

# 土質定数の違いが正規圧密粘性土の 分岐解析結果に及ぼす影響

志比 利秀・亀井 健史  
島根大学総合理工学部 地球資源環境学科

Influences of Soil Parameters on Bifurcation Analysis of Normally Consolidated Cohesive Soil  
under Plane Strain Undrained Compression Loading

Toshihide SHIBI and Takeshi KAMEI  
*Department of Geoscience, Interdisciplinary Faculty of Science and Engineering, Shimane University*

## Abstract

This paper describes the influences of soil parameters on bifurcation analysis, using a non-coaxial Cam-clay model of normally consolidated cohesive soils during undrained shear under plane strain condition. The soil parameters are estimated from plasticity index. The soils exhibited a wide range in plasticity index, from 10–50.

The results indicate that bifurcation behavior using a soil with lower plasticity index occurs at a larger stress ratio and a smaller strain compared to soils with higher plasticity index. It is possible to predict the pattern of slip surfaces from the distribution of maximum shear strain derived from the results of bifurcation analysis.

## 1. はじめに

正規圧密粘性土供試体を非排水条件下で圧縮せん断した場合、主応力差の小さい範囲においては、供試体はその寸法を変えながらも、均一な変形を続ける。しかし、主応力差が最大値に近づくとつれ、供試体は局所的な変形を顕在化させ、非均一な変形へと移行する。このような最大主応力差近傍においては、供試体内にせん断ひずみの局所化が観察され始める。その後、ひずみが進展して行くと、最終的に一つのすべり面が形成され、供試体は破壊へと至る。

前述したような供試体に生じる非均一な変形を分岐という概念で説明しようとする試みが近年精力的に行なわれている。Asaoka *et al.*<sup>1)</sup> や小林ほか<sup>2)</sup> はあらかじめ初期不整を導入した解析条件に対して有限要素法を用いることにより、飽和粘土の変形挙動を追跡している。その特徴は分岐後の供試体の変形挙動を数値解析的にシミュレーションすることができることである。また、Ikeda *et al.*<sup>3)</sup> は群論を用いることにより、供試体のこのような変形挙動に説明を与えている。

一方、著者ら<sup>4-9)</sup>がこれまでに行なってきた分岐解析では、分岐後の供試体の変形挙動を追跡することは困難となる。しかしながら、本解析から得られた分岐荷重の解析解は、解析条件に何ら初期不整を導入することなく、自然発生的に分岐現象が発生する場合のものであり、すなわち理論的にその結果を導くことができる点が特徴である。また、分岐解析結果から得られた速度場を用いることにより、分岐時における供試体内の最大せん断ひずみの分布を得ることができる。その結果、供試体内に発生するすべり面の発生位置、およびその形状を推察することも可能となる。

本研究では、非排水せん断中の均一変形時に生じる供試体寸法比の変化を考慮した分岐解析結果に土質定数の違いが及ぼす影響を解明するため、種々の粒度組成を有する正規圧密粘性土供試体に対して分岐解析を行った。その結果、粘性土供試体の分岐解析結果について、工学的な観点からの有意性を示唆している。

## 2. 有限変形 Cam-clay モデル<sup>10)</sup>

本研究では、有限変形理論を用いることから、正規圧密粘性土の構成式として有限変形に拡張された Cam-clay モデルを用いる。

まず、全 Cauchy 応力  $\mathbf{T}$ 、有効 Cauchy 応力  $\mathbf{T}'$  と間隙水圧  $u$  との間に次式で与えられる有効応力の原理を仮定する。

$$\mathbf{T}' = \mathbf{T} + u\mathbf{I}$$

ここで、 $\mathbf{I}$  は単位テンソルである。このとき、平均有効主応力  $p'$  と一般化された偏差応力  $q$  はそれぞれ次式で定義される。

$$p' = -\frac{1}{3} \operatorname{tr} \mathbf{T}', \quad q = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{S} \cdot \mathbf{S}}$$

ここで、 $\mathbf{S}$  は有効 Cauchy 応力  $\mathbf{T}'$  の偏差成分である。なお、本研究では、全応力  $\sigma$ 、平均有効主応力  $p'$ 、間隙水圧  $u$  および体積ひずみ  $v$  は、土質力学の慣例に従い圧縮側および収縮側を正とするが、それら以外の物理量は、一般の有限変形理論で定義されているように、引張り側および伸張側を正とする。

粘性土のような摩擦性材料の場合、平均有効主応力が大きいほど、せん断強さが大きくなるので、本研究のような均一多軸条件下での分岐荷重は、軸応力や主応力差ではなく、応力比  $q/p'$  ( $=\eta$ ) が物理的に最も合理的な分岐荷重の定義であると考えられる。したがって、本研究では、分岐時の応力比  $\eta_y$  をもって「分岐荷重」と呼ぶ。

変形速度  $\mathbf{D}$  が弾性部分  $\mathbf{D}^e$  と塑性部分  $\mathbf{D}^p$  の和で表わされると考え、その弾性部分にフックの法則を仮定する。

$$\dot{T}'_{ij} = \left\{ \left( \bar{K} - \frac{2}{3} \bar{G} \right) \delta_{ij} \delta_{kl} + \bar{G} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \right\} D_{kl}^e$$

ここで、 $\hat{T}'_{ij} = \dot{T}'_{ij} - W_{ik}T'_{kj} + T'_{ik}W_{kj}$  は有効 Cauchy 応力の共回転速度であり、 $W_{ij}$  はスピン、 $\delta_{ij}$  はクロネッカーのデルタである。また、 $\bar{K}$  と  $\bar{G}$  は、それぞれ体積弾性係数とせん断弾性係数を表わしており、次式で表わされる。

$$\bar{K} = \bar{K}_0 p', \quad \bar{G} = \bar{G}_0 p'$$

ここで、 $\bar{K}_0 = (1+e)/\kappa$ 、 $\bar{G}_0 = \{3(1-2\nu)\bar{K}_0\}/\{2(1+\nu)\}$  であり、 $e$  は間隙比、 $\kappa$  は自然対数表示による膨潤指数、 $\nu$  はポアソン比を表わす。

