

マイクロ波領域での空洞共振器の減衰について

森 弘

(島根大学文理学部物理教室)

(1975・9・6 受理)

On the Attenuate of Cavity Resonator in the Microwave Region

Hiroshi MORI

概 要

前の論文⁶⁾で低損失フェライトのマイクロ波領域での複素誘電率と複素誘磁率をも測定できるように Jacson¹⁾の共鳴測定法を拡張した。その論文では空洞共振器への入力結合回路、出力結合回路に起因する減衰での損失については何らふれなかった。

この論文では空洞共振器への入力結合回路、出力結合回路が及ぼす空洞共振器の減衰を入力結合回路での電力反射率、出力結合回路での電力透過率の測定によって求め、この損失を考慮に入れて2,3の低損失フェライトについて3cm波で複素誘電率、複素誘磁率を求めた。

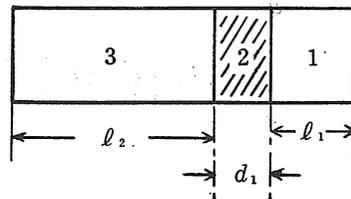
1. 緒 言

フェライトのマイクロ波定数の測定精度を高める場合、吸収に関する定数の有効数字を高めることが重要な問題になる。特に低損失フェライトの場合には空洞共振器の内壁の抵抗による損失のみでなく空洞共振器への入力回路、出力回路に起因する減衰にも考慮する必要がある。

結合回路による空洞共振器に及ぼす関係式としては朝永⁴⁾・霜田の理論を採用した。この理論では空洞内に試料が挿入された場合については何らふれていない。筆者は空洞内に挿入された試料による減衰も空洞内壁の抵抗による減衰と同等に取扱えると云う立場で拡張した式を用いた。これを考慮したときの測定値はどうなるかについて、テフロン、YIGフェライトの試料について求めた。

2. ϵ' , μ' の算出公式

図にて領域1は空気、領域2は試料、領域3は空気とする。モードを H_{010} にして、よく知られているように、その共振条件は、損失小さい場合は次のように与えられる。



(a) $l_1=0$ 試料を短絡板に密着させる場合である。試料なしで共振させ、試料挿入後また同一周波数で、短絡板を d だけ移動して再び共振させる。その条件は、試料の厚さを d として、

$$\frac{\mu' \tan \beta_2 d}{\beta_2} = \frac{\tan \beta_1 (d + d)}{\beta_1} \quad (1)$$

ここに
$$\beta_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon' \mu' - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}, \quad \beta_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}$$

λ は自由空間波長, λ_c は遮断波長

(b) $l_1 = \frac{1}{4} \lambda_c$ (a) の場合と同様にして、短絡板を d' だけ移動して、同一周波数で共振させる。その条件式は

$$\frac{1}{\mu'} \frac{\beta_2}{\beta_1} \tan \beta_2 d = \tan \beta_1 (d + d') \quad (2)$$

式(1)と(2)とから

$$\tan \beta_1 (d + d) \cdot \tan \beta_1 (d + d') = (\tan \beta_2 d)^2$$

これより β_2 が算出される。この β_2 と $\tan \beta_2 d$ の値を(1)式に代入 μ' が算出される。

$$\beta_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon' \mu' - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2} \text{ に代入して, } \epsilon' \text{ が決定される。}$$

ここに ϵ', μ' は

$$\epsilon' = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_0}, \quad \mu' = \frac{\mu_1}{\mu_0} \text{ のことである。}$$

2.1 ϵ', μ' の測定誤差

(a) d と d' の測定誤差による誤差

ϵ', μ' の測定式(1), (2)式を微分し, かつ $\beta_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon' \mu' - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}$ より

$$\frac{\delta \epsilon'}{\epsilon'} + \frac{\delta \mu'}{\mu'} = \frac{\delta \beta_2}{\frac{1}{2} \beta_2 \left\{ 1 + \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \frac{1}{\beta_2^2} \right\}}$$

なることを用いて、

$$\begin{aligned} \frac{\delta \mu'}{\mu'} &= \frac{B \beta_2^2 d \left\{ 1 + \left(\frac{\mu'}{n}\right)^2 \cdot \tan^2 \beta_2 d \right\} \frac{\delta d}{d} - C \mu'^2 \beta_1^2 d \left\{ 1 + \left(\frac{n}{\mu'}\right)^2 \tan^2 \beta_2 d \right\} \frac{\delta d}{d}}{\mu' \beta_2 (B + C) \tan \beta_2 d} \\ \frac{\delta \epsilon'}{\epsilon'} &= \frac{\mu'^2 \beta_1 \left[\left\{ 1 + \left(\frac{n}{\mu'}\right)^2 \tan^2 \beta_2 d \right\} (\beta_2 \tan \beta_2 d + AC) - \beta_2^2 \right]}{\mu' \beta_2 A (B + C) \tan \beta_2 d} \\ &\quad - \frac{\beta_2^2 \left\{ 1 + \left(\frac{\mu'}{n}\right)^2 \tan^2 \beta_2 d \right\} (AB - \beta_2 \tan^2 \beta_2 d)}{\delta d} \end{aligned}$$

