

ロスレス DCT を用いたロスレス/ニアロスレス 変換符号化法

福間 慎治

島根大学 総合理工学部 電子制御システム工学科

A Lossless/Near-Lossless Unified Transform Coding with Lossless Discrete Cosine Transform

Shinji FUKUMA

*Department of Electronic and Control System Engineering, Faculty of Science and Engineering,
Shimane University*

Abstract

The lossless (reversible) discrete cosine transform (DCT) is a very useful transform because it can realize easily a unified lossy/near-lossless transform coding with a compatibility with conventional scheme such as JPEG and MPEG. But on conventional transform coding based on lossless DCT, its compression performance at high-bit rate coding is poorer at high-bit rate coding and it can't ensure the quantity of the maximum error of recovered image. We propose a new transform coding based on lossless DCT in this report. Proposed method can solve the problem in conventional method.

概 要

ロスレス離散コサイン変換（ロスレス DCT あるいは可逆 DCT）は標準画像符号化方式である JPEG や MPEG と互換性を持つロスレス/ロシー統合符号化の実現に極めて有効である。従来のロスレス DCT ベースの変換符号化は、ニアロスレス符号化に相当する中・高ビットレート付近において符号化特性が劣化する。また、ニアロスレス符号化の一般的定義である最大再生誤差に関する保証を与えられていない。そこで本報告では、ロスレス DCT を用いた新たなロスレス/ニアロスレス変換符号化を提案する。提案法は従来の変換符号化方式と異なり、変換を行う前に信号の量子化を行う。それにより、従来のロスレス/ニアロスレス変換符号化の問題点である高ビットレート付近での符号化特性の劣化を回避することができ、なおかつ最大再生誤差に関する保証を与えることができる。

1. ま え が き

近年、さまざまな記憶容量を持つデジタルメディアや通信速度を持つデジタル通信網の発展に伴い、画像信号の符号化方式（圧縮方式）もこれに柔軟に対応することが求められている。従来の小容量記憶メディアや低速通信回線に対しては、JPEG や MPEG 等の従来のロシー（非可逆的）標準符号化方式が適当である。それに対し、大容量の記憶メディアや高速な通信回線に対しては、情報量の圧縮よりもむしろ再生画像品質への要求が高いことか

ら、もとの画像信号を無ひずみで再生可能なロスレス（可逆）符号化や無ひずみに近い再生画像を得ることができるニアロスレス（準可逆）符号化が有効である。これらのロスレス、ニアロスレス、ロシー符号化を、各符号化モードが互換性を持つように統一したロスレス/ロシー統合符号化を実現できれば、用途に応じたきめ細かな画像品質および情報量圧縮の制御が可能となる。また、この新たな統合符号化が既存のロシー標準符号化方式と互換性を持つのであれば、既存方式により符号化されたデータを統合符号化方式でもそのまま利用でき、また逆に統合符号化方式により符号化されたデータを既存方式でも利用できる[8]。

従来の標準符号化方式の一つである JPEG[3]は、ロスレス符号化モードとロシー符号化モードを持つ。しかしながら、ロシー符号化では離散コサイン変換 (DCT)[2]による変換符号化を、ロスレス符号化では予測符号化 (DPCM)[1]を用いており、それぞれの符号化モードに互換性がない。これは、変換符号化では入力信号を変換した後に量子化を行うため、DCTのような実数値（整数値含む）から実数値への変換を用いる場合、必ず量子化に伴う再生誤差が発生することに起因する。画像信号の場合、原信号および再生信号が一般に整数値となることから、ステップサイズが1よりも小さくなる細かな量子化を行えばロスレスを保証することは可能であるが、この場合情報量圧縮とはならない。そのため、DCTに近い性質を持つ整数値入力・整数値出力となる変換、いわゆるロスレス DCT がいくつか提案されている[5]-[7]。その中でも、ラダー回路網[9]に基づくロスレス DCT[6][7]は、ラダー回路網内部の“丸め器”を無視すれば DCT と完全に一致することから、ロスレス/ロシー統合符号化方式の実現にきわめて有効である。

ラダー回路網に基づくロスレス DCT を用いて変換符号化を実現する場合、低ビットレート符号化においては従来のロシー DCT ベースの変換符号化とほぼ同じ符号化性能を持つものの、中～高ビットレート符号化、特にニアロスレス符号化に相当すると考えられるロスレスに近い領域では、従来のロシー DCT ベースの方式に比べ符号化性能の劣化が起きることが報告されている[6][8]。これは、ラダー回路網内部の“丸め器”による影響である。また、ニアロスレス符号化にはさまざまな定義が存在するが[10]-[13]、原画像と再生画像との最大誤差がある定数値以内に収まることを保証する方式が一般的である。従来のロスレス DCT ベースの変換符号化では、最大再生誤差に関する保証を与えられていない。以上のことから、従来のロスレス DCT ベースの変換符号化は、ニアロスレス符号化としては適切ではない。

