時の計算式から得られるコーナリングフォースおよび走り抵抗と、IIIで測定される実験値とから、この計算式に対する適合性を検討した。

#### (i) 計算の方法

IIで検討したように、コーナリングフォースおよび走り抵抗の値を求めるためには、(11)、(14)、(15)から



第3図  $C_2, \mu, R$  の値決定のフローチャート

$C_2, \mu, R$  の値を求める必要がある。したがって、実験値から  $C_2, \mu, R$  の存在範囲を考慮して次のように検討した。ただし、コーナリングフォースの  $C_2, \mu, R$  の値と、走り抵抗の  $C_2, \mu, R$  の値は、両者が同時に作用しているため、同一の値でなければならぬ。

まず、計算を容易にするために各実験値を車輪荷重で除して係数とし、実験値に近い値が得られると思われる  $C_2, \mu, R$  の条件値を仮定して、各実験条件ごとに(11)(14)、(15)で  $S_R, D$  を試算し、最小二乗法によって実験値と計算値の残差平方和  $\delta$  が最小となる条件値すなわち最適条件値を求めた。

具体的な計算方法は、コンピュータの使用時間の節約と、有効数字を2桁求めるために、2回に分けて条件値を設定した。最初は  $C_2=1.00\sim 7.00, \mu=0.40\sim 1.00, R=0.010\sim 0.070$  の各範囲を7段階に分け、その各値の組合せから  $S_R, D$  を計算し、計算値と実験値の残差平方和の最小値を求め、このときの条件値を第1回目の最適条件値とした。第2回目には次の桁を求めるために、その値を中央にして2桁目を7段階に分けて同様の方法で計算をした。初回および2回目で求められた  $C_2, \mu, R$  の値が設定した条件値の両端の数字であるときには、この条件値を中央にしてさらに7段階に分けて条件値を設定し、最適条件値が両端の数字にならないようになるまで計算をくり返した。

そして、他と比較参考にするために、最適条件値の組合せを残差平方和の最小値順に10組印刷させた。しかしながら、実験条件別の変化の検討には、最小値における条件値を用いた。

(ii) 計算結果の適合度の検討

前回の方法で計算を行った計算過程での初回と最終回の10組の残差平方和の最小値順の一例を第2表に示す。初回一位と最終回一位の  $\delta$  の値の差は0.015336で、そのときの  $C_2, \mu, R$  の値を比較すると、初回の値に対する差の比率はそれぞれ14.00%、5.71%、2.00%であり、 $S_R, D$  の測定誤差を10%位に考えれば、 $C_2$  の値はやや判定しがたいかも知れないが、 $\mu, R$  の値は初回の計算結果で、つまり有効数字1桁で十分満足される値になるのでないかと考えられる。また最終回の10組の計算結果は  $\delta$  の差の比率は、第1位と第10位では8.65%で小さく、また条件値  $C_2, \mu, R$  の値は第1位の値の  $\pm 1.0\%$  以下でほとんど差はない。

また、これらの計算過程で、(11)、(12)、(13)と大きい横すべり角における  $S$  の値の仮定から推察されるのは、 $C_2$  の値は小さい  $\beta$  の値での影響が大きく、(13)にみられるように  $S_m$  の値には、 $C_2$  の値は関係因子と

して存在していない。

$\beta$  が小さいときには  $\cos \beta \doteq 1, \sin \beta \doteq 0$  に近くなるので、(14)、(15)にみられるように、 $S$  の値は  $D$  よりも  $S_R$  の値に影響をし、 $R$  の値は  $S_R$  よりも  $D$  の値を決定する因子となる。 $\beta$  が大きくなると逆に  $\cos \beta \doteq 0, \sin \beta \doteq 1$  に近くなり、 $D$  は  $S$  の値によって大きく影響を受ける。また、 $S_R$  は  $R$  に対して  $S$  すなわち  $S_m$  の値が大きいため、 $R$  の値にあまり影響を受けない。しかしながら、 $R$  の値が大きくなるとこの想定は変化すると考えられる。ここでの実験では、 $R$  は固い路面でのころがり抵抗係数で非常に小さい値である。また  $\mu$  は  $S_R$  と  $D$  の両者に影響を及ぼすので、実験値のより正確な値が要求される。