一方、塑性部分について考えると、微小変形における Cam-clay モデルの降伏関数<sup>11)</sup>と同様に、有限変形 Cam-clay モデルの降伏関数  $f$  は、非排水条件下では次式のように表わされる。

$$f = \frac{\lambda - \kappa}{1+e} \ln \frac{p'}{p_0'} + D \frac{q}{p'} - v^p$$

ここで、 $\lambda$  は自然対数表示による圧縮指数、 $p_0'$  は先行圧密応力、 $v^p$  は塑性体積ひずみを表わす。また、 $D = (\lambda - \kappa)/\{M(1+e)\}$ <sup>12)</sup> はダイレイタンス係数であり、 $M$  は限界状態における応力比である。この降伏関数  $f$  に関連流れ則を適用すると変形速度の塑性成分として次式が得られる。

$$D_{ij}^p = A N_{ij}$$

ここで、 $A$  は比例定数であり、 $\beta = M - \eta$  とすると、 $N_{ij}$  は次式で表わされる。

$$N_{ij} = \frac{D}{p'} \left( \frac{3}{2\eta} \frac{S_{ij}}{p'} - \frac{1}{3} \beta \delta_{ij} \right)$$

最終的に有限変形共軸 Cam-clay モデル（以下、共軸モデルと呼ぶ）の構成式は次式で与えられる。

$$\hat{T}'_{ij} = \left\{ \left( \bar{K} - \frac{2}{3} \bar{G} \right) \delta_{ij} \delta_{kl} + \bar{G} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) - \frac{1}{\bar{G} + \bar{K} \bar{\beta}^2 + h} \left( \frac{\bar{G}}{\bar{\tau}} S_{ij} - \bar{K} \bar{\beta} \delta_{ij} \right) \left( \frac{\bar{G}}{\bar{\tau}} S_{kl} - \bar{K} \bar{\beta} \delta_{kl} \right) \right\} D_{kl} \quad (1)$$

ここで、 $\bar{\beta} = \beta/\sqrt{3}$ 、 $\bar{\tau} = \sqrt{S_{ij}S_{ij}/2}$  である。また、 $h$  は硬化係数を表わしており、次式で表わされる。

$$h = \frac{\beta}{\sqrt{3D}} p'$$

式(1)で表現される Cam-clay モデルが共軸モデルと呼ばれる理由は、塑性変形速度テンソルの偏差成分の主軸方向と有効 Cauchy 応力の偏差成分の主軸方向が一致する（共軸）からである。

有限変形非共軸 Cam-clay モデルは Rudnicki and Rice<sup>13)</sup> の理論に従い、偏差塑性ひずみに非共軸項を付加することにより導かれる。これにより、有効 Cauchy 応力の偏差成分の主軸方向と塑性変形速度テンソルの偏差成分の主軸方向が一致しなくなる（非共軸）。最終的に、有限変形非共軸 Cam-clay モデル（以下、非共軸モデルと呼ぶ）の構成式は、式(1)において物質パラメータを以下のように置き換えることによって与えられる。

$$\bar{G} \rightarrow \frac{h_1 \bar{G}}{h_1 + \bar{G}}, \quad \bar{K} \rightarrow \frac{(h_1 - h) \bar{K}}{h_1 - h - \bar{\beta}^2 \bar{K}}, \quad \bar{\beta} \rightarrow \frac{h_1 \bar{\beta}}{h_1 - h}, \quad h \rightarrow \frac{h_1 h}{h_1 - h}$$

ただし、 $h_1$  は第2硬化係数と呼ばれ、式(2)の硬化係数と同様の形で次式のように仮定される。

$$h_1 = \frac{\beta}{\sqrt{3}A} p' (> 0)$$

ここで、 $A$  は非共軸パラメータと呼ばれ、 $A=0$  のとき共軸モデルを表わし、 $A>0$  のとき非共軸モデルを表わす。

現在まで、非共軸性を詳細に検討した実験例はほとんど見られない。しかし、中空ねじり試験に基づいた非共軸性の存在の指摘、あるいはその必要性を示した研究が、最近行われている<sup>4-9,14)</sup>。なお、本研究でも上記の  $h_1$  は、Yatomi *et al.*<sup>10)</sup> による表現を適用する。

また、各点において非排水となる条件は、

$$\text{tr}(\mathbf{D}) = 0$$

と書き表される。平面ひずみ条件下 ( $D_{33}=0$ , すなわち  $D_{11}+D_{22}=0$ ) であるから、速度場  $\mathbf{v}$  の成分は流れ関数  $\psi$  を用いて次式のように与えられる。

$$v_1 = \psi_{,2}, \quad v_2 = -\psi_{,1}$$

最終的に、均一変形状態から分岐瞬間までの有限変形 Cam-clay モデルの構成関係は、 $\psi$  を用いることにより、次式のように書き換えられる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{T}'_{11} - \dot{T}'_{22} &= 4\mu^* \psi_{,12} \\ 2\dot{T}'_{12} &= (2\mu - \bar{q}) \psi_{,22} - (2\mu + \bar{q}) \psi_{,11} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\mu^* = \frac{\bar{h} \bar{G}}{\bar{h} + \bar{G}}, \quad \mu = \frac{h_1 \bar{G}}{h_1 + \bar{G}}$$

ここで、 $q (= \sigma_2' - \sigma_1' = 2q/\sqrt{3})$  は軸差応力であり、 $\mu^*, \mu$  はそれぞれ  $45^\circ$  せん断におけるせん断係数と単純せん断係数である。また、 $\bar{h}$  は  $\bar{K} \bar{\beta}^2 + h$  で表わされる。なお、 $\mu^*$  は非共軸パラメータ  $A$  に無関係であり、 $\mu$  は  $A$  の単調減少関数となっている。

### 3. 土質定数の決定法

本解析に適用した土質定数は、種々の粒度組成を有する粘性土への適応性と簡便性という観点から、Kamei<sup>15,16)</sup> および Nakase *et al.*<sup>17)</sup> によって提案されている土質定数決定法に基づいて決定した。この決定法によれば、土質定数は塑性指数 (PI) のみによって決定され、それによって得られた解析結果は要素試験 (三軸試験)<sup>17-20)</sup>、モデル実験 (遠心載荷実験)<sup>15,19)</sup>、実地盤の変形挙動<sup>21,22)</sup> を非常によく表現できることがすでに実証されている。表-1 に上記の決定法を示す。ここで、 $N$  は正規圧密曲線状において  $p' = 98 \text{ kN/m}^2$  のときの比体積 ( $1+e$ ) を表わす。

