

平板における振動インテンシティ計測に関する研究

周 海^{*1}, 泉 照之^{*1}, 小嶋 直哉^{*2}

A Study on Vibration Intensity Measurement of Plates

Hai ZHOU, Teruyuki IZUMI and Naoya KOJIMA
(Received September 19, 1997)

Abstract

In determining the noise and vibration control of a machine structure, it is important to clarify the exciting sources and vibration transmission paths. However, the noise sources do not always coincide with the origin excited in a structure. It is necessary to identify the exciting sources and vibration transmission paths on the plate and beam. To satisfy this requirement, vibration intensity measurement has been used. This paper describes the detection of vibration intensity vector in flat plates using three-channel method. In this method, the amplitude and direction of vibration intensity vector are obtained by processing three output signals from accelerometers set on plates. Using this method vibration intensity vectors around the exciting point on a steel plate are measured. The measuring errors in amplitude and direction are discussed. The detection limits on vibration frequency, stiffness of plate and weight of the probe are investigated. The vibration power of bending wave was calculated by integrating the vibration intensity vectors and compared with exciting power measured by an impedance head. The result shows that three-channel method can be used to detect the vibration intensity vectors in flat plates. This method was applied to identify the source of excitation in gas heat pump package panels.

1. ま え が き

近年、快適な作業環境および生活環境が要求され、機械の低振動、低騒音化はますます重要な課題となっている。機械構造物から放射される騒音のほとんどは、構造物が振動することによる放射音であるから、騒音を制御しようとする場合には、もとの構造物の振動を制御する必要がある。機械構造物における振動を低減するための対策には、内部の衝撃源自体に改良を加える直接的方法と、振動の伝搬経路を防振材などにより遮断する間接的方法がある。いずれの方法においても、経済的に効率よく振動と騒音を低減するためには、その伝搬経路を正確に把握することが必要である。この具体的な手法の一つとして、機械構造内を伝搬する振動エネルギーの流れを検出する振動インテンシティ（以下 VI と略す）計

*1 島根大学総合理工学部電子制御システム工学科

*2 山口大学工学部機械工学科

測法が試みられている。

自由平板において、Noiseux は¹⁾ VI の基礎式にせん断力による振動エネルギー成分とモーメントによる成分とが等しい事などの近似を導入し、計測面と垂直および水平 2 方向に設置された 2 つの振動加速度センサからなる検出器を用い、VI の測定を試みている。

Pavic²⁾は、有限差分法を VI の解析理論に適用することによる VI 計測の一手法を示している。この手法は、1 次元波に対しては 4 個、2 次元波の 1 方向の成分に対しては 8 個のセンサを測定点付近の平面上に設置し、各センサから検出された板の面外振動加速度によって VI を求めるものである。しかし、VI ベクトルの大きさと方向を特定するには、測定点 1 点につき多数のセンサが必要なため、測定点の移動などに膨大な手間と時間が必要となり、実際の構造物における測定への適用については問題が多い。そこで、平板上の 2 次元 VI を計測する 3 チャンネル法の適用範囲について検討する。また、平板の加振実験により平板上の VI の検出精度を検討する。

2. 計測方法

2.1 計測理論

平板の振動インテンシティは、平板内に単位時間、単位幅当たりに曲げ振動により伝えられるエネルギーを表わすもので、ベクトル量としてそのエネルギーの大きさと流れの方向を示す。平板において、ある点の振動インテンシティベクトルを I_v とすると、Fig. 1 に示すように、 x 方向に垂直な微小断面を通過する振動インテンシティ I_{vx} はこの面に作用するせん断力 θ_x 、曲げモーメント M_x 、ねじりモーメント M_{xy} によって単位時間になされる仕事の

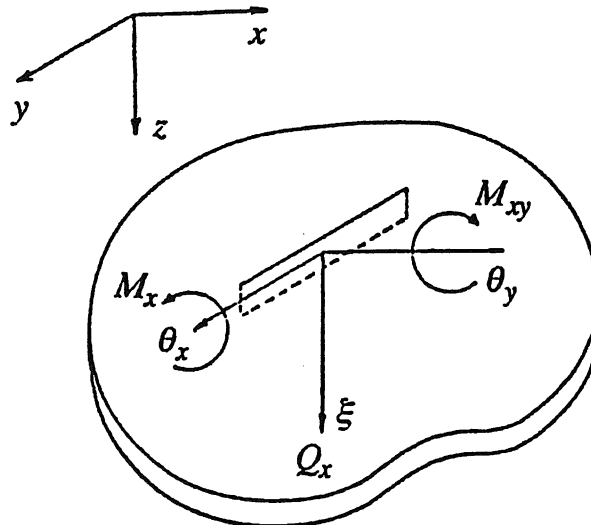


図1 Force and moments affect a small cross-section in plate

和として表わされる¹⁾.

$$I_{ix} = \langle Q_x \cdot \dot{\xi} \rangle_t + \langle M_x \cdot \dot{\theta}_x \rangle_t + \langle M_{xy} \cdot \dot{\theta}_y \rangle_t \quad (1)$$

ただし $\langle \rangle_t$ は時間平均を表わす.