つぎに、各実験条件ごとの初回と最終回の最適条件値と  $\delta$  の値を第3表に示す。この表から分かるように、 $C_2, \mu, R$  の値は各実験条件の変化による差は全般的に見受けられないが、タイヤ 6.00-12、 $W=247.0\text{kg}$  のときの  $C_2$  の値が初回で5.50、最終回で6.21となり他の  $C_2$  の値より非常に大きい。これは他と比較して一般的な傾向値としては考えられないので、この実験のとき、何か不備の状態から誤差が大きくなる結果となったとしか考えられない。 $\mu, R$  の値は、前述したと同様に初回と最終回とはあまり大きい差はないので、初回だけ

第2表 4.00-10、 $W=228.6\text{kg}$  のときの計算例

	順位	$\delta$	$C_2$	$\mu$	$R$
初 回 の 計 算 結 果	1	0.039634	2.00	0.70	0.050
	2	0.040685	2.00	0.70	0.060
	3	0.041382	2.00	0.70	0.040
	4	0.044536	2.00	0.70	0.070
	5	0.045931	2.00	0.70	0.030
	6	0.048407	2.50	0.60	0.050
	7	0.048582	2.50	0.70	0.050
	8	0.049458	2.50	0.60	0.060
	9	0.049633	2.50	0.70	0.060
	10	0.050157	2.50	0.60	0.040
最 終 回 の 計 算 結 果	1	0.024277	2.28	0.66	0.051
	2	0.024280	2.27	0.66	0.051
	3	0.024284	2.29	0.65	0.051
	4	0.024284	2.28	0.66	0.052
	5	0.024284	2.29	0.66	0.051
	6	0.024287	2.27	0.66	0.052
	7	0.024291	2.29	0.65	0.052
	8	0.024292	2.29	0.66	0.052
	9	0.024294	2.26	0.66	0.051
	10	0.024298	2.28	0.66	0.050

で有効的な値とみなしてもよいと考えられる。また、 $C_2$  の値は前述と同様に、初回の値の±10%以上になるのが若干あるが、それ以下のがほとんどであり、 $\mu$ 、 $R$  と同様に初回のみで有効値とみてよいと考えられる。

ここで、この計算式の適合度を調べるために  $\chi^2$  の検定を行った。すなわち、得られた計算式が正しく表わされているという仮説をたてる。実験値はラグ付きタイヤの回転であるために、安定した値にならないで、実際には上下の変動がある。このことから、実験値の分散を0.0015として1%の有意水準で検定をした。各実験条件での実験値の個数は30であるので、自由度は27となり、

分布表より  $\chi_0^2 = 46.963$  となる。この値と、第3表の各実験条件の最終回の  $\chi^2$  の値とを比較すると、 $\chi_0^2 \geq \chi^2$  の条件を満足しないのは6.00-12、 $W = 247.0\text{kg}$  の実験条件のみで、その他の27個の実験条件は満足している。したがって、この27個の実験条件については、この仮説は棄却されないことになり、実験値とよく一致していることになる。しかし、6.00-12、 $W = 247.0\text{kg}$  の実験条件については、この仮説は棄却される。この原因は、 $C_2$  の値が他の実験条件よりも2~3倍の大きな値を示していることから、実験値は測定誤差を多く含んでいることが推察される。これらの結果から総合すると、通常の状態では、この計算式は実験値とよく一致すると

