

磁気軸受の非線形ばね特性に関する研究

村上 新

島根大学総合理工学部電子制御システム工学科

Nonlinear Spring Characteristics of Magnetic Bearing

Shin MURAKAMI

Interdisciplinary Faculty of Science and Engineering, Shimane University

(Received September 19, 1997)

Abstract

The author studies the nonlinear spring characteristics of a magnetic bearing by experiments and numerical simulations. The experimental system consists of a radial magnetic bearing stator which is located horizontally, a cylindrical iron rotor supported by steel balls, analog PID control circuits and an exciter. The influences of the static load, the exciting force and feedback coefficients of the PID control circuits on the resonance curve of the system are investigated.

As results, followings are clarified. Due to the characteristics of linear power amplifier in the control circuits, the spring constant of the magnetic bearing becomes smaller when the control current exceeds the bias current. Consequently, the characteristic of the bearing becomes soft spring type and inclination of response curve is observed.

1. 緒 言

近年、遠心分離器、工作機械主軸、特殊環境下のポンプなど、さまざまな分野で磁気軸受が広く使われるようになってきた¹⁾。これらを実現する制御方法は、ほとんどが動作平衡点において線形化を行って、線形制御理論を適用したものであり、実際それによって多くの成果が上がっている。しかし、今後これらの磁気軸受がさらに多種多様なところで使用されるようになると、より厳しい条件下で、高性能を維持する必要性が生じると考えられ、そのためには線形範囲を逸脱し、非線形性に起因する、従来の制御方法では対処できない問題が発生することが予想される。

磁気軸受の非線形性に関する研究は、回転軸の幾何学的位置による2座標の連成に関するもの^{2,3)}や、電磁石鉄心の飽和を考慮したもの⁴⁾、高速回転時のジャイロ効果の影響を考慮したもの⁵⁾、回転軸の磁気抵抗を考慮し高回転時の特性を調べたもの⁶⁾などがある。しかし、いずれも理論解析に重点を置いたもので、実際に使用される磁気軸受に適用し、発生する振動現象を明らかにしたものは少ない。

そこで本研究では、マシニングセンタ用主軸として開発された磁気軸受のステータとその制御回路とほぼ同特性をもつPID制御回路を用いて磁気軸受を模擬した実験装置を作成し、

静荷重負荷実験や加振実験を行うことによって、磁気軸受単体の非線形振動特性を調べる。また、現れる非線形現象の原因を明らかにするため、数値シミュレーションと実験との比較も行う。なお、本報告では解析対象を1自由度系とし、1制御軸方向の振動特性のみ調べることにする。

2. 実験装置

本研究で使用する磁気軸受装置の概略を図1に示す。この装置は、磁化の起こらないアルミニウムのベースに、マシニングセンタ用の主軸として開発された、磁気軸受と空気軸受を併用したハイブリッド磁気軸受⁷⁾の試作品に使用されたラジアル磁気軸受ステータを水平に設置したものである。回転軸には側面と端面を研削した円柱状の電磁純鉄 SUYR を使い、ベースに設けた円弧状の溝に入れた鋼球によって支持した。これにより、回転軸の鉛直軸方向の制御は不要になり、水平面の2軸方向はほとんど摩擦がなく自由に動くことができる。図の左側は加振器を表し、この力はアルミニウム製の連結棒で磁気軸受の一軸方向に力が加わるように設置されている。なお、本報告では、軸の回転は考慮せず水平面上の平行移動のみを扱う。軸の変位はステータコイルの下側の渦電流式ギャップセンサによって測定し、その出力は制御回路に送られる。ステータはコイルが軸受中心から放射状に45°の角度で配置されており、 x 軸、 y 軸をはさんで隣り合う2つが直列接続されて一組となり、各軸の正負

