

圧縮-振動複合応力下における木材の 力学挙動と圧電現象

中井 毅尚

島根大学総合理工学部材料プロセス工学科

Mechanical Behavior and Piezoelectric Phenomenon of Wood under Combined Compression and Vibration Stresses

Takahisa NAKAI

Department of Material Science, Faculty of Science and Engineering, Shimane University

Abstract

This study investigated the relation between the piezoelectric voltage and microscopic fracture of a Hinoki (*Chamaecyparis obtusa* Endl.), in particular the deformation of the cross-sectional wall of the tracheid under combined compression and vibration stresses, and clarified the relation as described below.

1. The piezoelectric voltage-displacement (P - D) curve consisted of a linear region starting from the origin followed by a convex curved region. The linear region of the P - D curve was only about 60 percent of that of the load-displacement (L - D) curve.

2. By applying stresses to a specimen, the cross-sectional walls of the tracheid were deformed mainly at the radial walls. When a tracheid was regarded approximately as a hexagonal prism, the elastic buckling stress of the cross-sectional wall of the tracheid was estimated from SEM images and our method based on a modification of the Gibson and Ashby method. As a result, it was estimated that the elastic buckling stress of a radial wall of tracheid was only about 80 percent of the stress at the proportional limit of the P - D curve.

3. It is found that there are two consecutive regions before proportional limit of the P - D curve: one is the region up to the spot where the radial cell wall generates the elastic buckling, and the other is the region starting from the end of the above region up to the proportional limit of the P - D curve.

4. The P - D curve changed from the linear-elastic region to the convex curved region as soon as a radial wall of the tracheid generated an elastic buckling. A maximal point on the convex curve was observed. The maximal point of the P - D curve coincides with the proportional limit of the L - D curve. After reaching the proportional limit of the L - D curve, the piezoelectric voltage decreased gradually. The L - D curve after the maximal point increased curvedly and shifted toward the plateau part caused by the buckling fracture of the specimen.

5. It was supposed that the peak of the P - D curve which appeared in the nonlinear region was the piezoelectric polarization which is caused by the non-uniform local strain.

Key words: combined compression and vibration stresses, piezoelectric voltage, cross-sectional wall of tracheid, elastic buckling stress

1. はじめに

木材の圧電現象は、主に木材中のセルロース結晶に起因して起こる現象である。しかしセルロース分子は木材中において単体で存在しているわけではなく、多数のセルロース分子鎖がヘミセルロースとリグニン等と共に繊維状構造物、すなわちマイクロフィブリルを構成している。また、細胞壁はこれらマイクロフィブリルの骨組構造物である。つまり、木材の変形過程における圧電気出力の増減は、細胞壁の動的な変形に起因して発生するものと予想できる。従来、木材の圧電現象に関する研究は、主に微小荷重下で小試験片を用いた物性面からのアプローチが多く、破壊、特に組織構造の変形挙動との関連性を述べた研究は非常に少ない。そこで本研究では、繊維方向と負荷方向とのなす角が 45° の試験体を用いて圧縮-振動複合応力試験を行い、弾・塑性領域における圧電気挙動を明確にすることを試みた。また、圧電気出力-変形曲線に着目し、これと荷重-変形曲線との対応関係、および仮道管断面壁の変形の様子との対応関係も詳しく調べた¹⁻²⁾。

2. 実 験

Fig. 1 に示すように、試験体の外形寸法は長さ ; 6.0 cm, 幅 ; 0.5 cm, 厚さ ; 1.0 cm のヒノキ (*Chamaecyparis obtusa* Endl.) 材を用いた。試験体の長軸方向と繊維方向とのなす角度が 45° のまさ目面を電極面とし、観察面は電極面の側面とした。電極は試験体の相対するまさ目面の中央に、白金を $0.75 (1.5 \times 0.5) \text{ cm}^2$ の面積に真空蒸着し、この電極にリード線として長さ 4 cm, 幅 0.2 cm, 厚さ 0.01 cm の銀箔を導電性樹脂材料により接着した。これらの試験体は 24 hr. 真空乾燥を行い、 P_2O_5 入りのデシケータ内で調整し、測定に供した。観察直前、及び観察直後の含水率はそれぞれ 5.7%, 3.5% であった。試験体の比重の平均値は 0.43 であった。