第3表  $C_2, \mu, R, \chi^2$  の計算結果

	車輪荷重	初回の計算結果				最終回の計算結果				
		$\delta$	$C_2$	$\mu$	$R$	$\delta$	$C_2$	$\mu$	$R$	$\chi^2$
4.00-7	kg 222.8	0.05267	2.50	0.70	0.070	0.05120	2.36	0.71	0.066	34.133
	253.4	0.04336	2.50	0.70	0.070	0.04134	2.33	0.70	0.065	27.587
	284.6	0.04039	2.00	0.70	0.060	0.03115	2.18	0.66	0.060	20.767
	315.9	0.04324	1.50	0.70	0.060	0.03285	1.75	0.66	0.063	21.900
4.00-9	227.0	0.04194	2.50	0.70	0.010	0.02842	2.72	0.66	0.014	18.947
	257.6	0.04234	2.50	0.60	0.020	0.02286	2.59	0.64	0.021	15.240
	288.8	0.02335	2.00	0.70	0.040	0.00827	2.29	0.66	0.040	5.513
	320.1	0.03621	1.50	0.70	0.050	0.01960	1.80	0.66	0.045	13.067
4.00-10	228.6	0.03963	2.00	0.70	0.050	0.02428	2.28	0.66	0.051	16.187
	259.2	0.02064	2.00	0.70	0.060	0.01799	2.10	0.71	0.064	11.993
	290.4	0.04237	2.00	0.60	0.050	0.02866	1.99	0.64	0.051	19.107
	321.7	0.05247	2.00	0.60	0.060	0.04161	1.72	0.63	0.065	27.740
4.00-12	233.8	0.03339	2.50	0.70	0.060	0.03241	2.37	0.70	0.062	21.607
	264.4	0.04821	2.50	0.70	0.060	0.04813	2.52	0.70	0.058	32.087
	295.5	0.03352	2.00	0.70	0.060	0.03221	1.88	0.71	0.055	21.473
	326.9	0.07135	2.00	0.70	0.040	0.06366	2.16	0.67	0.043	42.440
5.00-12	235.8	0.08051	3.00	0.80	0.060	0.06277	3.19	0.75	0.057	41.847
	266.4	0.05372	2.00	0.80	0.060	0.04409	2.31	0.78	0.065	29.393
	297.6	0.05964	2.00	0.80	0.060	0.04883	2.16	0.76	0.063	32.553
	328.9	0.07601	2.00	0.80	0.070	0.06235	1.84	0.77	0.076	41.567
6.00-12	247.0	0.09142	5.50	0.70	0.070	0.07710	6.21	0.66	0.074	51.400
	297.6	0.07421	3.00	0.70	0.070	0.05383	3.21	0.65	0.073	35.887
	308.8	0.05967	3.00	0.70	0.070	0.04674	3.37	0.67	0.086	31.160
	340.1	0.04109	2.50	0.70	0.070	0.03801	2.35	0.69	0.074	25.340
8.00-12	265.0	0.02623	3.50	0.70	0.030	0.02458	3.53	0.69	0.035	16.387
	295.6	0.02737	3.00	0.70	0.040	0.02572	3.16	0.71	0.039	17.147
	326.8	0.01744	3.00	0.70	0.040	0.01624	2.82	0.70	0.040	10.827
	358.1	0.02400	3.00	0.70	0.030	0.01854	3.17	0.68	0.033	12.360

いえる。

(iii) 最適条件値の変量分析

計算結果の値に基づいて、各実験条件すなわちタイヤの大きさから、その径別、幅別、また車輪荷重から重量別について、最適条件値の各値を変量分析しその傾向を検討した。

(i)項で得られた計算結果の  $C_2$ ,  $\mu$ ,  $R$  の各値を、タイヤの径別すなわち 4.00-7, 4.00-9, 4.00-10, 4.00-12 の4種類を行とし、それぞれの車輪荷重の小さい順に4種類を列として配列する。また、タイヤの幅別すなわち 4.00-12, 5.00-12, 6.00-12, 8.00-12 ((4.00-12)×2 すなわちダブルタイヤとして使用) の4種類を行とし、同様に車輪荷重を列として配列する。これらの  $C_2$  の例を第4表、第5表に示す。

第4表  $C_2$  のタイヤ径別の値

行 \ 列	$W_1$	$W_2$	$W_3$	$W_4$	計	平均
4.00-7	2.36	2.33	2.18	1.75	8.62	2.16
4.00-9	2.72	2.59	2.29	1.80	9.40	2.35
4.00-10	2.28	2.10	1.99	1.72	8.09	2.02
4.00-12	2.37	2.52	1.88	2.16	8.93	2.23
計	9.73	9.54	8.34	7.43	35.04	
平均	2.43	2.39	2.09	1.86		2.19