ただし $\delta d = \Delta \delta'$ とした

$$\begin{aligned} \text{ここに} \quad A &= \frac{1}{2} \beta_2 \left\{ 1 + \left(\frac{\lambda}{\lambda_C} \right)^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \left(\frac{1}{\beta_2} \right)^2 \right\} & n &= \frac{\beta_2}{\beta_1} \\ B &= \tan \beta_2 d + \beta_2 d (1 + \tan^2 \beta_2 d) \\ C &= (\tan^2 \beta_2 d + 1) \beta_2 d - \tan \beta_2 d \end{aligned}$$

$B \doteq C$ とおけるとき $\tan^2 \beta_2 d = 1$ で $\frac{\delta \mu'}{\mu'} = 0$ となる。

(b) 試料の厚さの測定誤差に起因する誤差
同様にして

$$\begin{aligned} \frac{\delta \mu'}{\mu'} &= \frac{B d \left\{ (1 - \mu') \frac{\beta_2^2}{\mu'} + \beta_2^2 \left(\frac{\mu'}{n^2} - 1 \right) \tan^2 \beta_2 d \right\}}{(B + C) \beta_2 \tan \beta_2 d} \\ &\quad - \frac{C d \left\{ \mu' \beta_1^2 - \beta_2^2 + \beta_2^2 \left(\frac{1}{\mu'} - 1 \right) \tan^2 \beta_2 d \right\}}{d} \cdot \frac{\delta d}{d} \\ \frac{\delta \varepsilon'}{\varepsilon'} &= \frac{d \left\{ \mu' \beta_1^2 - \beta_2^2 + \beta_2^2 \left(\frac{1}{\mu'} - 1 \right) \tan^2 \beta_2 d \right\}}{A \cdot B} \cdot \frac{\delta d}{d} \\ &\quad - \left(1 - \frac{\beta_2 \tan \beta_2 d}{AB} \right) \frac{\delta \mu'}{\mu'} \end{aligned} \quad \text{を得る}$$

$\frac{\delta \mu'}{\mu'}$ を最小ならしめる条件を (a) と同様に算出して

$$\tan \beta_2 d = \left[\frac{\mu' \beta_1^2 - \beta_2^2}{\mu' \beta_1^2 - \beta_2^2} \right]$$

(c) 試料の位置ぎめによる誤差,

$$\begin{aligned} \frac{\delta \mu'}{\mu'} &= \frac{\pi [n \beta_2 B (1 + \tan^2 \beta_2 d) - \beta_1 C (\mu'^2 - n^2) \tan^2 \beta_2 d]}{2 \mu' (B + C) \beta_2 \tan \beta_2 d} \frac{\delta l_1}{l_1} \\ \frac{\delta \varepsilon'}{\varepsilon'} &= \frac{n \pi \beta_2 (1 + \tan^2 \beta_2 d)}{2 \mu' AC} \frac{\delta l_1}{l_1} - \left(1 + \frac{\beta_2 \tan \beta_2 d}{AC} \right) \frac{\delta \mu'}{\mu'} \end{aligned}$$

を得る。

3. $\tan \delta_\varepsilon, \tan \delta_\mu$ の算出公式

3.1 関係式の誘導

まず図の構造の共振器で無負荷 Q, Q_u を計算する。図にて領域 1, 2 及び 3 内にたくわえ

られる電磁エネルギーをそれぞれ W_1, W_2, W_3 とする。それらは H_{018} mode では

$$W_1 = \frac{1}{4} \pi \mu_0^2 \varepsilon_1 \omega^2 (y'_{01})^2 [J_0(y'_{01})]^2 \left(l_1 - \frac{1}{2\beta_1} \sin 2\beta_1 l_1 \right)$$

$$W_2 = \frac{1}{4} \pi \mu_2^2 \varepsilon_2 \omega^2 R_1^2 (y'_{01})^2 [J_0(y'_{01})]^2 \left[d - \frac{1}{2\beta_2} \left\{ \sin 2(\beta_2 d + \varphi') - \sin 2\varphi' \right\} \right]$$

$$W_3 = \frac{1}{4} \pi \mu_0^2 \varepsilon_1 \omega^2 R_3^2 (y'_{01})^2 [J_0(y'_{01})]^2 \left[l_2 - \frac{1}{2\beta_1} \left\{ \sin 2(\beta_1 l_2 + \varphi''') - \sin 2\varphi''' \right\} \right]$$

