

# クレーン系の制振制御\*

吉田 和信

島根大学総合理工学部電子制御システム工学科 松江市西川津町1060

## Stabilizing Control for Crane Systems

Kazunobu Yoshida

*Department of Electronic Control Systems Engineering,  
Interdisciplinary Faculty of Science and Engineering,  
Shimane University*

*1060 Nishikawazu-cho Matsue, 690, Japan*

(Received September 19, 1997)

### Abstract

For a crane system in which the trolley stroke and the pendulum length are constrained to move in a specified range, a stabilizing control law that damps the pendulum oscillation quickly has been proposed using the Lyapunov's second method. In deriving the law, the nonlinearities of the system are considered outright. The control system has a structure where the trolley and the load are moved according to sinusoidal reference functions generated from the pendulum trajectory.

The results of a numerical experiment show that the design method realizes a high performance control system with some robustness with respect to parameter variations in the controlled system.

### 1. はじめに

クレーン系は、自由度に比べて入力が少ない入力不足系の一つである。トロリの運動によって振子を制御するという構造上、制御性能の向上がトロリ振幅の増大を伴うという非最小位相系としての性質を有する。よって、トロリ振幅に制限がある場合、制御系の速応性改善には限界がある。LQや極配置等によって設計した線形制御の適用は、標準的なクレーン制御法であるが、線形性のため、最大のトロリ振幅を維持できず、保守的な制御性能しか与えない。トロリ振幅に制限がある場合、効果的な制振制御則を見出すことは困難な問題として知られている<sup>1)</sup>。

荷が上下するクレーン系もある。実際、現場ではこの種のクレーン系がよく見られる。振子長も可変という条件が付加されると、数学モデルはより複雑となり、その制御問題も格段に難しくなる。トロリと荷の位置を同時に制御することにより、トロリのみの制御では得られないような高い制御性能の実現が期待される。しかしながら、筆者の知る限り、

---

\* 本論文の一部は、33), 34)にて発表された。

このような系に対する有効な制御則は見出されていない。

クレーン制御に関する研究の歴史は古く、これまで種々の制御法が提案されている。川崎<sup>2)</sup>、井口<sup>3)</sup>は、フィードバック制御の効果を実験的に検討した。北森<sup>4)</sup>、美多ら<sup>5)</sup>、Sakawaら<sup>6)</sup>は、最大原理に基づく最適軌道計画法を研究した。これらは特定の目標値制御に対する開ループ制御を与える。進藤ら<sup>7)</sup>、Liら<sup>8)</sup>は、計算した最適軌道に沿うフィードバック制御則を提案した。Moustafaら<sup>9)</sup>、村田ら<sup>10)</sup>、Linら<sup>11)</sup>は、線形フィードバック制御を用いる手法を検討した。特に、Linらの方法は、初期状態に依存したトロリ最大振幅を予測できる。しかしながら、線形制御には上述の欠点がある。森下<sup>12)</sup>は、加速時の速度パターンを逆転して用いる振れ止め制御法を開発した。Yoshidaら<sup>13)</sup>は、トロリ入力に制限がある場合の飽和制御則を提案した。Chungら<sup>14)</sup>、Spong<sup>15)</sup>は、振子のエネルギーを制御する方法を提案した。文献14)、15)は、本設計法と共通の設計思想を持つものであるが、エネルギー制御とサーボ系設計法との関係が不明確であり、トロリ振幅制限を想定していない。Weiら<sup>16)</sup>は、トロリ振幅制限を考慮できる方法を開発した。しかし、この方法を実行するためには、トロリ加速度を高精度で制御するサーボ系が必要となる。橋本ら<sup>17)</sup>、田村ら<sup>18)</sup>、相良ら<sup>19)</sup>は、振子長の変化に対してロバストな制御則を提案した。

一方、振子長を変化させて積極的に制振制御を行う研究もなされてきた。いわゆる重心移動型振子系の制御であり、非線形振動分野における古典的問題でもある。エネルギーの増減に着目する方法<sup>20,21)</sup>、パラメータ励振における Mathieu 方程式への帰着<sup>22)</sup>が代表的アプローチであるが、振子角および振子長の変化が小さいという仮定があり、この非線形現象を十分解明したとは言えない。また、最大原理に基づく最適制御法<sup>23)</sup>や実用安定化制御法<sup>24,25)</sup>も研究されたが、実用的な制御則を得るに至っていない。この問題に対する有効な制御則が発見されたのはごく最近であり、文献26-28)において、重心移動時に発生するコリオリ力を利用して安定化できることが明示された。

本論文では、文献26-28)と同様に、リアプノフの方法を用いて、荷が上下するクレーン系を安定化する制御法を提案する。すなわち、振子部のエネルギーに類似したリアプノフ関数を利用して安定化条件を導く。このとき、系の非線形性はすべて考慮される。安定化条件は、トロリの位置を  $r$ 、振子長を  $l$  とすれば、 $\dot{r}$  および  $\dot{l}$  の符号条件として与えられる。そして、この条件に基づき、トロリ位置および振子長を制御するサーボ系の設計法を提案する。これらのサーボ系は、それぞれの振幅制限および安定化条件を満足すると同時に制御終了直前まで最大振幅を維持できるよう工夫されており、高い制振効果を発揮する。また、種々のシミュレーションによって本制御則の有効性を検証する。

本論文の構成はつぎのとおりである。第2章では、クレーン系の数学モデルを示す。第3章では、リアプノフの方法を用いて安定化制御則を求める。第4章では、シミュレーション結果を示す。第5章では、結言を述べる。

## 2. 数学モデル

荷が上下するクレーン系 (Fig. 1) の運動方程式は次式で表される。

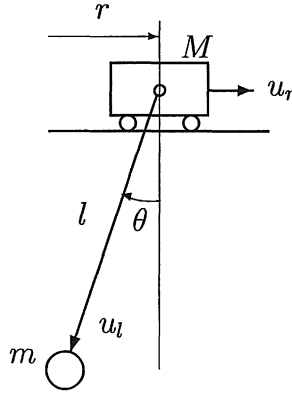


Fig. 1 Crane system.