加振点から十分に離れている遠距離場において, x 方向の振動インテンシティ I_{ix} は, その点の面外振動加速度 $\ddot{\xi}$ とこの方向における角速度 $\dot{\theta}_x$ との積の時間平均で表わすことができる.

$$I_{ix}(\omega) = \frac{2\sqrt{Dm}}{\omega} \langle \ddot{\xi} \cdot \dot{\theta}_x \rangle_t \quad (2)$$

ただし, D は板の曲げ剛性で, m は板の面密度, ω は振動の角周波数を表わす.

$$D = \frac{Eh^2}{12(1-\nu^2)} \quad (3)$$

ここで, E はヤング率, ν はポアソン比, h は板厚を示す.

測定点で板と接する平面の動きから, 測定点の振動加速度と板の曲げ振動角速度が求められ, 式(2)に基づいて任意方向の振動インテンシティ成分を求めることができる. Fig. 2 に示すように板と垂直方向を z 軸として, 静止状態の測定点を原点とする座標系を設ける.

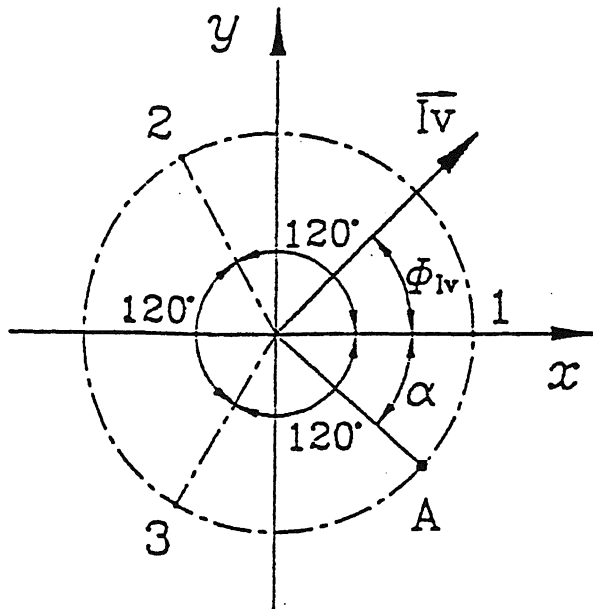


図2 Arrangement of vibration transducers for the three channel method

測定点を中心に半径 r 円周上で等間隔で分布している三点により，測定点を含む微小平面の動きが次式で決められる．

$$(2Z_1 - Z_2 - Z_3)x - \sqrt{3}(Z_2 - Z_3)y - 3rz + r(Z_1 + Z_2 + Z_3) = 0 \quad (4)$$

ここで Z_1, Z_2, Z_3 は点 1, 2, 3 の Z 軸方向の変位を表わす．この三点の Z 軸方向の加速度をそれぞれ ξ_1, ξ_2, ξ_3 とすると，中心にある測定点の加速度 ξ は次式で算出することができる．

$$\xi = \frac{\xi_1 + \xi_2 + \xi_3}{3} \quad (5)$$

また， x 軸と α の角度をなす方向の角速度 $\dot{\theta}_\alpha$ は次式で算出することができる．

$$\dot{\theta}_\alpha = \frac{1}{3} \int [(2\xi_1 - \xi_2 - \xi_3) \cos \alpha - \sqrt{3}(\xi_2 - \xi_3) \sin \alpha] dt \quad (6)$$

式(5)と(6)を式(2)に代入して，角周波数 ω の振動において， x 軸と任意角度 α をなす方向成分の実数部 $I_{v\alpha}$ は振動アクティブインテンシティとなり（以下，振動インテンシティと呼ぶ）次式で表わすことができる．

$$I_{v\alpha}(\omega) = \frac{2\sqrt{Dm}}{9r\omega^2} [3 \operatorname{Im}(G_{12} + G_{13}) \cos \alpha + \sqrt{3} \operatorname{Im}(G_{12} - G_{13} - 2G_{23}) \sin \alpha] \quad (7)$$