として与えられる。ここに $J_0(y'_{01})$ は 0 次の第一種の円筒関数で、 y'_{01} は $\frac{\partial}{\partial x} [J_0(x)] = J_0(x) = 0$ の根である。また

$$R_1^2 = \sin^2 \beta_1 l_1 + \left(\frac{\mu_2}{\mu_0} \frac{\beta_1}{\beta_2} \right)^2 \cos^2 \beta_1 l_1$$

$$R_3^2 = \left(\frac{\mu_2}{\mu_0} \frac{\beta_1}{\beta_2} \right)^2 \left(\cos \beta_1 l_1 \sin \beta_2 d + \frac{\beta_2}{\beta_1} \frac{\mu_0}{\mu_2} \sin \beta_1 l_1 \cos \beta_2 d \right)^2 \\ + \left(\cos \beta_1 l_1 \cos \beta_2 d - \frac{\beta_2}{\beta_1} \frac{\mu_0}{\mu_2} \sin \beta_1 l_1 \sin \beta_2 d \right)^2$$

$$\tan \varphi' = \frac{\mu_0}{\mu_2} \frac{\beta_2}{\beta_1} \tan \beta_1 l_1, \quad \tan \varphi''' = \frac{\frac{\mu_2}{\mu_0} \frac{\beta_1}{\beta_2} \tan \beta_2 d + \tan \beta_1 l_1}{1 - \frac{\beta_2}{\beta_1} \frac{\mu_0}{\mu_2} \tan \beta_1 l_1 \tan \beta_2 d}$$

次に損失は

領域 1 の短絡板による損失	L_1
領域 1 の円周金属壁による損失	L'_1
領域 2 の円周金属壁による損失	L'_2
領域 3 の円周金属壁による損失	L'_3
領域 3 の短絡板による損失	L_3
領域 2 の媒質中での誘電損失	L
領域 2 の媒質中での磁気損失	L'

等よりなる。これらは

$$L_1 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\mu\omega}{2\sigma}} \beta_1^2 (y'_{01})^2 [J_0(y'_{01})]^2$$

$$L'_1 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\mu\omega}{2\sigma}} a \left(\frac{y'_{01}}{a} \right)^4 [J_0(y'_{01})]^2 \left(l_1 - \frac{1}{2\beta_1} \sin 2\beta_1 l_1 \right)$$

$$L'_2 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\mu\omega}{2\sigma}} a \left(\frac{y'_{01}}{a} \right)^4 [J_0(y'_{01})]^2 R_1^2 \left[d - \frac{1}{2\beta_2} \left\{ \sin^2 (\beta_2 d + \varphi') - \sin^2 \varphi' \right\} \right]$$

$$L'_3 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\mu\omega}{2\sigma}} a \left(\frac{y'_{01}}{a}\right)^4 [J_0(y'_{01})]^2 R_3^2 \left[l_2 - \frac{1}{2\beta_1} \left\{ \sin 2(\beta_1 l_2 + \varphi''') - \sin 2\varphi''' \right\} \right]$$

$$L_3 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\mu\omega}{2\sigma}} \beta_1^2 (y'_{01})^2 [J_0(y'_{01})]^2 \cdot R_3^2$$

$$L = \omega W_2 \tan \delta_\varepsilon$$

$$L' = \frac{\omega}{4} \pi \mu_2 \tan \delta_\mu \left[(y'_{01})^2 \beta_2^2 R_1^2 [J_0(y'_{01})]^2 \left\{ d + \frac{1}{2\beta_2} \sin 2(\beta_2 d + \varphi') - \frac{1}{2\beta_2} \sin 2\varphi' \right\} \right. \\ \left. + (y'_{01})^2 \cdot \left(\frac{y'_{01}}{a}\right)^2 R_1^2 [J_0(y'_{01})]^2 \left\{ d - \frac{1}{2\beta_2} \sin 2(\beta_2 d + \varphi') + \frac{1}{2\beta_2} \sin 2\varphi' \right\} \right]$$

(a) $l_2=0$ の場合

たくわえられるエネルギーの総和 Σw は

$$\Sigma W = W_1 + W_2 \\ = \frac{1}{4} \pi \mu_0^2 \varepsilon_2 \omega^2 (y'_{01})^2 [J_0(y'_{01})]^2 \left[\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_2} \left(l_1 - \frac{1}{2\beta_1} \sin 2\beta_1 l_1 \right) \right. \\ \left. + \left(\frac{\mu_2}{\mu_0}\right)^2 \left(\frac{\sin \beta_1 l_1}{\sin \beta_2 d}\right)^2 \left(d - \frac{1}{2\beta_2} \sin 2\beta_2 d \right) \right]$$