本報告では、ラダー回路網に基づくロスレス DCT を用いた新たなロスレス/ニアロスレス変換符号化を提案する。提案法は従来の変換符号化方式と異なり、変換を行う前に信号の量子化を行う。それにより、従来のロスレス/ニアロスレス変換符号化の問題点である中・高ビットレート付近での符号化特性の劣化を回避することができ、なおかつ最大再生誤差に関する保証を与えることができる。以下、2. では従来方式の問題点、すなわち丸め器誤差と量子化誤差について解析する。3. では提案方式とその特徴について述べる。4. では標準画像に対する数値シミュレーションを行い、提案法の有効性を検証する。5. において本報告の結論を述べる。

2. 従来のロスレス DCT ベース変換符号化

2.1 ロスレス DCT

入力信号を $\underline{x} = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T$, 変換係数を $\underline{X} = [X(0), X(1), \dots, X(N-1)]^T$ とするとき, N 点 DCT による変換は

$$\underline{X} = T_{DCT}^N \cdot \underline{x} \quad (1)$$

となる[2]. ただし, N 点 DCT の変換行列を T_{DCT}^N とし, その要素は

$$T_{DCT}^N(m, n) = \sqrt{\frac{2}{N}} k_m \cos \left[\frac{(2n+1)m\pi}{2N} \right] \quad (2)$$

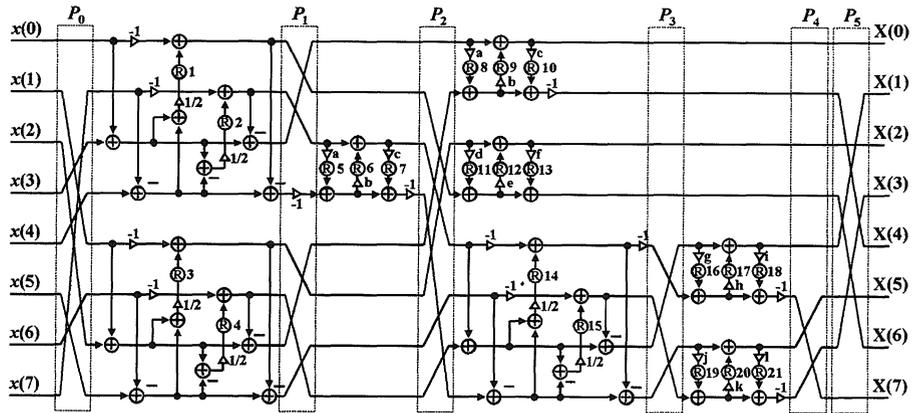
により与えられ

$$k_m = \begin{cases} 1/\sqrt{2} & m=0 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

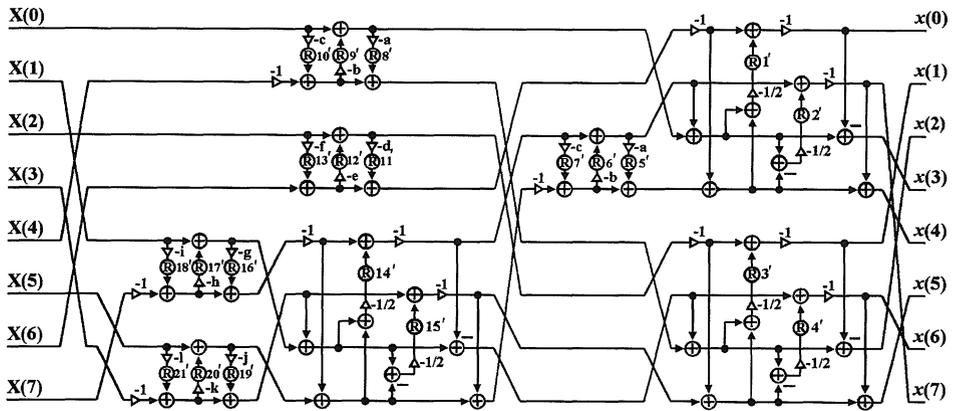
であり, $m=0, 1, \dots, N-1, n=0, 1, \dots, N-1$ とする. 逆変換は変換行列の転置行列として得ることができる. この DCT 変換行列による変換係数は実数値となることから, 符号化のために変換係数を量子化する場合, 実数値から整数値への丸め誤差が発生し, 逆 DCT 後の結果は原信号と一致しない (以下, ロシー DCT). そのため, 変換・逆変換で原信号と再生信号が完全に一致するように, DCT 変換行列をラダー回路網[9]および丸め器を用いてロスレス変換 (以下, ロスレス DCT) として実現する方法がいくつか報告されている[6][7]. ロスレス DCT は整数値から整数値への変換 (1対1整数写像) となる. また, ロスレス DCT 内部の丸め器を無視すれば, DCT 変換行列と完全に一致する. そのため, ロスレス DCT は JPEG のような DCT ベースの従来の符号化方式とも互換性を持つロスレス/ロシー統合符号化を実現する際に極めて有効な変換である. 本報告では, できるだけ丸め器の影響を避けるため, 文献[7]において報告された高速ロスレス 8 点 DCT を用いる. このロスレス DCT を図 1 に示す. 図 1 において, R は丸め器を意味し, 実数値を近傍整数値に丸める. また, 乗算器係数はそれぞれ

