

# ねじり試験による木材のせん断弾性係数の 測定の簡略化Ⅱ 木口面のせん断弾性係数の測定

吉原 浩\*・太田 正光\*\*

\*島根大学総合理工学部材料プロセス工学科

\*\*東京大学農学生命科学研究科

Simplification of the Measurement Method of the Shear Modulus of Wood by Torsion Test II.  
Measurement of the Shear Modulus on the Radial-Tangential Plane

Hiroshi YOSHIHARA and Masamitsu OHTA

\*Faculty of Science and Engineering, Shimane University

\*\*Faculty of Agricultural Science, The University of Tokyo

(Received September 18, 1998)

## ABSTRACT

In a previous paper, we suggested that the shear moduli of the LT-(longitudinal-tangential) plane or LR-(longitudinal-radial) plane can be measured approximately from one torsional moment-shear strain relationship. This measurement method, however, cannot be applied for the specimen with a strong orthotropy between the planes along the torsional axis, and we thought that the shear modulus of the RT-(radial-tangential) plane cannot be given properly by this approximation method. In this paper, hence, we examined the feasibility in measuring the shear modulus of the RT-plane only from the torsional moment-shear strain relationship of the RT-plane.

Sitka spruce (*Picea sitchensis* Carr.) and Konara (Japanese oak, *Quercus serrata* Murray) were used for the specimens. These specimens were twisted along the radial direction. Shear moduli on the side planes were calculated by substituting the torsional moment-shear strain relationships at the side planes into the solution of differential equations for the torsion of orthotropic rectangular bar. On the other hand, an approximating equation for deriving the shear modulus of the RT-plane was proposed from the hypothesis that the ratio of the shear modulus of the RT-plane to that of the LR-plane is in a limited range, and the shear modulus given by this equation was compared with that derived from the rigorous solution.

We thought that the shear modulus of RT-plane can be obtained properly by the approximating equation proposed here when the aspect ratio of the specimen is determined properly.

**Key words:** shear modulus, torsion test, orthotropy.

## 1. 緒 言

材料の弾性定数の測定は、その変形特性を知る上で重要である。木材のような直交異方性を有する材料では、1つの異方性対称面に4つの弾性定数(2つのヤング率, ポアソン比)

よびせん断弾性係数)が存在する。これらの弾性定数の中で、ヤング率およびポアソン比は材料に均一な軸力を負荷することで得ることができるため、簡単に測定することができる。一方、せん断弾性係数の測定はヤング率やポアソン比の測定に比べやや困難である。単純に軸力を負荷するだけでせん断弾性係数を測定するには、異方性主軸と45°傾斜をもつ試験体を単軸圧縮あるいは単軸引張試験を行うが、試料端部の摩擦による拘束効果が測定値の精度に影響を与える可能性がある。一方、もっとも純粋なせん断力を負荷できる方法がねじり試験であり、これまでもねじり試験で木材のせん断弾性係数を測定した例がいくつか存在する<sup>1-6)</sup>。

前報では、木材の板目面とまさ目面のせん断弾性係数が互いに近接していることから、異方性矩形棒のねじりの解を立方体のねじりの解に近似し、測定したい面のねじりモーメント-せん断ひずみ関係からせん断弾性係数が効果的に求められることを示した<sup>7)</sup>。しかし、ねじりの中心軸を繊維方向以外にとった場合、材料側面の異方性の程度が大きくなり、前報で用いた近似が使用できない。木口面のせん断弾性係数の測定では、ねじりの中心軸を木材の半径方向あるいは接線方向にとらなければならないため、前報で用いた方法による測定は困難であると考えられる。そこで本報では、試験体の側面に木口面およびまさ目面を配置し、ねじりの軸を半径方向にとってねじり、木口面のねじりモーメント-せん断ひずみ関係からせん断弾性係数が得られるかどうか、その可能性について検討した。