$$\ddot{r} = \frac{1}{M} (u_r + u_l \sin \theta) \quad (1)$$

$$\ddot{l} = g \cos \theta + l \dot{\theta}^2 + \frac{\sin \theta}{M} u_r + \frac{M + m \sin^2 \theta}{mM} u_l \quad (2)$$

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{l} \sin \theta - 2 \frac{\dot{l}}{l} \dot{\theta} + \frac{\ddot{r}}{l} \cos \theta \quad (3)$$

ここで、 $r$ はトロリの基準位置からの偏差、 $l$ は振り長、 $\theta$ は振子の振れ角、 $M$ はトロリの質量、 $m$ は荷の質量、 $g$ は重力加速度、 $u_r$ および $u_l$ は、それぞれ、トロリおよび荷に対する駆動力である。振子の棒の質量は無視している。

$r$ と $l$ は、つぎのような制限を受けるものとする。

$$|r| \leq r_{\max} \quad (4)$$

$$0 < l_0 \leq l \leq l_1 \quad (5)$$

設計を容易にするため、(1)、(2)式をつぎのように線形化する。

$$\ddot{r} = u_r' \quad (6)$$

$$\ddot{l} = u_l' \quad (7)$$

ここで、 $u_r'$ および $u_l'$ は新しい入力である。この線形化を行う $u_r$ 、 $u_l$ は次式で与えられる。

$$u_r = (M + m \sin^2 \theta) u_r' - m \sin \theta (u_l' - g \cos \theta - l \dot{\theta}^2) \quad (8)$$

$$u_l = -m \sin \theta u_r' + m (u_l' - g \cos \theta - l \dot{\theta}^2) \quad (9)$$

### 3. 設 計 法

#### 3.1 安定化条件

つぎの非負関数をリアプノフ関数候補として考えよう.

$$V = (1 + \alpha l) \left\{ \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2 + m g l (1 - \cos \theta) \right\} \quad (10)$$

ただし,  $\alpha$  は次式である.

$$\alpha = \frac{1}{\bar{l}}, \quad \bar{l} = \frac{l_0 + l_1}{2} \quad (11)$$

リアプノフの安定性定理<sup>29)</sup>から, 平衡点  $(\theta, \dot{\theta}) = (2n\pi, 0)$ ,  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  は

$$\dot{V} \leq 0 \quad (12)$$

が成立したとき安定である.

(10)式を時間微分し, (3)式を用いれば, つぎの  $\dot{V}$  表現を得る.

$$\dot{V} = m \dot{l} \dot{\xi} + (1 + \alpha l) m l \dot{\theta} \cos \theta \ddot{\theta} \quad (13)$$

ただし,  $\xi$  は

$$\xi := (1 + 2\alpha l) g (1 - \cos \theta) - \left( 1 + \frac{1}{2} \alpha l \right) l \dot{\theta}^2 \quad (14)$$

で定義される. (13)式から, 安定化条件として

$$\text{sgn}(\ddot{\theta}) = -\text{sgn}(\dot{\theta} \cos \theta) \quad (15)$$

$$\text{sgn}(\dot{l}) = -\text{sgn}(\xi) \quad (16)$$

を得る. トロリと振り長の制御則は独立に設計できることがわかる.

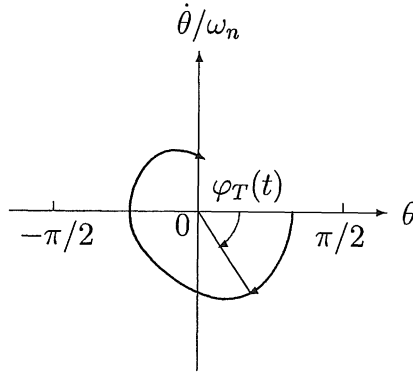
#### 3.2 トロリの制御

本節では, (15)式に基づいて振子を安定化するトロリサーボ系の設計法を述べる.  $r_d$  を  $r$  の目標関数,  $G_T(s)$  を  $r_d$  から  $r$  までの伝達関数とする. そして,  $g_T(\omega)$  および  $\phi_T(\omega)$  をそれぞれ  $G_T(j\omega)$  のゲインおよび位相遅れとする.

Fig. 2 に示すように,  $\theta - \dot{\theta}/\omega_n$  平面における振り軌道を用いて角度  $\varphi_T(t)$  を定義する. ただし,  $\omega_n$  は

$$\omega_n = \sqrt{\frac{g}{\bar{l}}} \quad (17)$$

すなわち, 長さ  $\bar{l}$  の線形化振り子モデルに対する固有円振動数である. ここで, つぎの関係を

Fig. 2 Stable pendulum trajectory and  $\varphi_T(t)$ .

仮定する.

$$\varphi_T(t) \simeq \omega_n t + \varphi_{T0} \quad (18)$$

Fig. 2 の座標系は、この近似ができるだけ正確になるように選ばれた。特に、長さ  $l$  の振子の微小自由振動に対して、(18)式が成立することはよく知られている。また、4章で数値例によって検証されるように、以下で構成される制御則を用いた場合も、ある条件下であれば、状態空間の比較的広い範囲で(18)式が成立する。

$\sin \varphi_T(t)$  なる関数を考えよう。そして、 $|\theta| < \pi/2$  のとき、この関数は(15)式中の  $-\dot{\theta} \cos \theta$  と同符号であることに注意する。実際、 $\dot{\theta}$  と  $\sin \varphi_T(t)$  が同期するように  $r_d$ ,  $G_T(s)$  を設計できる。

(18)式から、 $\sin \varphi_T(t)$  は円振動数  $\omega_n$  の基本波成分を持ち、この成分は  $-\dot{\theta} \cos \theta$  とほぼ同符号である。この基本波成分に対する  $G_T(s)$  の出力は振幅が  $g_T(\omega_n)$  倍され、位相が  $\phi_T(\omega_n)$  遅れることを考慮して、サーボ系の目標関数をつぎのように構成する。

$$r_d(t) = \frac{a_T}{g_T(\omega_n)} \sin(\varphi_T(t) + \phi_T(\omega_n) - \pi) \quad (19)$$

