

ねじり試験による木材のせん断弾性係数の 測定Ⅱ 幅変動法の検討

吉原 浩*

*島根大学総合理工学部材料プロセス工学科

Measurement Method of the Shear Modulus of Wood by Torsion Test II.
Examination of the Width-Variation Method.

Hiroshi YOSHIHARI

Faculty of Science and Engineering, Shimane University

In this paper, the measurement method of shear moduli using the plural specimens with different aspect ratios, namely width-variation method, was examined by comparing the moduli obtained from the torsional moment-shear strains relations of single specimens.

Sitka spruce (*Picea sitchensis* Carr.) and konara (Japanese oak, *Quercus serrata* Murray) were used for the specimens. Specimens were cut with various angles between the grain direction and an axis of geometrical symmetry, which was defined as "grain angle ϕ ". Specimens on which strain gauges were bonded were twisted around the radial direction. Shear moduli on the side planes were obtained by the torsional moment-shear strain relations and the torsional moment-torsional angle relations of plural specimens. These shear moduli obtained by the different procedures were compared with each other, and following results were obtained.

(1) When the grain angle ϕ was in the range near around 45 degrees, the shear moduli were obtained properly by the both methods because the specimen was nearly isotropic.

(2) When the grain angle ϕ approached to 0 degrees, the shear modulus of spruce was obtained properly. Nevertheless, the shear modulus of konara was not given by the width-variation method properly because the shear modulus on the plane with large stiffness varied by the variance of shear modulus on the plane with small stiffness.

Key words: shear modulus, torsion test, orthotropy.

(和文概要)

試験体の断面寸法を変化させてねじりモーメント-相対ねじり角の関係を複数求め、直交異方性矩形棒のねじりの微分方程式の解に含まれる2つのせん断弾性係数を分離する方法(幅変動法)から得られたせん断弾性係数の妥当性を、ねじりモーメント-せん断ひずみ関係から得られたせん断弾性係数と比較することにより検討した。

試験にはシトカスプルース(*Picea sitchensis* Carr.)およびコナラ(*Quercus serrata* Murray)の矩形棒を用いた。繊維方向と幾何学主軸間のなす角(繊維傾斜角 ϕ)を変化させることによってせん断力はたらく面の異方性の程度をさまざまに変化させた。これらの試験体の側面にひずみゲージを貼付し、

半径方向を中心軸としてねじった。1本の試験体から得られたせん断弾性係数と、異なる断面寸法をもつ2つ以上の試験体のねじりモーメント-相対ねじり角の関係から計算されたせん断弾性係数を比較し、後者の方法すなわち幅変動法の妥当性を検討した。結果を以下に示すと、

(1) ϕ が 45° に近い範囲では、材料が等方体に近いため、既往の結果と同様いずれの方法でも精度よくせん断弾性係数を求めることができた。

(2) ϕ が 0° に近い場合、スプールのせん断弾性係数は幅変動法で比較的正確に与えることができた。一方コナラのせん断弾性係数は幅変動法であまり正確に得られなかった。これは、剛性の大きい側面のせん断弾性係数が剛性の小さい側面の影響をより受けやすく、剛性の小さい側面から得られる情報のわずかな変動でも大きく変化したこと起因すると考えられた。

キーワード：せん断弾性係数，ねじり試験，異方性

1. 緒 言

ねじり試験で木材のせん断弾性係数を測定することについて、既報のいくつかでひずみゲージを測定したい面の中央に貼付し、ねじりモーメント-せん断ひずみ関係からせん断弾性係数を測定する方法を提案してきた¹⁻³⁾。しかし、この方法は測定する材料が均質であるという前提が必要であり、たとえば積層材や合板のように面内で不均質が存在するような材料全体のせん断弾性係数を測定することはできない。このような材料のせん断弾性係数を測定する場合、試験体の断面寸法を変化させてねじりモーメント-相対ねじり角の関係を複数求め、直交異方性矩形棒のねじりの微分方程式の解に含まれる2つのせん断弾性係数を分離する方法（以下、董らの定義にしたがい幅変動法とする⁴⁾）が用いられる。