第5表  $C_2$  のタイヤ幅別の値

行 \ 列	$W_1$	$W_2$	$W_3$	$W_4$	計	平均
4.00-12	2.37	2.52	1.88	2.16	8.93	2.23
5.00-12	3.19	2.31	2.16	1.84	9.50	2.38
6.00-12	6.21	3.21	3.37	2.35	15.14	3.79
8.00-12	3.53	3.16	2.82	3.17	12.68	3.17
計	15.30	11.20	10.23	9.52	46.25	
平均	3.83	2.80	2.56	2.38		2.89

第6表  $C_2$  の変量分析表

要因	タイヤ径別			タイヤ幅別		
	変動	自由度	不偏分散	変動	自由度	不偏分散
行間	0.2268	3	0.0756	6.3078	3	2.1026
列間	0.8737	3	0.2912	5.0119	3	1.6706
残余	0.2602	9	0.0289	4.9150	9	0.5461
全体	1.3606	15	0.0907	16.2350	15	1.0823
$F_1$	2.614			3.850		
$F_2$	10.073			3.059		

ここで、 $C_2$ ,  $\mu$ ,  $R$  の各値  $x_{ij}$  (第  $i$  行, 第  $j$  列に属している値) の構造式を次のように考える。

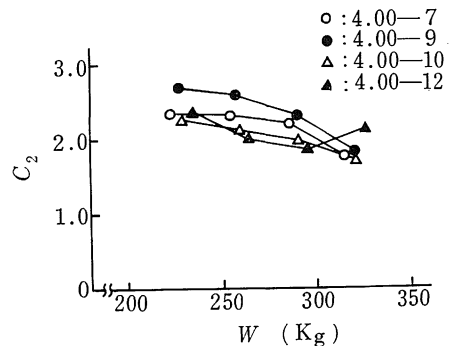
$$x_{ij} = a + A_i + B_j + Z_{ij}$$

$a$  は全実験値に共通な部分,  $A_i$  は第  $i$  行に固有なもの,  $B_j$  は第  $j$  列に固有なもの,  $Z_{ij}$  は誤差項で正規分布  $N(0, \sigma^2)$  にしたがうものと仮定する。帰無仮説として  $A_1 = A_2 = A_3 = A_4$  を仮定して、行間変動の不偏分散比  $F_1$  を求め、同様に  $B_1 = B_2 = B_3 = B_4$  を仮定して、列間変動の不偏分散比  $F_2$  を求め、 $F$  分布より1%の有意水準で検定を行った。

第4表、第5表の計算結果を第6表に、また、 $C_2$ ,  $\mu$ ,  $R$  の値についての  $F_1$ ,  $F_2$  の値を第7表に示す。 $C_2$ ,  $\mu$ ,  $R$  の各値の配列条件は  $4 \times 4$  で、行間の自由度も列間の自由度も同一の3で、 $F_1$ ,  $F_2$  の分母となる自由度は9である。それ故、有意水準1%に対する  $F_0$  の値は  $F_0 = 6.99$  で、この値と  $C_2$ ,  $\mu$ ,  $R$  の各条件による  $F_1$ ,  $F_2$  の値を比較すると、 $F_0 \geq F_1$ ,  $F_0 \geq F_2$  の条件を満足しないものは、タイヤ径別では  $C_2$  の  $F_2$ ,  $R$  の  $F_1$ , タイヤ幅別では  $\mu$  の  $F_1$ ,  $R$  の  $F_1$  である。その他の  $F_1$ ,  $F_2$  は満足しているので、 $F_1$  については、帰無仮説  $A_1 = A_2 = A_3 = A_4$  は有意水準1%で棄却されないから、行間に有意の差があるといえ

第7表  $F_1, F_2$  の値

		タイヤ径別	タイヤ幅別
$C_2$	$F_1$	2.614	3.850
	$F_2$	10.073	3.059
$\mu$	$F_1$	2.874	25.428
	$F_2$	1.763	0.389
$R$	$F_1$	7.863	21.352
	$F_2$	0.205	0.306