### 4. 分岐条件式

平面ひずみ条件下で正規圧密粘性土の長方形供試体を非排水圧縮せん断する。その際、その変形挙動が均一変形から非均一変形へと移り変わる状態を分岐と呼び、その条件式を以下に示す。

まず、準静的で物体力がない場合、増分釣合式は次式で与えられる。

$$\text{div } \dot{\mathbf{S}}_i = \mathbf{0}$$

ここで、 $\dot{\mathbf{S}}_i (= \dot{\mathbf{T}} + \mathbf{T}(\text{tr } \mathbf{D}) - \mathbf{T}\mathbf{L}^T)$  は全公称応力速度であり、 $\mathbf{L}$  は速度勾配を表わす。有効応力の原理、非排水条件と分岐現象が発生する瞬間まで供試体内の各状態量が均一であることを考慮して上式を指標表示すると、増分釣合式は次式のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} \dot{T}'_{11,1} + \dot{T}'_{12,2} - \dot{u}_{,1} &= 0 \\ \dot{T}'_{21,1} + \dot{T}'_{22,2} - \dot{u}_{,2} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

載荷条件は、図-1 に示すように、供試体の両側面 ( $x_1 = \pm B$ ) で水圧一定条件を考え、上下端面 ( $x_2 = \pm H$ ) では変位制御 ( $v_2 = \mp v_{20}$ ) により圧縮し、摩擦は働かないものと仮定すると、境界条件は次式のように書き表せる。

$$\begin{cases} (\dot{s}_i)_1 = \sigma_1 L_{11}, (\dot{s}_i)_2 = \sigma_1 L_{12}, & \text{on } x_1 = \pm B \\ (\dot{s}_i)_1 = 0, \quad v_2 = \mp v_{20}, & \text{on } x_2 = \pm H \end{cases} \quad (5)$$

表-1 本解析に用いた土質定数決定手法<sup>15)~17)</sup>

---


$$\begin{aligned} \lambda &= 0.02 + 0.0045 \text{ PI} \\ \kappa &= 0.00084 (\text{PI} - 4.6) \\ N &= 1.517 + 0.019 \text{ PI} \\ M &= 1.65 \\ D &= 0.00082 \text{ PI} + 0.0159 \end{aligned}$$


---

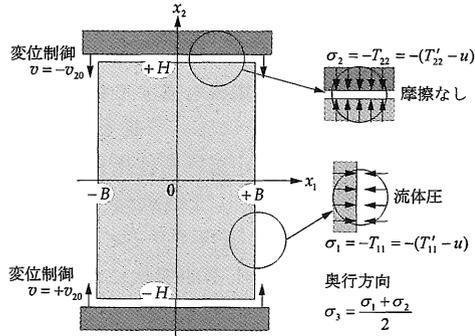


図-1 分岐時の供試体概形

ここで、 $\mathbf{s}_i (= \dot{\mathbf{S}}_i \mathbf{n})$  は全公称表面力速度であり、 $\mathbf{n}$  は考えている面の単位法線ベクトルを表わす。

分岐が発生する瞬間まで、長方形供試体は载荷軸方向に圧縮力を受けることによって、均一な変形を続ける。その過程では、分岐時の圧縮力の増大に対しても均一な変形は、可能な解の一つとなる。したがって、供試体の分岐は、分岐時の圧縮力の増大に伴って非均一な変形を示す解が存在する時に発生するものと考えられる。

一方、構成式を増分釣合式に代入することにより得られる速度に関する支配方程式が速度に関して線形関係となっているので、速度解を重ね合わせることが可能となる。その結果、供試体の各点で塑性負荷状態にある非均一変形は、非均一な速度解に各点が負荷状態になるような均一な速度解を重ね合わせることにより得られる。

以上のことより、式(5)で与えられる境界条件の解は、均一な変形を与える境界条件の解と非均一な変形を与える境界条件の解との和となる。均一な変形を与える境界条件を満足する解は自明である。したがって、次式の非均一な変形を与える境界条件を満足する速度解が存在するときに分岐が発生する。以下、新たに次式を境界条件と呼ぶこととする。

$$\begin{cases} \dot{T}'_{11} = \dot{u}, & \dot{T}'_{12} = -\bar{q}L_{12}, & \text{on } x_1 = \pm B \\ \dot{T}'_{21} = 0, & v_2 = 0, & \text{on } x_2 = \pm H \end{cases} \quad (6)$$

式(4)の増分釣合式に式(3)を用いると、最終的に次式に示す  $\psi$  の支配方程式が導かれる。

$$a\psi_{,1111} - 2b\psi_{,1122} + c\psi_{,2222} = 0 \quad (7)$$

ここで、 $a$ ,  $b$ , および  $c$  は次式のように置いた。

$$a = 2\mu + \bar{q}, \quad b = -(4\mu^* - 2\mu), \quad c = 2\mu - \bar{q}$$

一方、式(6)の境界条件は、式(3)を代入することにより流れ関数  $\psi$  を用いて次式のよう

に書き換えられる。

$$\left. \begin{aligned} a\psi_{,111} - (2b-a)\psi_{,122} &= 0 \\ \psi_{,11} - \psi_{,22} &= 0 \quad (a \neq 0) \end{aligned} \right\} \text{ on } x_1 = \pm B \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_{,1} &= 0 \quad (c \neq 0) \\ \psi_{,22} &= 0 \quad (a \neq 0) \end{aligned} \right\} \text{ on } x_2 = \pm H \quad (9)$$

式(7)～式(9)は、非圧縮性弾塑性体の一軸引張試験<sup>23)</sup>、および一軸圧縮試験<sup>24)</sup>から得られる支配方程式および境界条件と同様の型となる。以下、彼らの方法を用いることにより、分岐条件式は導出される。