本研究では、この幅変動法から得られたせん断弾性係数の妥当性を、ねじりモーメント-せん断ひずみ関係から得られたせん断弾性係数と比較することにより検討した。

2. 理 論

2.1 1本の矩形棒からせん断弾性係数を求める方法

Fig. 1にねじり試験の模式図を示す。ここでは xyz 座標系をそれぞれ材料の異方性主軸方向にとり、 x, y, z 軸をそれぞれ木材の接線方向（T方向）、半径方向（R方向）および繊維方向（L方向）とする。一方、 XYZ 座標系を材料の幾何学主軸にとり、Fig. 1のように z 軸と Z 軸のなす角を ϕ する。 Z 軸方向および X 軸方向の長さをそれぞれ a, b とし、ねじりモーメントを y （ Y ）軸を中心軸としてねじりモーメント M を負荷する。このとき、 XY 平面の中央には以下の式で示されるせん断応力がはたらく。

$$\begin{cases} \tau_{XY} = \frac{M}{ab^2k} \cdot \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \cdot \left\{ \cosh \frac{(2n-1)\pi a}{2b} \sqrt{\frac{G_{YZ}}{G_{XY}}} \right\}^{-1} \right] \\ \tau_{YZ} = \frac{M}{ab^2k} \cdot \left[-\frac{8}{\pi^2} \sqrt{\frac{G_{YZ}}{G_{XY}}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^2} \cdot \tanh \frac{(2n-1)\pi a}{2b} \sqrt{\frac{G_{YZ}}{G_{XY}}} \right] \end{cases} \quad (1)$$

ここで G_{XY} および G_{YZ} は XY 平面および YZ 平面のせん断弾性係数である。また、 k は以

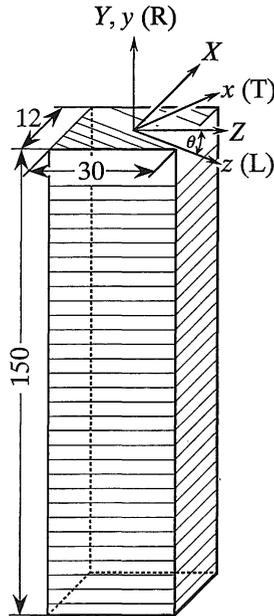


Fig. 1. Diagram of torsional-testing specimens (unit: mm).

下の式で表される.

$$k = \frac{1}{3} - \frac{2b}{a} \sqrt{\frac{G_{XY}}{G_{YZ}}} \left(\frac{2}{\pi}\right)^5 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^5} \tanh \frac{(2n-1)\pi a}{2b} \sqrt{\frac{G_{YZ}}{G_{XY}}} \quad (2)$$

XY , YZ 平面中央のせん断ひずみをそれぞれ γ_{XY} , γ_{YZ} とすると, せん断弾性係数 G_{XY} , G_{YZ} は以下のように表すことができる.

$$\begin{cases} G_{XY} = \frac{\tau_{XY}}{\gamma_{XY}} = \frac{k_{XY}}{ab^2k} \cdot \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \cdot \left\{ \cosh \frac{(2n-1)\pi a}{2b} \sqrt{\frac{G_{YZ}}{G_{XY}}} \right\}^{-1} \right] \\ G_{YZ} = \frac{\tau_{YZ}}{\gamma_{YZ}} = \frac{k_{YZ}}{ab^2k} \cdot \left[-\frac{8}{\pi^2} \sqrt{\frac{G_{YZ}}{G_{XY}}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^2} \tanh \frac{(2n-1)\pi a}{2b} \sqrt{\frac{G_{YZ}}{G_{XY}}} \right] \end{cases} \quad (3)$$

ここで, k_{XY} および k_{YZ} はねじりモーメント-せん断ひずみ関係 (M - γ_{XY} , M - γ_{YZ} 関係) の弾性領域における傾きを示す. 試験体の XY および YZ 平面の中央にひずみゲージを貼付してねじることにより k_{XY} および k_{YZ} の値が得られる. これらの値を式(3)に代入し, 逐次近似法により各面のせん断弾性係数を得ることができる¹⁾.

