

「よりよい練り上げ」ができる学習協同体をめざした 算数科の授業づくりに関する研究 —数学的コミュニケーション能力の育成を通して—

渡部 尚美

Naomi WATANABE

Teaching Elementary Mathematics toward Cooperative Learning
—Through the Development of Mathematical Communicative Competence—

【要旨】

平成 23 年度から完全実施された学習指導要領には、思考力、判断力、表現力の育成、人間関係を築く力の育成等が急務であると示されている。本研究は、子どもたちの今日的課題を受け、算数科の授業づくりを通して、コミュニケーション能力を育成していくことを手がかりとすることから始まった。

「よりよい練り上げ」には、子ども自身が考え合うことのよさや意義を感じ、よりよいものをともに求めようとする姿勢が欠かせない。数学的コミュニケーション能力の育成を主眼とした授業は、数学的な考え方のよさに気付かせ、自分の考えを相手に分かりやすく伝えるようにする。また、相手や自分のよさを個々人に気付かせ、民主的な学習協同体をめざすことを可能にする。

本研究では、数学的な考え方のよさや考え合うときに大切にしたいことを学習集団で共有することで、子どもたちの算数科の学習に対する意識や取組が変容していくことを論じた。

【キーワード：練り上げ 数学的コミュニケーション能力 数学的な考え方 協同学習】

I 研究の意図と方法

1 問題の所在

(1) 教育の今日的課題

我が国の教育制度は、機会均等の理念を実現し、国民の教育水準を高めて、社会の発展に大きく寄与してきた。その結果、日本は、戦後の豊かな経済社会、安心な生活の実現など、成果を収めてきた。教育水準を例にとると、文部科学省の学校基本調査において、平成 23 年度の高等学校卒業者の大学・短大進学率が過去最高の 54.5% にまで達しており、我が国の教育水準は高いことが分かる。

しかし、子どもを取り巻く教育環境は大きく変化し、学校におけるいじめ、不登校のほか、子どもたちの学ぶ意欲の低下など、様々な課題も明らかになってきた。

OECD が実施した生徒の学習到達度調査(PISA)によると、読解力に関して、2000 年や 2003 年のデータと比べて、2006 年の結果は、学力の低い層が増加し、中位層高位層が減少しているのが分かる(図 1)。

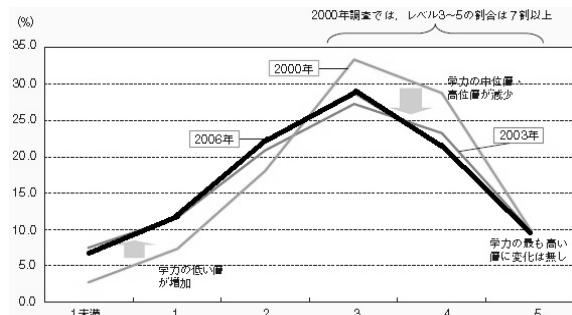


図 1 習熟度別の生徒の割合の推移(PISA 調査(読解力)より) (出典) 平成 21 年度文部科学白書

こうした状況のもと、学校現場では様々な取組がなされ、PISA2009では、読解力、数学的リテラシー、科学的リテラシーの各リテラシーとも、前回調査に比べて改善し、特に読解力の平均点が上昇した。また、学力の低い層が減少し、高位層が増加していることも報告された。しかしながら、情報相互の関係性を理解して解釈したり、自らの知識や経験と結び付けたりすることが苦手であると指摘された。平成22年度全国学力・学習状況調査の結果においても、資料や情報に基づいて自分の考えや感想を明確にすること、日常的な事象について、筋道を立てて考え、数学的に表現することなど、思考力、判断力、表現力等といった活用に関する記述式問題を中心に課題が見られた。これらの結果から、課題発見・解決能力、論理的思考力、コミュニケーション能力や多様な観点から考察する能力などの育成・習得が学校教育現場に強く求められている。

そこで、文部科学省は、新学習指導要領に、基礎的な知識・技能の確実な習得、思考力、判断力、表現力の育成、人間関係を築く力の育成等が急務であると示した。さらに、「言語活動の充実に関する指導事例集～思考力、判断力、表現力等の育成に向けて～【小学校版】」を発表し、言語指導の在り方について、次のように示した¹⁾(表1)。

表1 言語の役割を踏まえた言語指導の在り方

(1) 知的活動（論理や思考）に関すること
○事実等を正確に理解し、他者に的確に分かりやすく伝えること
○事実等を解釈するとともに、考えを伝え合うことで、自分の考えや集団の考えを発展させられること
(2) コミュニケーションや感性・情緒に関すること
○コミュニケーションは、人々の共同生活を豊かなものにするため、個々人が他者との対話を通して考えを明確にし、自己を表現し、他者を理解するなど互いの存在についての理解を深め、尊重していくようにすること
○感性や情緒を育み、人間関係が豊かなものとなるよう、体験したことや事象との関わり、人間関係、所属する文化の中で感じたことを言葉にしたり、それらの言葉を交流したりすること

知識基盤社会の到来、グローバル化の進展が叫ばれる現代において、変化に対応していく能力を育成することが最重要課題である。それは、課題を見いだし、解決するための幅広い知識と柔軟な思考力、それに基づく判断力、豊かな表現力等をはぐくむことを意味している。新学習指導要領のもと、言語活動の充実が重視された目的は、以上のことに集約される。

(2) 算数科で取り組むべき課題

こうした現状を改善するために、子どもたちが問題を解決し、その時に判断したり、推論したりする過程において、見通しをもち筋道を立てて考えたり表現したりする力を高める指導を心がけることが大切である。こうした思考力、判断力、表現力は、いろいろな教科等の学習の中で培うことはできるが、特に算数科の中には、帰納的に考えたり、演繹的に考えたり、言葉、数、式、図、表、グラフなどを用いたりして、自分の考えたことを表現したり、友達に説明したりするなど、子どもたちに上記の力を育成するのにふさわしい多くの学習活動が含まれている。