として与えられる。損失の和 ΣL は領域 3 が無いから $L'_3=0$ R_3 は $\frac{\beta_2}{\beta_1} \frac{\mu_0}{\mu_2} R_1$ であるから

$$\Sigma L = \frac{\pi}{2} \frac{1}{a} \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} (y'_{01})^2 [J_0(y'_{01})]^2 \left[a \left\{ \beta_1^2 + \left(\frac{\mu_0}{\mu_2}\right)^2 R_1^2 \beta_2^2 \right\} \right. \\ \left. + \left(\frac{y'_{01}}{a}\right)^2 \left(l_1 - \frac{1}{2\beta_1} \sin 2\beta_1 l_1 \right) + R_1^2 \left(\frac{y'_{01}}{a}\right)^2 \left(d - \frac{1}{2\beta_2} \sin 2\beta_2 d \right) \right] \\ + \omega W_2 \tan \delta_\varepsilon \\ + \omega \mu_2 \tan \delta_\mu \cdot \frac{\pi}{4} (y'_{01})^2 [J_0(y'_{01})]^2 R_1^2 \left[\beta_2^2 \left\{ d + \frac{1}{2\beta_2} \sin^2 (\beta_2 d + \varphi') \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{2\beta_2} \sin 2\varphi' \right\} + \left\{ d - \frac{1}{2\beta_2} \sin 2(\beta_2 d + \varphi') + \frac{1}{2\beta_2} \sin 2\varphi' \right\} \cdot \left(\frac{y'_{01}}{a}\right)^2 \right]$$

ここで Jackson にならいつぎのように整理する。 $R_1^2 = \left(\frac{\sin \beta_1 l_1}{\sin \beta_2 d}\right)^2 = P$, $\frac{\sin 2\beta_2 d}{\beta_2} = q$, $\frac{y'_{01}}{a} = \frac{2\pi}{\lambda_c} = K$, $l_1 = l_r - d$, $\frac{\sin 2\beta_1 l_1}{\beta_1} = q$ $\frac{2}{\mu'_0 \omega} \sqrt{\frac{\omega \mu'_0}{2\sigma}} = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu'_0 \sigma}} = \delta$, $\mu_2 \varepsilon_2 \omega^2 = \beta_2^2 + \left(\frac{2\pi}{\lambda_c}\right)^2 = \beta_2^2 + K^2$ $\mu_0 \varepsilon_2 \omega^2 = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} (\varepsilon_0 \mu_0 \omega^2) = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} (\beta_1^2 + K^2)$ の関係を考慮して無負荷の Q は

$$Q = \frac{\omega \Sigma W}{\Sigma L}$$

$$= \frac{\left(\frac{\mu_2}{\mu_0}\right)^2 P(2d-s) + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_2} \{2(l_r-d) - q\}}{\frac{\delta}{a} \left[\frac{K^2 \{P(2d-s) + 2(l_r-d) - q\} + 2a \left\{ P\beta_2^2 \left(\frac{\mu_0}{\mu_2}\right)^2 + \beta_1^2 \right\}}{(\beta_1^2 + K^2) \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0}} \right]}$$

$$+ \left(\frac{\mu_2}{\mu_0}\right)^2 P(2d-s) \tan \delta_\varepsilon + R \tan \delta_\mu$$

$\tan \delta_\varepsilon = 0, \tan \delta_\mu = 0$ としたときの Q を Q_m とすれば

$$Q_m = \frac{\left(\frac{\mu_2}{\mu_0}\right)^2 \cdot P(2d-s) + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_2} \{2(l_r-d)\}}{\frac{\delta}{a} \left[\frac{K^2 \{P(2d-s) + 2(l_r-d) - q\} + 2a \left\{ P\beta_2^2 \left(\frac{\mu_0}{\mu_2}\right)^2 + \beta_1^2 \right\}}{(\beta_1^2 + K^2) \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0}} \right]}$$

$$\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_m} = \frac{\left(\frac{\mu_2}{\mu_0}\right)^2 P(2d-s) \tan \delta_\varepsilon + R \tan \delta_\mu}{\left(\frac{\mu_2}{\mu_0}\right)^2 P(2d-s) + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_2} \{2(l_r-d) - q\}} \quad \text{を得,}$$

若し $\mu_2 = \mu_0, \tan \delta_\mu = 0$ の場合には

$$(\beta_1^2 + K^2) \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} = (\beta_1^2 + K^2) \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \cdot \frac{\mu_2}{\mu_0} = \varepsilon_0 \mu_0 \omega^2 \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} \frac{\mu_2}{\mu_0} = \varepsilon_2 \mu_2 \omega^2 = \beta_2^2 + K^2$$

を考慮すれば

$$Q = \frac{P(2d-s) + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_2} \{2(l_r-d) - q\}}{\frac{\delta}{a} \left(\frac{1}{\beta_2^2 + K^2} \right) \{K^2 [P(2d-s) + 2(l_r-d) - q]\} + 2a(P\beta_2^2 + \beta_1^2) + P(2d-s) \tan \delta}$$