また，その虚数部は振動リアクティブインテンシティであり，次式で表せる．

$$RI_{v\alpha}(\omega) = \frac{2\sqrt{Dm}}{9r\omega^2} [\{2G_{11} - G_{22} - G_{33} + \operatorname{Re}(G_{12} + G_{13} - 2G_{23})\} \cos \alpha + \sqrt{3}\{G_{22} - G_{11} + \operatorname{Re}(G_{13} - G_{12})\} \sin \alpha] \quad (8)$$

ここで， G_{12}, G_{13}, G_{23} は測定点周囲 3 点の振動加速度信号 ξ_1 と ξ_2, ξ_1 と ξ_3, ξ_2 と ξ_3 の片側クロススペクトル， G_{11}, G_{22}, G_{33} は 3 つの振動加速度信号のパワースペクトルを表す． G は周波数 ω の関数であるが，ここで ω の表示を省略する．また， $\operatorname{Im}(\)$ は虚数部， $\operatorname{Re}(\)$ は実数部を表す．

測定点の振動インテンシティは $I_{v\alpha}$ が最大になるときの大きさ I_v および方向（ x 軸との角度） ϕ_{I_v} は次式より得られる．

$$I_v(\omega) = \frac{2\sqrt{Dm}}{9r\omega^2} \sqrt{A_v^2 + B_v^2} \quad (9)$$

$$\phi_{I_v}(\omega) = \tan^{-1} \frac{B_v}{A_v} \quad (10)$$

ただし

$$A_v = 3 \operatorname{Im}(G_{12} + G_{13}) \quad (11)$$

$$B_v = \sqrt{3} \operatorname{Im} (G_{12} - G_{13} - 2G_{23}) \quad (12)$$

同様に振動リアクティブインテンシティ $I_{vr\alpha}$ において、 $I_{vr\alpha}$ が最大値になるときの大きさと方向で表わすことができる。

$$RI_v(\omega) = \frac{2\sqrt{Dm}}{9r\omega^2} \sqrt{C_v^2 + D_v^2} \quad (13)$$

$$\phi_{RI_v}(\omega) = \tan^{-1} \frac{C_v}{D_v} \quad (14)$$

ただし

$$C_v = G_{22} + G_{33} - 2G_{11} + \operatorname{Re} (2G_{23} - G_{12} - G_{13}) \quad (15)$$

$$D_v = \sqrt{3} [G_{11} - G_{22} + \operatorname{Re} (G_{12} - G_{13})] \quad (16)$$

振動アクティブインテンシティが構造物の中を伝播する振動エネルギーを示す。それに対して、振動リアクティブインテンシティは曲げひずみにより構造物の中に蓄積されているポテンシャルエネルギーの密度の変化を表わし、ポテンシャルエネルギー密度の負の勾配に比例するベクトル量である。ポテンシャルエネルギー密度は、定在波の腹で最大になり節点で最小となるので、振動リアクティブインテンシティベクトルは定在波の腹から節へ方向を示す。

3. ピックアップの構成と適用範囲

3.1 ピックアップの構成

平板の2次元VIを計測するために、Fig. 3に示すようなVIピックアップが作成された。これは三個の小型圧電型加速度ピックアップを底面直径10mmの取り付け台に設置し、下

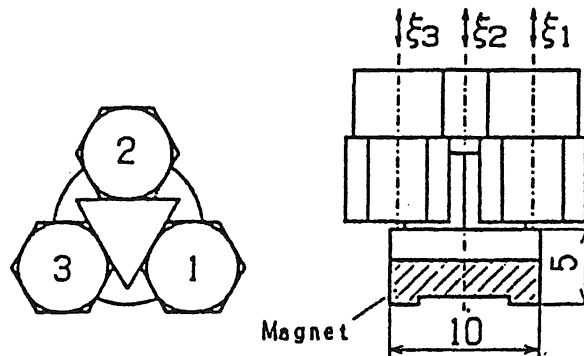


図3 VI pickup for three channel method

部の残留磁束密度 10.5 kG の強力磁石で振動板表面に取り付けるものである。測定点を円形取り付け台の中央にして、測定点を中心に三個の加速度ピックアップを半径 5 mm の円周上に 120° の間隔で設置してある。三個の加速度ピックアップからの加速度信号から測定点の VI を求める。取付表面の凹凸や微小異物のかみ込みを考慮して、VI ピックアップを振動面に密着につけるために、磁石の底面を深さ約 0.2 mm 程度の凹の形にした。磁石の底面直径は 10 mm である。また、測定対象物からの電気ノイズの影響を防ぐために、取り付け台と磁石の間を高周波ワニスで絶縁処理を施した。三個の加速度ピックアップ、取り付け台と底面の磁石をあわせた質量は 7.6 g となる。磁石により測定面に取り付ける方法は接着剤を用いる方法に比べ VI ピックアップの設置に要する時間が大幅に短縮される。