電極から検出した圧電気出力は、1/3 オクターブ、バンドパスフィルター (入力インピーダンス ; 10 M Ω) により余分なノイズを取り除き、AC-DC コンバーター内蔵の微小交流電圧計に出力した。得られた圧電気出力 (荷重, 変位) のデータは、積分時間 100 ms のデータアキュジションコントローラーに取り込み、さらにパーソナルコンピュータへ記憶させた。

なお、試験体への負荷、および変形過程の観察には、油圧制御式材料試験機 (サーボパルサー, 最大容量 : $\pm 500 \text{ kgf}$) を組み込んだ走査電子顕微鏡 (WET-SEM) を用いた。試験体へは下式に示すような複合応力を負荷した。すなわち、初期荷重として $F_0 = 2 \text{ kgf}$ を負荷し、続いて、周波数 $f = 30 \text{ Hz}$, 振幅 $a = 2 \text{ kgf}$ の振動荷重を負荷し、最後に負荷速度 $a_0 \approx 0.1 \text{ kgf/s}$ の静的圧縮荷重を負荷した。

$$F = F_0 + a \sin(\omega t) + a_0 t, \quad (1)$$

ただし、 t ; 負荷後の経過時間, ω ; 角速度 ($2\pi f$) である。

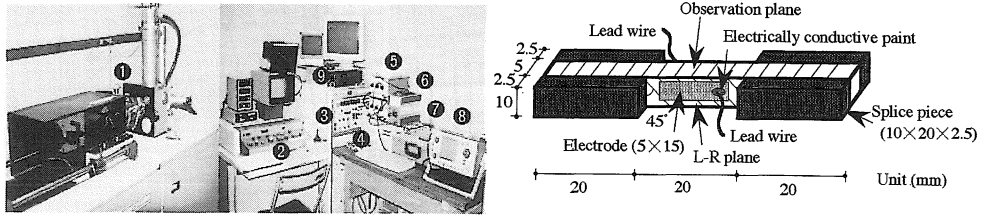


Fig. 1. The measurement system of piezoelectric voltage (load, displacement) and example of the mounting of a test specimen.

Legend: ①: Testing machine (Servo pulser), ②: Controlled panel of SEM, ③: Controlled panel of the testing machine, ④: Personal computer for recording the output values, ⑤: 1/3 octave band pass filter of input impedance 10 MΩ, ⑥: Highly sensitive alternating current voltmeter built-in AC-DC converter, ⑦: Data acquisition controller, ⑧: Storagescope, ⑨: Video recorder.

Note: The observation plane of the SEM is on the side plane of the L-R plane.

3. 結果と考察

実験より得られた典型的な圧電気出力 (P), 荷重 (L)-変形 (D) 曲線を Fig. 2(A), (B) に例示した. 図から明らかのように, P - D 曲線は変形量の大小により 2 つの領域 (Zone A, Zone B) に大別される. さらに Zone A は 3 つの領域, A_1, A_2, A_3 , に大別される. すなわち初期直線領域 (A_1), それに続く上に凸な曲線増加部 (A_2), および減少部 (A_3) である. それ以降は試験体が破断するまで漸減するもの (A) と, 幾つかのピークを示すもの (B) とに分けられる. 以下に P - D 曲線の線形弾性領域, および非線形領域について各々 SEM 観察画像, Photo (a)~(e), をもとに詳しく述べる.

3.1 線形弾性領域

P - D 曲線の初期直線部を近似的に直線とみなして直線回帰を行い, 比例限度圧電気出力を決定し, そのときの荷重の値を L_{P-D} とした. また, L - D 曲線に対しても同様な操作を行い, 得られた比例限度荷重を L_{L-D} とした. これらをプロットすると Fig. 3 が得られ, それらの間には次式

$$L_{P-D} = 0.58 \cdot L_{L-D}. \quad (2)$$

が成り立った. すなわち, P - D 曲線の比例限度荷重は, L - D 曲線のその 60% に過ぎず, それ以降, L - D 曲線の比例限度点まで曲線的に増加することが明らかとなった. この間での SEM 画像を例示すると Fig. 2 の Photo. (a) の通りである. すなわち複合応力を受けることにより仮道管断面壁は曲げの力を受け, 座屈変形を起こすが, き裂や破壊は認められない.