となり Jackson の論文の結論式と全く一致する。ここに

$$R = \frac{\mu_2}{\mu_0} \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_2} P \left(\frac{1}{\beta_1^2 + K^2} \right) \left[\beta_2^2 \left\{ 2d + \frac{1}{\beta_2} \left(\sin 2(\beta_2 d + \varphi') - \sin 2\varphi' \right) \right\} \right. \\ \left. + K^2 \left\{ 2d - \frac{1}{\beta_2} \left(\sin 2(\beta_2 d + \varphi') - \sin 2\varphi' \right) \right\} \right]$$

(b) $l_1 = \frac{1}{4} \lambda_v$ の場合

$$R_1 = R_2 = 1, \quad \varphi' = \frac{\pi}{2} \quad \tan \varphi''' = \frac{\beta_1}{\beta_2} \frac{\mu_2}{\mu_0} \tan \left(\beta_2 d + \frac{\pi}{2} \right) \quad R_3^2 = \cos^2 \beta_2 d$$

$$+ \left(\frac{\beta_2}{\beta_1} \frac{\mu_0}{\mu_2} \right)^2 \sin^2 \beta_2 d, \quad \frac{1}{2\beta_1} \{ \sin 2(\beta_1 l_2 + \varphi''') - \sin 2\varphi''' \} = t$$

とする。 $l_2=0$ の場合と同様にして

$$W_1 = \frac{1}{4} \pi \varepsilon_0 \mu_0^2 \omega^2 (y'_{01})^2 [J_0(y'_{01})]^2 \frac{\pi}{2\beta_1}$$

$$W_2 = \frac{1}{4} \pi \varepsilon_2 \mu_2^2 \omega^2 (y'_{01})^2 [J_0(y'_{01})]^2 \left(d + \frac{1}{2\beta_2} \sin 2\beta_2 d \right)$$

$$W_3 = \frac{1}{4} \pi \varepsilon_0 \mu_0^2 \omega^2 (y'_{01})^2 [J_0(y'_{01})]^2 \left[\cos^2 \beta_2 d + \left(\frac{\beta_2}{\beta_1} \frac{\mu_0}{\mu_2} \right)^2 \sin^2 \beta_2 d \right] (l_2 - t)$$

$$L_1 = \frac{1}{2} \pi \sqrt{\frac{\mu\omega}{2\sigma}} \beta_1^2 (y'_{01})^2 [J_0(y'_{01})]^2$$

$$L'_1 = \frac{1}{2} \pi \sqrt{\frac{\mu\omega}{2\sigma}} a \left(\frac{y'_{01}}{a} \right)^4 [J_0(y'_{01})]^2 \frac{\pi}{2\beta_1}$$

$$L'_2 = \frac{1}{2} \pi \sqrt{\frac{\mu\omega}{2\sigma}} a \left(\frac{y'_{01}}{a} \right)^4 [J_0(y'_{01})]^2 \left(d + \frac{1}{2\beta_2} \sin 2\beta_2 d \right)$$

$$L'_3 = \frac{1}{2} \pi \sqrt{\frac{\mu\omega}{2\sigma}} a \left(\frac{y'_{01}}{a} \right)^4 [J_0(y'_{01})]^2 \left[\cos^2 \beta_2 d + \left(\frac{\beta_2}{\beta_1} \frac{\mu_0}{\mu_2} \right)^2 \sin^2 \beta_2 d \right] (l_2 - t)$$

$$L_3 = \frac{1}{2} \pi \sqrt{\frac{\mu\omega}{2\sigma}} \beta_1^2 (y'_{01})^2 [J_0(y'_{01})]^2 \left[\cos^2 \beta_2 d + \left(\frac{\beta_2}{\beta_1} \frac{\mu_0}{\mu_2} \right)^2 \sin^2 \beta_2 d \right]$$

$$L = \omega W_2 \tan \delta_\varepsilon$$

$$L' = \omega \mu_2 \tan \delta_\mu \cdot \frac{1}{4} \pi (y'_{01})^2 [J_0(y'_{01})]^2 \left[\beta_2^2 \left(d - \frac{\sin 2\beta_2 d}{2\beta_2} \right) + \left(\frac{2\pi}{\lambda_c} \right)^2 \left(d + \frac{\sin 2\beta_2 d}{2\beta_2} \right) \right]$$