2.2 幅変動法

ひずみゲージを用いてねじり試験を行う場合, 材料が均質であるという前提が必要であ

る。したがって、積層材や合板のような1つの面内に材質の分布が存在する場合、前述したような方法を用いることはできない。そこで、2つのせん断弾性係数を効果的に分離するには、断面寸法比の異なる試験体のねじりモーメント-ねじり角関係を測定する⁴⁻¹¹⁾。以下、その方法について述べる。

材料が弾性状態を保っていれば、ねじりモーメント M は相対ねじり角を用いて以下のように表される。

$$M = G_{XY} \theta a^3 b k \quad (4)$$

したがって、せん断弾性係数 G_{XY} は以下のように表せる。

$$G_{XY} = \frac{1}{a^3 b k} \cdot \frac{M}{\theta} \quad (5)$$

式(2)に示されるように、 k にはせん断弾性係数 G_{XY} と G_{YZ} が含まれているので、これを互いに分離する必要がある。そのためには、異なる断面寸法をもつ2つ以上の試験体を用いて M - θ 関係を求め、逐次近似法により G_{XY} と G_{YZ} を互いに分離する。ここでは、董らの定義にしたがい幅変動法と呼び、幅変動法によって得られたせん断弾性係数を G_{XY}^b とする。

3. 実 験

実験にはシトカスプルー (*Picea sitchensis* Carr.) およびコナラ (*Quercus serrata* Murray) を用いた。Fig. 1 のように、ねじり軸が試験体の半径方向と一致するように試験体を切り出し、試験体の長さは 150 mm とした。また、繊維傾斜角 ϕ は 0° から 90° まで 15° 間隔とした。試験体は1つの実験条件で5体とした。

せん断ひずみを測定するために、試験体の側面 (XY 平面および YZ 平面) 中央に直交2軸のひずみゲージ (東京測器 FCA-2-11, ゲージ長 = 2 mm) を、ねじりの中心軸とゲージの軸が 45° となるように貼付した。この試験体を、手動式のねじり試験器に取り付けてねじり、ねじりモーメント M とせん断ひずみ γ_{XY} および γ_{YZ} の関係を得た。 M - γ_{XY} 関係および M - γ_{YZ} 関係の弾性域の傾き k_{XY} , k_{YZ} を式(3)に代入し、各繊維傾斜角に対応するせん断弾性係数 G_{XY} および G_{YZ} を求めた。

一方、 M - γ_{XY} 関係および M - γ_{YZ} 関係同様に、ねじりモーメント M -相対ねじり角 θ の関係も得た。前述したように、幅変動法でせん断弾性係数を求めるには、断面寸法比の異なる2つ以上の試験体のねじりモーメント-ねじり角関係が必要である。ここで、繊維傾斜角 ϕ 試験体と繊維傾斜角 ($90^\circ - \phi$) の試験体は、互い断面寸法比の異なる同種の試験体であると考えて差し支えない。そこで、同じ繊維傾斜角を持つ各試験体のねじり剛性 (M/θ) を平均し、 $\phi = 0^\circ$ と 90° , 15° と 75° , 30° と 60° の M/θ 値を互いに用いることによって、各繊維傾斜角に対応するせん断弾性係数を求めた。また、 $\phi = 45^\circ$ の試験体については、式(2)の G_{XY} を G_{YZ} と等しいとしてせん断弾性係数を求めた。

Table 1 Shear moduli in the planes of orthotropic symmetry.

Species	G_{xy}	G_{yz}
Spruce	770	9200
Konara	2800	9200

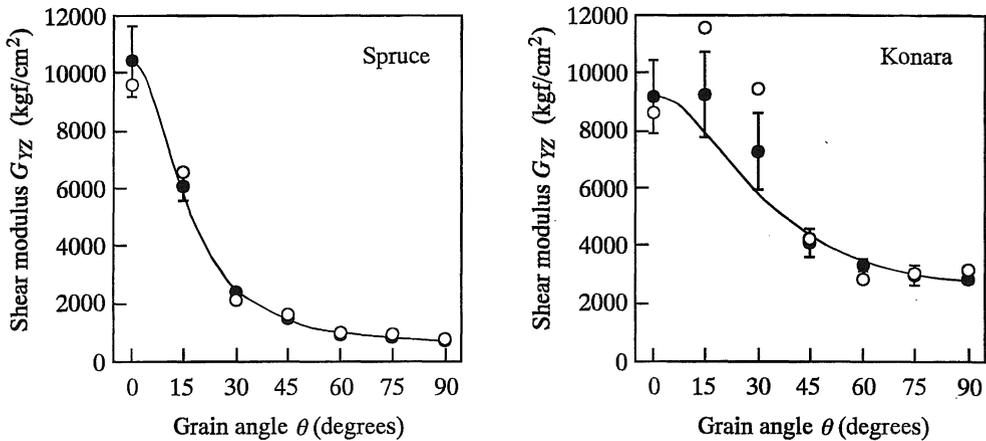
Unit: kgf/cm².Note: Suffixes $x, y,$ and z represent the tangential, radial, and longitudinal directions, respectively.