流れ関数  $\psi$  は、式(9)で示される上下面の境界条件を考慮し、次式のように仮定される。

$$\psi = V(x_1) \cos(k_m x_2), \quad (k_m = \frac{m\pi}{2H})$$

ここで、 $m(m=1, 2, \dots)$  は変形モードであり、 $m$  が偶数の場合は  $x_2$  座標の原点を  $H/m$  だけ移動させる必要がある。このとき、分岐条件式は、 $V(x_1)$  の一般解の型により、楕円領域 (E)、放物領域 (P)、および双曲領域 (H) とに分類して導出される<sup>23)</sup>。また、楕円領域は、さらに (EC) と (EI) とに分類される<sup>24)</sup>。それぞれの領域の判別条件、 $V(x_1)$  の一般解および分岐条件式等を表-2 に示す。なお、各領域の分岐条件式は分岐時の供試体寸法比  $H/B$ 、分岐荷重  $\eta_y$  と変形モード  $m$  の陰関数となる。

## 5. 応力比と軸ひずみ量および供試体寸法比<sup>9)</sup>

正規圧密粘性土供試体は、軸方向変位の増大に伴い、供試体寸法比を変え、また、応力比を増大させる。最終的に、ある供試体寸法比と応力比に達すると、供試体は非均一な変形状態へと移行する。分岐解析では、応力比の増大により軸方向変位の増大を表わしている。したがって、分岐時の供試体寸法比は、便宜上未知である分岐時の供試体寸法比を用いる必要がある。

本研究では、供試体は、非排水条件の下で、分岐瞬間まで均一変形を続けていることから、分岐時の応力比 (分岐荷重) より分岐時の軸ひずみ量を求めることが可能である。その結果を用いて、通常未知である分岐時の供試体寸法比を理論的に導出する。

分岐時の軸ひずみ量  $\varepsilon_a$  は、応力比  $\eta$  を用いると次式で表わすことができる。

$$\varepsilon_a = 1 - \exp \left[ \frac{\sqrt{3} \left\{ D\tilde{G}_0 \ln \frac{M-\eta}{M} - \frac{\eta}{3} + \frac{D\tilde{K}_0}{6} (\eta^2 - 2M\eta) \right\}}{2(1 + DM\tilde{K}_0)G_0} \right]$$

したがって、初期の供試体寸法比  $H_0/B_0$  を用いると、分岐時の供試体寸法比  $H/B$  は次式となる。

表-2 各領域の判別条件,  $V(x_1)$ の一般解, および分岐条件式  
 $(a=2\mu+\bar{q}, b=-(4\mu^*-2\mu), c=2\mu-\bar{q}, A_1, A_2: \text{未定定数})$

	判別条件	$P, Q$ と $a, b, c$ の関係		$V(x_1)$ の一般解	分岐条件式
EC 領域	$b^2-ac < 0$	$P^2-Q^2 = \frac{b}{a},$ $P^2+Q^2 = \sqrt{\frac{c}{a}}$	対称 モード	$*\Re[(A_1+iA_2)$ $\times \sin\{(P+iQ)k_mx_1\}]$	$\frac{Q \sin(2Pk_mB)}{P \sinh(2Qk_mB)}$ $= \frac{(a-c)\sqrt{a-2(a-b)\sqrt{c}}}{(a-c)\sqrt{a+2(a-b)\sqrt{c}}}$
			非対称 モード	$*\Re[(A_1+iA_2)$ $\times \cos\{(P+iQ)k_mx_1\}]$	$\frac{Q \sin(2Pk_mB)}{P \sinh(2Qk_mB)}$ $= \frac{(a-c)\sqrt{a-2(a-b)\sqrt{c}}}{(a-c)\sqrt{a+2(a-b)\sqrt{c}}}$
EI 領域	$b^2-ac > 0,$ $\frac{b}{a} < 0,$ $2\mu >  \bar{q} $	$P^2-Q^2 = \frac{2\sqrt{b^2-ac}}{a},$ $P^2+Q^2 = -\frac{2b}{a}$	対称 モード	$A_1 \sin(Pk_mx_1)$ $+ A_2 \sin(Qk_mx_1)$	$\frac{P \tanh(Qk_mB)}{Q \tanh(Pk_mB)} = \frac{(1+P^2)^2}{(1+Q^2)^2}$
			非対称 モード	$A_1 \cos(Pk_mx_1)$ $+ A_2 \cos(Qk_mx_1)$	$\frac{P \tanh(Pk_mB)}{Q \tanh(Qk_mB)} = \frac{(1+P^2)^2}{(1+Q^2)^2}$
H 領域	$b^2-ac > 0,$ $\frac{b}{a} > 0,$ $2\mu >  \bar{q} $	$P^2-Q^2 = \frac{2\sqrt{b^2-ac}}{a},$ $P^2+Q^2 = \frac{2b}{a}$	対称 モード	$A_1 \sinh(Pk_mx_1)$ $+ A_2 \sinh(Qk_mx_1)$	$\frac{P \tan(Qk_mB)}{Q \tan(Pk_mB)} = \frac{(1-P^2)^2}{(1-Q^2)^2}$
			非対称 モード	$A_1 \cosh(Pk_mx_1)$ $+ A_2 \cosh(Qk_mx_1)$	$\frac{P \tan(Pk_mB)}{Q \tan(Qk_mB)} = \frac{(1-P^2)^2}{(1-Q^2)^2}$
P 領域	$2\mu <  \bar{q} $	$P^2-Q^2 = \frac{2b}{a},$ $P^2+Q^2 = \frac{2\sqrt{b^2-ac}}{a}$	対称 モード	$A_1 \sin(Pk_mx_1)$ $+ A_2 \sinh(Qk_mx_1)$	$\frac{P \tanh(Qk_mB)}{Q \tan(Pk_mB)} = \frac{(1-P^2)^2}{(1+Q^2)^2}$
			非対称 モード	$A_1 \cos(Pk_mx_1)$ $+ A_2 \cosh(Qk_mx_1)$	$\frac{P \tan(Pk_mB)}{Q \tanh(Qk_mB)} = \frac{(1-P^2)^2}{(1+Q^2)^2}$

\*  $\Re[\dots]$  は  $[\dots]$  の実数部分を表す.

$$\frac{H}{B} = (1 - \varepsilon_a)^2 \frac{H_0}{B_0}$$

## 6. 供試体の分岐荷重の解析結果

土質定数の違いが分岐現象に及ぼす影響を検討するため, 3種類の異なる塑性指数を有する正規圧密粘性土が平面ひずみ条件下で非排水圧縮せん断を受ける場合について分岐解析を行なう. なお, 初期の供試体の高さは, 供試体の幅の2倍 ( $H_0/B_0=2$ ) とする<sup>25)</sup>.