3.2 適用範囲

3チャンネル VI ピックアップによる平板の VI 計測は平板の面外方向動きから平板内を伝達する振動エネルギーの流れを求めるもので、平板を伝わる屈曲波を正しく検出する必要がある。VI ピックアップで板の曲げ振動の動きを正確に検出するには、屈曲波の波長に比べて、VI ピックアップの底面直径が十分小さい必要がある。Fig. 4 に VI ピックアップの動きと平板の屈曲波の波長の関係を示す。波長が底面直径の 4 倍以下である場合には、VI ピックアップは屈曲波の動きに追従できていないことが明らかである。理論上では VI ピッ

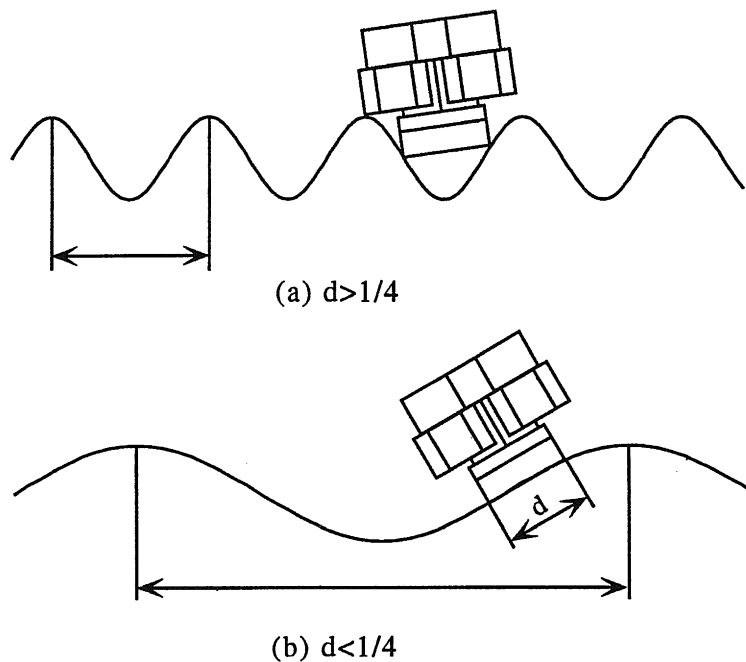


図4 Behavior of VI pickup and flexural wave length

クアッパの底面直径 d は屈曲波の波長 λ の $1/4$ 以下である必要がある。波長が長いほど波形は滑らかになり、VI ピックアップの動きは波形の動きに近づく。一方、VI ピックアップの底面直径を小さくすると、磁石の底面面積が小さくなり、磁力が弱くなり、VI ピックアップの装着の安定性が落ちる。実際の計測においては、2チャンネル VI ピックアップと同様に屈曲波の波長が VI ピックアップの底面直径の約 6 倍以上になるように設定した。幅の十分広い板の屈曲波の波長は次式によって求められる。

$$\lambda = \sqrt{\frac{\pi C_L h}{\sqrt{3} f}} \quad (17)$$

ここで、 f は振動周波数を表わす。 C_L は板における縦波の伝搬速度で、次式で表わす。

$$C_L = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}} \quad (18)$$

ρ は板の密度を表わす。鋼板 ($E=2.15 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$, $\rho=7800 \text{ kg/m}^3$, $\nu=0.3$) においては、 C_{LS} および λ_s として次の値を得る。

$$C_{LS} = 5.50 \times 10^3 \quad (19)$$

$$\lambda_s = 99.91 \times \sqrt{\frac{h}{f}} \quad (20)$$

ここで検出できる屈曲波の波長の下限を、VI ピックアップの底面直径の 6 倍とすると、

$$d < \frac{1}{6} \sqrt{\frac{\pi C_L h}{\sqrt{3} f}} \quad (21)$$

となる。

鋼板において、検出できる屈曲波の周波数範囲は次となる。

$$f < 277 \times \frac{h}{d^2} \quad (22)$$

本研究で使用した底面直径 10 mm の VI ピックアップの適用周波数範囲は

$$f_i < 2.77 \times 10^6 h \quad (23)$$

となる。

VI ピックアップを用いて平板の VI を計測するとき、平板に対してピックアップ自身の質量が付加質量となる。VI ピックアップの設置にともなう付加質量が計測地点の振動に大きな影響を及ぼさないことが必要である。板にピックアップを取り付けた時の振動加速度が、ピックアップを取り付けていない時よりも 3 dB 低下する振動周波数 $f_{3 \text{ dB}}$ と、板厚 h およびピックアップの質量 M との間には次式の関係がある。

$$f_{2dB} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\rho C_L h^2}{\pi M} \quad (24)$$