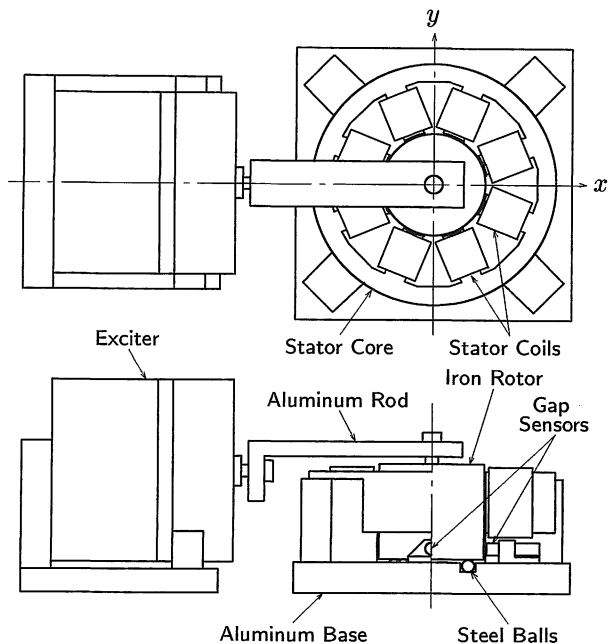


Fig. 1 Experimental Rig

方向で合計4組の電磁石がある。ステータコアには積層珪素鋼板が用いられ、磁極はS-N-N-S-S-N-N-Sの順に配置されている。本磁気軸受は、向かい合う2組の電磁石にバイアス電流を流して軸を両方から吸引し、その電流を制御回路により加減することによって軸位置を制御する。コイルの巻数は一組あたり224ターンで、磁路断面は横幅が13.9 mm 高さが36.6 mm である。ステータコアの飽和を考え、磁束が1 T 以下という制限を加えると、この磁気軸受の負荷容量は約380 N となる。対向する磁極の距離は68.23 mm、軸の直径は66.90 mm であるため、平衡位置のギャップは0.665 mm になる。

計測システムの概略を図2に示す。このうち、制御回路は前述のハイブリッド磁気軸受に使用されたアナログPID制御回路を元にx軸方向、y軸方向それぞれ独立に制御する回路を作成した。電磁石駆動用パワーアンプはパワートランジスタを用いたダーリントン接続のA級リニアアンプであるため、一方向の電流しか流すことができない。そこで、フィードバック制御電流とバイアス電流の和が負になるとき、ダイオードによってクリッピングし、電磁石の電流をほぼ0とするようになっている。これは回転軸が強磁性体であるため、電磁石に逆向きの電流を流すと、磁極は入れ替わるが斥力とはならず、望まれるフィードバック力を逆に小さくしてしまうのを防ぐ意味でも妥当な処置であると考えられる。バイアス電流は、制御回路のパワーアンプ部の容量を考慮して0.5 Aに固定した。PIDフィードバック係数は制御回路のボリュームによって調整し、以下のように標準状態を決定した。まず、加振器の周波数範囲や計測のしやすさを考慮し共振周波数が20 Hz以上になるように比例(P)ゲインを調整する。(ただし、共振周波数を30 Hz以上にしようとすると、ノイ