ここで考えている粘性土は  $PI=50$  と  $PI=30$  の高塑性土と  $PI=10$  の低塑性土 (いわゆる中間土) である. このとき, それぞれの塑性指数に対する土質定数は表-1より決定する. また,  $\nu$  の値は  $K_0=0.5$  として弾性解から求め, 非共軸パラメータ  $A$  の値に関しては Yatom *et al.*<sup>10)</sup> の考察を基に仮定する. 以上の結果, 本解析で用いる土質定数は, 表-3に示す通りとなる.

各土質定数を用いた場合について, 応力比~軸ひずみの関係に分岐が発生する分岐荷重を

表-3 本解析に用いた土質定数

PI	$\lambda$	$\kappa$	$\nu$	$M$	$N$	$D$	$A$
50	0.245	0.038	0.333	1.65	2.467	0.0569	*0(0.01)
30	0.155	0.021	0.333	1.65	2.087	0.0405	*0(0.01)
10	0.065	0.005	0.333	1.65	1.707	0.0241	*0(0.01)

\* 共軸モデルの場合は  $A=0$ 、非共軸モデルの場合は  $A=0.01$ .

図示した結果を図-2 に示す。

まず、分岐が発生し得る軸ひずみについて考える。共軸モデルの場合は、PI=50の粘性土では軸ひずみが約2.7%以下、PI=30の粘性土では約1.9%以下、PI=10の低塑性土では約0.6%以下の範囲までは、少なくとも均一変形を続けることがわかる。一方、非共軸モデルの場合に、供試体が少なくとも均一変形を続ける範囲は、PI=50では軸ひずみ量が約2.5%以下、PI=30では約1.7%以下、PI=10では約0.5%以下の範囲となる。

したがって、非共軸モデルを用いれば、土質定数の違いによらず、分岐が発生する軸ひずみが、共軸モデルを用いた場合より小さくなることが示された。また、それを超えるような範囲においては非均一変形が生じている可能性があり、強度低下を招くことが考えられる。

次に土質定数の違いが分岐荷重に及ぼす影響を考える。共軸モデルの非対称1次モードの場合、PI=50の粘性土では、分岐荷重は1.49、PI=30の粘性土では1.53、PI=10の低塑性土では1.58となり、塑性指数が小さくなるほど、分岐荷重は大きくなる。また、共軸モデルのその他の変形モードについては、ある限られた変形モードの分岐荷重しか存在しないが、その傾向が見られる。非共軸モデルの非対称1次モードの分岐荷重も、PI=50の場合は1.44、PI=30の場合は1.48、PI=10の場合は1.54となり、塑性指数が小さくなるほど、分岐荷重が大きくなる。また、非共軸モデルのその他の変形モードの分岐荷重は、PI=50の場合は1.59付近、PI=30の場合は1.60付近、PI=10の場合は、1.61付近に集中している。

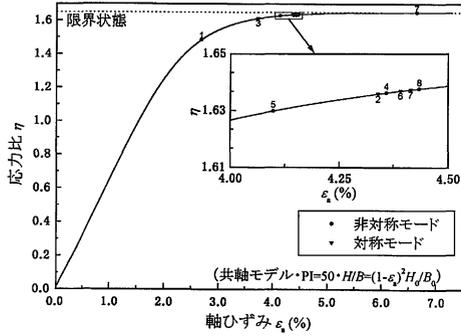
したがって、PIが小さくなるほど、分岐が発生する時の軸ひずみは小さな値となるが、分岐荷重は大きな値となることが明らかとなった。また、正規圧密粘性土を非排水圧縮せん断した場合、供試体の変形挙動は多岐にわたる。共軸モデルでは発生する分岐現象に限られているが、非共軸モデルでは種々の分岐現象が発生することがわかる。このことから非共軸モデルの方が、共軸モデルより正規圧密粘性土の変形挙動を良く表現できる。

## 7. 最大せん断ひずみ

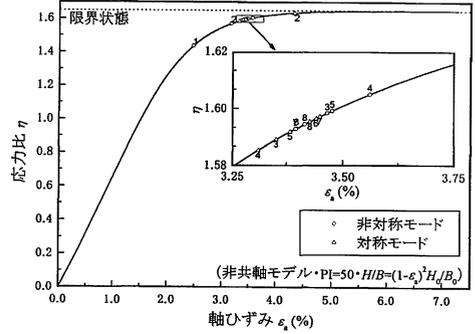
分岐直後  $t=t+\Delta t$  の主対数ひずみは、分岐直前の時刻  $t=t$  の一様な対数ひずみ  $\varepsilon_L|_t$  と変形速度を用いて表わすと次式のように表わせる。

$$(\varepsilon_L)_{ii}|_{t+\Delta t} \approx (\varepsilon_L)_{ii}|_t + D_{ii}\Delta t \quad (i: \text{no sum})$$

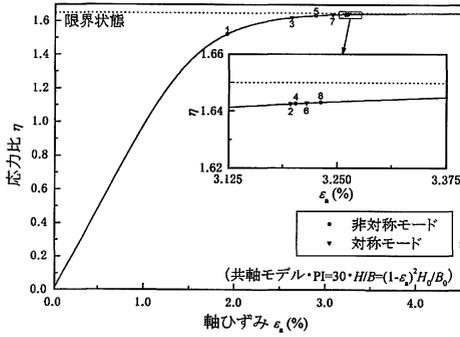
また、分岐が発生するまでは均一変形を続けているので、分岐直前のせん断ひずみ  $((\varepsilon_L)_{ij})$