第4図 タイヤ径別の  $C_2$  の変化

ない。また、 $F_2$ についても同様に、帰無仮説  $B_1 = B_2 = B_3 = B_4$  は有意水準1%で棄却されないから、列間に有意の差があるとはいえない。条件の満足しない  $F_1, F_2$  については、帰無仮説は有意水準1%で棄却され、有意の差があると認められるので、それについて検討を行った。

タイヤ径別の  $C_2$  の  $F_2$  は列間に有意差を示し、そ

れは車輪荷重の大きさによって  $C_2$  の値が異なることを示す。この  $C_2$  の値と車輪荷重との関係をグラフに表わすと第4図のようになり、車輪荷重が大きくなると  $C_2$  の値は小さくなる傾向があることが判明した。しかしながら、タイヤ幅別では  $C_2$  の  $F_2$  は条件を満足しており、列間すなわち車輪荷重の大きさによって  $C_2$  の値は変わらないと判定される。すなわち、 $C_2$  の値はタ

第8表 4.00-10のときの実験値に対する百分率

$\beta$ (度)	$S_R$ (%)					$D$ (%)				
	$W_1$	$W_2$	$W_3$	$W_4$	平均	$W_1$	$W_2$	$W_3$	$W_4$	平均
0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-188.33	-42.22	-104.00	-91.18	-105.18
5	-5.99	15.14	10.63	-100.91	-20.29	-51.12	-45.23	-29.28	-63.50	-47.28
10	19.36	10.43	17.45	17.69	16.23	-16.09	1.87	-34.24	-32.51	-20.24
15	3.16	5.50	7.23	8.48	6.09	-0.36	4.26	-9.68	-14.21	-5.00
20	-2.81	-3.17	-5.45	1.09	-2.58	-9.22	0.45	-11.99	20.28	-0.12
25	-3.86	-4.66	-10.50	-2.25	-5.32	-0.81	3.52	4.67	-2.35	1.25
30	-12.09	-6.32	-5.99	-1.74	-6.53	-7.64	-6.70	7.20	0.72	-1.60
35	-5.95	-3.46	-7.60	-10.23	-6.81	-1.34	-0.11	1.66	-4.00	-0.95
40	-5.78	-1.63	-5.42	-5.46	-4.57	2.48	-0.60	-0.78	-3.06	-0.49
45	-5.82	-0.41	0.11	3.09	-0.76	4.61	-1.53	-6.21	-9.12	-3.06
50	0.19	0.62	-1.20	8.90	2.13	9.22	-11.63	-11.99	10.37	-1.01
60	17.12	-11.00	-1.45	1.96	1.66	2.13	1.40	10.82	11.07	6.35
70	2.75	-25.24	2.22	15.56	-1.18	1.61	6.25	10.32	8.05	6.56
80	-108.25	26.28	15.17	0.00	-16.70	-1.67	3.36	4.61	-0.27	1.51
90	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-4.93	6.33	-4.24	-15.39	-4.56