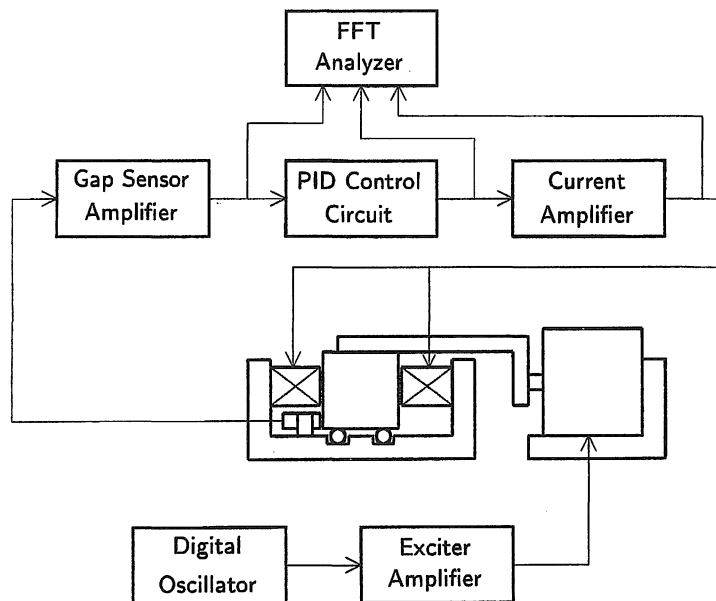


Fig. 2 Measuring System

ズが原因と考えられる高周波を含んだ不規則な発振が生じるため、28 Hz 程度が限界であった。) つぎに、上記の比例ゲインのもとで、積分 (I) ゲイン、微分 (D) ゲインともに発振する限界の 1/2 程度を標準状態とする。限界の 1/2 とした理由は、後に各フィードバック係数の周波数応答に対する影響を調べる際に、係数の可変範囲をある程度確保するためである。加振器は IMV 製バイプロベット PET-05 を用いた。この加振器の最大加振力は 5 kgf、最大変位は 5 mm (p-p) である。加振器のアンプには、この装置付属の PET-05A を用いるが、この外部信号入力に NF 製デジタル発振器 Multi Function Synthesizer 1930A を使用した正弦波スイープ信号を入力し、変位信号、制御電流、加振電圧などを小野測器製 FFT アナライザ CF360 を用いて計測する。

3. 実験結果

3.1 静荷重による静剛性の計測

前述の標準状態で連結棒に滑車を介して分銅をつり下げて水平方向に力を加え、磁気軸受の静特性を計測した結果を図 3 に示す。この図では PID 制御時と PD 制御時の荷重と変位の関係が示されている。○は荷重を増加していった場合、●は減少していった場合の変位を表す。PID 制御時では、積分制御 (I) の存在のため定常偏差が小さくなっており、静剛性が非常に高い。このとき荷重と変位の関係はほぼ線形であり、最小二乗法により一次近似すると図中に示す直線 a で表すことができる。この直線から剛性を計算すると $1.23 \text{ [N}/\mu\text{m}]$ となる。しかし、後述の加振実験においては、振幅が大きくなるのは 20~30 Hz の共振点であり、その周波数範囲では積分制御の効果はほとんどない。そこで積分制御を無効にした PD 制御時の特性に注目すると、剛性が非常に小さくなり PID 制御時に比べ小さい荷重で大きな変位が生じている。さらに、荷重が 8 N を超えたあたりから変位の変化率が増大し、

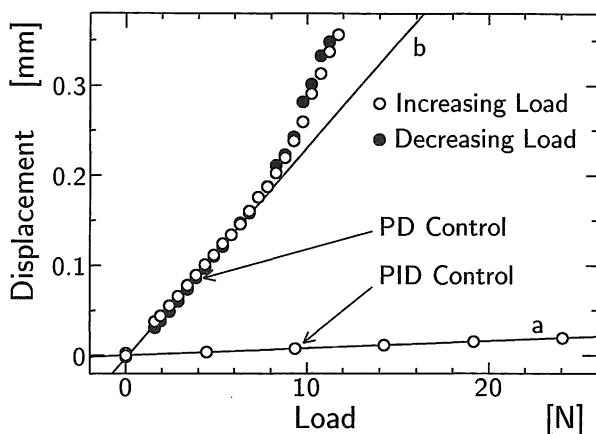


Fig. 3 Influence of Static Load on Displacement

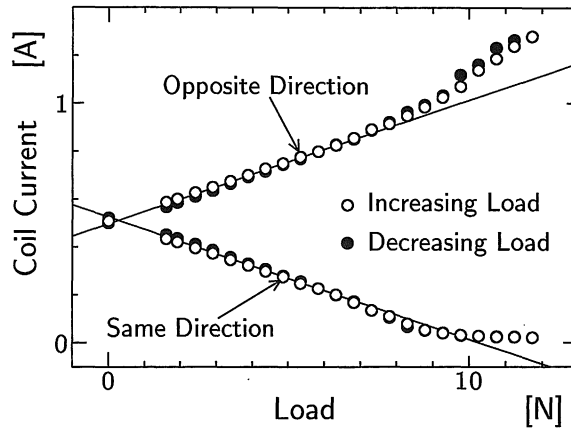


Fig. 4 Influence of Static Load on Coil Current

ばね剛性が弱くなる漸軟型の非線形特性を示していることがわかる。ここで、ほぼ線形とみなせる区間において、最小二乗法により一次近似した直線を図中に b として示す。この傾きから剛性を計算すると、 $0.043 \text{ [N}/\mu\text{m}]$ と PID 制御時の約 $1/30$ になっている。