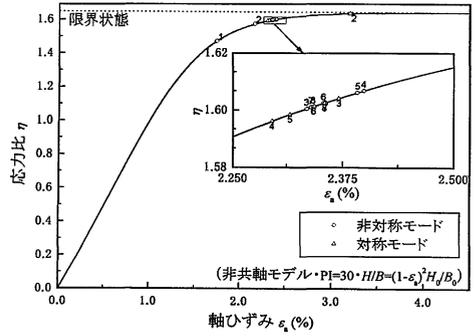
(a) 共軸モデル・PI = 50



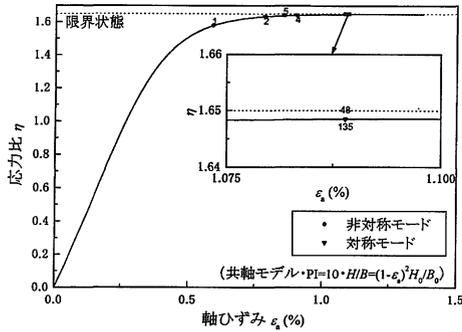
(d) 非共軸モデル・PI = 50



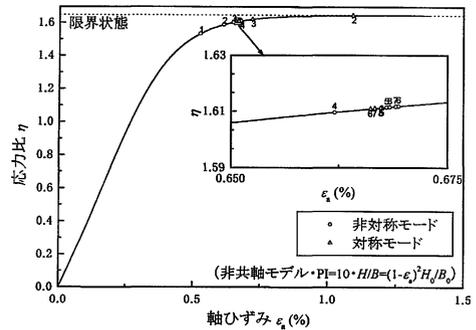
(b) 共軸モデル・PI = 30



(e) 非共軸モデル・PI = 30



(c) 共軸モデル・PI = 10



(f) 非共軸モデル・PI = 10

図-2 分岐荷重と軸ひずみの関係

$|_t(i \neq j)$  は 0 となるから、分岐直後の対数ひずみのせん断成分は次式となる。

$$(\varepsilon_L)_{ij}|_{t+\Delta t} \approx D_{ij}\Delta t \quad (i \neq j)$$

となる。工学ひずみ  $\varepsilon_{ij}$  (圧縮側を正) は、対数ひずみ  $(\varepsilon_L)_{ij}$  を用いると  $\varepsilon_{ij} = 1 - \exp\{(\varepsilon_L)_{ij}\}$  と表わされる。このとき、分岐直後の工学ひずみの主値を  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  ( $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$ ) と置くと、最大せん断ひずみ  $\gamma_{\max}$  は次式で表わせる。

$$\gamma_{\max} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2}$$

以後、上式を分岐時の最大せん断ひずみと呼ぶ。

## 8. 供試体内の最大せん断ひずみの分布

正規圧密粘性土供試体がすべり面を伴って破壊する現象は、せん断変形による進行性破壊と考えられる。したがって、供試体内の最大せん断ひずみ  $\gamma_{\max}$  の分布を調べることにより、すべり面の発生しやすい位置やその形状を予測することが可能となる。

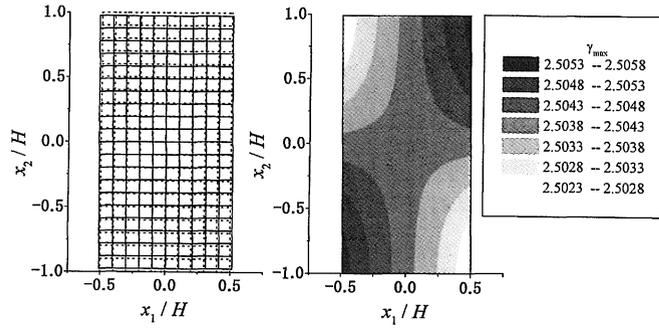
供試体の分岐現象が発生した直後においては、最大せん断ひずみ量の範囲は、均一変形時に生じた最大せん断ひずみ量に比べて非常に小さい。しかし、更に載荷が継続されていくと、ひずみの不均一性は増大していく。したがって、ひずみの不均一性が発生する初期段階の把握が極めて重要となる。

共軸モデルに比べて非共軸モデルの方が正規圧密粘性土の変形挙動を良く表現できることから、非共軸モデルを用いた場合について、供試体内の  $\gamma_{\max}$  の分布を求める。図-3～図-5 は、それぞれ  $PI=50$ ,  $PI=30$ , および  $PI=10$  の場合の非対称 1 次, 対称 2 次, 対称 8 次変形モードの分岐時変形概形および最大せん断ひずみの分布を示している。

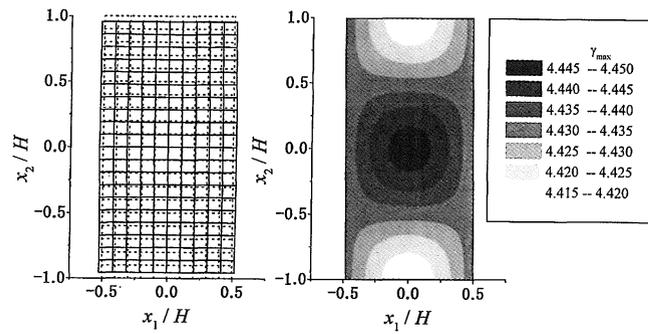
各図(a)に示したような上端部が左へ、下端部が右へと変形する非対称 1 次変形モードの場合には、土質定数の違いに関わらず、上端部右側と下端部左側で最大せん断ひずみが大きくなる。その結果、上端部右側と下端部左側からすべり面が発生し始め、すべり面が進展していくと考えられる。このような破壊形態は、実際の三軸圧縮試験等によく観察される破壊形態に対応するものと考えられる。

中央付近が膨らむ対称 2 次変形モードの場合には、各図(b)に示すように、供試体中央部に最大せん断ひずみが最大となる。土質定数の違いが最大せん断ひずみの分布性状に及ぼす影響は、この変形モードの場合も認められない。この場合、供試体中央部から供試体の四隅に向かってすべり面が発生し始めると考えられる。このような破壊形態も、実際の三軸圧縮試験等によく観察される。