第9表 タイヤ別の実験値に対する百分率

タイヤ $\beta$ (度)	$S_R$ (%)								$D$ (%)							
	4.00-7	4.00-9	4.00-10	4.00-12	5.00-12	6.00-12	8.00-12	平均	4.00-7	4.00-9	4.00-10	4.00-12	5.00-12	6.00-12	8.00-12	平均
0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-36.38	-9.62	-105.18	-91.96	-115.86	-147.71	-11.20	-73.99
5	-135.62	-29.48	-20.29	-173.88	-58.89	-1.72	-21.61	-63.07	-35.31	-12.39	-47.28	-66.07	-64.63	-111.91	-25.92	-51.93
10	-11.59	2.35	16.23	11.35	20.07	-2.62	7.16	6.14	-15.37	-86.55	-20.24	-15.08	-18.94	-32.20	-1.60	-27.14
15	11.34	2.50	6.09	8.92	11.20	1.81	1.86	6.25	6.18	4.09	-5.00	4.52	-11.21	-9.03	3.96	-0.92
20	5.33	-1.50	-2.58	1.03	3.74	-2.84	-4.18	-0.14	7.36	3.25	-0.12	-8.31	1.10	-4.73	3.46	0.29
25	-0.10	0.65	-5.32	-3.23	-9.59	-4.94	1.67	-2.98	2.11	0.41	1.25	-3.02	-4.93	-3.77	-11.27	-2.75
30	-3.16	0.84	-6.53	-8.80	-9.78	0.16	-2.65	-4.28	-0.47	9.25	-1.60	-3.12	-2.69	-8.10	-7.06	-1.97
35	-6.87	-0.74	-6.81	-9.80	-13.57	-8.82	-4.85	-7.35	-1.16	1.46	-0.95	-2.91	-3.53	-7.13	-7.27	-3.07
40	-4.68	1.64	-4.57	-8.56	-11.69	-8.75	-5.03	-5.95	-4.09	2.10	-0.49	-4.25	-5.01	-1.66	-3.12	-2.36
45	-4.78	2.00	-0.76	-4.09	-4.47	-16.58	-2.77	-4.49	-3.53	-2.31	-3.06	-1.08	3.25	0.13	-2.48	-1.30
50	-1.75	-1.47	2.13	-5.24	-7.42	-14.47	-5.08	-4.76	-7.39	-0.55	-1.01	1.21	0.31	3.90	0.70	-0.40
60	-3.81	-1.16	1.66	-0.77	-4.10	-10.74	-2.31	-3.03	-0.23	-2.92	6.35	-1.83	3.74	4.55	-0.02	1.38
70	-0.55	4.00	-1.18	-6.95	6.42	-34.26	-3.62	-5.16	-1.44	-2.95	6.56	2.22	2.93	7.22	1.58	2.30
80	5.15	-3.51	-16.70	12.36	27.75	40.05	4.62	9.96	6.60	-3.23	1.51	7.95	3.27	9.37	3.95	4.20
90	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	9.63	0.80	-4.56	9.30	9.73	11.82	8.25	6.42

イヤ接地長さ  $l$  の関係値であるため、これが車輪荷重によって  $l$  の値が変化するような小さな径のタイヤでは、その影響が大きいことを示している。しかしながら、タイヤ幅  $b$  の変化に対しては、 $C_2$  の値は  $b$  の関係値として存在しないので、 $C_2$  の値は変化しないものと判定される。

つぎに、タイヤ径別での  $R$ 、タイヤ幅別での  $\mu$ 、 $R$  は、いずれも  $F_1$  すなわち行間に有意差があることになるが、列間すなわち車輪荷重の大きさについては有意差がない。ここで、計算された値を検討してみると、タイヤ径別での  $R$  の  $F_1$  では、4.00-9の  $R$  の値がどの車輪荷重の場合をみても、他のタイヤ 4.00-7, 4.00-10, 4.00-12と比較してやや小さい値となっている。この4.00-9の値を除いて4.00-7, 4.00-10, 4.00-12の変量分析を行なうと  $F_1 = 1.557$  となる。このときの  $F_0$  は有意水準1%で  $F_0 = 18.000$  であるので  $F_0 > F_1$  を満足し、帰無仮説  $A_1 = A_2 = A_3$  は棄却されないことになる。また、タイヤ幅別での  $\mu$  の  $F_1$  では同様に5.00-12の  $\mu$  の値がどの車輪荷重の場合をみても、他のタイヤ 4.00-12, 6.00-12, 8.00-12の  $\mu$  の値よりも大きい、この5.00-12を除く他のタイヤについて同様に変量分析すると  $F_1 = 1.375$  となり、有意水準1%でこの仮説は棄却されない。タイヤ幅別の  $R$  の  $F_1$  についても同様に、8.00-12の  $R$  の値がどの車輪荷重の場合をみても、他のタイヤ 4.00-12, 5.00-12, 6.00-12の  $R$  の値よりやや小さい。この8.00-12を除く他のタイヤについて同様に変量分析すると  $F_1 = 6.233$  で、有意水準1%でこの仮説は棄却されないことになる。

このように検討すると、残された4.00-9の  $R$  の値、5.00-12の  $\mu$  の値、8.00-12の  $R$  の値は、他と異なった値として取扱われることになるが、このうち8.00-12の  $R$  の値については、4.00-12のタイヤをダブルにして使用しているので、特殊な存在として取扱ってもよいと考えられる。しかしながら、他の2つについては、測定あるいは読取りによって定誤差を含んでいるのでないかと想定され、この2つだけが他と異なる傾向をもつとは考えられない。