ただし、 $a_T > 0$  は  $r$  の目標振幅であり、以下で与えられる。 $-\pi$  は  $r$  から  $\dot{r}$  を求めるときの微分による位相進みを補償する項である。また、実際には、 $\varphi_T(t)$  が  $t$  の完全な線形関数でないため、上で構成された目標関数は、円振動数  $2\omega_n, 3\omega_n, \dots$  の高調波成分を含むことに注意しなければならない。もしこれらの高調波成分が  $G_T(s)$  を十分減衰しないで通過すれば、 $\dot{r}$  の符号条件は乱されるであろう。したがって、 $G_T(s)$  は、それらの円振動数に対するゲインが十分小さくなるように設計すべきである。 $G_T(s)$  がそのような低域通過特性を持つとき、 $r(0) = \dot{r}(0) = 0$  に対して

$$r \simeq a_T \overline{\sin}(\varphi_T(t) - \pi) \quad (20)$$

$$\dot{r} \simeq a_T \omega_n^2 \overline{\sin} \varphi_T(t) \quad (21)$$

となる． $\overline{\sin}(\cdot)$  は  $\sin(\cdot)$  の基本波成分を表す．(21)式から，この制御則によって符号条件(15)式がほぼ満たされ，さらに，(20)式から， $a_T$  が  $r_{\max}$  より小さいとき， $r$  に関する制約(4)式も満たされることがわかる．

(18)式は  $a_T$  が  $\bar{l}$  に比べて小さいとき成立する．

振子軌道が原点に近づいたとき，(18)式が成立しにくくなる．そのような場合，振幅  $a_T$  を小さくすれば，(18)式の関係を保持できる．そして，このことにより， $(r, \dot{r})$  も目標点  $(0, 0)$  の近くに制御できる．振幅  $a_T$  は次式で与えられる．

$$a_T = \begin{cases} a_{T0} & \text{if } V \geq b_{T0} \\ a_{T0} V / b_{T0} & \text{if } V < b_{T0} \end{cases} \quad (22)$$

ただし， $a_{T0} \leq r_{\max}$  および  $b_{T0} > 0$  は，シミュレーションにより調整されるパラメータである．すなわち， $V \geq b_0$  のあいだ一定振幅  $a_{T0}$  を使い， $V < b_0$  となった場合，振幅を  $V$  に比例して小さくするのである．

$b_{T0}$  の目安として次式が利用できる．

$$b_{T0} = \beta m g \frac{a_{T0}^2}{\bar{l}}, \quad \beta = 1 \sim 3 \quad (23)$$

$G_T(s)$  については，2次遅れ系の利用が便利である．すなわち， $G_T(s)$  はつぎのように設計される．

$$G_T(s) = \frac{\Omega_T^2}{s^2 + 2\zeta_T \Omega_T s + \Omega_T^2} \quad (24)$$

ただし

$$\Omega_T = \frac{\omega_n}{c_T} \quad (25)$$

であり， $\zeta_T, c_T$  は設計パラメータである．この伝達関数を実現する制御入力

$$u_r' = \Omega_T^2 (r_d - r) - 2\zeta_T \Omega_T \dot{r} \quad (26)$$

である．また， $g_T(\omega_n)$  および  $\phi_T(\omega_n)$  は次式で計算される．

$$g_T(\omega_n) = \frac{1}{\sqrt{(1 - c_T^2)^2 + 4\zeta_T^2 c_T^2}} \quad (27)$$

$$\phi_T(\omega_n) = \tan^{-1} \frac{2\zeta_T c_T}{1 - c_T^2} \quad (28)$$

$\zeta_T, c_T$  について，許容範囲は広いと思われるが，種々のシミュレーションの結果，良好な応答を与える範囲として

$$\zeta_T = 0.7 \sim 1, \quad c_T = 0.5 \sim 2 \quad (29)$$

を得た。実際には、サーボ系の入力制限等を考慮して上記の範囲を目安に設計することになる。

### 3.3 振子長の制御

上述のトロリ制御法と同様に、(16)式に基づいて振子長を制御するサーボ系を構成できる。

$\theta-\dot{\theta}$  平面は、 $\xi$  の符号によって Fig. 3 のように分類される。P 領域 (N 領域) は  $\xi$  の符号が正 (負) の領域であり、ハッチング部分は、 $\xi$  の符号が  $l$  にも依存する領域である。 $l=\bar{l}$  に対する P, N 領域の境界は次式で近似される。

$$\dot{\theta} = \pm \omega_n \theta \quad (30)$$

上式は、 $\xi=0$  を  $l=\bar{l}$ ,  $\cos \theta \approx 1 - \theta^2/2$  という条件で解くことによって得られる。これらの直線で区分される領域は、P, N 領域を近似する。 $\theta-\dot{\theta}/\omega_n$  平面においてこれらは傾き  $\pm \pi/4$  の直線となる (Fig. 4 参照)。Fig. 4 に示すように、振子軌道を用いて角度  $\varphi_L(t)$  を定義する。そして、つぎの関係を仮定する。