しかし、(1)で述べた通り、今日的課題として、既習事項(知識・技能、思考力・判断力)を実生活や学習に活用すること、数学的な思考力を活用して問題を解決すること、自分の考え方や解き方を数学的に表現する力が不十分である。こうしたことから、前記の「言語活動の充実に関する指導事例集」には、算数科についても、指導の充実及び留意事項が示されている。

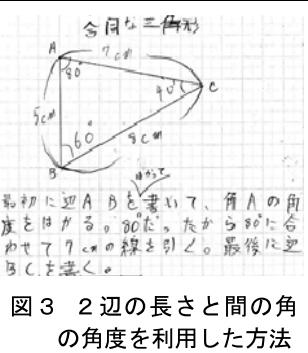
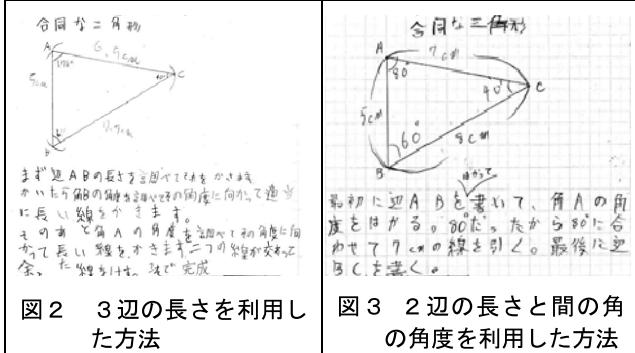
このように、現在、学校教育現場が強く求められている、課題発見・解決能力、論理的思考力、コミュニケーション能力や多様な観点から考察する能力などの育成・習得を可能にするのが、算数科の学習である。算数科の授業を通して、子どもたちが個々に考えを出し合い、お互いに学び合っていくことで、多様な価値観を持たせることができ、多くの人々と協力、協同しながら社会に貢献することができる、創造性豊かな人材を育成することにつながると考える。

(3) これまでの授業実践に関わる課題

筆者は現所属校で4年間、算数科の授業を通して「一人一人の考えを大切にし、学び合う子どもの育成」をめざして取り組んできた。「一人一人の考えを大切にすること＝多様な考えを子どもたちから引き出す」ととらえ、授業を開催してきたが、いろいろな考えが出てきたところで授業時間が終わり、お互いの考えを絡ませたり、深めたりするところまで辿り着けなかった。

6年生「図形の合同」(当時移行期間)では、「いろいろな形で構成されたパズルをはめ、足りない部分のピースを自分で作ろう」という課題のもと、空白部分のピースと合同な三角形のかき方を一人一人が思考し、その結果を伝え合う活動を行った。

三角形の3辺3角を全て測り、全部の条件を使って三角形をかいでいる子だけでなく、思考する中で、3辺(図2)、2辺と1つの角(図3)、1辺と2つの角など、最小限の条件だけかく子も現れ、いろいろな方法で作図していった。



授業の後半において、4つの方法がそれぞれ紹介されたところで授業時間が終了した。学習振り返りカードに「表を作つて見ると誰がいっしょなり方かなどが分かりやすかったです。」「私はAさんと一緒にしました。Bさんたちのもいいけど角Aは測らなくてもいいと思った。」と、授業の中で話し合いかつたことが多く書かれていた。時間内に、お互いの考えを絡ませたり、深めたりして、よりよい考えに高め合うといった、算数科がめざしている目標に、辿り着くことができなかつた。

こうした反省も踏まえ、算数科の授業について、単元構成や課題提示はもとより、1時間の授業の中で、子どもたちに何を話し合わせたいのか、どんなゴールに辿り着けるように育てていきたいのか、今一度再考したいと考えた。

そこで、子どもたちの様々な考えを、互いのコミュニケーション能力を發揮させながら、よりよい考えをめざして練り上げていけるような学習集団をめざす算数科の授業づくりについて考えることを、研究の基盤に据えていくこととした。

2 研究の目的

本研究で明らかにしたい点は2点ある。第一に、算数科の特性を生かしたコミュニケーション能力を發揮させながら、よりよい考えに練り上げていくことのできる授業とは、いかなるものであるかということである。このことを明らかにするには、まず算数科の特性を生かしたコミュニケーション能力とは、具体的にどういったものなのか、そして、そのコミュニケーション能力を、よりよい練り上げをめざす際に、教師は授業の中でどのように育てていくのか、明確にしなければならない。

第二に、よりよい練り上げができる学習集団をめざす際に、その集団を形成している子どもたちの情意面に着目し、算数科の授業においてどういった働きかけが望ましいかということである。よりよい練り上げを行うためには、一人一人の考えを話し合いの場で伝え合うことが不可欠である。友達に自分の考えを伝えるときには、伝えたい内容はもとより、伝えようとする心情も大いに関わってくる。また、友達の考えを聞くときにも、友達の考えを理解できる知識・技能は必要だが、理解しようとする心情が何より重要である。こうした心情に寄り添いながら、よりよいものを求めて、みんなで考え合う際の、教師の働きかけはどういったものなのか、十分に考えておく必要がある。

以上のこととを算数科の授業実践をもとに検討していくこととする。

3 研究の方法

3項目について研究を進める。

- (1) 数学的コミュニケーション能力や、ともに学び合う協同学習に関する先行研究文献を収集する。よりよい練り上げをめざす上で、必要とされる数学的コミュニケーション能力や、練り上げを支える学習集団の協同の在り方について分析し、育成する方法や内容、手立てを考える。
- (2) 文献研究から学んだことをもとに、研究対象学級において、算数に関する意識調査を行い、よりよい練り上げを実現するために、育てたい「数学的な考え方」や「情意面」をより具体的に検討する。
- (3) 検討結果をもとに授業計画を立て、対象学級において、継続的に研究授業を実施する。授業を記録し、変容等を分析する。授業の記録は、全授業の録画、子どものノート記述を中心に集める。実践の分析結果をもとに考察し、「よりよい練り上げ」ができる学習協同体をめざす算数科の授業の在り方について、課題を明確にする。