非線形特性の原因を解明するために、PD 制御時のコイルに流れる電流と荷重との関係を調べた。図 4 にその結果を示す。これからわかるように荷重が 8 N を超えた付近から、荷重と同じ側のコイルの電流がほぼ 0 A となっている。これは、前述のパワーアンプの特性によるものである。このため磁気軸受は荷重と反対側の電磁石のみで力を支えることになり、期待される力を発生することができず、図 3 で示したような漸軟型の非線形特性を持つことになる。線形とみなせる範囲で最小二乗法で近似した直線を図中に示す。

3.2 加振実験による周波数特性の計測

つぎに、加振器によって水平面の一軸方向に加振した場合の周波数応答をさまざまな条件で計測した。計測方法は加振器アンプの外部入力端子にデジタル発振器から 0.25 Hz から 100 Hz までのスイープ正弦波を入力し、その信号から変位信号への伝達関数を FFT アナライザによって求め、そのち加振力と振動振幅との比として換算した。

まず、標準のフィードバック係数において加振力を変化させた場合を図 5 に示す。加振力の大きさは加振器アンプに印加するデジタル発振器からの正弦波の振幅によって変化させた。なお、図中に示した力の大きさは、後述する数値シミュレーションにより同定した。これを見ると加振力振幅が $1.06 \sim 4.97 \text{ [Np-p]}$ では共振周波数のピークがほぼ 26 Hz と一定で、周波数特性も線形系と同様な特徴を持つが、 9.51 [Np-p] 以上になるとピーク周波数が下がり、非線形ばね特性を持った系に特徴的なバックボーンカーブの傾きがはっきりと現れている。この加振力は本磁気軸受の磁気飽和を考慮したときの負荷容量 380 N の約 $1/40$ である。PID フィードバック係数の選定にもよるが、この非線形性の発生する加振力は、極端に大きなものではないと考えられる。

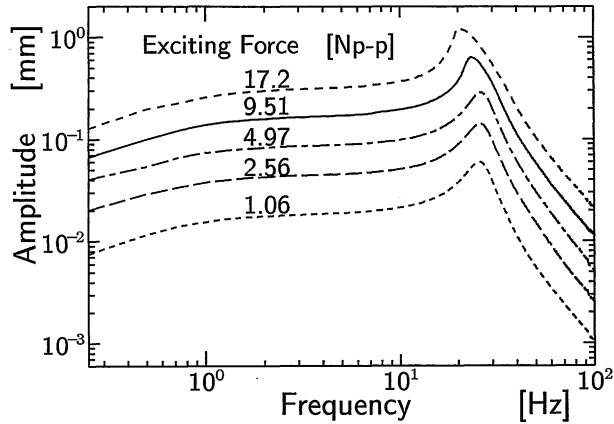


Fig. 5 Influence of Exciting Force on Amplitude

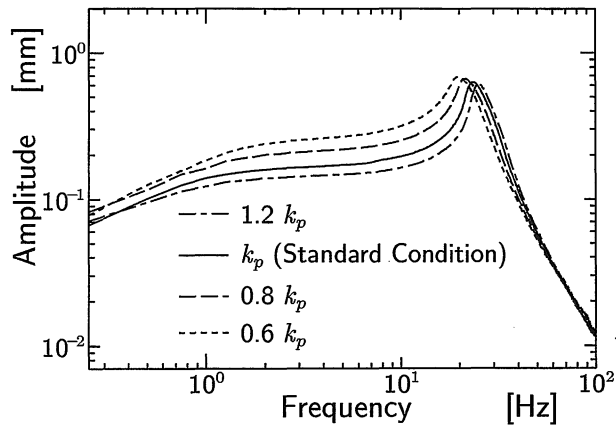


Fig. 6 Influence of Proportional Feedback on Amplitude

つぎに、非線形特性が現れはじめる加振力が 9.51 [Np-p] の場合を基準とし、PID フィードバックの各係数を変化させたときの周波数応答を調べることにする。