$$\varphi_L(t) \approx \omega_n t + \varphi_{L0} \quad (31)$$

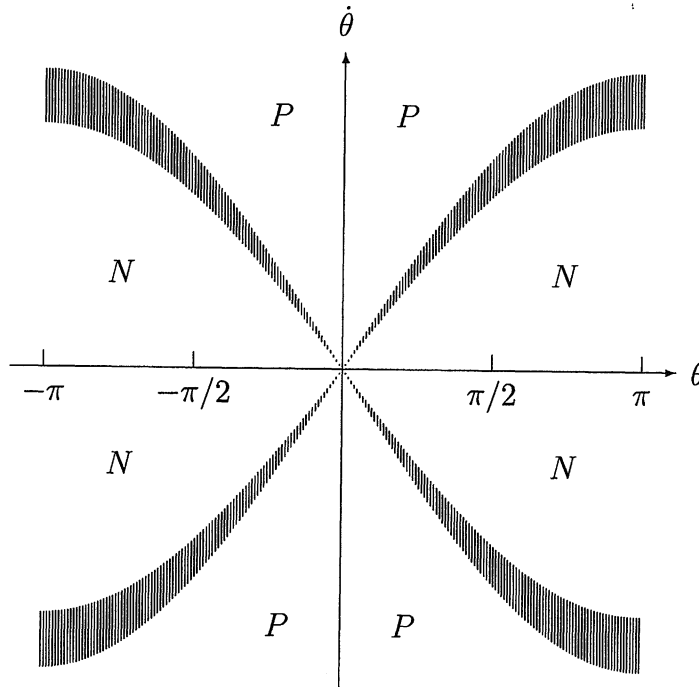
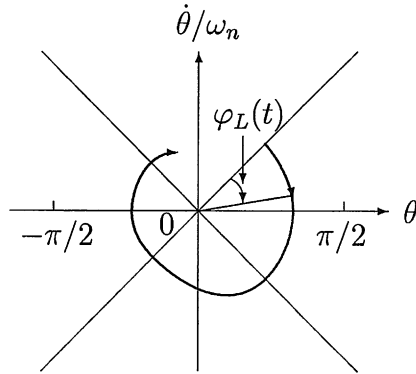


Fig. 3 Subsets in the  $\theta-\dot{\theta}$  plane.

Fig. 4 Stable pendulum trajectory and  $\varphi_L(t)$ .

$-\sin 2\varphi_L(t)$  なる関数を考える．そして，この関数は，(16)式中の $-\xi$ とほぼ同符号であることを注意しよう．実際， $l$ に対するサーボ系を， $\dot{l}$ および $-\sin 2\varphi_L(t)$ が同期するように設計できる．

$l_d$ を $l$ の目標関数， $G_L(s)$ を $l_d$ から $l$ までの伝達関数とする．また， $g_L(\omega)$ および $\phi_L(\omega)$ をそれぞれ $G_L(j\omega)$ のゲインおよび位相遅れとする．

(31)式から， $-\sin 2\varphi_L(t)$ は円振動数 $2\omega_n$ の基本波成分を持つ．この成分は $-\xi$ とほぼ同符号である．基本波成分に対する $G_L(t)$ の出力は，振幅が $g_L(2\omega_n)$ 倍され，位相が $\phi_L(2\omega_n)$ 遅れることを考慮して，サーボ系の目標関数をつぎのように構成する．

$$l_d(t) = \bar{l} - \frac{a_L}{g_L(2\omega_n)} \sin \left( 2\varphi_L(t) + \phi_L(2\omega_n) - \frac{\pi}{2} \right) \quad (32)$$

ここで， $a_L > 0$ は $l$ の目標振幅であり，以下で与えられる．また， $-\pi/2$ は， $l$ から $\dot{l}$ を求めるときの微分操作に伴う位相進みを補償する項である．上で構成された入力関数は，円振動数 $4\omega_n, 6\omega_n, \dots$ の高調波成分を含むことに注意しなければならない．もしこれらの高調波成分が $G_L(s)$ を十分減衰しないで通過した場合， $\dot{l}$ の符号条件は乱されるであろう．したがって， $G_L(s)$ は，そのような円振動数に対するゲインが十分小さくなるように設計されるべきである． $G_L(s)$ が適切な低域通過特性を持つとき， $l(0) = \dot{l}(0) = 0$ に対して

$$l \simeq \bar{l} - a_L \overline{\sin \left( 2\varphi_L(t) - \frac{\pi}{2} \right)} \quad (33)$$

$$\dot{l} \simeq -2\omega_n a_L \overline{\sin 2\varphi_L(t)} \quad (34)$$

を得る．(34)式から， $\dot{l}$ の符号条件がほぼ満たされ，また，(33)式から， $a_T \leq (l_1 - l_0)/2$ のとき， $l$ に関する制約(5)式も満たされることがわかる．

(31)式は $a_T$ が $\bar{l}$ に比べて小さいとき成立する．

振幅 $a_L$ は次式で決定される．



$$a_L = \begin{cases} a_{L0} & \text{if } V \geq b_{L0} \\ a_{L0} V / b_{L0} & \text{if } V < b_{L0} \end{cases} \quad (35)$$

ここで,  $a_{L0} \leq (l_1 - l_0) / 2$  および  $b_{L0} > 0$  は, シミュレーションによって調整されるパラメータである. また, 目標振幅をこのように小さくしてゆくことによって,  $(l, \dot{l})$  を目標点  $(\bar{l}, 0)$  の近くに制御できる.

$b_{L0}$  の目安として次式が利用できる.

$$b_{L0} = b_{T0} \quad (36)$$

$l$  に対するサーボ系は, やはり2次遅れ系を用いて設計できる. すなわち,  $G_L(s)$  は次式で与えられる.

$$G_L(s) = \frac{\Omega_L^2}{s^2 + 2\zeta_L \Omega_L s + \Omega_L^2} \quad (37)$$

ただし

$$\Omega_L = \frac{2\omega_n}{c_L} \quad (38)$$

であり,  $\zeta_L, c_L$  は設計パラメータである. この伝達関数を実現する制御入力は

$$u_i' = \Omega_L^2 (l_d - l) - 2\zeta_L \Omega_L \dot{l} \quad (39)$$

である. また,  $g_L(2\omega_n)$  および  $\phi_L(2\omega_n)$  は次式で計算できる.

$$g_L(2\omega_n) = \frac{1}{\sqrt{(1 - c_L^2)^2 + 4\zeta_L^2 c_L^2}} \quad (40)$$

$$\phi_L(2\omega_n) = \tan^{-1} \frac{2\zeta_L c_L}{1 - c_L^2} \quad (41)$$

シミュレーションから良い応答を与えるパラメータの範囲として

$$\zeta = 0.7 \sim 1, \quad c_L = 0.2 \sim 2 \quad (42)$$

を得た.