II 数学的コミュニケーション能力

1 数学的コミュニケーション能力とは

- (1) アメリカにおける取組

「コミュニケーション(Communication)」は、広辞苑第6版によると「社会生活を営む人間の間に行われる知覚・感情・思考の伝達。言語・文字その

他視覚・聴覚に訴える各種のものを媒介とする。」とある。コミュニケーションの語源はラテン語の“Communicare”で「共通なものを分かち合う」から派生している。

数学的コミュニケーションに着目して研究実践を推し進めたのはアメリカが先駆けである。アメリカでは1970年代、希望すれば誰でも高校へ進学できるようになり、深刻な学力低下問題が起きた。1981年にIEA(国際教育到達度評価学会)が実施した、国際数学教育調査においても、数学成績の低さが見られた。そこで、1989年に全米数学教師協会(National Council of Teachers of Mathematics, NCTM)は、「学校教育のためのカリキュラムと評価の基準」(Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics)を発表した。この中で、NCTMは今後10年間をめどに学校で教える数学カリキュラムと評価についての全国的な基準(スタンダード)を示した。カリキュラムと評価は13の基準で構成され、「コミュニケーションとしての数学」は基準2として示されている。P. A. Houseは、この基準2について、次のように述べている²⁾。

コミュニケーションにおいては、次のことが認識されている。すなわち、よむ・かく・話す・推測する・議論する・弁護するという能力、そして、様々な形態での表現(記述された文章、口頭による文章、図、表、グラフ、式、具体的モデルを含んだもの)を使って考えを表す能力が、数学の意味を理解する能力や抽象する能力に寄与しているということである。

このように、アメリカでは、かなり早い時期から、算数・数学科において、コミュニケーションの重要性を認識し、学校教育の中に位置づけて取り組んできた。

(2) 日本における取組

戦後間もない頃の文書等からコミュニケーションという用語は見つからない。しかし、昭和26年学習指導要領算数科編(試案)改訂版に、算数科におけるコミュニケーションに関わる記述を見つけることはできる³⁾。その後文部省は、時代の変化に対応する教育を模索しながら、その都度学習指導要領を改訂してきた。平成元年の学習指導要領の改訂では、新しい学力観に立った学習指導が強調された。文部省は、この新しい学力観について、「自ら学ぶ意欲や、思考力、判断力、表現力などを学力の基本とする学力観」であるとし、社会の変化に自ら対応できる心豊かな人間の育成を実現するよう示した。

こうした中、金本(1998)は、コミュニケーションの重要性を主張し、「数学的コミュニケーション能力」の育成をめざす必要があると述べ、数学的コミュニケーション能力について、「数理的な事象に関わるコミュニケーション活動をすすめていく能力」と規定し、「表現・表記の使用」「伝達・討議などの交流」「数学的表現のよさの理解」「議論・話し合いへの態度」と、4つの視点をあげている⁴⁾。

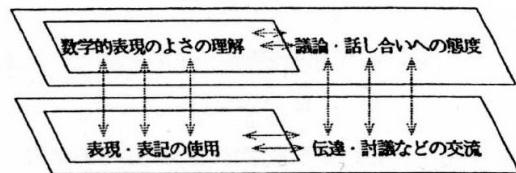


図4 数学的コミュニケーション能力の視点

清水美憲(2007)は、算数科においてコミュニケーションを考えるときに、分かったことと分からぬことを常に明確に区別し、それらを整理して数学的によりよいものを求めようとするような学級づくりが必要であると述べている⁵⁾。

このように、数学的コミュニケーション能力は、よりよいものを求めようとする学級づくりをすすめていく上で、欠かせないものと考えができる。数学的コミュニケーション能力を培うためには、自分の考えをもち、筋道立てて分かりやすく説明し、友達の考えを受け止め、お互いにそのよさを認め合える力をはぐくむことができる算数科の授業づくりをしていくことが期待される。

2 数学的コミュニケーション能力と数学的な考え方の関連

(1) 数学的な考え方の意味と内容

様々な文献等から、算数科の特性を生かしたコミュニケーション能力は、数学的な考え方方がその大部分を占めていると見ることができる。数学的な考え方については、多くの研究が進められてきたが、中でも片桐重男は「数学的な態度」「数学の方法に關係した数学的な考え方」「数学の内容に關係した数学的な考え方」と分類した上で、具体化して指導することの重要性について論じている⁶⁾。

(2) 数学的コミュニケーション能力と数学的な考え方の比較

これまで検討してきた文献等をもとに、金本(1998)の数学的コミュニケーション能力と、片桐(2004)の数学的な考え方について比較整理し、共通点や相異点を分析した(表2)。