まず最初に比例ゲインの影響を図 6 に示す。基準状態の比例ゲインを k_p とし、その 0.6, 0.8, 1.2 倍のゲインを与えたときの振幅を示す。比例ゲインは軸受剛性とほぼ等価であることから、共振点以下の周波数で全域にわたってゲインの増加に伴って振幅が減少している。共振周波数はゲインの増加に伴い高周波数側に移動しているが、共振点ピークの大きさにはほとんど変化がなく、どのゲインに関しても標準状態と同様な共振曲線の傾きが観測された。なお、比例ゲインを 1.2 倍以上に上げると、ノイズが原因と考えられる高周波を含んだ不規則な発振が生じ、これ以上剛性を上げることはできなかった。

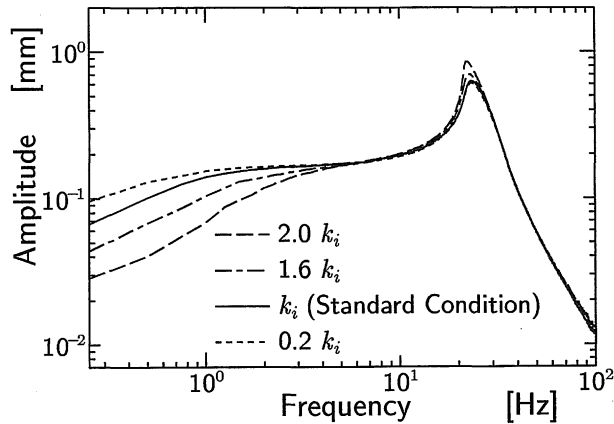


Fig. 7 Influence of Integral Feedback on Amplitude

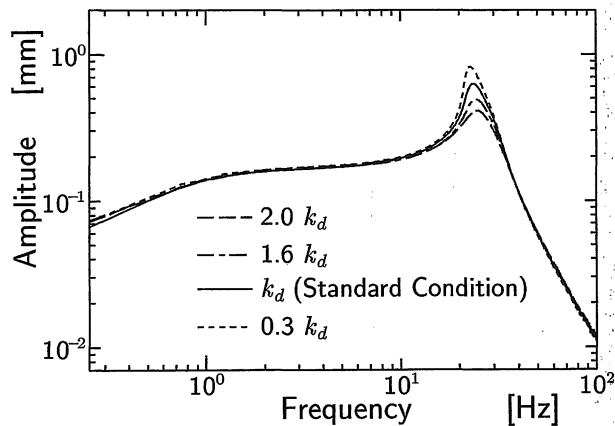


Fig. 8 Influence of Differential Feedback on Amplitude

図7は積分ゲインの標準状態 k_i に対して、その0.2, 1.6, 2.0倍のゲインを与えたときの特性である。積分ゲインを上げると低い周波数における剛性が上がるが、共振点ピーク付近の振幅は大きくなる。2.0倍のゲインのときにピークが一番大きく、特に顕著に共振曲線の傾きが表れていることがわかる。なお、これ以上積分ゲインを上げると共振周波数の22 Hz程度の発振が生じ不安定な系となった。

微分ゲインを標準状態 k_d の0.6, 1.4, 2.0倍にしたときの振幅の変化を図8に示す。微分ゲインは減衰力に相当するためゲインを上げるとピークは小さくなり共振曲線の傾きも目立たなくなる。しかし、ゲインを下げた場合はピークが大きくなるにつれ傾きが顕著になっている。ゲインを0.6倍以下に下げると積分ゲインを上げたときと同様な共振周波数の発振が発