ここで, 仮道管断面壁の線形弾性座屈応力を概算することを試みた. SEM 観察の結果から, 本研究で用いた試験体の仮道管の断面形状は, 六角形が支配的で, 四角形がわずかに観

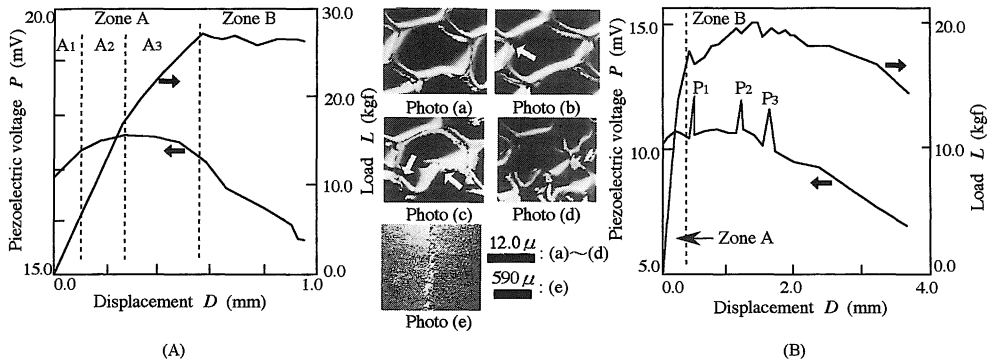


Fig. 2. Examples of piezoelectric voltage and load-displacement curves and SEM images of a cross-section of tracheid deformed after applying the combined compression and vibration stresses.

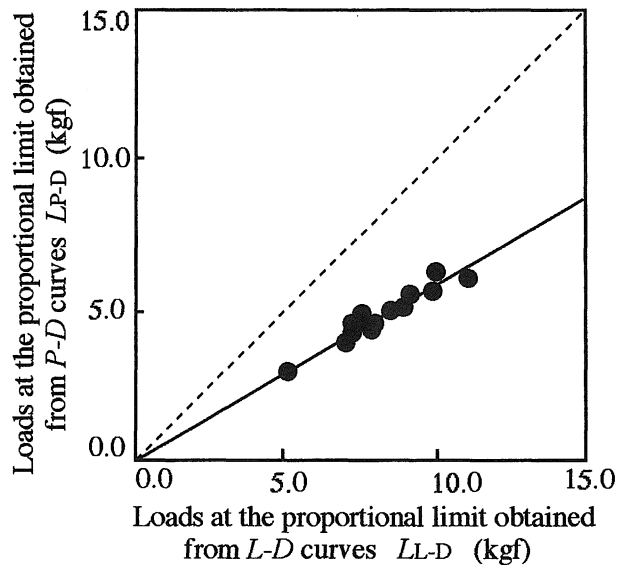


Fig. 3. Comparison of L_{P-D} and L_{L-D}
 Legend: —: Regression line, $L_{P-D} = 0.58 \times L_{L-D}$ ($R = 0.98$).

察できた。従来の研究では仮道管の断面形状を表す細胞モデルとしては、円形、四角形、六角形モデル等が提案されてきた。本研究では、SEM観察の結果をもとに、また解析をより簡単にするために、仮道管断面形状は六角形のみとした。すなわち、Fig. 4(a)に示すように、試験体の仮道管をすべて六角柱と仮定した。本研究で用いた試験体のSEM観察画面では、Fig. 4(a)に示す六角柱の断面(T-R面)に対して45度の角度をもった面が、観察され