表2 数学的コミュニケーション能力と数学的な考え方の比較

数学的コミュニケーション能力	数学的な考え方
(1)算数・数学の多様な表現・表記が使える。	筋道の立った行動をしようとする
①子供たちの形式的でない直観的な語法を、数学の抽象的な言語・記号・表現に結びつけることができる。	抽象化・具体化の考え方 記号化の考え方(用語・式を含む) 数量化、図形化の考え方
②数学的な考えの多様な表現(具体物によるもの、絵や図によるもの、記号や口頭によるもの等)を結びつけることができる。	抽象化・具体化の考え方 記号化の考え方(用語・式を含む) 数量化、図形化の考え方 →これらを結びつける
(2)考えの伝達や討議などの交流ができる。	自ら進んで自己の問題や目的・内容を明確に把握しようとする。
③教師の説明が理解できる。	抽象化・具体化の考え方 記号化の考え方(用語・式を含む) 数量化、図形化の考え方 →これらを読み取る
④自分の考えや方法を説明することができ、また、友達の説明を理解することができる。	抽象化・具体化の考え方 記号化の考え方(用語・式を含む) 数量化、図形化の考え方 →これらを総合した力
⑤筋道を立てて意見を言うことができる。	帰納的な考え方・類推的な考え方 演繹的な考え方
(3)数学的表現のよさが理解できる。	内容を簡潔明瞭に表現しようとする
⑥多様な表現の違いから、考え方や方法の違いのよさに気づく。	抽象化・具体化の考え方 記号化の考え方(用語・式を含む) 数量化、図形化の考え方 →これらのよさに気づく
⑦数学的表現のよさに気づき、そのよさを活用できる。	抽象化・具体化の考え方 記号化の考え方(用語・式を含む) 数量化、図形化の考え方 →これらのよさを活用する
⑧数学的表現にある約束や規則を使って筋道立てを考えを進めていくことができ、さらに、その重要性を理解できる。	筋道に立った行動をしようとする (帰納・類推・演繹的な考え方) →簡潔・明確・統合といった、数学が求めている価値観
(4)話し合いや議論の大切さへの適切な態度が形成されている。	よりよいものを求めようとする
⑨根拠や合理性などを問わなければならぬという意識をもつ。	疑問や問題意識をもとうとする。
⑩考えを深めたり、表現を的確にしたりし、また、これらを発展させるためにも、議論をすることには価値があるという意識をもつ。	数学的に考え合うことによって、よりよいものを求めることのよさ

このように、数学的コミュニケーション能力の中に数学的な考え方方が数多く含まれている。つまり、数学的な考え方を授業において具体化し、子どもたちが使いやすいような形で示しておけば、数学的コミュニケーション能力が育つということにつながると考える。

(3) よりよい練り上げ

数学的な考え方をみても、数学的コミュニケーション能力をみても、めざす方向は変わらない。それは、よりよいものをめざしている点である。

数学的コミュニケーション能力をはぐくむこと

で、子どもたちは目的意識をもって話し合い活動を進めるようになる。自らの考えの位置が明確になり、他の考えと関連づけることにより自らの考えが豊かになる。そして、よりよい思考へと広げることができる。また、数学的な考え方も、富竹(2010)が論じるように、算数科の授業を通して、よりよいものを求めて、みんなで考え方を広げるときに、必要となる考え方であり、問題を解決していくときに役に立つ考え方でもある⁷⁾。

このように、みんなで考え方を練り上げの場面において、個々人の数学的な考え方を具体的に教師が示すことで、子どもたちがお互いの考え方のよさを見つけたり、関連に気づいて、さらによりよいものに思考したりしていくことができる。この指導の反復により、数学的な考え方を使って自問自答する姿が見られるようになると考える。

III 学習協同体をめざして

1 これまでの協同学習の取組

考え方を伝え合うときに、支えとなる情意を育てるこことや、共感的にお互いの考え方を伝え合える場としての「学習協同体」をめざす上で、協同学習の考えには学ぶべき点が大きいにある。

Johnson, D. W. らは、1800 年代から各地で行われてきた協同学習を整理し、子ども同士の促進的な相互作用のある、「協同」の学習事態の有用性について述べている⁸⁾。また、協同が優れるのは、仲間同士で高まり合おうという、相互の信頼関係に基づく望ましい人間関係が生む学習への動機づけがその大きな理由だと考えられることから、特別な支援を要する子どもの過ごす学習事態としても協同学習は有効であり、研究が進められている。

日本では古くから、学習集団全員の成長を目標として学習することの有意義性は認識されており、小集団を活用した協同学習の実践に多く取り組んでいた。個別指導に教育政策の方向転換が図られ、協同学習は一時期衰退したが、2000 年前後になると、再び注目を集めた。杉江(1999)は、比較研究の事例を集めて検討し、現実の授業への協同原理の導入が優れた傾向を示す、と述べている⁹⁾。

2 望まれる協同学習の在り方

教育環境は固定的なものではなく、そこに存在する子どもたちと教師によって、日々変化しつつ、形成されている。あるメンバーの成果が他のメン

バーの成果にもなりうるような肯定的な相互依存関係の価値が強調される場において、学習を促進するような相互交渉が促されることによって、受容や信頼、好意といった感情が経験され、内発的動機づけが高まり、やがて個人の学習意欲にも大きな影響を与えるようになる。こうした学習環境を整備することで、協同学習を効果的に行うことが可能となる。

杉江(2011)は、学び合いを促す工夫を具体的に示しており、授業実践する上で参考になった¹⁰⁾。

表3 学び合いを促す工夫(筆者がまとめた)

1. 導入の工夫
(1) クラスの子ども全員に分かる表現で課題を示す。
(2) 課題の値打ちを示す(納得して学ぶという学びの構えを作る)
(3) 学びのスケジュールを示す。(限られた時間の中で考える、話し合うという技能を養う)
(4) 導入に時間を十分にかける。
(5) 単元単位で学習の見通しを与える。
(6) 課題の困難度と課題のサイズに配慮する。
2. 展開の工夫
(1) 発問に対する回答は仲間に向けた形で発表するようにする。
(2) 全体の交流の進め方
・多くの意見を統合したり、より次元の高い答えを求めたりする。
・子ども一人一人が自分の変化を理解できるような仕掛けを授業終末部に仕組む。
(3) 仲間の貢献が分かるスタイルをワークシートに導入する。
3. グループ活用の工夫
(1) 明確なグループ課題を与える。
(2) 集団内異質を基本としたグループ編成を行う。
(3) 互いの距離を配慮した座席配置にする。
(4) 持ち回りで役割を分担する(発表係、連絡係、記録係、時間係)
(5) 話し合いを促す用具の準備
(6) 教師が関わる時間をきちんと設定し、その時間を守る。
(7) 効果的な話し合いの技法を取り入れる
4. 学習集団づくり(学習規律、ルールづくり)
5. まとめの工夫
(1) 確かな振り返りの機会を設ける。
・自己評価に振り返りの視点を明確にして示す。
・学習内容のまとまりごとに学習を振り返る機会を設ける。
・教師の評価情報や、仲間からの相互評価の情報を活用する。
・グループあるいは学級集団としての振り返りもする。
(2) 研究的実践のための振り返りを行う。