### 3.4 制御モードの切り換え

制御則における各振幅  $a_T, a_L$  がある程度小さくなると制振効果が低下する. また,  $(\theta, \dot{\theta})$  が原点近傍に来ると, (18)式および(31)式が成立しにくくなる. したがって, つぎの基準が成立した場合, 制御モードを線形に切り換える.

$$V < \varepsilon \quad (43)$$

ここで,  $\varepsilon$  は次式を満足する正数である.

$$\varepsilon < \min(b_{T0}, b_{L0}) \quad (44)$$

$r$ の制御には、線形化モデルに基づいて設計された線形制御則を用いる。切り換えが生じた場合、状態は原点に十分近づいているので、通常の線形制御理論により高性能な制御則を容易に設計できる。 $l$ の制御については、3.3節で導いた制御則で $l_d = \bar{l}$ とおく。

#### 4. シミュレーションによる検討

つぎのパラメータを持つクレーン系を考えよう。

$$m = 1 \text{ kg}, \quad M = 1 \text{ kg}, \quad \bar{l} = 10 \text{ m} \quad (45)$$

制限条件はつぎのように与えられたとする。

$$|r| \leq 1 \text{ m}, \quad 9 \text{ m} \leq l \leq 11 \text{ m} \quad (46)$$

すなわち

$$r_{\max} = 1 \text{ m}, \quad l_0 = 9 \text{ m}, \quad l_1 = 11 \text{ m} \quad (47)$$

である。 $G_T(s)$  および  $G_L(s)$  のパラメータは、つぎのように設計した。

$$\zeta_T = 0.7, \quad c_T = 1 \quad (48)$$

$$\zeta_L = 0.7, \quad c_L = 0.5 \quad (49)$$

そして、各目標振幅  $a_{T0}, a_{L0}$  は、制限条件を考慮して

$$a_{T0} = 0.8 \text{ m}, \quad a_{L0} = 0.9 \text{ m} \quad (50)$$

とした。また、 $b_{T0}, b_{L0}$  は

$$b_{T0} = 3mg \frac{a_{T0}^2}{l} = 1.8816, \quad b_{L0} = b_{T0} \quad (51)$$

と選んだ。トロリに対する線形制御は、LQ法によりつぎのように設計した。

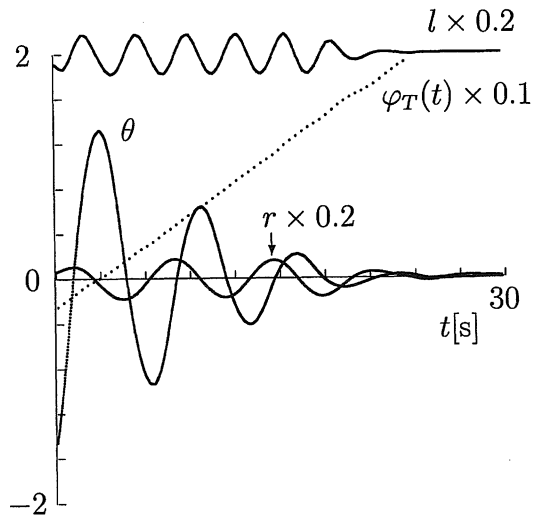
$$u_r' = -31.622\theta + 0.2228\dot{\theta} - r - 2.9075\dot{r}, \quad (52)$$

切り換え基準  $\varepsilon$  として  $b_{T0}$  の5パーセントの値、すなわち

$$\varepsilon = 0.05b_{T0} = 0.09408 \quad (53)$$

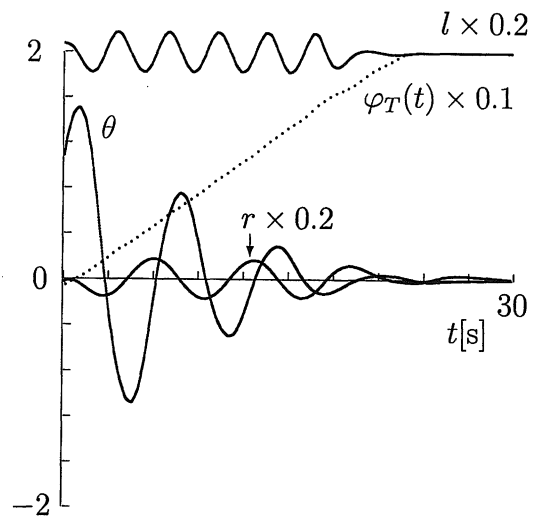
を採用した。

Fig. 5~Fig. 8に種々の初期状態に対するシミュレーション結果を示す。図において、 $x(0)$  はつぎの要素を持つ初期状態ベクトルである。



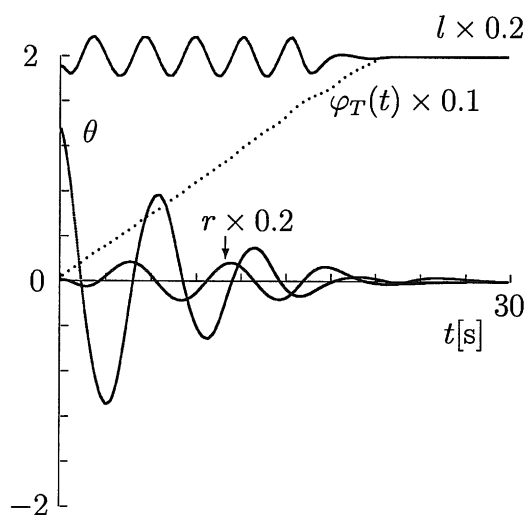
$x(0) = (-1.4579, 0.7822, 0.3145, 0.209, 9.5454, -0.086)^T$   
 $\max |r| = 0.907, \max l = 10.89, \min l = 9.098$

Fig. 5 Results of simulation.