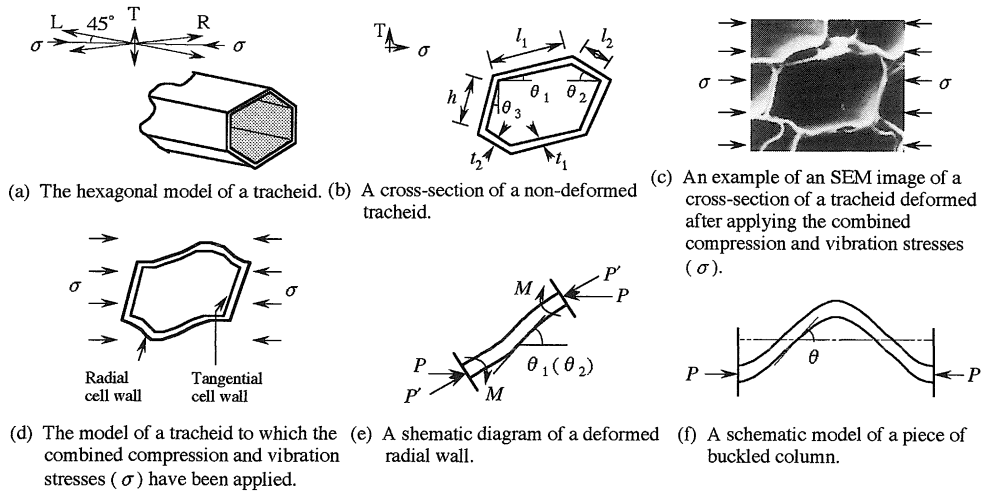


Fig. 4. The deformation of a cross-section of a tracheid.

Legend: l and h : Lengths of the radial and tangential cell wall, respectively, t : Thickness of the cell wall, P : Compression load, P' : Component force of P , M : Bending moment.

ている。ここでは Fig. 4(b)に示すような六角形の断面で近似した。試験体に圧縮-振動複合応力 σ を加えると、仮道管の断面壁が Fig. 4(c)に示すように主に半径壁においてのみ変形した。Fig. 4(c)を模式的に示すと Fig. 4(d)の通りである。複合応力 σ により、長さ l_1 、および l_2 の各々の一組の半径壁が曲げの力を受ける。複合応力 σ を受けた半径壁の拡大図を Fig. 4(e)に示した。つり合い条件より、半径壁に垂直な応力成分は零でなければならない。一方、接線壁に垂直な応力成分 P は次式

$$P = \frac{A}{2} \cdot \sigma = (h \cdot \cos \theta_3 + 2 \times l_1 \cdot \sin \theta_1) \cdot w \cdot \sigma \quad (l_1 \cdot \sin \theta_1 = l_2 \cdot \sin \theta_2) \quad (3)$$

で表される。ここで、 A は Fig. 4(b)に示したモデルの側面積であり、 l と h は半径壁および接線壁の長さであり、 t と w は半径壁の厚さと幅（六角柱の高さ）の長さである。また、Fig. 4(e)に示すように、半径壁に作用する応力 P の分力 P' は次式

$$P' = \frac{P}{\cos \theta} \quad (4)$$

で表される。もし、Fig. 4(e)に示す半径壁が Fig. 4(f)に示すような両端を固定された柱であると仮定すると、弾性線法を用いて得られるオイラーの座屈応力は次式

$$P_{\text{Euler}} = \frac{n^2 \pi^2 E_t I}{l^2} \quad (5)$$

で定義される．ここで， E_t は次式

$$E_t \simeq \frac{E}{\rho^k} \simeq \frac{E}{1.50^{0.997}} \quad (6)$$

から算出された半径壁のヤング率である³⁾．ただし， k ：山井の実験結果⁴⁾をもとに大釜³⁾が算出した形状係数である．また，近隣細胞間の拘束条件を与える，端部拘束因子 n は次式⁵⁾

$$n = \frac{2\psi^*}{\pi} \quad (7)$$

によって定義されている．なお， ψ^* は次式

$$\tan \psi = \frac{2l}{h\psi} \quad (8)$$

の解である．すなわち，以下の関係式

$$\frac{2l}{h} = \psi \tan \psi \simeq \psi \cdot \frac{\psi - \frac{\psi^3}{3!} + \frac{\psi^5}{5!}}{1 - \frac{\psi^2}{2!} + \frac{\psi^4}{4!}} = \frac{120\psi^2 - 20\psi^4 + \psi^6}{120 - 60\psi^2 + 5\psi^4} \quad (8)'$$