IV 授業実践

1 研究対象の実態把握

(1) 実態調査方法

- ・研究対象は島根県A小学校6年生29名、単式1学級。
- ・算数意識調査(富竹(2010)を基盤に、飯山市「算数・数学つまずき調査・学習意識調査」、A小学校「算数アンケート」を参考に、筆者が作成)
- ・実施時期 ①2011年6月下旬、②9月中旬(授業実践前)、③10月中旬(授業実践後) 計3回。
- ・本調査は質問紙法による。質問項目は、算数への関心・意欲、問題解決場面の態度、話し合いへの態度等から構成。回答方法は4件法。

表4 算数の意識調査項目(一部)

1. 「算数」についての質問
・算数がすきだ。
・算数の問題を解くことは楽しい。
・友だちに自分の考えを話す活動がすきだ。
・友だちの考えを聞く活動がすきだ。
2. 「算数の問題を一人で解くとき」についての質問
・新しい問題に出会ったとき、前に習った問題に似ていないかそれを参考にして解こうとしている。
・どうしてその解き方を思いついたのか、わけも一緒に考えようとしている。
・解き方を説明するとき、『例えば…』という言葉を使って、具体的な例をあげて説明することを考えようとしている。
・もとになる大きさを自分で決めて、そのいくつ分かを考えてから、比べてみようとしている。
3. 「算数の授業中、みんなで話し合うとき」についての質問
・自分の考えが友だちに分かるように、説明しようとしたり書こうしたりしている。
・いろいろな考えを比べて聽こうとしている。
・考え方の似ているところを探そうとしている。
・友だちの考え方のよいところを探そうとしている。
4. 「学校での算数の勉強」についての質問
・一人で考えるより、みんなで一緒に考えた方がよく分かる。
・勉強中にまちがえてしまったら、はずかしい。
・友だちが困っているときは助けようとしている。
・島根県学力調査(4月実施)の結果分析
・hyper-QUテスト(5月実施)の結果分析
・算数科の授業参観(6月)及び活動分析
(2) 分析結果
対象学級の実態の主なものは以下の通り。

表5 諸調査等の分析結果(一部)

- ・女子よりも男子の方が算数を好んでいる傾向がみられる。
- ・自分の考えを話す活動より、友達の考えを聞く活動の方を好

む傾向にある子どもが多い。(特に女子に多い)
・既習を参考にして解こうとしている子どもが 72%。
・もとになる大きさを自分で決めて、いくつ分かを考えている子どもが女子の中に極端に少ない。
・間違えたら恥ずかしいと感じている子どもが 62%。
・ほとんどの子どもが、三角形、平行四辺形、台形の面積、立方体の体積を求めることができる。
・底辺と高さが等しければ、どんな三角形も等しい面積になることを理解できていない子どもが半数以上いる。
・わけを説明する問題に対し、きちんと理由を書くことができる子どもが、全体の 3 分の 1 にとどまっている。
・学校生活意欲尺度の中で、高得点の項目は、「クラスの人は声をかけたり親切にしたりしてくれる」「クラスの中に気持ちをわかってくれる人がいる」であった。

まとめる考え方 (統合的な考え方)	いくつかのことを同じと見られないか、1つにまとめられないかと考えようとしている。	違うと思っていたものを1つにまとめることができ、覚えやすくなる。
よりよい考え方 (発展的な考え方)	1つのことから、さらによりよい方法を求めたり、説明の仕方を考えようとしている。	解き方や説明の仕方が分かりやすくなる。
変えたらの考え方 (発展的な考え方)	問題の一部を変えて考えようとしている。	新しい問題が作れて考えを深めることができる。
共通はの考え方 (抽象化の考え方)	いくつかのものに共通するところがないか探してみようとしている。	共通するところと違うところが明らかになる。
たとえばの考え方 (具体化の考え方)	条件に当たはまる具体的な例を見つけて考えようとしている。	分かりやすくなる。
算数を使う考え方 (理想化の考え方)	条件が一定であったり、条件を満たすような理想的な場合を見つけたりして考えようとしている。	算数が役に立つことが分かる。
簡単にの考え方 (単純化の考え方)	条件を簡単なものに置き換えて考えようとしている。	考えやすくなる。
いつでもの考え方 (一般化の考え方)	いつでも言えることを考えようとしている。	いろいろなときに使える。
特別な場合の考え方 (特殊化の考え方)	特別な場合を探して、それをもとに考えようとしている。	いつでも成り立つ決まりが見つけやすくなる。
記号の考え方 (記号化の考え方)	記号や習った用語を使って、簡潔、明確に表そうとしていたり、表現されたものを数学的に読み取ろうとしていたりする。	簡単で、分かりやすく表すことができる。記号や用語の意味が分かる。
数の考え方 (数量化の考え方)	数で表し、簡潔、明確にして考えようとしている。	正確に表すことができる。
図の考え方 (図形化の考え方)	場面や事柄、関係などを図に表して考えようとしている。	分かりやすく表すことができる。
範囲の考え方 (集合の考え方)	何をどの範囲まで調べればいいのか、考えようとしている。	どこまで考えているのか、どこからはまだ考えていないのかが明らかになる。
単位の考え方 (単位の考え方)	単位 (1, 10, ..., cm, cm ² , ..., 点, 線, 角)などを決めて、それをもとに考えようとしている。	考えやすくなる。
およその考え方 (概括的把握の考え方)	およその数、量、形を考えたり、およその計算や測定することで、問題の結果や解決方法について、見通しを立て取り組もうとしたり、確かめようとしている。	解き方や答えの予想を立てができる。
関係の考え方 (関数の考え方)	求めたいものに伴って変わるものを探し、その変わり方のルールを見つけたり、その関係を表やグラフ、式で表そうとしたりしている。	もっと考えやすいものを基にして考えられるようになる。
式の考え方 (式についての考え方)	事柄や関係を式で簡単、明確に表そうとしたり、一般的に表そうとしたりしている。	分かりやすく表すことができる。いつでも成り立つ決まりが見つけやすくなる。新しいことを発見できる。