$$\begin{aligned} a &= c = 1 - \sqrt{2}, b = 1/\sqrt{2}, d = \frac{\sin(\pi/8) - 1}{\cos(\pi/8)}, e = \cos(\pi/8), f = \frac{\cos(3\pi/8) - 1}{\cos(\pi/8)}, \\ g &= \frac{1 - \cos(3\pi/16)}{\sin(3\pi/16)}, h = -\sin(3\pi/16), i = \frac{1 - \cos(3\pi/16)}{\sin(3\pi/16)}, j = \frac{\cos(\pi/16) - 1}{\sin(\pi/16)}, \\ k &= \sin(\pi/16), l = \frac{\cos(\pi/16) - 1}{\sin(\pi/16)} \end{aligned}$$

である.



(a) 順変換



(b) 逆変換

図1 ロスレス高速8点DCT[7]

2.2 変換符号化

DCTのような直交変換を用いた変換符号化は、図2のように実現される[4]。変換により energy compaction と無相関化が行われ、そして最適ビット配分に基づく量子化を行うことにより、ビットレートが一定となる条件のもとで、再生誤差パワに関して最適な符号化を実現することができる。また、人間の視覚特性を利用した情報量削減も可能である。本報告では、量子化器は線形一様量子化器[1]を用いる。

図2の変換符号化によりロスレス/ロシー統合符号化を実現する場合、DCTの代わりにロスレスDCTを用い、なおかつロスレス符号化時には、量子化を行わない（線形量子化の場合

合ステップサイズ 1) とすれば容易に実現可能である。

2.3 丸め器誤差と量子化誤差

図 1 のロスレス DCT の場合，従来のロシー DCT と異なり内部に丸め器を含んでいる。そのため，ロスレス DCT を用いたロシー符号化時には，変換係数の量子化に伴い，再生誤差に量子化誤差の他に丸め誤差も混入することになる。量子化ステップサイズが十分大きい場合，すなわち低ビットレート符号化の場合，量子化誤差は丸め誤差よりも十分大きいため，丸め誤差の影響をほぼ無視することができる。しかしながら，量子化ステップサイズが小さい場合，すなわち高ビットレート符号化の場合，量子化誤差が十分小さいことから丸め誤差の影響を無視することができなくなる。以上のことを解析的に示す。

図 1 のロスレス DCT および図 2 の変換符号化において，量子化および丸めを図 3 のような加法性雑音モデルに置き換える。各付加雑音が変換・逆変換の後ろ側となるように変形すると，再生信号は

$$\hat{x} = x + r_T + q_T \tag{4}$$

となる。ここで \hat{x} は再生信号， r_T は再生信号への丸め誤差寄与分， q_T は量子化誤差の寄与分を示す。図 1 のロスレス DCT の場合，丸め誤差と量子化誤差は，

$$\begin{aligned} r_T = & P_0^{-1} \cdot r_0 + P_0^{-1} S_0^{-1} P_1^{-1} \cdot r_1 + P_0^{-1} S_0^{-1} P_1^{-1} S_1^{-1} P_2^{-1} \cdot r_2 \\ & + P_0^{-1} S_0^{-1} P_1^{-1} S_1^{-1} P_2^{-1} S_2^{-1} P_3^{-1} \cdot r_3 \end{aligned} \tag{5}$$

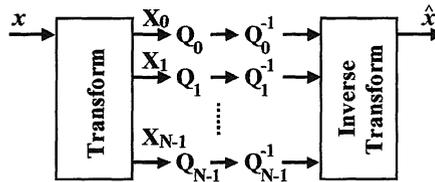


図 2 変換符号化

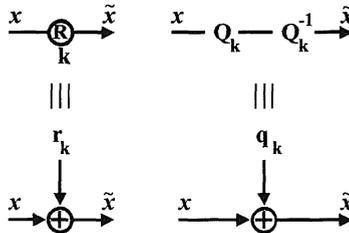


図 3 加法性モデルによる量子化および丸め表現

$$\underline{q}_T = P_0^{-1} S_0^{-1} P_1^{-1} S_1^{-1} P_2^{-1} S_2^{-1} P_3^{-1} S_3^{-1} P_4^{-1} P_5^{-1} \cdot \underline{q} \quad (6)$$