## 2. 理 論

### 2-1 直行異方性矩形棒のねじり理論に基づくせん断弾性係数の算出

木材の繊維方向 (L 方向) および接線方向 (T 方向) の長さをそれぞれ  $a, b$  とし、ねじりモーメントを半径方向 (R 方向) を中心軸としてねじりモーメント  $M$  を負荷する。このとき、RT 面および LR 面の中央には以下の式で示されるせん断応力がはたらく。

$$\begin{cases} \tau_{RT} = \frac{M}{ab^2k} \cdot \left[ 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \cdot \left\{ \cosh \frac{(2n-1)\pi a}{2b} \sqrt{\frac{G_{LR}}{G_{RT}}} \right\}^{-1} \right] \\ \tau_{LR} = \frac{M}{ab^2k} \cdot \left[ -\frac{8}{\pi^2} \sqrt{\frac{G_{LR}}{G_{RT}}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^2} \cdot \tanh \frac{(2n-1)\pi a}{2b} \sqrt{\frac{G_{LR}}{G_{RT}}} \right] \end{cases} \quad (1)$$

ここで  $G_{RT}$  および  $G_{LR}$  は RT 平面および LR 平面のせん断弾性係数である。また、 $k$  は以下の式で表される。

$$k = \frac{1}{3} - \frac{2b}{a} \sqrt{\frac{G_{RT}}{G_{LR}}} \left( \frac{2}{\pi} \right)^5 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^5} \tanh \frac{(2n-1)\pi a}{2b} \sqrt{\frac{G_{LR}}{G_{RT}}} \quad (2)$$

RT, LR 平面中央のせん断ひずみをそれぞれ  $\gamma_{RT}, \gamma_{LR}$  とすると、せん断弾性係数  $G_{RT}, G_{LR}$  は以下のように表すことができる。

$$\begin{cases} G_{RT} = \frac{\tau_{RT}}{\gamma_{RT}} = \frac{k_{RT}}{ab^2k} \cdot \left[ 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \cdot \left\{ \cosh \frac{(2n-1)\pi a}{2b} \sqrt{\frac{G_{LR}}{G_{RT}}} \right\}^{-1} \right] \\ G_{LR} = \frac{\tau_{LR}}{\gamma_{LR}} = \frac{k_{LR}}{ab^2k} \cdot \left[ -\frac{8}{\pi^2} \sqrt{\frac{G_{LR}}{G_{RT}}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^2} \cdot \tanh \frac{(2n-1)\pi a}{2b} \sqrt{\frac{G_{LR}}{G_{RT}}} \right] \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 $k_{RT}$  および  $k_{LR}$  はねじりモーメント-せん断ひずみ関係 ( $M$ - $\gamma_{RT}$ ,  $M$ - $\gamma_{LR}$  関係) の弾性領域における傾きを示す。試験体の RT および LR 平面の中央にひずみゲージを貼付してねじることにより  $k_{RT}$  および  $k_{LR}$  の値が得られる。これらの値を式(3)に代入し、逐次近似法により各面のせん断弾性係数を得ることができる<sup>7)</sup>。

## 2-2 近似解に基づくせん断弾性係数の算出

以上に述べた方法により、せん断弾性係数を厳密に求めることはできるが、一面のせん断弾性係数のみ求めるために、2つの面のねじりモーメント-せん断ひずみ関係が必要である。そのため、1面のみでのせん断弾性係数の測定には不要な情報(他の面のせん断弾性係数)が含まれる。そこで、筆者らは木材のまさ目面および板目面のせん断弾性係数を必要な面のねじりモーメント-せん断ひずみ関係から予測することを試み、異方性が極端に強くなければ比較的正確にせん断弾性係数が得られることを示した<sup>6)</sup>。ただし、この方法では、側面の異方性の程度が極端に大きい場合、精度よくせん断弾性係数が得られないと考えられる。そこで、ここでは側面の剛性が互いに極端に異なる材料のせん断弾性係数を、1つの面のねじりモーメント-せん断ひずみ関係から予測する方法について検討した。

RT 平面のせん断弾性係数  $G_{RT}$  が LR 平面のせん断弾性係数  $G_{LR}$  よりも十分小さければ、式(2)は以下の式で近似される<sup>8)</sup>。

$$k \doteq \frac{1}{3} \left( 1 - 0.63025 \frac{b}{a} \sqrt{\frac{G_{RT}}{G_{LR}}} \right) \quad (4)$$

となる。また、式(3)において  $b/a \cdot \sqrt{G_{RT}/G_{LR}}$  の値が 0 に近づく。したがって、せん断弾性係数  $G_{RT}$  は以下のように近似でき、近似したせん断弾性係数を  $G_{RT}^i$  とする。

$$G_{RT}^i = \frac{3k_{RT}}{ab^2 \left( 1 - 0.63025 \frac{b}{a} \sqrt{\frac{G_{RT}}{G_{LR}}} \right)} \quad (5)$$