2 授業の実際

(1) 単元に入る前に

9月29日(木)から10月19日(水)まで、1日1単位時間ずつ、算数科の授業を実践した。単元「比例・反比例」は14時間、「円の面積」は4時間、合計18時間であった。授業中の子どもの発表や感想から見つかった、数学的な考え方を、子どもに分かる形に表現したものを見ることによって皆で共有しながら、全授業を展開した。また、学習課題に応じて、個別・グループ・一斉学習と、学習形態を変えながら授業を進めた。授業の記録は、授業の録画やノートの記述を保存した。

① 数学的な考え方を考え合う時の視点として

富竹(2011)¹¹⁾のまとめた数学的な考え方とそのよさの一覧をもとに表を作成した(表6)。

表6 数学的な考え方とそのよさの一覧

数学的な考え方	具体的な姿	その考え方のよさ
決まりがの考え方 (帰納的な考え方)	いくつかの場合を調べることによつて、決まりが見つからないか、その決まりを利用できないか、見つけた決まりが正しいかどうか、確かめようとしている。	いつも成り立つ決まりが見つけやすくなる。
同じようにの考え方 (類推的な考え方)	似た問題を解いたことがないか、それと同じように解けないか、それと同じような答えにならないか、見つけた答えが正しいかどうか、確かめようとしている。	解き方や答えの予想を立てることができ。いつも成り立つ決まりが見つけやすくなる。
わけはの考え方 (演繹的な考え方)	すでに分かっていたり、使っていたりする既習事項、具体物、教具(半具体物)、記号(数式、図、表、グラフ、用語など)をもとに、正しいわけを説明できないか、それでよいわけが分かったか、間違いであるわけが分かったか、習ったことを使えるないかと、考えようとしている。	正しいわけを分かりやすく説明できる。

授業の中で実際に子どもが数学的な考え方を使い、子どもたちがそのよさを見つけることができ

たら、子どもの言葉でまとめ、青い画用紙に書いて掲示し、共有しようと考えた。

② 友達と考え合う時の視点とするために

友達と考え合うときに、出合えるよさについては、藤井（2009）¹²⁾の実践を参考にしながら、①と同様、子どもの言葉でまとめ、赤い画用紙に掲示し、共有していくことにした（表7）。

表7 友達と考え合うときのよさの一覧

学習場面	具体的な姿	考え合えるよさ
自分の考え方をもつ	自分の考えを整理して話したり書いたりしようとしている。	自分の考えをもつことの大切さが分かる。
自分の考え方を伝える	結論を先に言ってから理由を言おうとしている。	みんなで考えやすくなる。
	どのように考えたのか方法を先に伝えようとしている。	どこが違うのか注目して聞きやすくなる。
	考えた順番を示しながら言おうとしている。	大まかな見通しをもって聞くことができる。
	「ここまでいいですか。」と区切って説明しようとしている。	どこまで理解しているのかはっきりさせることができる。
	他の言い方で言い換えようとしている。	理解を深めることができます。
友だちに質問する	友達の考えの分からないところを尋ねながら聴いている。	分からなかったことが分かるようになる。
友達の考え方を聴く	友達の考え方を自分の考え方と比べながら聴こうとしている。	同じ考え方に出合えると自信がもてる。ちがった考え方にも出合える。
	友達の考え方と自分の考え方の違いを見つけようとしている。	何を話し合えばいいのか話しやすくなる。
話し合う	ペアやグループなどで、お互いの考え方を出し合いながら、協力して問題を解決しようとしている。	助け合うと考えるのが楽になる、楽しくなる
	もっとこうしたらよくなりそうだと考えながら話し合っている。	みんなが高まり合える。
振り返る	自分の考え方と友達の考え方をもとにして、授業を振り返ろうとしている。	次の時間のめあてをもつことができる。

③ 学習形態の工夫

单元全体の計画を立てる際、1時間毎の授業を大きくとらえ、1時間を「個人思考中心」、「集団の話し合い中心」と意図的に仕組んで、目的意識をもって考えたり、話し合ったりできるように配慮した。

(2) 授業の実際

① 「比例・反比例」第6時(グラフのよみ取り)

本時は話し合い中心の授業であり、互いの発言をつなごうとしたり、C19やC21のように分かりやすく伝えようとしたりする発言があった（表8）。

表8 「比例・反比例」第6時授業記録(一部)

教師の発問や動き	子どもたちの反応
	C12 私は比例しているか、してないかで調べました。アンドイの直線で、比例しているところと、して

T12 今、周りの人がフォローしているんですけど、最初のところ、分かった？C16さん、とても大事なことを言ってたよ。	いないところがあって、あつ、ちがうわ。 C13(大勢)え～！
T13 そう、どういうことだった？言い直すと。 T14 他の人はどうですか。	C14 めもりが合っているところと、合っていないところがあって、合っているところに私は黒い●をつけて、最初は全部比例しているかなあと思ったんですけど、全然比例しているところと、していないところがあるって…。 C15(大勢)え～！
	C16 比例してなくて調べたら、比例していると思ったけど、比例していないと思いました。 (同じグループの子どもたちがグラフの見方を教える)
	C17 黒い●の話？ C18 分からない点、グラフのめもりにあっていない点のこと。 C19 グラフの点が、きりのいいところにうつってるのもあれば、きりのいいところといいところの間に、さつき約16とか言つてたけど、そういう点もあるということだと思います。
	C20 めもりに合う C21 C12さんが言いたかったのは、線と線の間が約とかになつてしまふ場合があるので、15と45と75のところに点をうたなくて、きりのいい30とか60とかの分かりやすい数字のところで、点をうつて表すと言つてます。 C22 分かりやすかったです。 C23 (大勢がうなづく)
	C24 はい。 C25 はい。 T20 よかったです。(以下続く)