ここで

$$S_0 = \text{diag} [W, W], S_1 = \text{diag} [I_2, R_1, I_2, I_2], \\ S_2 = \text{diag} [R_1, R_2, W], S_3 = \text{diag} [I_2, I_2, R_3, R_4]$$

$$W = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, R_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, R_2 = \begin{bmatrix} \sin \frac{\pi}{8} & \cos \frac{\pi}{8} \\ -\sin \frac{3\pi}{8} & \cos \frac{3\pi}{8} \end{bmatrix}, \\ R_3 = \begin{bmatrix} \cos \frac{3\pi}{16} & -\sin \frac{3\pi}{16} \\ -\sin \frac{3\pi}{16} & -\cos \frac{3\pi}{16} \end{bmatrix}, R_4 = \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{16} & \sin \frac{\pi}{16} \\ \sin \frac{\pi}{16} & -\cos \frac{\pi}{16} \end{bmatrix}$$

$$\underline{q} = [q_0, q_1, \dots, q_7]^T$$

$$\underline{r}_0 = [-\Delta r_1, -\Delta r_2, \Delta r_1, -\Delta r_2, -\Delta r_3, -\Delta r_4, \Delta r_3, -\Delta r_4]^T$$

$$\underline{r}_1 = [0, 0, \Delta r_6 - b\Delta r_7, \Delta r_5 - a\Delta r_6 + (1+ab)\Delta r_7, 0, 0, 0, 0]^T$$

$$\underline{r}_2 = [\Delta r_9 - b\Delta r_{10}, \Delta r_8 - a\Delta r_9 + (1+ab)\Delta r_{10}, \Delta r_{12} - e\Delta r_{13}, \Delta r_{11} - d\Delta r_{12} \\ + (1+de)\Delta r_{13}, -\Delta r_{14}, -\Delta r_{15}, \Delta r_{14}, -\Delta r_{15}]^T$$

$$\underline{r}_3 = [0, 0, 0, 0, \Delta r_{17} - h\Delta r_{18}, \Delta r_{16} - g\Delta r_{17} + (1+gh)\Delta r_{18}, \Delta r_{20} - k\Delta r_{21}, \Delta r_{19} - j\Delta r_{20} \\ + (1+jk)\Delta r_{21}]^T$$

であり、 $\Delta r_k = r_k + r'_k$ 、 r_k は順変換における k 番目の丸め器により発生する丸め誤差、 r'_k は逆変換における r_k に対応する丸め誤差である(図1参照)。また、記号 $\text{diag}[\cdot]$ は、 \cdot を要素とする対角行列を意味する。 $P_0 \sim P_5$ は置換行列であり、

$$P_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, P_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad P_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad P_5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

である。

量子化誤差，丸め誤差は互いに独立であり無相関かつ平均値は0であると仮定する．このとき再生誤差2乗パワは，ロスレス DCT を構成する内部の変換がすべて正規直交変換であることから，

$$\begin{aligned}
 \sigma_{err}^2 &\equiv E[(\hat{x} - x)^T \cdot (\hat{x} - x)] \\
 &= \sum_{k=0}^3 E[r_k^T \cdot r_k] + E[q^T \cdot q] \\
 &\equiv \sigma_r^2 + \sigma_q^2
 \end{aligned} \tag{7}$$

のようになる．丸め誤差雑音は分散 $1/12$ ，平均0の一様分布に従うことが知られており [1]， $E[r_k r_k'] = 0$ を仮定すると，

$$E[\Delta r_k^2] = E[r_k^2] + 2E[r_k r_k'] + E[r_k'^2] = \frac{1}{6} \tag{8}$$

を得る．また，線形一様量子化の量子化誤差雑音パワは，量子化ステップサイズ Δ が十分小さい場合，

$$E[q_k^2] \approx \frac{\Delta^2}{12} \tag{9}$$

となることが知られている [1]．式(8)，(9)を式(7)に代入すると，

$$\sigma_r^2 = \frac{17}{6} + \frac{1}{3} (1+a^2+b^2+(1+ab)^2) + \frac{1}{6} \{3+d^2+e^2+(1+de)^2+g^2+h^2 + (1+gh)^2+j^2+k^2+(1+jk)^2\} \approx 0.581 \quad (10)$$

$$\sigma_q^2 = \frac{2}{3} \Delta^2 \quad (11)$$

を得る．以上の結果から，量子化ステップサイズ Δ が小さくなるにつれて，再生誤差に対する丸め誤差の寄与を無視できなくなることがわかる．

以上のことを，数値シミュレーションにより確認する．ガウス性白色雑音を信号源とする1次ARモデル（相関係数0.95）により発生させた整数値信号（16384点，平均125，分散31）をロスレスDCTおよびロシーDCTへの入力信号とし，得られた変換係数を線形一樣量子化する．簡単のため，量子化ステップサイズは各帯域で同じとした．シミュレーションにおける丸め誤差パワおよび量子化誤差パワは，式(5)，(6)を用いて

$$\sigma_{r(obs)}^2 = \sum (r_T)^T \cdot r_T \quad (12)$$

$$\sigma_{q(obs)}^2 = \sum (q_T)^T \cdot q_T \quad (13)$$

により計算する．また，丸め誤差と量子化誤差の再生誤差への寄与分を測る尺度として，次式のような Rounding error to Quantization error Ratio (RQR) を定義する．

$$RQR \equiv 10 \log_{10} \frac{\sigma_q^2}{\sigma_r^2} \quad [\text{dB}] \quad (14)$$