Fig. 2. Shear moduli corresponding to the grain angles.

Legend: Black dot: Obtained by bonding two strain gages, White dot: Obtained by the aspect ratio variation method, Solid line: Obtained by the tensor transformation rule.

ひずみゲージを貼付することによって得られたせん断弾性係数と幅変動法で得られたせん断弾性係数の値を比較し、幅変動法の妥当性を検討した。

4. 結果および考察

Table 1 に各樹種の木口面およびまさ目面のせん断弾性係数 G_{xy} , G_{yz} の値を示す。また、Fig. 2 にねじりモーメント-せん断ひずみ関係から得られた XY 平面のせん断弾性係数および幅変動法から得られたせん断弾性係数と繊維傾斜角の関係および、以下に示す Cauchy の変換則を用いて予測した各繊維傾斜角に対応するせん断弾性係数を示す。

$$G_{XY} = \frac{G_{xy}G_{yz}}{G_{yz} \cos^2 \phi + G_{xy} \sin^2 \phi} \quad (7)$$

Fig. 2によると、スプルスの方は、いずれの方法でも的確にせん断弾性係数を求められている。これに対し、コナラの方は繊維傾斜角が小さい領域 ($\phi=15^\circ$ および 30°)、すなわち剛性の大きい側面ですべての場合も式(7)で予測される値と差が存在している。この差の原因は、剛性の大きい側面のせん断弾性係数が、剛性の小さい側面の影響をより受けやすく、剛性の小さい側面から得られる情報のわずかな変動でも大きく変化したことに起因すると考えられる。したがって、2つの面のせん断弾性係数を幅変動法で的確に予測するには、剛性の大きい側面の面積をより大きくして $b/a \cdot \sqrt{G_{XY}/G_{YZ}}$ の値をできるだけ1に近づけ、ねじりモーメントに与える影響を大きくする必要があると考えられる。ただし、既報に示したように、断面寸法比を著しく大きくした場合、ねじり軸方向の拘束効果がせん断弾性係数の値に影響を与えることに注意しなければならない。

5. 結 論

シトカスプルス (*Picea sitchensis* Carr.) およびコナラ (*Quercus serrata* Murray) を、さまざまな繊維傾斜角をもつように切り出し、側面の異方性を变化させた矩形棒をねじることによってせん断弾性係数を求めた。

側面のせん断弾性係数の差が著しい場合、幅変動法で求められたせん断弾性係数の値は剛性の大きい方で不正確になる可能性がある。したがって、剛性の大きい側面の面積をなるべく大きくする必要がある。

引 用 文 献

- 1) Yoshihara, H. and Ohta M. (1993): *Mokuzai Gakkaishi*, **37**, 511-516.
- 2) Yoshihara, H. and Ohta, M. (1996): *Bull. Tokyo Univ. Forest*, **95**, 77-83.
- 3) 吉原 浩, 太田正光 (1998): 鳥大総理工紀要 A, **32**, 185-191.
- 4) 董 宝库ほか4名 (1995): 木材学会誌, **10**, 887-894.
- 5) Horig, H. (1933): *Ing.-Arch.*, **4**, 570-576.
- 6) 金 俊三 (1948): 北大工集報, **1**, 144-156.
- 7) 沢田 稔, 石川知子 (1959): 北大農演報, **20**, 153-173.
- 8) Lempriere, B. M. and others (1969): *AIAA J.*, **7**, 2341-2342.
- 9) Sumsion, H. T. and Rajapakse, Y. D. S. (1978): *Proc. Int. Confer. Compos. Mater. New York*, 994-1002.
- 10) 鈴木直之, 大河平行雄 (1986): 三大農学報, **68**, 41-49.
- 11) Janowiak, J. J. and Pellerin, R. F. (1992): *Wood Fiber Sci.*, **24**, 392-400.