$$\Sigma W = \frac{1}{4} \pi \mu_0^2 \varepsilon_0 \omega^2 (y'_{01})^2 [J_0(y'_{01})]^2 \left[\frac{\pi}{2\beta_1} + \left(\frac{\mu_2}{\mu_0} \right)^2 \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} \right) \left(d + \frac{1}{2\beta_2} \sin 2\beta_2 d \right) \right. \\ \left. + \left\{ \cos^2 \beta_2 d + \left(\frac{\beta_2}{\beta_1} \frac{\mu_0}{\mu_2} \right)^2 \sin^2 \beta_2 d \right\} (l_2 - t) \right]$$

$$\Sigma L = \frac{1}{4} \pi (y'_{01})^2 [J_0(y'_{01})]^2 \left[2 \sqrt{\frac{\mu\omega}{2\sigma}} \left\{ \beta_1^2 + \frac{\pi}{2\beta_1} \left(\frac{y'_{01}}{a} \right)^2 \frac{1}{a} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{a} \left(\frac{y'_{01}}{a} \right)^2 \left(d + \frac{1}{2\beta_2} \sin 2\beta_2 d \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{a} \left(\frac{y'_{01}}{a} \right)^2 \left(\cos^2 \beta_2 d + \left(\frac{\beta_2}{\beta_1} \frac{\mu_0}{\mu_2} \right)^2 \sin^2 \beta_2 d \right) (l_2 - t) \right. \right]$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{a} \left(\frac{\gamma'_{01}}{a} \right)^2 \beta_1^2 \left(\cos^2 \beta_2 d + \left(\frac{\beta_2}{\beta_1} \frac{\mu_0}{\mu_2} \right)^2 \sin^2 \beta_2 d \right) \Big\} \\
& + \omega \tan \delta_\varepsilon \left\{ \varepsilon_2 \mu_2^2 \omega^2 \left(d + \frac{1}{2\beta_2} \sin 2\beta_2 d \right) \right\} \\
& + \omega \mu_2 \tan \delta_\mu \left\{ \beta_2^2 \left(d - \frac{1}{2\beta_2} \sin 2\beta_2 d \right) + \left(\frac{2\pi}{\lambda_C} \right)^2 \left(d + \frac{1}{2\beta_2} \sin 2\beta_2 d \right) \right\} \Big]
\end{aligned}$$

無負荷の Q は

$$\begin{aligned}
Q &= \frac{\omega \Sigma W}{\Sigma L} \\
&= \frac{\left(\frac{\mu_2}{\mu_0} \right)^2 (2d+s) + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_2} \left[\frac{\pi}{\beta_1} + U(2l_2 - 2t) \right]}{\delta \left[\frac{K^2 \left\{ 2d+s + \frac{\pi}{\beta_1} + U(2l_2 - 2t) \right\} + 2a\beta_1^2(1+U)}{(\beta_1^2 + K^2) \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0}} \right] + T}
\end{aligned}$$

ただし $T = \left(\frac{\mu_2}{\mu_0} \right)^2 (2d+s) \tan \delta_\varepsilon + \frac{\mu_2}{\mu_0} \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_2} \left(\frac{1}{\beta_1^2 + K^2} \right) \left[\beta_2^2 \left(2d - \frac{\sin 2\beta_2 d}{\beta_2} \right) + \left(\frac{2\pi}{\lambda_C} \right)^2 \left(2d + \frac{\sin 2\beta_2 d}{\beta_2} \right) \right] \tan \delta_\mu$

$$U = \cos^2 \beta_2 d + \left(\frac{\beta_2}{\beta_1} \frac{\mu_0}{\mu_2} \right)^2 \sin^2 \beta_2 d$$

次ぎに $\tan \delta_\varepsilon = 0$, $\tan \delta_\mu = 0$ としたときの Q を Q_m とすれば

$$Q_m = \frac{\left(\frac{\mu_2}{\mu_0} \right)^2 (2d+s) + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_2} \left[\frac{\pi}{\beta_1} + U(2l_2 - 2t) \right]}{\delta \left[\frac{K^2 \left\{ 2d+s + \frac{\pi}{\beta_1} + U(2l_2 - 2t) \right\} + 2a\beta_1^2(1+U)}{(\beta_1^2 + K^2) \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0}} \right]}$$

$$\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_m} = \frac{\left(\frac{\mu_2}{\mu_0} \right)^2 (2d+s) \tan \delta_\varepsilon + R \tan \delta_\mu}{\left(\frac{\mu_2}{\mu_0} \right)^2 (2d+s) + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_2} \left\{ \frac{\pi}{\beta_1} + U(2l_2 - 2t) \right\}}$$

ただし

$$R = \frac{\mu_2}{\mu_0} \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_2} \left(\frac{1}{\beta_1^2 + K^2} \right) \left\{ \beta_2^2 \left(2d - \frac{1}{\beta_2} \sin 2\beta_2 d \right) + \left(\frac{2\pi}{\lambda_C} \right)^2 \left(2d + \frac{1}{\beta_2} \sin 2\beta_2 d \right) \right\}$$