PSNR とビットレートの定義については4.に示す．図4, 5にシミュレーション結果を示す．図4はレート歪特性を示しており，中・高ビットレート（2.5 bpp～）において，ロスレスDCTによるPSNRはロシーDCTによるPSNRよりも小さい，すなわちロスレスDCTの変換符号化性能はロシーDCTのそれよりも低いことがわかる．このPSNR低下現象は，量子化誤差と丸め誤差とのパワ比が10対1程度のときから生じている．また図5は理論的に導出した丸め誤差雑音および量子化誤差雑音の寄与（式(10)(11)）の妥当性を検

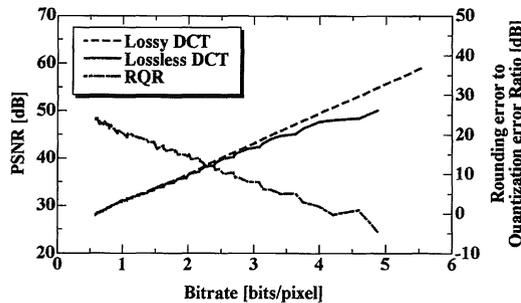


図4 レートひずみ特性

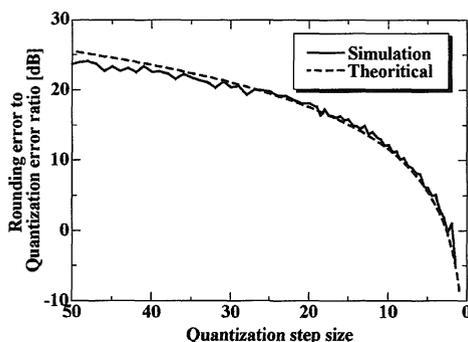


図5 量子化ステップサイズ対 RQR 特性

証するものである。図5から、理論解析結果と実際の測定結果はよく一致し、「ロスレス DCT による変換符号化では、量子化ステップサイズ Δ が小さくなるにつれて、再生誤差に対する丸め誤差の寄与を無視できなくなる。すなわち、中・高ビットレート符号化時において符号化性能の低下が起きる」ことが結論として得られる。

3. 提案するロスレス DCT ベース変換符号化

3.1 丸め誤差の回避

2.3で述べたように、図2の変換符号化の構成においてロスレス DCT を用いる場合、高ビットレート符号化時には丸め誤差雑音の影響を無視できなくなる。この影響を回避するもっとも容易な方法は、量子化を変換後に行うのではなく、図6のように変換の前に行うことである。この場合、変換・逆変換に伴う再生信号に関する丸め誤差の影響を避けることができる。

文献[14]において、量子化ステップサイズが小さくなるような高ビットレート符号化においては、図2の構成も図6の構成も同じ符号化性能となることが示されている。ただし、文献[14]の議論は、高ビットレート符号化時の符号化装置の簡易化を狙った議論であり、本報告で示したような高ビットレート符号化時の丸め誤差による符号化性能劣化問題とは異なる。また、文献[14]での結論は、変換符号化での最適ビット配分を無視した結論である。そこで本報告では最適ビット配分の条件のもとでも、高ビットレート符号化時において、図2と図6の構成が同じ符号化性能となることを示す。

3.2 高ビットレート符号化時の等価性

以下、図2の変換符号化方式を“方式A”，図6の変換符号化方式を“方式B”と呼ぶ。以下の議論において、入力信号は定常ガウス性（平均値0）であると仮定する。また、ガウス性入力信号 x に対する線形一様量子化の量子化誤差分散は、

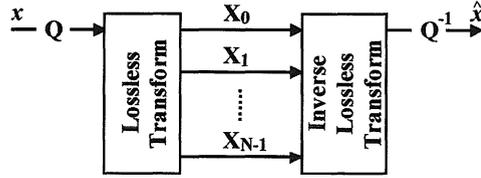


図6 提案するロスレス DCT 変換符号化 (方式 B)

$$\sigma_q^2 = f_x \cdot 2^{-2R} \cdot \sigma_x^2 \quad (15)$$

で与えられる[1]ものとする. ここで, f_x は信号 x の確率分布形状により与えられるパラメータ, σ_x^2 は x の分散, R は量子化器へのビット割り当て (ビットレート)を示す. 簡単のため, 以下の解析において, 変換における丸め誤差の影響は無視する.