$x(0) = (1.0879, 0.8714, -0.1265, 0.462, 10.3714, -0.4438)^T$   
 $\max |r| = 0.881, \max l = 10.888, \min l = 9.097$

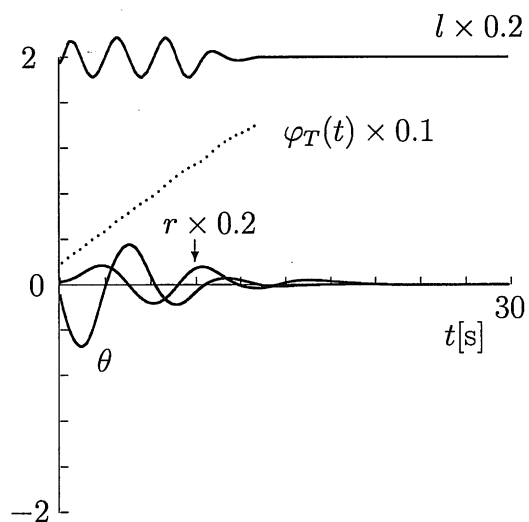
Fig. 6 Results of simulation.



$$x(0) = (1.3487, -0.4079, 0.0249, 0.2671, 9.5535, 0.0925)^T$$

$$\max |r| = 0.855, \max l = 10.89, \min l = 9.103$$

Fig. 7 Results of simulation.



$$x(0) = (-0.0939, -0.6055, 0.1227, 0.1478, 9.7638, -0.2207)^T$$

$$\max |r| = 0.856, \max l = 10.883, \min l = 9.094$$

Fig. 8 Results of simulation.

$$x(0) = (\theta(0), \dot{\theta}(0), r(0), \dot{r}(0), l(0), \dot{l}(0))^T \quad (54)$$

各要素の値は、つぎの範囲で発生させた乱数を用いて与えた。

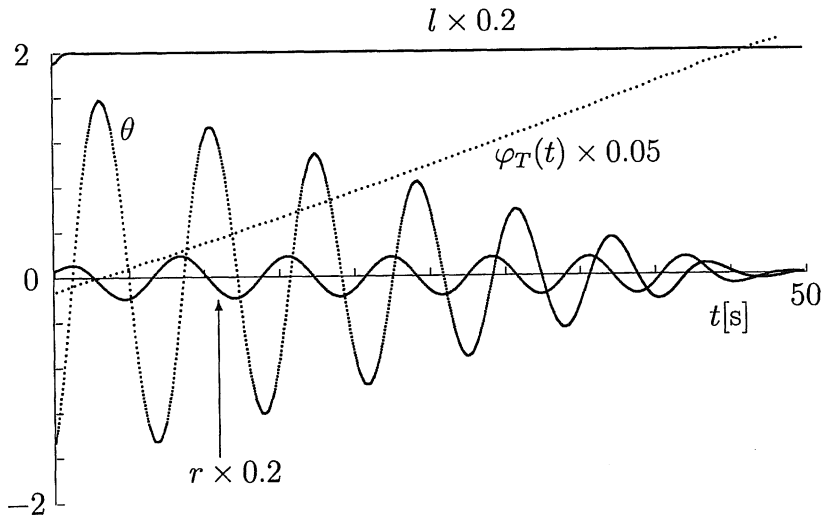
$$\begin{aligned} |\theta(0)| &\leq 1.5 \text{ rad}, & |\dot{\theta}(0)| &\leq 1.5 \text{ rad/s} \\ |r(0)| &\leq 0.5 \text{ m}, & |\dot{r}(0)| &\leq 0.5 \text{ m/s} \\ 9.5 \text{ m} &\leq l(0) \leq 10.5 \text{ m}, & |\dot{l}(0)| &\leq 0.5 \text{ m/s} \end{aligned}$$

これらの図には、 $\varphi_T(t)$  または  $\varphi_L(t)$  も示されている。これらは、ほぼ  $t$  と直線関係にあり、(18)式と(31)式の仮定が妥当であると確認できる。Fig. 9にトロリのみを制御した場合、すなわち、 $a_{T0}=0.8, a_{L0}=0$  に対するシミュレーション結果を示す。また、Fig. 10には、振り長のみを制御した場合、すなわち、 $a_{T0}=0, a_{L0}=0.9$  に対する結果を示す。さらに、Fig. 11には、比較のため、 $|r| \leq r_{\max}$  の制限条件内でLQ法により設計されたトロリに対する線形制御則

$$u_r' = -0.97\theta + 0.2455\dot{\theta} - 1.4142r - 1.7631\dot{r} \quad (55)$$

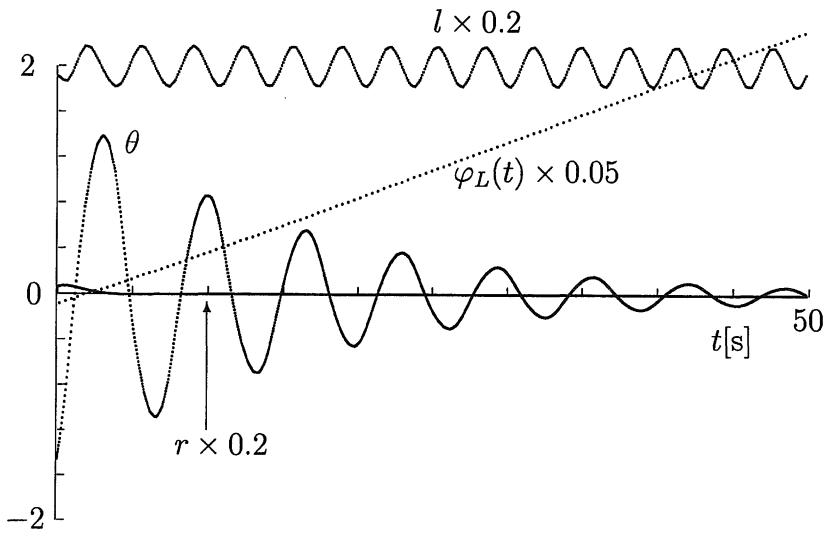
を適用した場合を示す。提案する制御則を使えば、顕著な制御性能が達成できることがわかる。また、トロリと振り長を同時に制御すれば相乗効果が得られることも確認できる。