ここで、 $\sqrt{G_{RT}/G_{LR}}$  の値は 0 から 1 までの間に存在する。

## 3. 実 験

実験には、側面に木口面およびまさ目面を配置したシトカスプルス (*Picea sitchensis* Carr.) およびコナラ (*Quercus serrata* Murray) を用いた。試験体の寸法は 150(R) × 30(T) × 12(L) mm とした。試験体は 1 つの実験条件で 5 体とした。

せん断ひずみを測定するために、試験体の側面中央に直交2軸のひずみゲージ（東京測器 FCA-2-11, ゲージ長=2 mm）を、ねじりの中心軸とゲージの軸が45°となるように貼付した。この試験体を、手動式のねじり試験器に取り付けてねじり、ねじりモーメント  $M$  とせん断ひずみ  $\gamma_{RT}$  および  $\gamma_{LR}$  の関係を得た。 $M$ - $\gamma_{RT}$  関係および  $M$ - $\gamma_{LR}$  関係の弾性域の傾き  $k_{RT}$ ,  $k_{LR}$  を式(3)に代入し、せん断弾性係数  $G_{RT}$  および  $G_{LR}$  を求めた。また、 $k_{RT}$  を式(5)に代入し、木口面におけるせん断弾性係数の近似値  $G_{RT}^i$  を求めた。この際、 $\sqrt{G_{RT}/G_{LR}}$  の値を0から1まで変化させ、せん断弾性係数の変化について検討した。

#### 4. 結果および考察

表1に各樹種の木口面およびまさ目面のせん断弾性係数  $G_{RT}$ ,  $G_{LR}$  の値を示す。スプルースは2つの面の異方性が極端に強かったが、コナラの方はスプルース程度ではなかった。

表2に  $\sqrt{G_{RT}/G_{LR}}=0$  および  $\sqrt{G_{RT}/G_{LR}}=1$  としたときのせん断弾性係数の値  $G_{RT}^0$  および  $G_{RT}^1$  を示す。 $0 \leq \sqrt{G_{RT}/G_{LR}} \leq 1$  であるから、木口面のせん断弾性係数は必ず  $G_{RT}^0$  と  $G_{RT}^1$  の間に存在する。図1に  $\sqrt{G_{RT}/G_{LR}}$  を0から1まで変化させ式(5)に代入して得られたせん断弾性係数の変化を示す。異方性の強いスプルースの方は  $\sqrt{G_{RT}/G_{LR}}=0$  とおいたときにより厳密解から得られた値に近くなっているが、コナラの方はこの2つの値の間中間的な値となっている。

そこで、ここでは、 $\sqrt{G_{RT}/G_{LR}}=0$  および  $\sqrt{G_{RT}/G_{LR}}=1$  とおいて得られた2つのせん断弾性係数の平均値、すなわち以下の式でせん断弾性係数  $G_{RT}^{ii}$  を与えた。

Table 1 Shear moduli in the RT- and LR-planes,  $G_{RT}$  and  $G_{LR}$ .

Species	$G_{RT}$ (kgf/cm <sup>2</sup> )		$G_{LR}$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	
	Mean	S.D.	Mean	S.D.
Spruce	770	150	9200	1200
Konara	2800	170	9200	1200

Note: Suffixes L, R, and T represent the longitudinal, radial, and tangential directions, respectively.

Table 2 Shear moduli in the RT-plane when  $\sqrt{G_{RT}/G_{LR}}=0$  and  $\sqrt{G_{RT}/G_{LR}}=1$ .

Species	$G_{RT}^0$	$G_{RT}^1$
Spruce	710	920
Konara	2400	3200

Unit: kgf/cm<sup>2</sup>.

Note: Suffixes: Superscripts 0 and 1 represent the conditions under  $\sqrt{G_{RT}/G_{LR}}=0$  and 1, respectively.