この関係は上に示した鋼板については次式となる。

$$f_{3dB} = 1.58 \times 10^7 \frac{h^2}{M} \quad (25)$$

VI ピックアップの質量を式(25)に代入して、本研究で使用した3チャンネルVIピックアップ(7.6 g)においては、測定平板の3 dB 低下周波数 f_{3dB} は次式で表わすことができる。

$$f_{3dB} = 2.07 \times 10^9 h^2 \quad (26)$$

また、VI の測定周波数範囲はピックアップの取り付け共振周波数を避けなければならない。小型加速度ピックアップ自身の共振周波数(70 kHz)は板などの薄い構造物の固有振動周波数よりかなり高いが、測定点に装着すると、実際の取り付け共振周波数はピックアップの取り付け方法により影響を受ける。磁石の磁力だけの場合の共振周波数は約3 kHzであるので、本研究の3チャンネルVIピックアップについては3 kHzまで使用できることとした。

以上の検討を総括し、VIピックアップの適用周波数範囲を Fig. 5 に示す。図中の f_b , f_{3dB} , f_h はそれぞれ検出する屈曲波の波長とVIピックアップの底面直径の関係、VIピックアップの質量、およびVIピックアップの取り付け共振周波数により決定された3つの周波数限

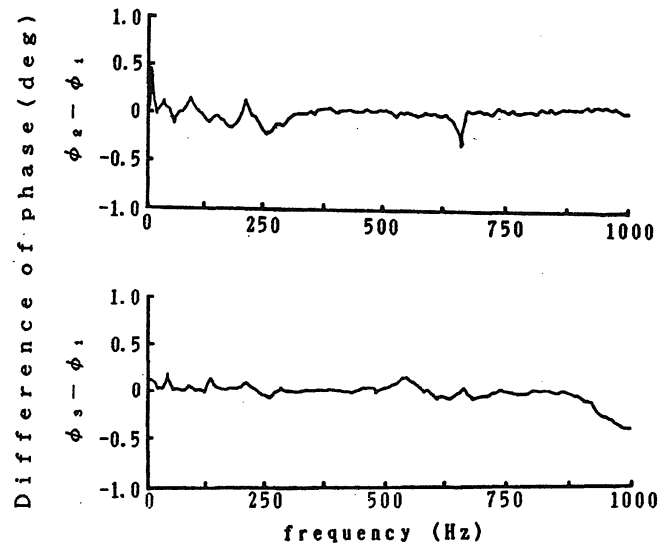


図5 Frequency ranges of application for the three channel pickup

界を示している。ピックアップの適用周波数範囲は、この3つの周波数限界以下の図中に斜線で示した領域内となる。薄い板の場合は、上限周波数はVIピックアップの質量により制約される。従って、小さく、軽く、磁力の強いVIピックアップは適用周波数範囲が広くなる。また、厚い板の場合は、屈曲波の波長が長く、上限周波数はピックアップの取り付け共振周波数によって決定されることが分かる。

4. 平板の加振実験による計測精度の検討

4.1 各チャンネル間の位相差

クロススペクトル法によりVIを測定する時、VIは加速度ピックアップの出力信号のクロススペクトルで算出されるので、加速度ピックアップの感度差、および位相差が計測精度に大きな影響を与える。従って、VIピックアップに使用する振動加速度ピックアップは感度特性と位相特性が一致することが望まれる。本研究では、加速度ピックアップ間の感度比と位相差を調査し、位相差が小さく、周波数特性が最も近い組み合わせをVIピックアップに用いた。実験は加速度ピックアップを back to back の設置方法で、シェーカの上固定し、正弦波加振で行った。Fig. 6にVIピックアップのチャンネル1に対するチャンネル2およびチャンネル3の位相差を示す。これらの結果には、加速度ピックアップ間の位相差だけでなく、前置増幅器の位相差、A/D変換における丸め誤差など計測システム全体の誤差を含んでいる。この結果から各測定系のチャンネル間における位相差は全て1以内であることがわかる。位相差が大きい場合計算過程においてその差を補正する必要があるが、本実験の場合、位相差が小さく精度に対する影響は無視できると考え、位相差に基づく補正は行わないことにした。