以上の結果を総合すると、 $C_2$  の値はタイヤの径の異なるとき、車輪荷重の大きさが大きくなると若干小さい値となるが、しかし、タイヤの幅は広がっても変わらない。また、 $\mu$ 、 $R$  の値はタイヤの径、幅、車輪荷重の大きさによってあまり変化しない。

自動車タイヤの場合、推奨荷重の50~150%の範囲は、コーナリングパワー（コーナリングフォース/横すべり

角）はほぼ一定であるので<sup>5)</sup>、コーナリング係数（コーナリングパワー/車輪荷重）は、車輪荷重の増加と共に減少することになる。また、タイヤ幅が大きくなっても、コーナリング係数は大体一定であると報告されている<sup>5)</sup>。 $C_2$  の値はこのコーナリング係数の要因を含むので、ここでの実験結果でも、この報告と同一の傾向を示している。

ここで、実験値の値から、 $C_2$  の値の最大値、最小値を実用範囲とすると、 $C_2 = 1.72 \sim 3.53$  となる。ただし、6.00-12,  $W = 247.0\text{kg}$  の  $C_2 = 6.21$  は前述のように、他と比較して非常に大きい値であるので除くことにする。 $\mu$ 、 $R$  の値についても同様に実用範囲として値を示すと、 $\mu = 0.63 \sim 0.71$ 、 $R = 0.043 \sim 0.086$  である。ここで問題となった5.00-12の  $\mu$  の値、4.00-9の  $R$  の値、8.00-12の  $R$  の値は除くことにする。

#### (iv) 横すべり角ごとの実験値に対する適合性

今までは計算値と実験値を総合的に検討したが、ここでは、各横すべり角における計算値と実験値の適合性を検討した。

すなわち、各実験条件ごとの各  $\beta$  について、実験値と計算値の差から実験値に対する百分率を求め、適合性の検討資料とした。その計算結果の一例を第8表に示す。ここで、実験値の測定誤差による許容百分率を $\pm 10\%$ とすると、この表から $\pm 10\%$ 以上の値を示すのは、 $S_R$  については、 $\beta$  が $5^\circ$ 、 $10^\circ$ 、 $80^\circ$ のときであり、適合性が悪いことになる。 $D$  については、 $\beta$  が $0^\circ$ 、 $5^\circ$ 、 $10^\circ$ のとき同様である。これはその角度において、 $S_R$  および  $D$  の実験値の絶対値が小さく、わずかの測定誤差が実験値に大きく影響することから、このような結果になったと考えられる。その他の  $\beta$  については、この百分率は $\pm 10\%$ 以下であり、実験値と計算値はよく一致していることになる。

これらの値を各実験条件について求め、その百分率を平均したものが第9表である。ここで平均で $\pm 10\%$ を超えるのは、 $S_R$  では  $\beta$  が  $5^\circ$ 、 $D$  では  $0^\circ$ 、 $5^\circ$ 、 $10^\circ$  であり、その他の  $\beta$  は $\pm 10\%$ 以下であるので、よく一致しているといえる。 $\pm 10\%$ 以上のときの  $\beta$  については第8表と同様のことがいえる。各タイヤについてみると、このうちでも $\pm 10\%$ 以下のときもあることから、測定の精度をさらに高めれば、良好な結果が得られるのではないかと予想される。

以上のことを総合して考察すると、(14)、(15)のコーナリングフォースと走り抵抗の計算値は十分その実験値と適合するものと考えられ、横すべり角  $0 \sim 90^\circ$  の広い範囲にわたって適用可能であると推察される。農耕用タ



イヤのコンクリート路面上の  $C_2$ ,  $\mu$ ,  $R$  の値は、それぞれ  $C_2 = 1.72 \sim 3.53$ ,  $\mu = 0.63 \sim 0.71$ ,  $R = 0.043 \sim 0.086$  であると想定される。