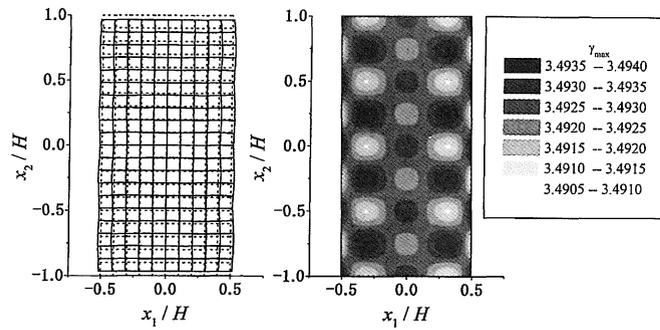
対称 8 次変形モードの場合には、各図(c)に示すように、供試体側面付近に最大せん断ひずみが最大となる位置が周期的に発生しており、ひずみの局所化が確認できる。したがって、高次変形モードが発生する場合には、すべり面は供試体側面付近より周期的に発生し始め供試体内側に向かってすべり面が進展していくことが推察される。また、供試体側面付近



(a) 非対称変形 1 次モード

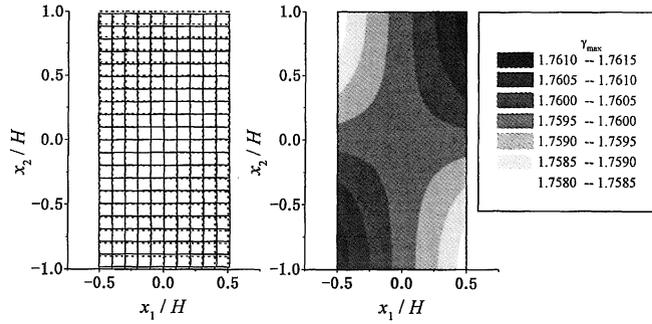


(b) 対称変形 2 次モード

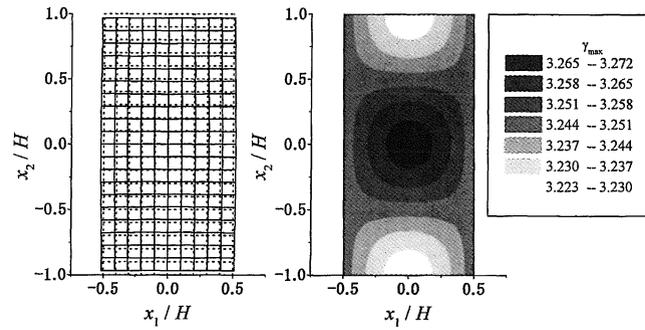


(c) 対称変形 8 次モード

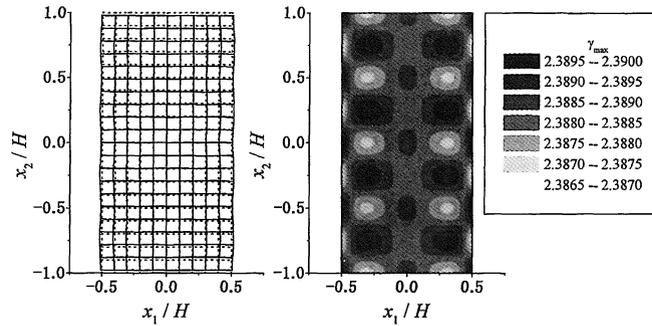
図-3 分岐時変形概形および最大せん断ひずみの分布 (PI=50)



(a) 非対称変形 1 次モード

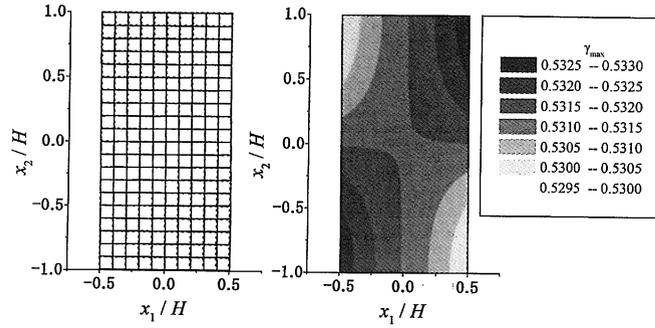


(b) 対称変形 2 次モード

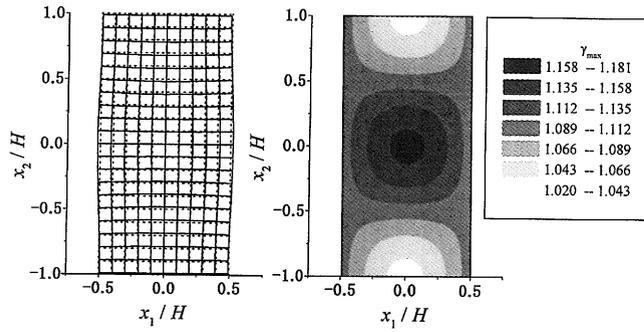


(c) 対称変形 8 次モード

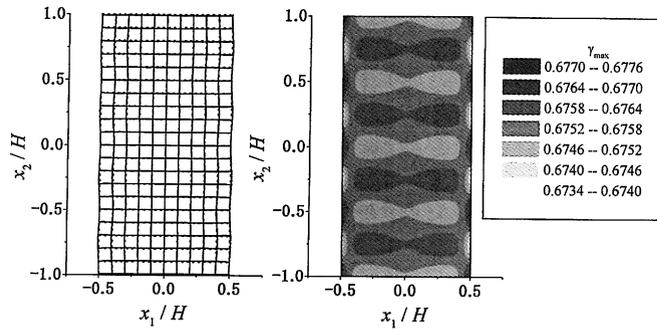
図-4 分岐時変形概形および最大せん断ひずみの分布 (PI=30)



(a) 非対称変形1次モード



(b) 対称変形2次モード



(c) 対称変形8次モード

図-5 分岐時変形概形および最大せん断ひずみの分布 (PI=10)

に最大せん断ひずみが大きくなる位置が集中する傾向はPIが大きな値となる高塑性な土ほど顕著である。

本研究で得られた知見を実地盤に適用することにより、すべり面の初期発生位置が推定可能となれば、斜面崩壊や地すべりの対策計画等に非常に有益な内容を示唆できるものと考えられる。