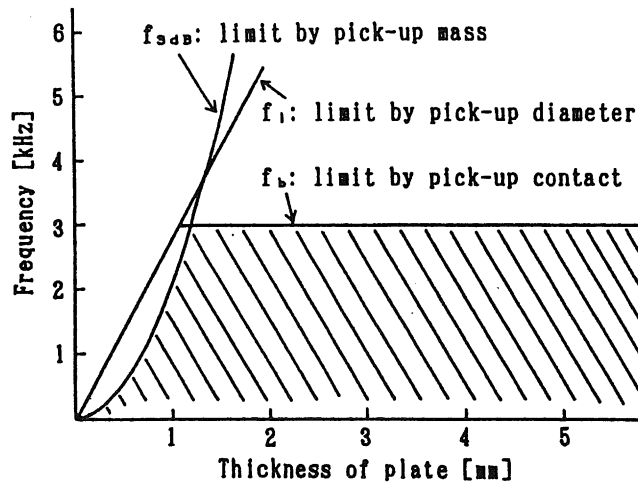


図6 Magnitude and phase difference between two channels

4.2 平板加振実験装置

計測システムの誤差を最小限に押さえるために VI ピックアップからの信号はチャージアンプにより増幅され、データレコーダを介さずに、直接 A/D 変換してコンピュータに送る。3 チャンネルアナログ加速度信号は同時にサンプリングされる。先に述べた VI ピックアップの取付共振周波数によって制限された上限周波数は 3 kHz 程度になることから、サンプリングは 6.4 kHz で行った。16 bit 固定小数点演算の超高速 FFT プロセッサにより FFT の演算を行い、各チャンネル間のクロススペクトルを求めて、マイクロコンピュータ (HP9000/300) で VI ベクトルを求める。解析はデータ長1024点、32回平均で行い、すべてのデータに対してハニングウインドウ処理を行った。

ピックアップの特性と測定精度を調べるために、Fig. 7 に示す実験装置で加振実験を行った。厚さ 1.6 mm の矩形鋼板を 6 点で制振材をはさんでボルトで固定した。板の共振および自由端からの反射を防ぐため、板の周囲には厚さ 3 mm の制振材 (セントラル硝子ダンパレックス DX-SA3000) を貼付けている。これによって板の中心の測定部分は自由平板と見なせる。板はシェーカ (B&K Type4809) に加振され、加振力と加振パワーを計測するため、シェーカ (B&K Type4809) と板の間にインピーダンスヘッド (B&K Type8001) を設置している。

4.3 ピックアップの指向性

3 チャンネル法の VI ピックアップの指向性について、Fig. 8 に示す平板の加振実験で調査した。シェーカ 1 が正弦波で A 点で板を加振し、板中央点の VI を測定した。加振は周波数 250, 500, 750, 1000 Hz, 加振力のピーク値が 1 N で行い、それぞれの周波数に対して、VI ピックアップを 15° ずつ回転させ、VI ベクトルの大きさと方向の測定結果は Fig. 9 に示す。基準となる VI の方向は、15° 間隔で 12 方向の測定で求めた方向を使用した。VI の大き