授業後の感想には、以下の記述が見られた。

- ・C12さんの発表のことは意味が？だったけど一緒に考えて分かりました。
- ・C19さんの、「きりのいいところに点をうつ。15, 45, 75ははっきりしない。」の説明が分かりやすかった。

この学習後に掲示し、共有したよさは3つあった。（背景色のある方が数学的な考え方に関わるもの）

理由やわけがあると分かりやすい。説得力がある。
具体的に説明すると、より分かりやすい。
助け合うと考えるのが楽になる。楽しくなる。

② 「円の面積」第3時(求積方法の伝え合い)

本時は、個々の求積の方法を伝え合って、より

よい方法を考え合う授業であった(表9)。

表9 「円の面積」第3時授業記録(一部)

教師の発問や動き	子どもたちの反応
(中略)	(中略)
T25 でも、私どう見ても、平行四辺形にしか見えないんだけど…。	C47 平行四辺形でいいじゃん。
T26 ああ、これいいんだ。何とかならないわけ?	C48 ぼくは、これ(8等分を組み合わせた図)じゃ考えにくいので、もっと細かくして64等分つまりこんな感じにして(図を示す)これと同じ感じで並べました。そしたら、長方形みたいな形になるんですよ。で、あの考え方では、ここが半径で、ここがC45さんたちが言ってた円周÷2のところになります。で、ぼくは、C41さんはここを出すのが面倒くさいって言ってたけど、この部分(文字の式の直径という字)を直径じゃなくて半径にすれば半分になると。
T27 直径じゃなくて半径にする? T28 何か乱暴じゃない?何か操作しないといけないよね。同じつて言えるように。	C49 イエス。 C50 もうちょっと付け加えて説明して。 C51 付け加えて。÷2をするとか…。(以下続く)

実践最終の本時は、終始話し合いで展開した。それまでの、教師と子どもの一問一答のやりとりではなく、子どもたちがお互いの発言をつなげようと努め、C50やC51のように、もう少し詳しく説明するように促したり、「ここまでいいですか?」と確認しながら説明したり、自ら学習を進めようとする意識が強く働いている姿が見られた。

(3) 結果

① 意識調査の結果から

第2回及び第3回の調査の結果を比較した。変化が特に認められたものを挙げる(表10)。

表10 算数意識調査結果(t検定)

質問項目	第2回平均(標準偏差)	第3回平均(標準偏差)	t値
算数がすきだ。	2.59(0.95)	3.07(0.80)	4.10**
友達の考えを聴くのがすきだ。	3.00(0.71)	3.28(0.70)	3.27**
解き方を説明するとき、具体的な例をあげて説明することを考えようとしている。	2.79(0.77)	3.10(0.82)	2.35*
数や量の大きさをつかむときに、もとになる大きさを自分で決めてから比べてみようとしている。	2.72(0.70)	3.14(0.79)	2.86**
自分の考えが友達に分かるように説明したり書こうとしたりしている。	2.90(0.72)	3.21(0.73)	2.35*

$df = 28$ * $p < 0.05$, ** $p < 0.01$

数学的な考え方に関わる面では、「数や量の大きさがどのくらいかをつかむときに、もとになる大きさを自分で決めてそのいくつ分かを考えてから比べてみようとしている」といった単位の考え方や、「解き方を説明するとき、『例えれば…』という言葉を使って、具体的な例をあげて説明することを考

えようとしている」といった具体化の考え方について、子どもたちの意識の変化が見られる。

話し合いに関する面では、「友達の考えを聴く活動がすきだ」と回答する子どもが増加している。それとともに、「自分の考えが友達に分かるように説明したり書いたりしようとしている」と、自分から進んで相手に分かりやすく伝えようとしている意識が強くなっていることが、よみとれる。

こうした変化が、「算数がすきだ」と回答する子どもの割合の増加につながっているものと考える。

② 実践後の子どもたちの感想から

授業実践後に記述した子どもたちの感想には、次のようなものが多く見られた。

- ・ほかにも色々な方法を考えられたのも、みんなのおかげです。
- ・みんなでやって公式をみつけることができて、うれしかったです。近くの友達と話し合うときも、いっぱい意見が言えたし、よく分かってもらえてよかったです
- ・友達の考えを聞くと、なるほど、そうか!と分かるようになるときが楽しかったです。自分の考えを前に出て発表するときに、わけや理由が、聞いている人を共感させる大事なと思いました。
- ・算数の勉強を通して、1人で考えるときは青カードがすごく役に立ちました。青カードを見ると、わけや理由が作りやすいからです。赤カードはみんなで考えるときによく見ました。自分の考えがだんだん変わってきたりして前の考えよりもいい考えになることが多かったからです。
- ・「?」だったことも、みんなで考えていくと、必ず答えが見つかるので、これからもあきらめずに考えていこうと思います。勉強していくうちに、考える楽しさ、話し合う大切さ、伝え合うことの良さなど、様々なことに気づくことができました。

毎授業後、筆者は個々の記述に対してコメントを書いた。子どもたちはコメントを読むことを楽しみにしたり、筆者が授業の始めに紹介する感想に自分の記述が紹介されることを期待したりしている姿が授業の中で多く見られた。しかし、自分の感想が紹介される喜びよりも、徐々に青や赤の掲示が増えることの喜びの方を楽しみにするようになっていた。一人一人の学びとともに、学級全体の学びが増えることが実感できたことが大きな要因であったからではないかと考える。