## 9. 結 論

本研究で得られた主要な結論を以下に列記する。

- (1)高塑性な土に比べて低塑性な土は分岐荷重が大きくなること、また、軸ひずみ量が小さくなることが分岐解析結果から明らかとなった。
- (2)低次変形モードでは、土質定数の違いにより最大せん断ひずみの分布性状に違いは見られないが、高次変形モードの場合は、高塑性な土ほど供試体の側面付近に周期的に最大せん断ひずみが最大となる位置が集中する傾向が顕著となることがわかった。
- (3)分岐解析結果に基づいた最大せん断ひずみの分布性状からすべり面の発生位置およびその形態を推定できる可能性を見出した。

謝辞：本研究をまとめるにあたり金沢大学工学部 矢富盟祥教授に有益なご助言を賜りました。ここに記して謝意を表します。

## 参 考 文 献

- 1) Asaoka, A. and Noda, T.: Imperfection-sensitive bifurcation of cam-clay under plane strain compression with undrained boundaries, *Soils and Foundations*, Vol. 35, No. 1 pp. 83-100, 1995.
- 2) 小林一三, 飯塚 敦, 太田秀樹: 正規粘土供試体せん断時における局所変形の遷移, 土木学会論文誌, No. 617/III-46, pp. 1-18, 1999.
- 3) Ikeda, K. and Murota, K.: Recursive bifurcation as sources of complexity in soil shearing behavior, *Soils and Foundations*, Vol. 37, No. 3 pp. 17-29, 1997.
- 4) 斎藤武久, 矢富盟祥, 石田 啓, 志比利秀: 死荷重側方境界条件下における平面ひずみ非排水試験の分岐解析, 地盤の破壊とひずみの局所化に関するシンポジウム論文集, pp. 105-110, 1994.
- 5) 志比利秀, 矢富盟祥: 有限変形非共軸 Cam-clay モデルによる円柱供試体の軸対称分岐解析, 構造工学論文集, Vol. 43A, pp. 413-421, 1997.
- 6) Yatomi, C. and Shibi, T.: Antisymmetric bifurcation analysis in a circular cylinder of a non-coaxial Cam-clay model, *Proceedings of the International Symposium Deformation and Progressive Failure in Geomechanics*, pp. 9-14, 1997.
- 7) 志比利秀, 矢富盟祥: 有限変形非共軸 Cam-clay モデルによる中空円柱供試体の非軸対称分岐解析, 応用力学論文集, Vol. 1, pp. 537-546, 1998.
- 8) 志比利秀, 矢富盟祥: Cam-clay モデルを用いた2層弾塑性体の分岐解析, 応用力学論文集, Vol. 2, pp. 371-382, 1999.
- 9) 志比利秀, 矢富盟祥, 亀井健史: 平面ひずみ非排水圧縮条件下における供試体寸法比の変化が正規圧密粘土の分岐荷重に及ぼす影響, 土木学会論文誌, No. 666/III-53, pp. 181-192, 2000.
- 10) Yatomi, C., Yashima, A., Iizuka, A., and Sano, I.: General theory of shear bands formation by a

- non-coaxial Cam-clay model, *Soils and Foundations*, Vol. 29, No. 3, pp. 41–53, 1989.
- 11) Roscoe, K. H., Schofield, A. N. and Thurairajah, A.: Yielding of clays in states wetter than critical, *Géotechnique*, Vol. 13, pp. 211–240, 1963.
  - 12) Ohta, H.: Analysis of deformations of soils based on the theory of plasticity and its application to settlement of embankments, *Doctor Engineering Thesis*, Kyoto Univ., 1971.
  - 13) Rudnicki, J. W. and Rice, J. R.: Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials, *Journal of the Mechanics and Physics Solids*, Vol. 23, pp. 371–394, 1975.
  - 14) Chau, K. T. and Rudnicki, J. W.: Bifurcations of compressible pressure-sensitive materials in plane strain tension and compression, *Journal of the Mechanics and Physics Solids*, Vol. 38, pp. 875–898, 1990.
  - 15) Kamei, T.: A study on the mechanical behavior of normally consolidated cohesive soils, *thesis presented to the Tokyo Institute of Technology at Tokyo, Japan*, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor Engineering, 1985.
  - 16) Kamei, T.: Dilatancy characteristics of normally consolidated cohesive soils, *Soils and Foundations*, Vol. 29, No. 1, pp. 165–172, 1989.
  - 17) Nakase, A., Kamei, T. and Kusakabe, O.: Constitutive parameters estimated by plasticity index, *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, Vol. 114, No. 7, pp. 844–858, 1988.
  - 18) Kamei, T. and Sakajo, S.: Evaluation of undrained shear behavior of  $K_0$ -consolidated cohesive soils using elasto-viscoplastic model, *Computers and Geotechnics*, Vol. 17, No. 3, pp. 397–417, 1995.
  - 19) Kamei, T.: An integrated evaluation of the mechanical behavior of normally consolidated cohesive soils, *Geological Reports of Shimane University*, No. 14, pp. 1–14, 1995.
  - 20) Kamei, T.: Experimental and numerical investigation of the undrained shear characteristics of undisturbed clay, *Earth Science*, Vol. 50, No. 3, pp. 213–222, 1996.
  - 21) Sakajo, S. and Kamei, T.: Simplified deformation analysis for embankment foundation using elasto-plastic model, *Soils and Foundations*, Vol. 36, No. 2, pp. 1–11, 1996.
  - 22) Kamei, T. and Sakajo, S.: A deformation analysis of deep foundation under embankment using an elasto-viscoplastic model, *Journal of the Japan Society of Engineering Geology*, Vol. 39, No. 2, pp. 183–192, 1998.
  - 23) Hill, R. and Hutchinson, W.: Bifurcation phenomena in the plane tension test, *Journal of the Mechanics and Physics Solids*, Vol. 23, pp. 239–264, 1975.
  - 24) Young, N. J. B.: Bifurcation phenomena in the plane compression test, *Journal of the Mechanics and Physics Solids*, Vol. 24, pp. 77–91, 1976.
  - 25) 例えば, 土質工学会編: 土の試験実習書 (第二回改訂版), pp. 133–158, 1991.