(c) $l_2 = \frac{1}{4}\lambda_y$ とした場合
結果だけを示せば

$$Q_m = \frac{2l_1 - q + R_3^2 \left(\frac{\pi}{\beta_1} + 2 \frac{\sin 2\varphi'''}{\beta_1} \right) + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} \left(\frac{\mu_2}{\mu_0} \right)^2 R_1^2 (2d - 2V)}{\frac{\delta}{a(\beta_1^2 + K^2)} \left[K^2 \left\{ 2l_1 - q + R_1^2 (2d - 2V) + R_3^2 \left(\frac{\pi}{\beta_1} + 2 \frac{\sin 2\varphi'''}{\beta_1} \right) \right\} + 2\beta_1^2 a (1 + R_3^2) \right]}$$

ただし

$$V = \frac{1}{2\beta_2} \{ \sin 2(\beta_2 d + \varphi') - \sin 2\varphi' \}, \quad q = \frac{\sin 2\beta_1 l_1}{\beta_1}$$

φ''' は

$$\tan \varphi''' = \frac{\frac{\mu_2}{\mu_0} \frac{\beta_1}{\beta_2} \tan \beta_2 d + \tan \beta_1 l_1}{1 - \frac{\beta_2}{\beta_1} \frac{\mu_0}{\mu_2} \tan \beta_2 d - \tan \beta_1 l_1}$$

を充す φ''' である。

$$\begin{aligned} \frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_m} = & \frac{\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} \right) \left(\frac{\mu_2}{\mu_0} \right)^2 (2d - 2V) R_1^2 \tan \delta_\varepsilon}{2l_1 - q + R_3^2 \left(\frac{\pi}{\beta_1} + 2 \frac{\sin 2\varphi'''}{\beta_1} \right)} \\ & + \frac{\frac{\mu_2}{\mu_0} \{ \beta_2^2 (2d + 2V) + K^2 (d - 2V) \} R_1^2 \tan \delta_\mu}{+ \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} \left(\frac{\mu_2}{\mu_0} \right)^2 R_1^2 (2d - 2V)} \end{aligned}$$

$$R_1^2 = \sin^2 \beta_1 l_1 + \left(\frac{\mu_2}{\mu_0} \frac{\beta_1}{\beta_2} \right)^2 \cos^2 \beta_1 l_1$$

$$\begin{aligned} R_3^2 = & \left(\frac{\mu_2}{\mu_0} \frac{\beta_1}{\beta_2} \right)^2 \left(\cos \beta_1 l_1 \sin \beta_2 d + \frac{\beta_2}{\beta_1} \frac{\mu_0}{\mu_2} \sin \beta_1 l_1 \cos \beta_2 d \right)^2 \\ & + \left(\cos \beta_1 l_1 \cos \beta_2 d - \frac{\beta_2}{\beta_1} \frac{\mu_0}{\mu_2} \sin \beta_1 l_1 \sin \beta_2 d \right)^2 \end{aligned}$$

3.2 無負荷の Q の決定

空洞共振器の回路理論によれば、共振器への入力側に結合した導波管による Q を Q_1 とし、出力側に結合した導波管による Q を Q_2 とし、空洞内壁の抵抗による損失に関する Q を Q_0 とするとき

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_1} + \frac{1}{Q_2}$$

共振の場合の電力反射率を R , 電力透過率を T とするとき

$$R = 1 - 4 \frac{Q_L^2}{Q_1} \left(\frac{1}{Q_L} - \frac{1}{Q_1} \right), \quad T = 4 \frac{Q_L^2}{Q_1 Q_2}, \quad VSWR = \frac{1 + \sqrt{R}}{1 - \sqrt{R}}$$

等の関係がある。 Q_L, R, T の測定から Q_0 が求まる。

$$\frac{1}{Q_{0s}} = \frac{\delta}{a} \left[\frac{1}{2} \lambda_g \cdot S \left(\frac{2\pi}{\lambda_c} \right)^2 + 2a\beta_1^2 \right] \quad \text{の式から}$$

H_{01s} mode での Q_{0s} の測定から δ が決まる。

つぎに空胴内に試料を挿入した場合、試料による Q を Q' とすると

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q'} + \frac{1}{Q_1} + \frac{1}{Q_2}$$

上の算出方法と同じようにして、 Q_1, Q_2 が求められる。無負荷の Q は

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_L} - \frac{1}{Q_1} - \frac{1}{Q_2} \quad \text{から求められる。}$$