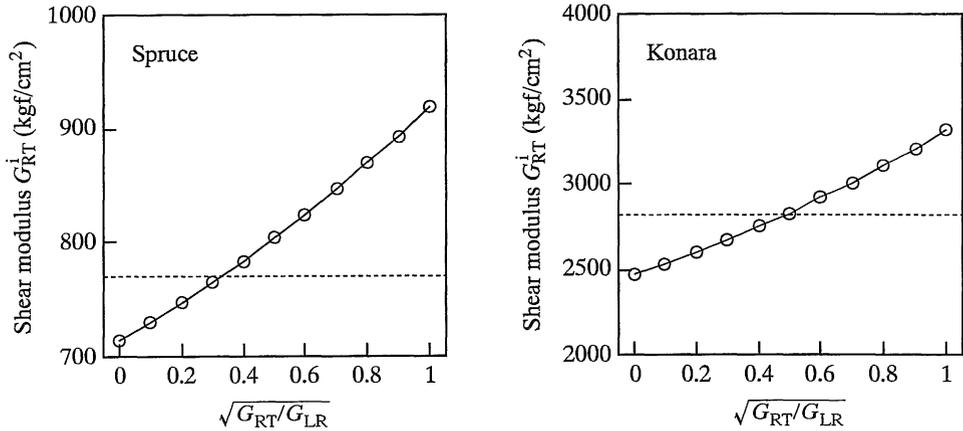


Fig. 1. Relationship between the shear modulus on theral-dial-tangential plane obtained from the approximation equation and the value of  $\sqrt{G_{RT}/G_{LR}}$ .  
Legend: Dashed line represents the shear modulus obtained from the rigolous solution which is referred in Table 1.

$$G_{RT}^{II} = \frac{3k_{RT} \left( 2 - 0.63025 \frac{b}{a} \right)}{2ab^2 \left( 1 - 0.63025 \frac{b}{a} \right)} \quad (6)$$

この式から得られたせん断弾性係数は、スプルースで  $820 \text{ kgf/cm}^2$ 、コナラでは  $2800 \text{ kgf/cm}^2$  となり、いずれの場合も表 1 に示された厳密解の（平均値±標準偏差）以内に存在している。ただし、前述したように異方性の強いスプルースの方がコナラに比べてより誤差が大きくなっている。この誤差は試験体の断面寸法比 ( $b/a$ ) を大きくすることによって解決することができる。図 2 に  $\sqrt{G_{RT}/G_{LR}}$  の値と  $G_{RT}^I/G_{RT}^{II}$  の値の関係を示す。たとえば  $b/a=6$  とすれば、 $G_{RT}^I/G_{RT}^{II}$  の値は  $\sqrt{G_{RT}/G_{LR}}$  の値が 0 から 1 まで変化しても 10% 程度の変化になる。また、既往の研究から、一般的に  $\sqrt{G_{RT}/G_{LR}}$  の値は  $0.2 \leq \sqrt{G_{RT}/G_{LR}} \leq 0.6$  程度の範囲に存在する<sup>9)</sup>。したがって、 $b/a=6$  のとき  $G_{RT}^I/G_{RT}^{II}$  の値は 0.96 から 1.00 の範囲となる。すなわち式 (6) で得られたせん断弾性係数の値の誤差は、最大でも約 4% 程度である。ただし、前報でも指摘したとおり、試験体が極端な断面寸法比をもつ場合、ねじりの中心軸に沿った縮みが発生しやすく、せん断弾性係数を適切に評価できなくなる可能性がある<sup>6)</sup>。 $G_{RT}^I/G_{RT}^{II}$  の値から判断すれば、断面寸法比が 3 から 6 のとき誤差が 5% 程度となる。