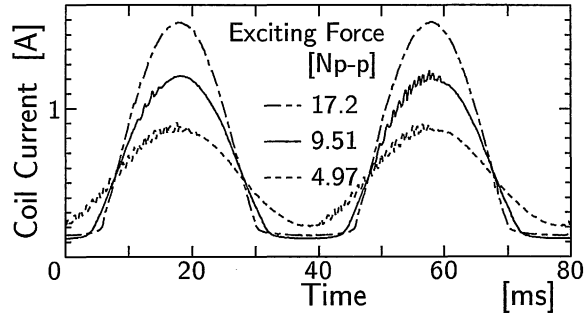


Fig. 9 Coil Current in Excited State

生した。なお、2.0倍以上にすると比例ゲインを上げたときと同様な高周波を含んだ不規則な発振が起こり、これ以上ピークを小さくすることはできなかった。

つぎに、標準のフィードバック係数で加振周波数が 25 Hz の場合のコイル電流の変化を図 9 に示す。多少のノイズはあるが、加振力が 4.97 [Np-p] ではほぼ正弦波であり、9.51 [Np-p] になると前述したようにパワーアンプの特性によりコイル電流が負にならない領域が現れ、波形が歪んで電圧の谷が平坦になっていることがわかる。したがってこの平坦な区間では、反対側のみの磁力で軸を支持していることがわかる。このため、加振力が 5 [Np-p] を超えたあたりから磁気軸受剛性が小さくなり、その結果周波数応答で示した漸軟型の非線形ばね特性が得られることがわかった。

4. 数値シミュレーションとの比較

以上の実験結果および考察を検証するために数値シミュレーションを行い実験と比較する。

4.1 運動方程式

加振器によって力 f の加わる磁気軸受ロータの一制御軸方向の運動方程式は、軸変位を x 、軸質量を m 、磁気軸受による力を f_m とし、加振器のばね定数 k_e 、稼動部の質量 m_e 、減衰係数 c_e を考慮に入れると

$$(m + m_{ex})\ddot{x} + c_{ex}\dot{x} + k_{ex}x = f_m + f \quad (1)$$

となる。ここで磁気軸受による力は、ステータコアや回転軸の渦電流を無視すると、つぎの形で近似できる¹⁾。

$$f_m = k \left\{ \left(\frac{i_1}{h-x} \right)^2 - \left(\frac{i_2}{h+x} \right)^2 \right\} \quad (2)$$

このうち k は等価磁気吸引力定数、 h は等価定常ギャップである。磁束の漏れがなく、ステー

タコアや回転軸の透磁率が無限大という理想的な場合では $k = (\mu_0 N^2 S) / 4$ であり、 h は定常ギャップそのものになる。 i_1, i_2 はコイルに流れる電流であり、PID 制御回路が理想的に動作すると仮定して、そのフィードバック係数をそれぞれ k_p, k_i, k_d とし、バイアス電流を I とすると、

$$i_1 = k_p x + k_i \int x dt + k_d \dot{x} + I \quad (3)$$

$$i_2 = -(k_p x + k_i \int x dt + k_d \dot{x}) + I \quad (4)$$

となる。ただし、前述のように、この電流はパワーアンプの制限で負にはならないことを考慮する必要がある。

4.2 各定数の決定

回転軸の質量 m はアルミニウム連結棒とともに実測し、加振器の可動部質量 m_e はカタログ値を用いる。加振器のばね定数 k_e 、減衰係数 c_e 、入力電圧に対する加振力 f は、磁気軸受の制御なしで軸の加振実験を行い、その応答と式(1)に上記の質量を代入した結果からカーブフィッティングによって求めた。等価定常ギャップ h は無負荷で磁気軸受を作動させた状態で、軸位置をセンサ信号を調整することによって変化させ、両側の電磁石の力の釣り合いとコイル電流から推定し、等価磁気吸引力定数 k は、 h の値と静剛性の測定時のデータから求めた。PID 制御回路のフィードバック係数はセンサ回路、PID 回路、パワーアンプ回路を通じた伝達関数から求めた。なお、実際の回路は高周波ノイズや飽和を避けるため不完全微分積分回路になっているが、計測の結果、加振実験を行った周波数範囲で、1 Hz 以下と 20 Hz 以上では多少の誤差があるものの、ほぼ理想的な微分積分特性をもつことがわかった。

以上より得られた各定数をまとめると、

$$\begin{aligned} m &= 2.14[\text{kg}], m_e = 0.15[\text{kg}], k_e = 18000[\text{N/m}], \\ c_e &= 70[\text{N}\cdot\text{s/m}], h = 0.71 \times 10^{-3}[\text{m}], \\ k &= 6.874 \times 10^{-6}[\text{Nm}^2/\text{A}^2], I = 0.5[\text{A}], \\ k_p &= 2180[\text{A/m}], k_i = 9032[\text{A/ms}], k_d = 3.733[\text{As/m}] \end{aligned}$$