方式 A のレート歪特性

N 点直交変換符号化における最適ビット配分は,

$$R_k = R_T + \frac{1}{2} \log_2 \frac{\sigma_{X_k}^2}{\left(\prod_{i=0}^{N-1} \sigma_{X_i}^2 \right)^{1/N}} \quad (16)$$

のように得られる[4]. ここで R_T はあらかじめ与えられる帯域全体に割り当てるビット数, R_k は k 番目の帯域に割り当てられるビット数, $\sigma_{X_k}^2$ は変換係数 X_k に関する分散である. 直交変換符号化の場合, 量子化誤差分散がそのまま再生誤差分散となることから, 再生歪は

$$D_A = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sigma_{X_k}^2 \cdot f_{X_k} \cdot 2^{-2R_k} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f_{X_k} \cdot 2^{-2R} \cdot \left(\prod_{i=0}^{N-1} \sigma_{X_i}^2 \right)^{1/N} \quad (17)$$

により与えられる. 入力信号がガウス性であることから, 変換係数の分散 $\sigma_{X_i}^2$ は

$$\sigma_{X^2} = W \cdot \sigma_x^2 \cdot r_x \quad (18)$$

により与えられる[4]. ここで

$$\begin{aligned} \sigma_{X^2} &= [\sigma_{X_0}^2, \sigma_{X_1}^2, \dots, \sigma_{X_{N-1}}^2]^T \\ r_{xx} &= [r_{xx}(0), r_{xx}(1), \dots, r_{xx}(N-1)]^T \\ W &= \begin{bmatrix} w_0(0) & 2w_0(1) & \dots & 2w_0(N-1) \\ w_1(0) & 2w_1(1) & \dots & 2w_1(N-1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_{N-1}(0) & 2w_{N-1}(1) & \dots & 2w_{N-1}(N-1) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

であり, $w_i(n) = c_i(n) * c_i(-n)$, $r_{xx}(n)$ は x に関する自己相関係数であり, $c_i(n)$ は N 点変換行列の i 行目の列ベクトルである. $\underline{a} = W \cdot \underline{r}_x$ とし, ベクトル \underline{a} の i 番目の要素を a_i として表現する. また, DCT による変換係数はガウス分布に従うことが知られており[15], このとき確率分布依存係数 $f_{X_i} = f_{\text{Gauss}}$ とおくことができる. 以上の結果を式(17)に代入すると, 方式 A によるレート歪特性

$$D_A = f_{\text{Gauss}} \cdot 2^{-2R} \cdot \left(\prod_{i=0}^{N-1} a_i \right)^{1/N} \cdot \sigma_x^2 \quad (19)$$

を得る.

方式 B のレート歪特性

図 6 におけるはじめの量子化後のビットレートを R_S , ロスレス DCT 後の平均ビットレートを

$$R' = \frac{1}{N} \sum_i R_{X_i} \quad (20)$$

とする. ここで R_{X_i} は各変換係数に関するビットレートである. 先に述べたように, DCT による変換係数はガウス分布に従うことから, 各変換係数のビットレートは

$$R_{X_i} = \frac{1}{2} \log_2 \gamma_{X_i} \sigma_{X_i}^2 \quad (21)$$

のように信号分散の対数により与えられる[14]. ここで γ_{X_i} は変換係数 X_i の分布形状により与えられるパラメータであり, 本報告では

$$\gamma_{X_i} = \gamma_{\text{Gauss}}$$

とする. 方式 B の場合, レート歪特性を求めるためには, 再生歪は式(15)により与えられるが, レートについてはロスレス DCT によるビットレート減少を考慮する必要がある. すなわち, R_S と R' の関係である.

量子化を図 2 のような加法性雑音モデルとして捉えると, 量子化器出力 \tilde{x} は

$$\tilde{x} = x + q \quad (22)$$

となり, このとき, 分散に関する関係式

$$\sigma_{\tilde{x}}^2 = \sigma_x^2 + \sigma_q^2 \quad (23)$$

を得る. 量子化ステップサイズが十分小さい場合, x が定常信号であれば \tilde{x} も定常信号となると考えられる. このとき \tilde{x} に関する自己相関係数は,

$$r_{\tilde{x}}(m) = E[\tilde{x}(n) \cdot \tilde{x}(n+m)] / E[\tilde{x}(n) \cdot \tilde{x}(n)] = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^2 + \sigma_q^2} r_{xx}(m) + \frac{\sigma_q^2}{\sigma_x^2 + \sigma_q^2} \delta(m)$$

により与えられる．8 bpp 程度の階調画像信号の量子化において，量子化ステップサイズが十分小さい場合，

$$\sigma_x^2 \gg \sigma_q^2$$

とみなせることから，

$$r_{\tilde{x}}(m) \approx r_{xx}(m) \quad (24)$$

を得る．すなわち，量子化ステップサイズが十分小さい高ビットレート符号化時には，量子化器への入力信号と量子化器の出力信号は，同じ相関係数に従うものとみなすことができる．式(24)を用い，さらに信号分散とビットレートの関係式

$$R_S = \frac{1}{2} \log_2 \gamma_{\tilde{x}} \sigma_{\tilde{x}}^2 \quad (25)$$

を式(11)に代入すると，変換係数の分散

$$\sigma_X^2 = \frac{2^{2R_S}}{\gamma_{\tilde{x}}} \cdot W \cdot \underline{r}_{xx} \quad (26)$$