から ψ を算出することになる．ただし得られた解は上記の 6 次方程式から求めた近似解である．これらの関係から弾性座屈応力 $\sigma_{cal.}$ は次式

$$\sigma_{cal.} = \frac{n^2 \pi^2 t^3 \cos \theta_1}{12l_1^2 (h \cos \theta_3 + 2l_1 \sin \theta_1)} \cdot \frac{E}{1.50^{0.997}} \quad (9)$$

で算出できる．この式を用いて算出した $\sigma_{cal.}$ を P - D 曲線の比例限度点における応力 σ_{P-D} に対してプロットしたところ Fig. 5 が得られた．なお，(9)式中の各係数には NIHImage 1.55 によって測定した仮道管断面形状の実測値を代入している．Fig. 5 から明らかなように，これらの間には直線関係が成り立ち，近似的に次式

$$\sigma_{cal.} = 0.83 \cdot \sigma_{P-D} \quad (10)$$

で表せる．(2)および(10)式より， L - D 曲線における比例限度荷重の約半分の値で半径壁は弾性座屈を起こしていることが分かる．また(10)式から，半径壁の弾性座屈応力は σ_{P-D} の 8 割程度であることが分かる．すなわち，半径壁が座屈して間もなく P - D 曲線は線形弾性領域から上に凸な曲線領域へと移行すると予測される．

なお，放射柔細胞の座屈が仮道管半径壁の座屈の引き金になる，という顕微鏡観察結果をもとにした仮定のもとに，木材セル構造の変形を数値化した解析も安藤等⁶⁾により行われている．報告の中で安藤等は，今後さらにデータの蓄積が望まれるものの放射柔細胞の影響は，仮道管半径壁の座屈変形同様無視できない，と結論づけている．本研究では放射柔細胞

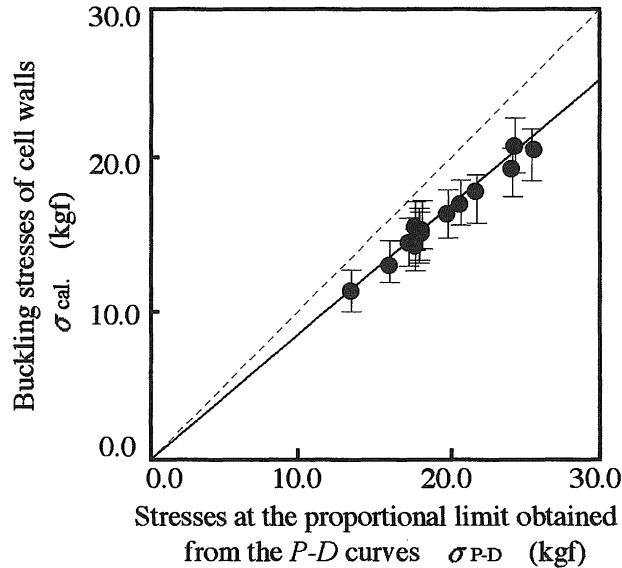


Fig. 5. Comparison of $\sigma_{cal.}$ and σ_{P-D} .
 Legend: ●: Averaged value of one test specimen, |—|: Upper and lower values of the standard deviation, —: Regression line, $\sigma_{cal.}=0.83 \times \sigma_{P-D}$ ($R=0.97$).

の影響は便宜的に無視して解析を進めたが、今後、より顕微鏡観察結果にもとづいた変形挙動の数値化をする場合には、それらの影響も十分検討しなければならない。

3.2 非線形領域

前項の計算より明らかなように、Fig. 2のA₁の領域では、この領域の約8割程度で仮道管半径壁は弾性座屈を起こすが、P-D曲線はなおも直線領域であることが分かった。その後A₂の領域に入り、Fig. 2のPhoto (a)に示すように半径壁の変形がさらに進み、P-D曲線は直線領域から上に凸な曲線領域へと移行し、極大点へ到達する。この極大点付近は、L-D曲線ではちょうど曲線の比例限度点にあたる。その後A₃の領域に入ると、Fig. 2のPhoto (b)の矢印で示すように、コーナー部においてき裂が認められ始める。このときPは変形の進行と共に徐々に漸減傾向となる。またこの時L-D曲線は曲線的に増加する。さらにFig. 2のPhoto (c), (d)に示すように半径壁の変形が進行し、半径壁が押しつぶされる。このとき各々の曲線はZone Bへと移行する。すなわちL-D曲線ではプラトー部となる。この破壊がFig. 2のPhoto (e)に示すように、年輪界に沿って試験体幅方向全体に進行する場合には、Fig. 2(B)に示すように明確なピーク（例えばP₁）が現れる。このピークの発現理由としては以下の不均一場の音波の伝播理論^{7,8)}から説明できる。すなわち、圧電効果は線形効果であり、力学量と電気量の双1次結合が結合エネルギーを与えている。つまり、無限小ひずみ