となる。

4.3 数値シミュレーション

上記の各定数を式(1)～式(4)に代入し、Runge-Kutta-Gill 法を用いて数値シミュレーションを行い様々な振動数で十分時間が経過して振幅の変動がなくなってきたときの周波数応答を求めた。なお、 i_1, i_2 が負になった場合は、電流は 0 になるように考慮してある。

図10に数値シミュレーションによる周波数応答と図5に示した実験値を重ねて描いたグ

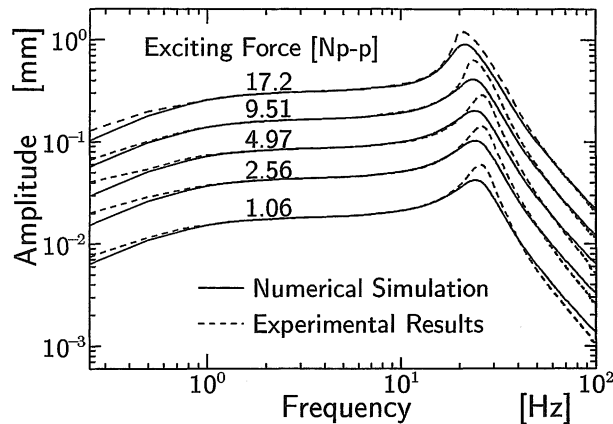


Fig. 10 Numerical Simulation and Experimental Results

ラフを示す。実験に比較してピークの値は1/2程度であるが、加振力が4.97 [Np-p]を超えるとピークの周波数が下がりバックボーンカーブが傾く様子がわかる。1 Hz以下での低周波領域では多少の誤差が見られるが、PID回路中の積分回路が不完全積分であることが原因と考えられる。ピーク周辺の理論値と実験値との大きな差は、微分回路の不完全微分の影響もあるが、数値シミュレーションで考慮しなかった渦電流損が原因で制御力が十分に働いていないことが考えられる。実際の磁気軸受の回転軸には渦電流損を低減するために、外輪として積層珪素鋼板をはめ込んだものが用いられるが、本実験装置では、電磁純鉄の塊を使用しており、そのため渦電流による損失が顕著であると考えられる。このほかにも誤差の原因として、回転軸やステータコアの磁気ヒステリシスの影響が挙げられる。

5. 結 言

PID制御された磁気軸受を模擬した実験装置について、静荷重および正弦加振力を加えたときの応答変位、コイル電流などを詳しく調べた。その結果、バイアス電流による両側吸引方式の磁気軸受では、比較的小さい加振力でも共振などによって振幅が大きくなると、パワーアンプの特性のため漸軟型の非線形ばね特性を示すことが明らかとなった。さらに測定データから磁気軸受に関わる諸定数を同定し、その結果を用いた数値シミュレーションにおいても非線形性が現れることを示し、その原因を明らかにした。

参 考 文 献

- 1) 電気学会磁気浮上応用技術調査専門委員会編、「磁気浮上と磁気軸受」、コロナ社、1993
- 2) L. N. Virgin, T. F. Walsh, J. D. Knight, Trans. ASME, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 117, pp. 582-588, 1995

- 3) M. Chinta, A. B. Palazzolo and A. Kascak, Proc. of Fifth International Symposium on Magnetic Bearings, Kanazawa, Japan, pp.147-152, 1996
- 4) J. D. Knight, Z. Xia and E. B. McCaul, Proc. of third International Symposium on Magnetic Bearings, Alexandria, Virginia, USA, pp. 441-450, 1992
- 5) A. M. Mohamed and F. P. Emad, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 38, No. 8, pp.1242-1245, 1993
- 6) 古川達也, 相知政司, 第7回「電磁力関連のダイナミクス」シンポジウム講演論文集, pp. 199-202, 1995
- 7) 松原十三生, 村上 新, 他3名, 第5回「電磁力関連のダイナミクス」シンポジウム講演論文集, pp. 299-304, 1993