以上のことより、適当な断面寸法比の試験体を用いれば、1つのねじりモーメント-せん断ひずみ関係から木口面のせん断弾性係数を測定することが可能であると考えられる。

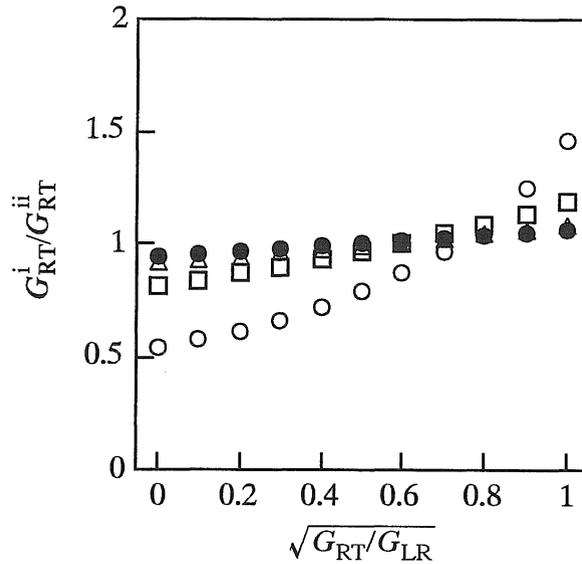


Fig. 2. Value of  $G_{RT}^i/G_{RT}^{ii}$  corresponding to  $\sqrt{G_{RT}/G_{LR}}$ .  
 Legend: ○:  $a/b=1$ , □:  $a/b=2$ , △:  $a/b=4$ , ●:  $a/b=6$ .

## 5. 結 論

木口面の中央にひずみゲージを貼付したシトカスプルス (*Picea sitchensis* Carr.) およびコナラ (*Quercus serrata* Murray) の矩形棒を半径方向を中心軸としてねじり、ねじりモーメント-せん断ひずみ関係から木口面のせん断弾性係数を近似的に求めることを試みた。その結果、適切な断面寸法比を用いれば、ここで示した簡便な式からせん断弾性係数を求めることが可能であると考えられた。

## 要 約

前報では板目面およびまさ目面のせん断弾性係数を、1つのねじりモーメント-せん断ひずみ関係から近似的に求められることを示した。ただしここで示した方法は、材料側面の異方性の程度があまり大きくない場合に限定されるため、側面の異方性の程度が極端に大きい場合には適用できず、木口面のせん断弾性係数の測定は不可能であると考えられた。そこで本報では、1つのねじりモーメント-せん断ひずみ関係から木口面のせん断弾性係数の測定が可能であるか否かについて検討した。

試験には、側面に木口面およびまさ目面を配置したシトカスプルス (*Picea sitchensis* Carr.) およびコナラ (*Quercus serrata* Murray) の矩形棒を用いた。これらの試験体を、半

径方向を中心軸としてねじった。せん断弾性係数は、木口面およびまさ目面のねじりモーメント-せん断ひずみ関係を直交異方性矩形棒のねじりの解に代入して計算した。また、木材の木口面とまさ目面のせん断弾性係数の比率がある程度限定されることを利用して、木口面のねじりモーメント-せん断ひずみ関係のみからせん断弾性係数を予測する式を導出し、前述の2つのねじりモーメント-せん断ひずみ関係から得られたせん断弾性係数と比較した。

その結果、適切な断面寸法比を用いれば、ここで示した簡便な式からせん断弾性係数を求めることが可能であると考えられた。

キーワード：せん断弾性係数，ねじり試験，木口面，異方性

## 引用文献

- 1) Horig, H. (1933). Über die rechnerisch Auswertung von Verdrehungsmessungen an Holztauben. *Ing.-Arch.*, 4, 570-576.
- 2) 金 俊三(1948). 圧縮および振り実験による木材のせん断弾性係数の比較について：北大工彙報, 1, 144-156.
- 3) 沢田 稔, 石川知子 (1959). 木材のせん断弾性係数の比較について：北大農演報, 20, 153-173.
- 4) 鈴木直之, 大河平行雄 (1986). 木材矩形断面棒のねじり試験によるせん断強さの測定について：三大農学報, 68, 41-49.
- 5) Janowiak, J. J. and Pellerin, R. F. (1992). Shear moduli determination using torsion stiffness measurements. *Wood Fiber Sci.*, 24, 392-400.
- 6) Yoshihara, H. and Ohta M. (1993). Measurement of the shear moduli of wood by the torsion of a rectangular bar: *Mokuzai Gakkaishi*, 37, 511-516.
- 7) Yoshihara, H. and Ohta, M. (1996). Simplification of the measurement method of the shear modulus of wood by torsion test. *Bull. Tokyo Univ. Forest*, 95, 79-85.
- 8) Lempriere, B. M. and others (1969). Torsional testing for shear modulus of thin orthotropic sheet. *AIAA J.*, 7, 2341-2342.
- 9) Hearmon, R. F. S. Elasticity of wood and plywood, H. M. Stationary Office, 1948, p. 15-18.