$$u_{jk} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial a_j} + \frac{\partial u_j}{\partial a_k} \right) \quad (11)$$

を考えて、分極は次式

$$P_i = \alpha_{ijk} \cdot u_{jk} \quad (12)$$

で定義される。一方、力学量と電気量とが各々のべきの積で結合項が表されている場合には、高次の電気・力学結合が生じる。すなわち、非線形効果を考慮に入れ、ひずみに関して一次の効果のみならず高次の効果を加味する必要が現れる。つまり、有限ひずみ

$$u_{jk} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial a_j} + \frac{\partial u_j}{\partial a_k} + \frac{\partial u_i}{\partial a_j} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial a_k} \right) \quad (13)$$

を用いて分極は次式

$$P_i = \alpha_{ijk} \cdot u_{jk} + \beta_{ijkl} \cdot \frac{\partial^2 u_l}{\partial a_j \partial a_k} \quad (14)$$

で表される。従って、対称中心がある材料（近似的に木材はそうみなされている）においても、不均一なひずみが発生すれば上式の第2項が残るため圧電分極が生じることになり、本研究のピークのような形で現れたと解釈できる。

4. お わ り に

木材研究の中で最も基礎的知見として把握しなければならない木材セル構造と力学挙動との関係に関する研究は、木材組織構造の複雑さ、及び破壊形態の複雑さから、一般解的な結論が出しづらいため単発的なものが多く、非常に研究が遅れていた。しかし近年、測定機器等ハード面の進歩に伴い、上記のような試みも可能になり、より理論計算との相関性を確認する手法が確立されつつある。今後これらの成果をもとに、木材セル構造の変形挙動をより明確に把握すると共に、試料の寸法効果をも含めた微小変形から大変形までの広範囲に及ぶ変形挙動、およびその発現機構が明確にされていくと思われる。

参 考 文 献

- 1) Nakai, T., Naoyasu I., Kose A. (1998): Piezoelectric Behavior of Wood under Combined Compression and Vibration Stresses I. Relationship between piezoelectric voltage and microscopic deformation of a Sitka Spruce (*Picea sitchensis* Carr.), *Journal of Wood Science*, **44**(1): 28-34.
- 2) Nakai, T., Ando K. (1998): Piezoelectric Behavior of Wood under Combined Compression and Vibration Stresses II. The effect of the deformation of cross-sectional wall of tracheid on changes in piezoelectric voltage in linear-elastic region, *Journal of Wood Science*, **44**(4): 255-259.
- 3) 大釜敏正, 山田 正 (1971): 木材の多孔体構造と緩和弾性率, *材料*, **20**(218): 1194-1200.

- 4) 山井良三郎 (1955) : 木材の圧縮異方性に関する研究, 林業試験場研究報告, **113**: 69-70.
- 5) Gibson, L. J., Ashby, M. F. (1993): *Cellular Solids -Structure and properties*, Cambridge University Press, UK: 101-110.
- 6) 安藤幸世 (1998) : ハニカム細胞構造体としての木材の横圧縮変形挙動, 第47期日本材料学会学術講演会講演梗概集, 名古屋 : 129-130.
- 7) Kogan, Sh. M. (1963): Piezoelectric Effect during Inhomogeneous Deformation and Acoustic Scattering of Carriers in Crystals, *Soviet Physics -Solid state*, **5** (10): 2069-2070.
- 8) 池田拓郎 (1984) : 圧電材料学の基礎, オーム社, 東京 : 21-23.