を得る．ここで $\gamma_{\tilde{x}}$ は \tilde{x} の確率分布形状によるパラメータであり，量子化ステップサイズが小さい場合， $\gamma_{\tilde{x}} \approx \gamma_x = \gamma_{Gauss}$ とみなすことができる．式(26)を式(21)に代入すると，

$$R_{X_i} = \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{\gamma_{X_i}}{\gamma_{\tilde{x}}} 2^{2R_S} \cdot a_i \right) \quad (27)$$

を得る．式(27)を式(20)に代入すると，量子化のビットレート R_S とロスレス DCT 後のビットレート R' の関係式，

$$R_S = R' + \frac{1}{2} \log_2 \gamma_{\tilde{x}} - \frac{1}{2} \log_2 \left(\prod_{i=0}^{N-1} \gamma_{X_i} a_i \right)^{1/N} \quad (28)$$

を得る．式(28)を式(15)に代入すると，方式 B に関するレート歪特性

$$\begin{aligned} D_B &= f_x \cdot 2^{-2R'} \cdot (\gamma_{\tilde{x}})^{-1} \cdot \left(\prod_{i=0}^{N-1} \gamma_{X_i} a_i \right)^{1/N} \cdot \sigma_x^2 \\ &= f_{Gauss} \cdot 2^{-2R'} \cdot \left(\prod_{i=0}^{N-1} a_i \right)^{1/N} \cdot \sigma_x^2 \end{aligned} \quad (29)$$

を得る．

方式 A に関するレート歪特性式(19)と方式 B に関する式(29)は同一である．このことか

ら、量子化ステップサイズが十分小さい高ビットレート符号化時には、方式 A, B ともに同じ符号化性能となることがわかる。

3.3 提案方式

3.2 での議論により、ニアロスレス符号化となる高ビットレート符号化時には、変換を行った後に最適ビット配分の下で量子化を行う従来の変換符号化も、はじめに量子化を行った後に変換を行う符号化方式も同じ符号化性能を持つことが明らかとなった。また、はじめに量子化を行うことにより、従来方式の問題であったロスレス変換内部の丸め器に起因する符号化性能の劣化を回避することができる。そこで本報告では、高ビットレート符号化に適した新たなロスレス/ニアロスレス変換符号化方式として、3.2における方式 B を提案する。

ニアロスレス符号化にはさまざまな定義が存在するが[10]-[13]、原画像と再生画像との最大誤差がある定数値以内となることを保証する方式が一般的である。提案法では、はじめに線形一様量子化を行うため、最大再生誤差絶対値を保証することは容易である。その最大誤差絶対値は、単純に量子化ステップサイズにより決定され、量子化ステップサイズを Δ とするとき、

$$\max |x - \hat{x}| \leq \frac{\Delta}{2} \quad (30)$$

となる。

4. シミュレーション

JPEG 標準画像 “barbara1” (720×576画素) の輝度成分に対して符号化を行い、提案法の有効性を検証する。なおシミュレーションにおいて、エントロピ符号化は行っていない。シミュレーションの評価尺度として、PSNR [dB], 平均ビットレート (重み付きエントロピ) [bits/pixel], 最大誤差絶対値を用いる。PSNR は次式のように定義される。

$$PSNR \equiv 10 \log_{10} \frac{255^2}{MSE} \quad [\text{dB}] \quad (31)$$

ここで、入力画像サイズを $N_1 \times N_2$ とするとき、

$$MSE = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} \{x(n_1, n_2) - \hat{x}(n_1, n_2)\}^2$$

である。また、平均ビットレート H は、 i 番目の帯域に関する 1 次エントロピ H_i を

$$H_i = - \sum_{X_i \in Z} p(X_i) \log_2 p(X_i)$$

とするとき、

$$H = \frac{1}{64} \sum_{i=0}^{63} H_i \quad [\text{bits/pixel}] \quad (32)$$

として定義する. ただし, シンボル X_i の生起確率を $p(X_i)$ とする. また, 最大誤差絶対値は,

$$AME = \max_{n_1, n_2} \{|x(n_1, n_2) - \hat{x}(n_1, n_2)|\}$$

のように定義する. シミュレーションに用いる符号化方式として, 従来法 1 (方式 A, ロスレス DCT), 従来法 2 (方式 A, ロシー DCT) 提案法 (方式 B, ロスレス DCT) を用いている. なお, 2次元信号のため, ロスレス DCT ははじめに画像の水平方向に行われ, 次いで垂直方向に対して行われる.