制御対象のパラメータ変化に対する制御性能のロバスト性も検証した。コントローラ的设计に大きく影響を与えるパラメータは、振り長の平均長  $\bar{l}$  である。このことは、 $\bar{l}$  により  $\omega_n, \Omega_T, g_T(\omega_n), \phi_T(\omega_n), \Omega_L, g_L(\omega_n), \phi_L(\omega_n)$  等のコントローラパラメータが決定されることからわかる。 $\bar{l}=5$  および  $\bar{l}=15$  として設計したコントローラを同じクレーン系 ( $\bar{l}=10$ ) に



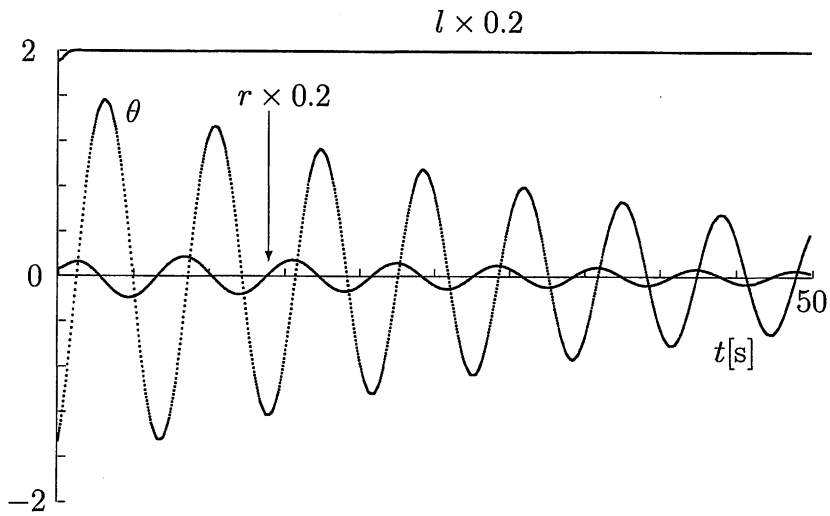
$$\begin{aligned} x(0) &= (-1.4579, 0.7822, 0.3145, 0.209, 9.5454, -0.086)^T \\ \max |r| &= 0.95, \max \bar{l} = 10.021, \min \bar{l} = 9.545 \end{aligned}$$

Fig. 9 Results of simulation for the case where  $a_{T0}=0.8, a_{L0}=0$ .



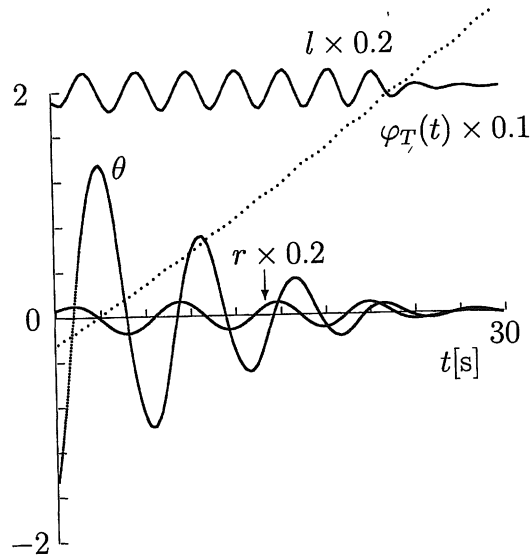
$x(0) = (-1.4579, 0.7822, 0.3145, 0.209, 9.5454, -0.086)^T$   
 $\max |r| = 0.357, \max l = 10.892, \min l = 9.099$

Fig. 10 Results of simulation for the case where  $a_{T0}=0, a_{L0}=0.9$ .



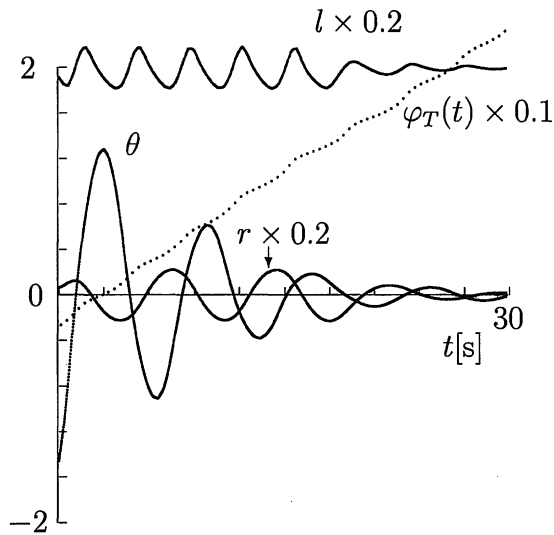
$x(0) = (-1.4579, 0.7822, 0.3145, 0.209, 9.5454, -0.086)^T$   
 $\max |r| = 0.947, \max l = 10.021, \min l = 9.545$

Fig. 11 Results of simulation by using the linear-quadratic regulator.



$x(0) = (-1.4579, 0.7822, 0.3145, 0.209, 9.5454, -0.086)^T$   
 $\max |r| = 0.736, \max l = 10.882, \min l = 9.133$

Fig. 12 Results of simulation for the case where the controller designed with  $\bar{l}=5$  is used.



$x(0) = (-1.4579, 0.7822, 0.3145, 0.209, 9.5454, -0.086)^T$   
 $\max |r| = 1.137, \max l = 10.896, \min l = 9.082$

Fig. 13 Results of simulation for the case where the controller designed with  $\bar{l}=15$  is used.