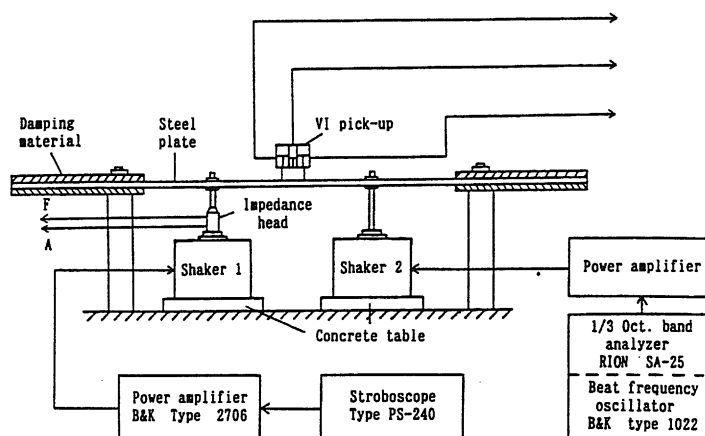


図 7 Schematic of experimental setup

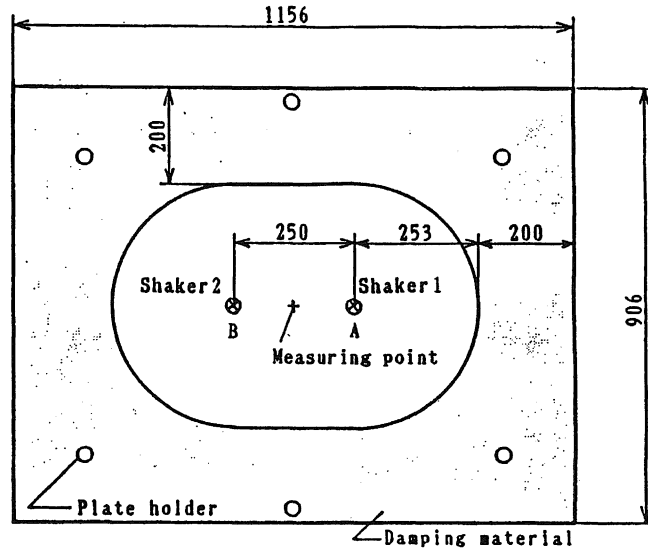


図 8 Testing plate for examining directional characteristic of VI pickup

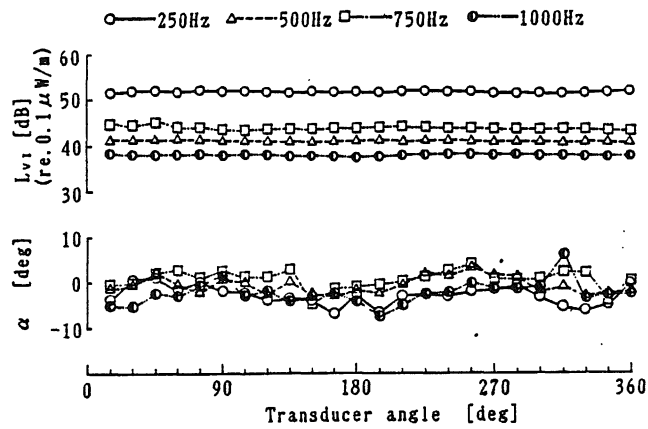


図 9 Deviation of the VI pickup in magnitude and direction

さの変動は 250 Hz で ± 0.3 dB 以内, 500 Hz で ± 0.3 dB 以内, 750 Hz で ± 0.9 dB 以内, 1000 Hz で ± 0.4 dB 以内である. 方向の変動は 250 Hz で $\pm 4^\circ$ 以内, 500 Hz で $\pm 4^\circ$ 以内, 750 Hz で $\pm 8^\circ$ 以内, 1000 Hz で $\pm 7^\circ$ 以内である. Fig. 10 に本研究で使用した VI ピックアップの方向特性を示す. VI の大きさと方向の変動はいずれも微小であり, VI ピックアップの任意設置方向において同じ結果が得られることがわかる. これにより, 3 チャンネル法