シミュレーション結果を図 7, 8 に示す. シミュレーション結果から以下のことがわか

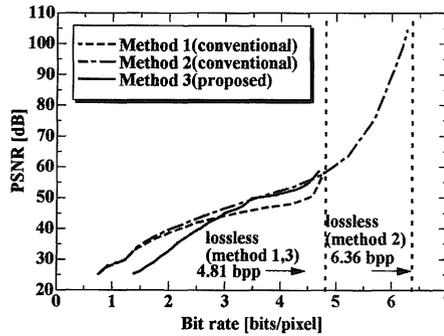


図 7 レート歪特性

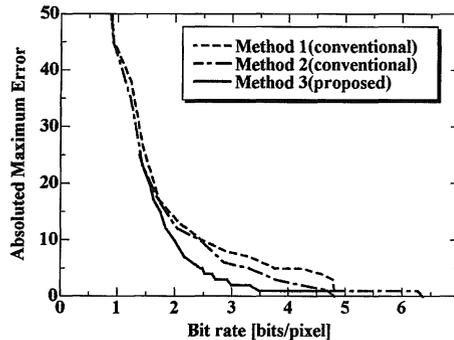


図 8 最大誤差絶対値対レート特性

る. 1)高ビットレート符号化時において, 提案法は従来法 1 よりも PSNR が高く, 従来法 2 の符号化性能とほぼ同じである. これは, 2. および 3. で述べたように, 提案法は再生誤差に対するロスレス DCT 内部の丸め誤差の影響を回避することができ, さらに高ビットレート符号化では量子化の順序を交換しても符号化性能は変わらないことによる. 2)提案法は, 同じ最大誤差絶対値の下で, 従来法に比べて低いビットレートを達成可能であり, ニアロスレス符号化として優れた性能を持つ. これは, 従来法の場合, 量子化ステップサイズおよび逆変換との相互作用により再生誤差の分布幅(値域)が変化するためである. 以上のことから, ニアロスレスとなるような高ビットレートに関して, 提案方式はロスレス/ロシー変換符号化として十分な性能を持つことが分かる.

5. む す び

本報告では, ラダー回路網に基づくロスレス DCT を用いた新たなロスレス/ニアロスレス変換符号化を提案した. 提案法は従来の変換符号化方式と異なり, 変換を行う前に信号の量子化を行う. それにより, 従来ロスレス DCT を用いたロスレス/ニアロスレス変換符号化の問題点であった中・高ビットレート付近での符号化特性の劣化を回避することができ, なおかつ最大再生誤差に関する保証を与えることができる. シミュレーションにより, 提案法の有効性を検証した.

残された課題は, 対象とするビットレートに応じた量子化器の切り替えである. 高ビットレート符号化では提案方式は有効であるが, 低ビットレート符号化では従来の変換符号化方式の方が有効である. そのため, 低ビットレートから高ビットレート・ロスレスまでをカバーする符号化方式を実現するためには, 対象とするビットレートに応じて適切に量子化の位置を切り替える必要がある.

参 考 文 献

- [1] N. S. Jayant and Noll P., Digital coding of waveforms, Prentice Hall, 1984.
- [2] K. R. Rao and P. Yip, "Discrete Cosine Transform Algorithms, Advantages, Applications," Academic Press, 1990.
- [3] W. B. Pennebaker and J. L. Mitchell, JPEG Still Image Data Compression Standard, Van Nostrand Reinhold, New York, 1993.
- [4] A. N. Akansu and R. A. Haddad, Multiresolution Signal Decomposition—Transform, Subbands, Wavelets, Academic Press, 1992.
- [5] 太田 睦, 大網亮磨, "ロスレス DCT 画像符号化方式," テレビジョン学会誌, Vol. 50, No. 8, pp. 1162-1171, Aug. 1996.
- [6] 小松邦紀, 瀬崎 薫, "可逆的離散コサイン変換とその画像情報圧縮への応用," 信学技報, IE97-83, pp. 1-6, Nov. 1997.
- [7] 福間慎治, 大山公一, 岩橋政宏, 神林紀嘉, "ロスレスアダマール変換を応用したロスレス 8 点高速離散コサイン変換," 信学技報 IE99-65, pp. 37-44 (1999-10).
- [8] S. Fukuma, M. Iwahashi, N. Buabthong, and N. Kambayashi, "A lossless/lossy still color image coding using lossless color coordinate transform and lossless discrete transform," 14th DSP Sym-

- posium, no. B1-1, Nov. 1999.
- [9] F. Bruekers, A. Enden, "New networks for perfect inversion and perfect reconstruction," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 10, no. 1, pp. 130-137, Jan. 1992.
 - [10] ISO/IEC FCD14495, "Lossless and near-lossless coding of continuous-tone still image (JPEG-LS)", 1997.
 - [11] 仲地孝之, 藤井竜也, "視覚特性を考慮した適応量子化器による可逆・準可逆統一符号化法", 第14回デジタル信号処理シンポジウム, B1-2, pp. 49-54 (1999-11).
 - [12] T. Nakachi, T. Fujii, J. Suzuki, "A unified coding algorithm of lossless and near-lossless color image compression," *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E83-A, no. 2, pp. 301-310.
 - [13] L. Karray, P. Duhamel, O. Rioul, "Image coding with an L^∞ norm and confidence interval criteria," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 7, no. 5, pp. 621-631, May 1998.
 - [14] Vivek K Goyal, "Transform Coding with Integer-to-Integer Transforms," *IEEE Trans. Information Theory*, March 2000.
 - [15] R. W. Buccigrossi and E. P. Simoncelli, "Image compression via Joint statistical characterization in the wavelet domain," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 8, No. 12, Dec 2000.