適用した場合のシミュレーション結果を Fig. 12 および Fig. 13 にそれぞれ示す。初期状態は Fig. 5 と同じである。Fig. 13 で  $\tau$  が制限をオーバーしているのが認められるが、大きなパラメータ誤差にもかかわらず減衰特性はそれほど悪化しないという傾向が見られる。

## 5. おわりに

リアプノフの方法を用いて、トロリおよび振り長に振幅制限があるクレーン系に対する安定化非線形制御則を求め、シミュレーションによってその有効性を検証した。

トロリ位置と振り長に対するサーボ系は独立に設計できることおよび両者を使えば高い制御性能が得られることが示された。それぞれのサーボ系は、振り軌道から作られる目標関数と低域通過特性を持つ伝達関数によって構成され、その設計は簡単である。

ここで提案した設計手法は、倒立振子の振り上げ制御など種々の振り系制御問題へ応用可能である<sup>30-32)</sup>。

## 参考文献

- 1) K. Furuta, M. Yamakita, and S. Kobayashi: Swing-up control of inverted pendulum using pseudo-state feedback, *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, **206**, 263-269 (1992)
- 2) 川崎寛司: クレーンにおけるつり荷の振れ止め制御について, 日本機械学会誌, **72**-605, 830-835 (1969)
- 3) 井口雅一: クレーンの制御に関する研究 (第1報, クレーンの手動制御), 日本機械学会論文集, **39**-320, 1225-1234 (1973)
- 4) 北森俊行: クレーンの最適運転法, 第3回計測自動制御学会学術講演会, 347-348 (1964)
- 5) 美多, 金井: トロリーの最大速度に注目したクレーンの最適運転法, 計測自動制御学会論文集, **15**-6, 833-838 (1979)
- 6) Y. Sakawa and Y. Shindo: Optimal control of container cranes, *8th IFAC World Congress, Kyoto*, Vol. IV, 37-42 (1981)
- 7) 進藤, 孫, 坂和: コンテナ・クレーンの振れ止め制御, 計測自動制御学会論文集, **19**-5, 430-432 (1983)
- 8) W. Li and X. Cheng: Computer control of high speed cranes, *1993 American Control Conference, San Francisco*, 2562-2566 (1993)
- 9) K. A. F. Moustafa and A. M. Ebeid: Nonlinear modeling and control of overhead crane load sway, *Trans. of the ASME, J. Dynamic Systems, Measurement, and Control*, **110**, 266-271 (1988)
- 10) 村田, 中島, 宮田, 西崎: 横行クレーンのサーボ形振れ止め制御, 日本機械学会論文集 (C編), **61**-582, 513-518 (1995)
- 11) Z. Lin, A. Saberi, A. Gutmann, and Y. A. Shamash: Linear controller for an inverted pendulum having restricted travel: a high-and-low gain approach, *Automatica*, **32**-6, 933-937 (1996)
- 12) 森下 巖: 走行クレーンの運転自動化のための振れ止め制御—時間軸逆転フィードバック方式—, 計測自動制御学会論文集, **14**-6, 739-744 (1978)
- 13) K. Yoshida and H. Kawabe: A design of saturating control with a guaranteed cost and its application to the crane control system, *IEEE Trans. on Automatic Control*, **37**-1, 121-127 (1992)
- 14) C. C. Chung and J. Hauser: Nonlinear control of a swinging pendulum, *Automatica*, **31**-6, 851-862 (1995)



- 15) M. W. Spong: Energy based control of a class of underactuated mechanical systems, *13th IFAC World Congress, San Francisco*, Vol. F, 431-435 (1996)
- 16) Q. Wei, W. P. Dayawansa, and W. S. Levine: Nonlinear controller for an inverted pendulum having restricted travel, *Automatica*, **31-6**, 841-850 (1995)
- 17) 橋本, 土谷, 松田, 杉岡: 荷振れ情報を必要としないクレーンの吊り荷の振動抑制制御, 計測自動制御学会論文集, **30-2**, 172-180 (1994)
- 18) 田村, 常川, 小林: 適応同定機構を有する巻き上げ式天井クレーンの制御, 日本機械学会論文集 (C編), **54-504**, 1795-1803 (1988)
- 19) 相良, 大川: クレーンの適応制御, 日本機械学会論文集 (C編), **56-526**, 1494-1498 (1990)
- 20) S. Timoshenko (谷下, 渡辺訳): 工業振動学, 155-157, 東京図書 (1956)
- 21) 稲葉, 長阪, 金広, 加賀, 井上: 二足二腕ロボットによる視覚に基づくプランコ動作, 第12回ロボット学会学術講演会, 351-352 (1994)
- 22) 戸田, 渡辺: 非線形力学, 42-48, 共立出版 (1984)
- 23) 大平, 久村: 可変ロープ長振子の振動制御, 計測自動制御学会論文集, **19-9**, 759-761 (1983)
- 24) S. Ishijima and A. Kojima: Practical stabilization of the variable length pendulum by irreducible virtual decomposition, *12th IFAC World Congress, Sydney*, Vol. 7, 255-258 (1993)
- 25) 野田, 石島, 児島: 仮想分割法による可変長振子の実用安定化制御, 第34回計測自動制御学会学術講演会, Vol. I, 61-62 (1995)
- 26) 吉田, 川辺, 川西: 重心移動による単振子系の安定化制御, 第34回計測自動制御学会学術講演会, Vol. II, 679-680 (1995)
- 27) K. Yoshida, H. Kawabe, and K. Kawanishi: Stabilizing control for a single pendulum by moving the center of gravity—an investigation by numerical experiment—, *35th IEEE Conference on Decision and Control, Kobe*, 1039-1040 (1996)
- 28) K. Yoshida, K. Kawanishi, and H. Kawabe: Stabilizing control for a single pendulum by moving the center of gravity: theory and experiment, *1997 American Control Conference, Albuquerque*, 3405-3410 (1997)
- 29) J. J. E. Slotine and W. Li: *Applied nonlinear control*, 57-96, Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall (1991)
- 30) 吉田和信: エネルギー法による倒立振子の振り上げ安定化制御, 第36回計測自動制御学会学術講演会, Vol. II, 833-834 (1997)
- 31) 吉田和信: 支点鉛直変動型単振子系の安定化制御, 第36回計測自動制御学会学術講演会, Vol. I, 473-474 (1997)
- 32) 吉田和信: スライダクランク型振子系の制振制御, 第36回計測自動制御学会学術講演会, Vol. II, 835-836 (1997)
- 33) 吉田和信: トロリおよび振子長の振幅制限を考慮したクレーン系の制振制御, 第36回計測自動制御学会学術講演会, Vol. I, 149-150 (1997)
- 34) K. Yoshida: Nonlinear control for a crane system having constrained trolley stroke and pendulum length, *36th IEEE Conference on Decision and Control, San Diego* (1997) (to appear)