

氏名	佐伯 雄介
学位の種類	博士 (理学)
学位記番号	総博甲第 99 号
学位授与年月日	平成 27 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項
文部科学省報告番号	甲第 540 号
専攻名	電子機能システム工学専攻
学位論文題目	Optimality conditions for nonlinear and nonconvex programming problems (非線形および非凸計画問題に対する最適性条件)
論文審査委員	主査 島根大学教授 黒岩 大史 島根大学教授 中西 敏浩 島根大学教授 内藤 貫太

論文内容の要旨

本博士論文では、数理計画法における非線形および非凸計画問題に対する最適性条件について研究している。数理計画法は与えられた制約条件の下で、目的関数の値を最大または最小にする点を求めるための方法である。またこのような点を求める際に用いる条件を最適性条件という。線形計画問題とは目的関数が線形関数で、かつ制約条件が 1 次不等式あるいは等式で記述される数理計画問題である。この問題の研究においては、効率的なアルゴリズムや主問題と双対問題の関係性を表した双対定理が得られている。非線形計画問題に対して最小点を求めることは困難であり、最適性条件は局所的な最小点に対して考えることが多い。代表的な非線形計画問題として、目的関数が微分可能な関数で、かつ制約条件も微分可能な関数で記述される微分可能計画問題である。この問題における局所的な最適性の必要条件として Karush-Kuhn-Tucker 条件は有名である。凸計画問題とは目的関数が凸関数で、かつ制約条件が凸集合で記述される数理計画問題である。この問題において局所的な最小点は必ず大域的な最小点になることが知られており、この問題に対する最適性条件や双対定理は盛んに研究されている。2 つの凸関数の和で表される関数はまた凸関数になる。しかしながら、2 つの凸関数の差や比で表される関数は必ず凸関数になるとは限らないので、目的関数が 2 つの凸関数の差で表される関数を考える DC 計画問題や目的関数が 2 つの凸関数の比で表される関数を考える分数計画問題が研究されている。本論文の構成は以下のとおりである。

第 1 章では、線形位相空間における概念や凸解析学における結果を紹介している。

第 2 章では、凸計画問題における大域的な最適性条件に対する必要かつ十分な制約想定であることが知られている basic constraint qualification が凸不等式制約付き DC 計画問題における局所的な最適性条件に対する必要かつ十分な制約想定であることを示している。また basic constraint qualification が分数計画問題および弱凸計画問題における局所的な最適性条件に対する必要かつ十分な制約想定であることを示している。

第3章では、KKT型の最適性条件として逆凸制約付きDC計画問題に対する局所的最適性の必要条件と大域的最適性の十分条件を与えている。また逆凸制約付きDC計画問題に対する大域的最適性の十分条件のための必要かつ十分な仮定を与えている。さらにDC計画問題および分数計画問題に対する最適性条件を与えている。

第4章では、凸計画問題における双対性に対する制約想定であることが知られているFMを紹介し、これが凸不等式制約付きDC計画問題における ε 最適性条件に対する必要かつ十分な制約想定であることを示している。また、FMが分数計画問題における ε 最適性条件に対する必要かつ十分な制約想定であることを示している。

第5章では、目的関数が擬凸関数である微分可能計画問題における最適性の十分条件に対する必要かつ十分な制約想定を与えている。また目的関数の成分関数またはこれらの線形結合で表される関数がある凸性に関する条件をもつ微分可能多目的計画問題におけるパレート最適性および弱パレート最適性に対する必要かつ十分な制約想定を与えている。

論文審査結果の要旨

一般に数理計画問題とは、与えられた制約条件の下で目的関数の値を最大（または最小）にする点やその値を求める問題である。本提出論文で統一的に扱われているテーマは、目的関数や制約条件が非線形または非凸関数で記述されている数理計画問題に対する最適性条件の研究である。

線形計画問題や凸計画問題、すなわち目的関数や制約条件が線形または凸関数で記述されている数理計画問題は比較的良い性質を持ち、最適解を求めるための効率的なアルゴリズムの研究や、主問題に対する双対問題の研究、最適性の条件と制約想定の研究など、これらに関連する豊富な結果が得られている。また代表的な非線形計画問題である微分可能計画問題、すなわち目的関数や制約条件が微分可能な関数で記述されている数理計画問題についても、局所的最適性と KKT 条件の関係および制約想定の研究が良く知られている。

一方で、微分可能性も凸性も仮定しない問題の一つとして、目的関数や制約条件が凸関数の差で記述される DC 計画問題が知られている。この問題のクラスは凸計画問題、逆凸計画問題だけでなく、分数計画問題や、二回微分可能な関数で記述される問題をも含んでおり、応用範囲が極めて広いものの、理論的な研究についてはまだ不十分な面も多かった。申請者は、主にこれらの問題に対する最適性条件と対応する必要かつ十分な制約想定の見解に拘って研究を行っている。

本提出論文は、レフリー制度の整った国際一流雑誌に掲載済みまたは採録決定済みの関連論文 3 編を含む、4 編の発表論文から構成されている。本提出論文の構成は以下のとおりである。第 1 章では準備として、線形位相空間における基本的な概念や凸解析学における先行結果を紹介している。第 2 章では、BCQ という凸計画問題における大域的な最適性条件に対する必要かつ十分であることが知られている制約想定が、凸不等式制約付き DC 計画問題、分数計画問題、および弱凸計画問題においても、局所的な最適性条件に対する必要かつ十分な制約想定であることを示している。第 3 章では、KKT 型の最適性条件として、逆凸制約付き DC 計画問題に対する局所的最適性の必要条件と大域的最適性の十分条件を与えている。また逆凸制約付き DC 計画問題に対する大域的最適性の十分条件のための必要かつ十分な仮定を与えている。さらに DC 計画問題および分数計画問題に対する最適性条件を与えている。第 4 章では、FM という凸計画問題における双対性に対して必要かつ十分な制約想定が、凸不等式制約付き DC 計画問題や、分数計画問題においても ϵ 最適性条件に対する必要かつ十分な制約想定であることを示している。第 5 章では、目的関数が擬凸関数である微分可能計画問題における最適性の十分条件に対する必要かつ十分な制約想定を与えている。また目的関数の成分関数またはこれらの線形結合で表される関数が、ある凸性に関する条件をもつ微分可能多目的計画問題におけるパレート最適性および弱パレート最適性に対する必要かつ十分な制約想定を与えている。

このように、本提出論文には十分に価値のある研究結果が含まれている。特に、いくつかの結果は、微分可能計画問題、凸計画問題などにおける既存の結果と並ぶ重要なものであり、申請者による研究の価値は非常に大きい。

以上の理由により、本提出論文は本研究科の課程博士の学位授与に十分に値するものと判

断する。