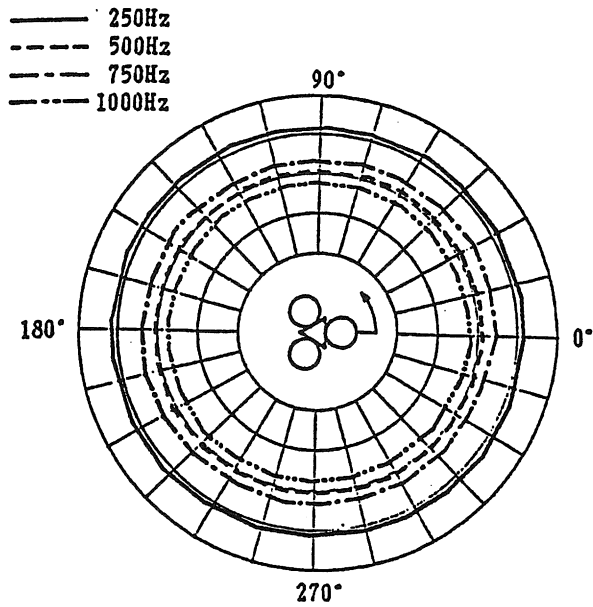


図10 Directional distributions of VI level

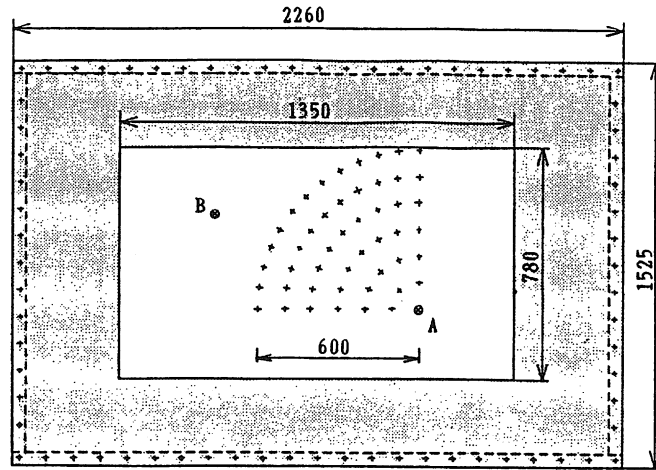


図11 Testing plate for measuring vibrational power

VI ピックアップは指向性がないと言える。

4.4 振動パワーにおける測定精度

Fig. 11に示す平板について A 点で加振した場合の加振パワーと検出された振動パワーを

調べた。測定点は加振点から 100 mm ずつ 600 mm まで離れた 6 つの同心円周上にある。屈曲波により加振点から、ある円周を通過して、周りへ伝播する振動パワー P_{Iv} は次式で算出する。

$$P_{Iv} = \frac{2\pi R}{n} \sum_{k=1}^n I_{vk} \quad (27)$$

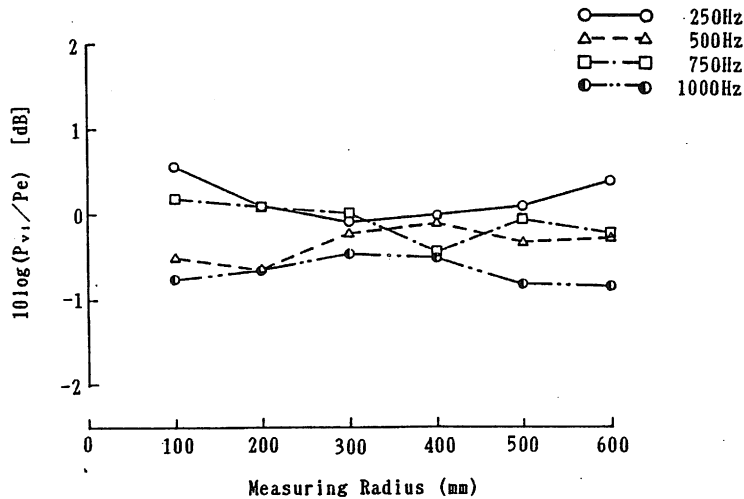
ここで、 R は測定円周の半径、 n はこの円周上の測定点数、 I_{vk} は k 点で測定された VI ベクトルの半径方向成分の大きさを表わす。

一方、加振器と板の間に設置したインピーダンスヘッドからの出力により、加振パワー P_e を次式で算出する。

$$P_e = \frac{1}{2\omega} F_m A_m \sin \psi \quad (28)$$

ここで、 F_m は加振力の片振幅、 A_m は加振点の加速度の片振幅、 ω は角周波数、 ψ は加振力と加速度の位相差を表わす。

加振力の振幅が 1 N、周波数 250, 500, 750, 1000 Hz の正弦波で加振した場合、測定した加振パワーと振動パワーの比較した結果を Fig. 12 に示す。測定したパワーの最大差は 0.85 dB 以内であることがわかった。また、測定した振動パワーは測定距離に依存せず各円周上で測定した振動パワーはほぼ同じである。平板を伝搬する振動の減衰が極めて小さく、各円周上で VI は正しく検出されたと思われる。



Pe : Exciting power measured by impedance head
 Pvi : Vibration power measured by VI probe

図12 Difference of excited power and vibrated power

5. ま と め

平板における2次元振動インテンシティベクトルを検出する3チャンネル法の特性と適用周波数範囲について検討し、その測定精度を調査した。次のことを明らかにした。

(1) 板の振動周波数と板厚に対する本手法の適用範囲はVIピックアップの低面直径、質量、取付共振周波数から考慮すべきである。厚板においては取付共振周波数に決められる。

(2) 3チャンネル法VIピックアップは無指向性であり、一回の測定で2次元振動インテンシティベクトルの大きさと方向が検出できる。

(3) この方法の振動パワーにおける測定誤差は1 dB以内であることがわかった。

文 献

- 1) Noiseux, D. U., "Measurement of Power Flow in Uniform Beams and Plates", J. Acoust. Soc. America, 47-1 (1970), 238-247.
- 2) Pavic, G., "Measurement of Structure Borne Wave Intensity, Part 1: Formulation of the Methods", J. Sound and Vib., 49-2 (1976), 221-230.
- 3) 小嶋・貝原・古谷・周, "振動インテンシティ法による衝撃源探査に関する一考察", 日本機械学会論文集, 55-518, C, (1989-10), 2519-2526.
- 4) 日本音響材料協会, 騒音・振動対策ハンドブック, 技報堂出版株式会社, (1982).