V 授業実践から得られた知見と今後の課題

1 得られた知見

数学的な考え方を示しておいたことで、「この考え方で問題を解いたんだな。」「あの方法を使ったのか。」と、相手の考えを理解しようとする意識で、話し合いに臨むことができた。意識調査で、「友達の考えのよいところを探そうとしている」という設問に対して、肯定的評価をしている子どもが増

えたことからも、理解しようという意識が伺える。また、子ども同士が発言をつないで、学習を進めることができるようにになってきたことも、互いに理解しようとしている結果であると考える。

また、「赤カードは、みんなで考えるときによく見ました。自分の考えがだんだん変わってきたりして、前の考えよりもいい考えになることが多かったからです。」「自分と比べて、友達の考えを聞き、『似たところ』や『ちがうところ』が見つかり、自分で考えるよりも速く『よりよい考え』が生まれました。」と記述した子もいたが、まさに自分が友達の考えを取り入れることでよりよく変わり、友達が自分の考えを受け止めてくれることで自分が役立つことができたという貢献感を感じることができたのではないかと考える。協同学習の考えをもとに授業実践していくと、考えを寄せ合って、よりよい考えにつなげていけるという可能性を明らかにすることができた。

2 今後の課題

数学的な考え方の具体化が筆者の中で曖昧な面があり、実際の授業の中で、子どもたちの発言や活動から見つけ出しが不十分になってしまった。男女別に意識調査を分析したところ、結果に違いが見られた(表11)。女子に有効だったのは、本実践のノート指導等の「繰り返し価値付けること」であったが、男子に必要だったのは「その場で価値付けるべきこと」であったと考えられる。

表11 算数意識調査結果 男女比較(t検定)

項目	男子平均(標準偏差)			女子平均(標準偏差)		
	第2回	第3回	t値	第2回	第3回	t値
算数がすきだ	2.88(1.09)	3.13(0.89)	1.73	2.23(0.60)	3.00(0.71)	4.63**
自分の考えを書く活動がすきだ	3.19(0.83)	3.06(0.85)	0.62	2.23(0.44)	3.08(0.64)	5.50**
友達に自分の考えを話す活動がすきだ	2.75(1.07)	2.88(0.96)	0.62	2.23(0.44)	2.77(0.83)	2.50*
いろいろな考え方を比べて聴こうとしている	3.00(0.97)	2.94(0.99)	0.37	2.69(0.75)	3.23(0.44)	2.50*
友達の考え方のよいところを探そうとしている	3.13(0.89)	3.20(0.91)	0.56	3.00(0.41)	3.31(0.48)	2.31*

男子(df=15) 女子(df=12)

* p < 0.05, ** p < 0.01

のことから、授業の中で発揮されている子どもたちの数学的な考え方を、その場で認め、その素晴らしさを価値付けし、よさをすぐに他の子どもたちに広げることこそが、本当の意味のよりよい練り上げにつながるのではないかと考える。

また、算数の意識調査で、「勉強中に間違えてしまって恥ずかしくない」「発表や質問など、発言することが多い」という設問に対する肯定的回答

が、他の設問に比べて、非常に少ない。これは、まだ学習集団の中で、安心して自分の考えが発信できないということの現れであると考える。改善していくために、まず教師は、「間違えても大丈夫、間違えて皆に勉強する機会を与えてくれてありがとう。」という態度で、授業を進めていかなければならない。これは、子ども同士の学び合いの場面でも同じである。一緒に考え合ううちには、無駄なこと、徒労に終わってしまうことが時としてあるかもしれない。しかし、「意味がない」と片付けてしまうのではなく、1つ1つのことに意味があり、価値があるということを、授業の中で教師が子どもたちに発信し続けなければならない。

今回の実践期間は3週間と短く、本実践に効果があったかどうか、確たる実証は得られなかった。しかし、今後、自分の学級を受けもち、算数科の授業を進めていくにあたり、協同で学ぶことのよさや意義について、再度学び直し、協同体づくりに挑戦していくことで、答えを得たいと考える。

【謝辞】

本論文の作成にあたり、熱心にご指導いただいた富竹徹先生をはじめ、島根大学の関係者の皆様には、研修の場として最善の環境を整えていただきました。また、調査対象学校の皆様には本研究の趣旨を理解し、快く協力いただきました。皆様へ心から感謝の気持ちとお礼を申しあげます。

<参考・引用文献>

- 文部科学省：言語活動の充実に関する指導事例集～思考力、判断力、表現力等の育成に向けて(2010)
- P.A.House : *Mathematical Connections:A Long-Overdue Standard*, School Science and Mathematics, vol.90, No.6 (1990)
- 文部省：小学校学習指導要領算数科編(試案)改訂版(1951)
- 金本良通：数学的コミュニケーション能力の育成、明治図書(1998)
- 清水美憲：算数科でのコミュニケーションの意義を問い合わせ、算数授業研究、第52号、pp.10-11、東洋館出版社(2007)
- 片桐重男：数学的な考え方の具体化と指導、明治図書(2004)
- 富竹徹：思考力・表現力を育成するための授業改善、新しい算数研究、No.475, pp.4-7、東洋館出版社(2010)
- Johnson, Johnson&Holubec : *Circles of Learning: Cooperation in the Classroom*, Interaction Book Company, Edina, MN (2002)
- 杉江修治：バズ学習の研究－協同原理に基づく学習指導の理論と実践、風間書房(1999)
- 杉江修治：協同学習入門－基本の理解と51の工夫、ナカニシヤ出版(2011)
- 富竹徹：命名と発問による数学的な考え方の具体化とそれぞの考え方のよさ、日本数学教育学会誌、第93巻、第2号、pp.37-38(2011)
- 藤井博敏：数学的な考え方を育てる算数科授業の新展開－思考力を育成する言語技術の活用法、片桐重男監修、明治図書(2009)