## V 摘 要

トラクタは、車輪回転面と進行方向とが一致しない、すなわち横すべりの状態で走行することが多い。このような状態でトラクタは安定走行を保持するので、車輪の横すべり特性をは握することが重要である。この目的のために、自動車タイヤの横すべり角  $10^\circ$  以下のコーナリング特性として用いられている E. Fiala の理論から、農耕用タイヤで、しかも横すべり角  $0 \sim 90^\circ$  の広範囲への適用性を検討した。

E. Fiala の理論では、サイドフォースは、タイヤ接地部を粘着域とすべり域に分け、応力が前者では直線的に増加し、後者になるとすべり摩擦係数  $\mu$  に移ると仮定して、その応力を接地長さで積分した値で得られる。その値が(11)で表わされ、 $C_2$  の値は(10)で示される  $C_1$  の係数である。サイドフォースの最大値  $S_m$  は横すべり角  $S_m$  のときであり、その値は(12), (13)に示される。

この理論を横すべり角  $0 \sim 90^\circ$  に適用させると、サイドフォースの値は、横すべり角  $\beta$  が  $0^\circ \leq \beta < \beta_m$  では(11)で、 $\beta_m \leq \beta \leq 90^\circ$  では  $S_m$  である。コーナリ

ングフォースと走り抵抗は、(14), (15)のようになるので、農耕用タイヤを使用した横すべりする転動車輪の実験装置を作成し、コンクリート路面上でその適合性を検討した。

その結果、コーナリングフォースと走り抵抗は、 $C_2 = 1.72 \sim 3.53$ ,  $\mu = 0.63 \sim 0.71$ , ころがり抵抗係数  $R = 0.043 \sim 0.086$  の範囲内で、実験値とよく一致することがわかった。したがって、その他の路面でも、(14), (15)は  $C_2$ ,  $\mu$ ,  $R$  の値を検討することによって適用できるものと推察される。

最後に、この研究を遂行するにあたり、計算にご協力を頂いた堀江昭彦事務官に厚く感謝の意を表す。

## 参 考 文 献

1. 田辺一・中尾清治・岩尾俊男：島根農科大学研究報告 15：32-38, 1967.
2. 安武国雄・藤本邦彦・市村芳雄・原田忠和：自動車技術 15(4)：156-161, 1961.
3. 前田行男：自動車技術 21(7)：655-660, 1967.
4. D. H. COOPER：Auto. Eng.：524-528, 1958.
5. 近藤政市：基礎自動車工学前期編養賢堂東京 1965 p. 178-211.
6. E. FIALA：Z. VDI 96(29)：973-979, 1954.

## Summary

When the tractor is used on a side slope field or travels along a curved path, the side force exists on the tires and it is useful to keep the steering stability of tractor.

A theoretical study of the development of the side force at small side slip angle on automobile tire was published by E. Fiala. In this paper, the applicability of its theory to the side force at any side slip angle between  $0^\circ$  and  $90^\circ$  on the tractor tires was investigated using the apparatus of two wheel cart.

Main results are as follows:

- (1) The maximum value of side force  $S_m = \mu W$  is obtained at the side slip angle  $\beta_m$  shown by the formula,

$$\beta_m = \tan^{-1} (3\mu/C_2)$$

where  $W$  is weight of tractor,  $\mu$  is coefficient of friction, and  $C_2$  is factor of cornering coefficient.

- (2) The relation between side force  $S$  and side slip angle  $\beta$  is assumed as follows: When  $0^\circ \leq \beta < \beta_m$ , the value of side force is

$$S = \left( C_2 \tan \beta - \frac{C_2^2}{3\mu} \tan^2 \beta + \frac{C_2^3}{27\mu^2} \tan^3 \beta \right) W$$

When  $\beta_m \leq \beta < 90^\circ$ ,  $S = S_m$ .

Using the chi-square criterion, the hypothesis, that the side force calculated on the base of these assumptions is equal to the testing value, is accepted at a level of 0.01.

- (3) From these results,  $C_2 = 1.75 \sim 3.53$ ,  $\mu = 0.63 \sim 0.71$ , and rolling resistance  $R = 0.043 \sim 0.086$  on the concrete road were calculated.