3.3 実測例

測定に用いた空胴共振器は直径 48.4mm の円筒空胴で入力回路に 22.8mm×1.00mm の矩形導波管を、また出力回路にも同じ寸法の矩形導波管で結合した。空胴との結合窓は直径 5mm の円孔である。なお出力導波管には単向管を接続した。空胴共振器の減衰に及ぼす入力回路、出力回路に於ける Q 値即ち Q_1, Q_2 を測定する際には空胴共振器と伝送回路の減衰器との間に定在波比測定器を挿入し、鋸歯状波 1,000 サイクルで変調し、定在波増巾器で定在波比を測定して、電力反射率 R を求めた。電力透過率 T の測定には出力回路側に単向管と空胴共振器との間に定在波比測定器を挿入し、出力でのマイクロアンメータの示針の振れを求め、次に空胴共振器を除去して、入力回路導波管と直接接合したときのアンメータの示針の振れが、空胴共振器が挿入されているときと同じになるよう減衰器の目盛を調節した。その目盛の値から電力透過率を算出した。実測に用いた定在波比測定器及び定在波増巾器の信頼度があるので、セチルアルコール (Cetyl Alcohol) の複素誘電率を測定した。 $\epsilon' = 2.30, \tan \delta = 11 \times 10^{-2}$ を得た。市販のセチルコール試料であったが、発表されている⁵⁾ 値に近い。これと同じ条件下で入力回路での定在波比を、テフロン、YIG、等の試料を空胴内に挿入した場合について測定した。また試料を挿入しない場合の共振時の定在波比をも測定した。

次ぎの表は 9696 MHz での測定値である。

	厚さ (mm)		mode	VSRW	R	T (db)	$\frac{Q_L}{Q_1}$	$\frac{Q_L}{Q_2}$	$\frac{1}{Q}$ (10^{-4})	ϵ'	$\tan \delta_\epsilon$ (10^{-4})	μ'	μ'' (10^{-4})
テフロン	16.36	Short	H ₀₁₂	7.06	0.565	32	0.124	0.0013		2.05	2.3		
			H ₀₁₃	7.06	0.565	32	0.124	0.0013					
		Open	H ₀₁₂	7.17	0.570	30	0.124	0.0020	1.241				
			H ₀₁₃	7.00	0.563	30	0.122	0.0020					
YIG-3	9.66	Short	H ₀₁₂	7.38	0.579	27.4	0.119	0.0038	2.109	15.4	4.0	0.928	5.4
			H ₀₁₃	7.36	0.578	27.4	0.120	0.0038					
		Open	H ₀₁₂	7.00	0.553	27.4	0.128	0.0036					
			H ₀₁₃	6.80	0.562	30	0.125	0.0020	1.140				
YIG-5	9.65	Short	H ₀₁₂	7.06	0.565	27.5	0.124	0.0035	1.016	16.0	3.5	0.850	2.4
			H ₁₁₃	7.06	0.565	29	0.124	0.0025					
		Open	H ₀₁₂	7.15	0.569	27.5	0.123	0.0036	1.230				
			H ₀₁₃	7.26	0.574	30	0.121	0.0020					

4. 結 語

低損失フェライト YIG-3 及び YIG-5 は東京電気化学工業から購入したもので、その出荷試験表によると、間接測定値として

$$\text{YIG-3} \quad \epsilon' = 15 \quad \tan \delta_\epsilon = 5.2 \times 10^{-4}$$

$$\text{YIG-5} \quad \epsilon' = 14.9 \quad \tan \delta_\epsilon = 5.1 \times 10^{-4}$$

これと比較すると

$$\text{YIG-3} \quad \epsilon' = 15.4 \quad \tan \delta_\epsilon = 4.0 \times 10^{-4}$$

$$\text{YIG-5} \quad \epsilon' = 16.0 \quad \tan \delta_\epsilon = 3.5 \times 10^{-4}$$

となり $\tan \delta_\epsilon$ は何れも小さく算出された、 ϵ' は何れも少し大きくなった。

ϵ' , μ' の測定誤差 (a), (b), (c) について結果式を示したが、これらの中で最も大きい誤差を与えるのは (c) で (a), (b) は相対誤差を 1% 以下にするには容易で、Newton の近似法を用いて適当な試料の厚さにすればよい。然し (c) は (a) (b) に比較して大きな相対誤差が現われる。従って (c) 即ち測定試料の位置について極めて精密さが要求される。

謝 辞

都立大小笠原直幸教授には懇切なご指導を受けた。津田塾大学大橋三郎教授にもご助力を頂いた。深謝致します。

文 献

- 1) W. Jackson: Jour. I. E. E., Vol. 93, Part III, No. 21, Jan 1946
- 2) 斉藤・星合：電通研究所成果報告第70号1951.
- 3) 小笠原：電学誌, 75, 807, 昭31-12
- 4) 霜田：マイクロウェーブ p. 112
- 5) 高橋・竹山・瀬野・太田：Bulletin of the Institute for Chemical Research, Kyoto University, Vol. 32, No. I, 1954.
- 6) 森：島根大学文理学部紀要 理学科篇昭48-3